KOMBINATORIKA

1. A $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ számokból minden számjegyet pontosan egyszer felhasználva hétjegyű számokat képezünk.
   (a) B Hány számot tudunk képezni? [5040]
   (b) B Hány 5-tel osztható számot tudunk képezni? [720]
   (c) B Közülük hány páros? [2880]
   (d) B Közülük hány páratlan? [2160]
   (e) B Hány számban szerepelnek a 6 és 7 számok egymás mellett növekvő sorrendben? [720]
   (f) B Hány számban szerepelnek a 6 és 7 számok egymás mellett? [1440]
2. A $0, 2, 4, 5, 8, 9$ számokból minden számjegyet pontosan egyszer felhasználva hatjegyű számokat képezünk.
   (a) B Hány számot tudunk képezni? [600]
   (b) B Hány 5-tel osztható számot tudunk képezni? [216]
   (c) B Közülük hány páros? [408]
   (d) B Közülük hány páratlan? [192]
   (e) B Hány számban szerepelnek a 8 és 9 számok egymás mellett növekvő sorrendben? [96]
   (f) B Hány számban szerepelnek a 8 és 9 számok egymás mellett? [192]
3. B Hányféle különböző sorrendje van a MATEMATIKA szó betűinek? [151 200]
4. B Hány hatjegyű szám alkotható a $4, 4, 5, 8, 8, 8$ számjegyekből? Közülük hány páros?
   [60 szám, közülök 50 páros]
5. B Hány nyolcjegyű szám képezhető a $0, 0, 0, 3, 3, 3, 8, 8$ számjegyekből?
   [3-mal kezdődő:210, 8-cal kezdődő:140, összesen:350]
6. Hányféleképp foglalhat helyet egymás mellett 6 fiú és 5 lány, ha
   (a) B tetszőleges sorrendben ülhetnek [11!=39 916 800]
   (b) B felváltva ülnek a fiúk és a lányok [86 400]
   (c) B egy kör alakú asztal mellé ülnek [10!=3 628 800]
7. Az $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ számjegyek legfeljebb egyszeri felhasználásával hány különböző
   (a) B négyjegyű szám képezhető [1680]
   (b) B 17-tel kezdődő négyjegyű szám képezhető [30]
   (c) B 2-vel osztható négyjegyű szám képezhető [840]

8. Az $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ számjegyek tetszőleges számú felhasználásával hány különböző
   (a) B négyjegyű szám képezhető [4096]
   (b) B 17-tel kezdődő négyjegyű szám képezhető [64]
   (c) B 2-vel osztható négyjegyű szám képezhető [2048]

9. Az $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ számjegyek legfeljebb egyszeri felhasználásával hány különböző
   (a) B négyjegyű szám képezhető [2688]
   (b) B 17-tel kezdődő négyjegyű szám képezhető [42]
   (c) B 2-vel osztható négyjegyű szám képezhető [1512]

10. Az $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ számjegyek tetszőleges számú felhasználásával hány különböző
    (a) B négyjegyű szám képezhető [5832]
    (b) B 17-tel kezdődő négyjegyű szám képezhető [81]
    (c) B 2-vel osztható négyjegyű szám képezhető [3240]

11. B Hány olyan ötjegyű szám van, amelynek a számjegyei különbözőek? [27 216]

12. Egy országos futóverseny döntőjébe nyolcan jutnak be.
    (a) B Hányféle beérkezési sorrend lehetséges? [40 320]
    (b) B Hányféle dobogós sorrend lehetséges? [336]

13. Egy osztály létszáma 28. A tanár hányféle módon választhatja ki a 4 felelőt, ha
    (a) B a sorrendet is figyelembe veszi [491400]
    (b) B a sorrendet nem veszi figyelembe [$\binom{28}{4} = 20475$]

14. B Hány különböző rendszám adható ki, amely három betűből és azt követő három számból áll? [$26^3 \cdot 10^3 = 260^3$]

15. B Egy kockával ötször dobunk egymás után. Hány olyan dobássorozat van, amelyben csak az első és az utolsó dobás hatos? [125]

16. B Egy kockával ötször dobunk egymás után. Hány olyan dobássorozat van, amelyben az első dobás négyes és az utolsó dobás hármas? [216]

17. B Egy kockával négyszer dobunk egymás után. Hány olyan dobássorozat van, amelyben minden dobás különböző? [360]

18. 100 csavar közül, amelyek között 10 selejtes van, kiválasztunk 5-öt.
    (a) B Hányféleképp lehetséges ez? [$\binom{100}{5}$]
    (b) B Hány olyan választás létezik, amelyben 4 csavar jó 1 selejtes? [$\binom{90}{4} \cdot \binom{10}{1}$]

(c) B Hány olyan eset van, amelyben a kiválasztottak mind hibátlan csavarok? $[\binom{90}{5} \cdot \binom{10}{0} = \binom{90}{5}]$

(d) B Hány olyan választás létezik, amelyben 2 csavar jó? $[\binom{90}{2} \cdot \binom{10}{3}]$

(e) B Hány olyan választás létezik, amelyben 4 csavar selejtes? $[\binom{90}{1} \cdot \binom{10}{4}]$

19. Egy osztályban 14 fiú és 10 lány van. Hányféleképp tudunk kiválasztani

(a) B 4 diákot $[\binom{24}{4}]$

(b) B 2 fiút és 2 lányt $[\binom{14}{2} \cdot \binom{10}{2}]$

(c) B 5 fiút $[\binom{14}{5} \cdot \binom{10}{0} = \binom{14}{5}]$

(d) B 3 lányt $[\binom{14}{0} \cdot \binom{10}{3} = \binom{10}{3}]$

(e) B 4 diákot úgy, hogy legalább 3 lány legyen közöttük
[lehet 3 vagy 4 lány $\binom{14}{1} \cdot \binom{10}{3} + \binom{14}{0} \cdot \binom{10}{4}$]

20. 32 lapos magyar kártyából nyolc lapot osztunk. Hányféleképp fordulhat elő, hogy

(a) B 2 ászt osztunk $[\binom{4}{2} \cdot \binom{28}{6}]$

(b) B 3 felsőt osztunk $[\binom{4}{3} \cdot \binom{28}{5}]$

(c) B 5 pirosat osztunk $[\binom{8}{5} \cdot \binom{24}{3}]$

21. 32 lapos magyar kártyából 4 lapot osztunk. Hányféleképp fordulhat elő, hogy a kiosztottak között

(a) B 3 alsót osztunk $[\binom{4}{3} \cdot \binom{28}{1}]$

(b) B 2 zöldet osztunk $[\binom{8}{2} \cdot \binom{24}{2}]$

(c) B 1 piros lap van $[\binom{8}{1} \cdot \binom{24}{3}]$

(d) B nincs piros lap $[\binom{8}{0} \cdot \binom{24}{4}]$

(e) B van piros lap
$[\binom{24}{3} \cdot \binom{8}{1} + \binom{24}{2} \cdot \binom{8}{2} + \binom{24}{1} \cdot \binom{8}{3} + \binom{24}{0} \cdot \binom{8}{4}$ vagy $\binom{32}{4} - \binom{24}{4}]$

(f) B nincs felső $[\binom{4}{0} \cdot \binom{28}{4} = \binom{28}{4}]$

22. B A villamos jegykezelő automatája legalább egy, legfeljebb négy számot lyukaszt a villamosjegy kilenc száma közül. Hányféle lyukasztás lehetséges? $[\binom{9}{1} + \binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{9}{4}]$

23. B Egy vállalatnál 40 eladó közül 28 szakképzett 12 szakképzetlen. Hányféleképp lehet közülük 8 tagú csoportot kiválasztani, hogy a csoportban a szakképzetlenek száma legfeljebb 25% legyen? $[\binom{28}{8} \cdot \binom{12}{0} + \binom{28}{7} \cdot \binom{12}{1} + \binom{28}{6} \cdot \binom{12}{2}]$

24. 500 termék közül 4% selejtes. Hányféleképpen lehet visszatevés nélkül 10 terméket kiválasztani úgy, hogy közöttük

(a) B egy selejtes se legyen $[\binom{480}{10} \cdot \binom{20}{0} = \binom{480}{10}]$

(b) B mind a 10 selejtes legyen [$\binom{480}{0} \cdot \binom{20}{10} = \binom{20}{10}$]

(c) B pontosan 4 selejtes legyen [$\binom{20}{4} \cdot \binom{480}{6}$]

(d) B legfeljebb 3 selejtes legyen
[lehet 0,1,2,3 selejtes $\binom{480}{10} \cdot \binom{20}{0} + \binom{480}{9} \cdot \binom{20}{1} + \binom{480}{8} \cdot \binom{20}{2} + \binom{480}{7} \cdot \binom{20}{3}$]

25. Hányféleképp sorsolhatunk ki 20 ember között egy 8000 Ft, egy 5000 Ft és egy 3000 Ft értékű könyvutalványt, ha

(a) B egy ember csak egyszer nyerhet [6840]

(b) B egy ember többször is nyerhet [8000]

26. B Hányféleképp sorsolhatunk ki 20 ember között három darab 5000 Ft értékű könyvutalványt, ha egy ember csak egyszer nyerhet? [1 140]

27. B Egy 10 kérdésből álló tesztben az egyes kérdésekre három lehetséges válasz közül lehet választani, amelyeket A,B,C betűvel jelölnek. Hányféle válaszsorozat lehetséges? [59 049]

28. B Egy cukrászdában 4 féle torta kapható. Egy hat szeletből álló süteménycsomagot szeretnénk vásárolni. Hányféleképpen tehetjük ezt meg? [$\binom{4+6-1}{6} = \binom{9}{6}$]

29. B Egy pénzérmét négyszer egymás után feldobunk. Hányféle dobássorozat adódhat? Írja fel a lehetséges sorozatokat! [16]

30. B Egy pénzérmét hétszer egymás után feldobunk. Hányféle dobássorozat van, amelyben pontosan öt fej van? [$\binom{7}{5} = 21$]

31. B Egy pénzérmét hétszer egymás után feldobunk. Hányféle dobássorozat van, amelyben legalább hat fej van? [$\binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 8$]