

## KOMPLEX SZÁMOK

1. Végezze el a kijelölt műveleteket! Határozza meg a kapott komplex számok valós részét, képzetes részét és abszolút értékét!

Adottak:  $z_1 = 2 + 4i$ ;  $z_2 = -3 - 5i$

- (a)  $z_1 + z_2$   
 $[-1 - i; Re(-1 - i) = -1; Im(-1 - i) = -1; |-1 - i| = \sqrt{2}]$
- (b)  $z_1 - z_2$   
 $[5 + 9i; Re(5 + 9i) = 5; Im(5 + 9i) = 9; |5 + 9i| = \sqrt{106}]$
- (c)  $3z_2 - 5\bar{z}_1$   
 $[-19 + 5i; Re(-19 + 5i) = -19; Im(-19 + 5i) = 5; |-19 + 5i| = \sqrt{386} = 19,65]$
- (d)  $z_1 \cdot z_2$   
 $[14 - 22i; Re(14 - 22i) = 14; Im(14 - 22i) = -22; |14 - 22i| = 26,08]$
- (e)  $(2z_2)^2$   
 $[-64 + 120i; Re(-64 + 120i) = -64; Im(-64 + 120i) = 120; |-64 + 120i| = 136]$
- (f)  $\frac{z_2}{z_1}$   
 $[-\frac{13}{10} + \frac{1}{10}i; Re(-\frac{13}{10} + \frac{1}{10}i) = -\frac{13}{10}; Im(-\frac{13}{10} + \frac{1}{10}i) = \frac{1}{10}; |-\frac{13}{10} + \frac{1}{10}i| = 1,30]$
- (g)  $\frac{3}{4z_1}$   
 $[\frac{3}{40} - \frac{3}{20}i; Re(\frac{3}{40} - \frac{3}{20}i) = \frac{3}{40}; Im(\frac{3}{40} - \frac{3}{20}i) = -\frac{3}{20}; |\frac{3}{40} - \frac{3}{20}i| = 0,17]$
- (h)  $z_1^2 + 2z_2^2$   
 $[-44 + 76i; Re(-44 + 76i) = -44; Im(-44 + 76i) = 76; |-44 + 76i| = 87,82]$
- (i)  $(z_1 + 2)(z_2 - i)$   
 $[12 - 36i; Re(12 - 36i) = 12; Im(12 - 36i) = -36; |12 - 36i| = 37,95]$
- (j) **B**  $z_1^2 \cdot \bar{z}_2$   
 $[-44 - 108i; Re(-44 - 108i) = -44; Im(-44 - 108i) = -108; |-44 - 108i| = 116,62]$
- (k) **B**  $\left(\frac{z_1 + 2}{z_2 - i}\right)^2$   
 $[\frac{128}{225} - \frac{32}{75}i; Re(\frac{128}{225} - \frac{32}{75}i) = \frac{128}{225}; Im(\frac{128}{225} - \frac{32}{75}i) = -\frac{32}{75}; |\frac{128}{225} - \frac{32}{75}i| = \frac{32}{45}]$

2. Számítsa ki a következő hatványokat!

- (a)  $i^{227}$  [-i]
- (b)  $i^{440}$  [1]
- (c)  $i^{101}$  [i]
- (d)  $i^{2014}$  [-1]

$$(e) \quad i^{3645} \quad [i]$$

$$(f) \quad \mathbf{B} \quad \sum_{n=1}^{2001} i^n \quad [i]$$

3. Végezze el a kijelölt műveleteket!

Adottak:  $z_1 = 2 - 3i$ ;  $z_2 = 4i - 1$ ;  $z_3 = 7 + 2i$

$$(a) \quad \mathbf{B} \quad i^{17} + z_1 \bar{z}_3 \quad [8 - 24i]$$

$$(b) \quad \mathbf{B} \quad i^{44} - \bar{z}_1 z_2 \quad [15 - 5i]$$

$$(c) \quad \overline{(3z_1 - 2z_2)} \quad [8 + 17i]$$

$$(d) \quad \mathbf{B} \quad \overline{(4z_2 - 5z_3)} + z_1^2 \quad [-44 - 18i]$$

$$(e) \quad \mathbf{B} \quad \left| \frac{z_3 - z_1}{z_2} \right| \quad \left[ \left| \frac{15}{17} - \frac{25}{17}i \right| = 1,71 \right]$$

$$(f) \quad \mathbf{B} \quad \frac{z_1 + i^{105}}{z_2 + \bar{z}_3} \quad \left[ \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i \right]$$

$$(g) \quad \mathbf{B} \quad |\bar{z}_1 + 3z_2| \quad [|-1 - 15i| = \sqrt{226}]$$

$$(h) \quad \mathbf{B} \quad |z_1^2 + \bar{z}_2| \quad [|-6 - 16i| = \sqrt{292}]$$

$$(i) \quad \mathbf{B} \quad z_3 - \frac{z_1}{z_2} \quad \left[ \frac{133}{17} + \frac{39}{17}i \right]$$

$$(j) \quad \mathbf{B} \quad \frac{z_1^2}{z_3} - i^{1427} \quad \left[ -\frac{59}{53} - \frac{21}{53}i \right]$$

$$(k) \quad \mathbf{B} \quad \left( \frac{z_2}{z_3} \right)^2 \quad \left[ -\frac{899}{2809} + \frac{60}{2809}i \right]$$

4. Végezze el a kijelölt műveleteket! Határozza meg a kapott komplex számok valós részét és képzetes részét!

$$(a) \quad \mathbf{B} \quad 3 - \frac{2}{1-i} + \frac{4}{3+2i} \\ \left[ \frac{38}{13} - \frac{21}{13}i; \operatorname{Re}\left(\frac{38}{13} - \frac{21}{13}i\right) = \frac{38}{13}; \operatorname{Im}\left(\frac{38}{13} - \frac{21}{13}i\right) = -\frac{21}{13} \right]$$

$$(b) \quad \mathbf{B} \quad \frac{4-2i}{3-4i} + \frac{2+3i}{2i} \\ \left[ \frac{23}{10} - \frac{3}{5}i; \operatorname{Re}\left(\frac{23}{10} - \frac{3}{5}i\right) = \frac{23}{10}; \operatorname{Im}\left(\frac{23}{10} - \frac{3}{5}i\right) = -\frac{3}{5} \right]$$

$$(c) \quad \mathbf{B} \quad (-1-2i)^2 - (4+i^{2013}) \\ [-7+3i; \operatorname{Re}(-7+3i) = -7; \operatorname{Im}(-7+3i) = 3]$$

$$(d) \quad \mathbf{B} \quad 3 - \frac{(-2-3i)^2}{i} \\ [-9-5i; \operatorname{Re}(-9-5i) = -9; \operatorname{Im}(-9-5i) = -5]$$

$$(e) \quad \mathbf{B} \quad -i^6 + \frac{5i+1}{-1+5i} \\ \left[ \frac{25}{13} - \frac{5}{13}i; \operatorname{Re}\left(\frac{25}{13} - \frac{5}{13}i\right) = \frac{25}{13}; \operatorname{Im}\left(\frac{25}{13} - \frac{5}{13}i\right) = -\frac{5}{13} \right]$$

(f) **B**  $\frac{-6i - 6}{1 + i} + i^{22}$   
 $[-7; Re(-7) = -7; Im(-7) = 0]$

(g) **B**  $\frac{25}{4 - 3i} + \overline{(6 - 2i)}$   
 $[10 + 5i; Re(10 + 5i) = 10; Im(10 + 5i) = 5]$

(h) **B**  $-(1 - 4i^{13}) + \frac{\overline{(-3 - 2i)}}{i}$   
 $[1 + 7i; Re(1 + 7i) = 1; Im(1 + 7i) = 7]$

5. **B** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z + 3i = 4 - (2 - 3i)^2 \quad [z = 9 + 9i]$$

6. **B** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$2 - 4iz = 2i - (3 + i^{199}) \quad [z = -\frac{3}{4} - \frac{5}{4}i]$$

7. **B** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$2 - (4 - 3i)z = (1 - 2i)^2 z + i \quad [z = \frac{9}{50} + \frac{13}{50}i]$$

8. **B** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$3 - 2\bar{z} = 3 - 2i\bar{z} \quad [z = 0]$$

9. **B** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(-1 - i)^2(1 - i\bar{z}) = 2 + 3i\bar{z} \quad [z = \frac{10}{13} - \frac{2}{13}i]$$

10. **B** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$\frac{2}{1 + iz} - \frac{3}{2 - z} = 0 \quad [z = \frac{2}{13} - \frac{3}{13}i]$$

11. **B** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(2 - i)z + 9 + 2i^{23} = \frac{-34i}{5 - 3i} \quad [z = -\frac{9}{5} - \frac{12}{5}i]$$

12. **B** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(3 - 4z + i^{15} + iz) \left( 2 + \frac{3 - iz}{z - 1} \right) = 0 \quad [z_1 = \frac{13}{17} - \frac{1}{17}i; z_2 = -\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i]$$

13. Határozza meg a következő komplex számok trigonometrikus alakját!

(a)  $-7$   $[7(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)]$

(b)  $4$   $[4(\cos 0^\circ + i \sin 0^\circ)]$

(c)  $5i$   $[5(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)]$

(d)  $-8i$   $[8(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)]$

(e)  $-2 + 2i$   $[\sqrt{8}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ) = 2, 83(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)]$

(f)  $-3\sqrt{7} - 3\sqrt{7}i$   $[\sqrt{126}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ) = 11, 225(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)]$

(g)  $2i\sqrt{3} + 2$   $[2i\sqrt{3} + 2 = 2 + 2\sqrt{3}i; 4(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)]$

$$(h) \quad 5\sqrt{2} - 2\sqrt{3}i \quad \left[ \sqrt{62}(\cos 333, 9^\circ + i \sin 333, 9^\circ) = 7, 874(\cos 333, 9^\circ + i \sin 333, 9^\circ) \right]$$

$$(i) \quad -2\sqrt{5} - 3\sqrt{8}i \quad \left[ \sqrt{92}(\cos 242, 21^\circ + i \sin 242, 21^\circ) = 9, 592(\cos 242, 21^\circ + i \sin 242, 21^\circ) \right]$$

14. Írja át algebrai alakba az alábbi komplex számokat!

$$(a) \quad 4(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ) \quad \left[ 2\sqrt{3} + 2i \right]$$

$$(b) \quad \sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ) \quad \left[ -1 - i \right]$$

$$(c) \quad \sqrt{3}(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ) \quad \left[ \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right]$$

$$(d) \quad 3(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) \quad \left[ -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right]$$

15. Végezze el a kijelölt műveletet!

$$z_1 = 6(\cos 175^\circ + i \sin 175^\circ), z_2 = 12(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ), z_3 = 5(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ), \\ z_4 = 4(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ), z_5 = 4 - 3i$$

$$(a) \quad z_1 \cdot z_2 \quad \left[ 72(\cos 295^\circ + i \sin 295^\circ) \right]$$

$$(b) \quad z_3 \cdot z_2 \quad \left[ 60(\cos 420^\circ + i \sin 420^\circ) = 60(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) \right]$$

$$(c) \quad \frac{z_3}{z_2} \quad \left[ \frac{5}{12}(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) \right]$$

$$(d) \quad \frac{z_2}{z_4} \quad \left[ 3(\cos(-210^\circ) + i \sin(-210^\circ)) = 3(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ) \right]$$

$$(e) \quad z_1 \cdot z_4 \quad \left[ 24(\cos 505^\circ + i \sin 505^\circ) = 24(\cos 145^\circ + i \sin 145^\circ) \right]$$

$$(f) \quad \frac{z_1}{z_3} \quad \left[ \frac{6}{5}(\cos(-125^\circ) + i \sin(-125^\circ)) = \frac{6}{5}(\cos 235^\circ + i \sin 235^\circ) \right]$$

$$(g) \quad z_2 + z_5 \quad \left[ -2 + 7, 39i \right]$$

$$(h) \quad z_5 - z_3 \quad \left[ 1, 5 + 1, 33i \right]$$

$$(i) \quad z_5 + \overline{z_4} \quad \left[ 7, 46 - i \right]$$

16. Írja fel a következő komplex számokat trigonometrikus alakban!

$$(a) \quad \mathbf{B} \quad \frac{3}{2 - 2i} \quad \left[ 1, 06(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) \right]$$

$$(b) \quad \mathbf{B} \quad \frac{i}{5 + 5i} \quad \left[ 0, 14(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) \right]$$

$$(c) \quad \mathbf{B} \quad 8i(\sqrt{3} - i) \quad \left[ 16(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) \right]$$

$$(d) \quad \mathbf{B} \quad -2i(\sqrt{2} + i) \quad \left[ 3, 46(\cos 305, 26^\circ + i \sin 305, 26^\circ) \right]$$

$$(e) \quad \mathbf{B} \quad \frac{i}{3(\cos 58^\circ + i \sin 58^\circ)} \quad \left[ \frac{1}{3}(\cos 32^\circ + i \sin 32^\circ) \right]$$

$$(f) \quad \mathbf{B} \quad \frac{2}{\sqrt{2}(\cos 110^\circ + i \sin 110^\circ)} \quad \left[ \frac{2}{\sqrt{2}}(\cos 250^\circ + i \sin 250^\circ) = \sqrt{2}(\cos 250^\circ + i \sin 250^\circ) \right]$$

$$(g) \quad B \quad \frac{6(\cos 123^\circ + i \sin 123^\circ)}{-i} \qquad [6(\cos 213^\circ + i \sin 213^\circ)]$$

17. Végezze el a kijelölt műveletet!

$$(a) \quad B \quad (-\sqrt{3} + i)^5 \qquad [2(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)]^5 = 32(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$$

$$(b) \quad B \quad (-\sqrt{6} - \sqrt{6}i)^4 \qquad [3,464(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)]^4 = 144(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$$

$$(c) \quad B \quad (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}i)^7 \qquad [6,164(\cos 316,51^\circ + i \sin 316,51^\circ)]^7 = 338094,74(\cos 55,57^\circ + i \sin 55,57^\circ)$$

$$(d) \quad B \quad \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^6 \qquad [1(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ)]^6 = 1(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$$

$$(e) \quad B \quad \left(\frac{3 - 7i}{2 + 5i}\right)^{10} \qquad [(-1 - i)^{10} = [\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)]^{10} = 32(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)]$$

$$(f) \quad B \quad \sqrt{-64} \qquad [\sqrt{64(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)} = 8(\cos \frac{180^\circ + k \cdot 360^\circ}{2} + i \sin \frac{180^\circ + k \cdot 360^\circ}{2}); k = 0, 1]$$

$$(g) \quad B \quad \sqrt[3]{3 - 3\sqrt{3}i} \qquad [\sqrt[3]{6(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)} = 1,817(\cos \frac{300^\circ + k \cdot 360^\circ}{3} + i \sin \frac{300^\circ + k \cdot 360^\circ}{3}); k = 0, 1, 2]$$

$$(h) \quad B \quad \sqrt{7 + 5i} \qquad [\sqrt{8,602(\cos 35,54^\circ + i \sin 35,54^\circ)} = 2,933(\cos \frac{35,54^\circ + k \cdot 360^\circ}{2} + i \sin \frac{35,54^\circ + k \cdot 360^\circ}{2}); k = 0, 1]$$

$$(i) \quad B \quad \sqrt[4]{-\sqrt{3} + 4i} \qquad [\sqrt[4]{4,359(\cos 113,41^\circ + i \sin 113,41^\circ)} = 1,445(\cos \frac{113,41^\circ + k \cdot 360^\circ}{4} + i \sin \frac{113,41^\circ + k \cdot 360^\circ}{4}); k = 0, 1, 2, 3]$$

$$(j) \quad B \quad \sqrt[3]{\frac{8(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)}{4(\cos 100^\circ + i \sin 100^\circ)}} \qquad [\sqrt[3]{2(\cos 200^\circ + i \sin 200^\circ)} = 1,26(\cos \frac{200^\circ + k \cdot 360^\circ}{3} + i \sin \frac{200^\circ + k \cdot 360^\circ}{3}); k = 0, 1, 2]$$

$$(k) \quad B \quad \sqrt[5]{\frac{3(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)}{\sqrt{2}(\cos 110^\circ + i \sin 110^\circ)}} \qquad [\sqrt[5]{2,12(\cos 290^\circ + i \sin 290^\circ)} = 1,16(\cos \frac{290^\circ + k \cdot 360^\circ}{5} + i \sin \frac{290^\circ + k \cdot 360^\circ}{5}); k = 0, 1, 2, 3, 4]$$

18. Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^2 + 2z + 10 = 0 \qquad [z_1 = -1 + 3i; z_2 = -1 - 3i]$$

19. Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^2 - 4z = -13 \qquad [z_1 = 2 + 3i; z_2 = 2 - 3i]$$

20. **B** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^6 + 8 = 0$$

$$\left[ z_k = \sqrt[6]{8}(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = \sqrt[6]{8}(\cos \frac{180^\circ + k \cdot 360^\circ}{6} + i \sin \frac{180^\circ + k \cdot 360^\circ}{6}); k = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \right]$$

21. **B** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^3 - i^5 = -1$$

$$\left[ z_k = \sqrt[3]{\sqrt{2}}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ) = \sqrt[3]{2}(\cos \frac{135^\circ + k \cdot 360^\circ}{3} + i \sin \frac{135^\circ + k \cdot 360^\circ}{3}); k = 0, 1, 2 \right]$$

22. **B** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^4 - 81 = 0$$

$$\left[ z_k = \sqrt[4]{81}(\cos 0^\circ + i \sin 0^\circ) = 3(\cos \frac{0^\circ + k \cdot 360^\circ}{4} + i \sin \frac{0^\circ + k \cdot 360^\circ}{4}); k = 0, 1, 2, 3 \right]$$

$$[z_1 = 3(\cos 0^\circ + i \sin 0^\circ); z_2 = 3(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ); z_3 = 3(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ); z_4 = 3(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)]$$

23. **B** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^5 + 1 = 0$$

$$\left[ z_k = \sqrt[5]{1}(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ) = 1(\cos \frac{180^\circ + k \cdot 360^\circ}{5} + i \sin \frac{180^\circ + k \cdot 360^\circ}{5}); k = 0, 1, 2, 3, 4 \right]$$

$$[z_1 = 1(\cos 36^\circ + i \sin 36^\circ); z_2 = 1(\cos 108^\circ + i \sin 108^\circ); z_3 = 1(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ); z_4 = 1(\cos 252^\circ + i \sin 252^\circ); z_5 = 1(\cos 324^\circ + i \sin 324^\circ)]$$

24. Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^4 + 3z^2 - 4 = 0$$

másodfokú egyenlet megoldásai:  $-4; 1$

$$[z_1 = 2(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ); z_2 = 2(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ); z_3 = 1(\cos 0^\circ + i \sin 0^\circ); z_4 = 1(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)]$$

25. Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^6 - 5z^3 = -6$$

másodfokú egyenlet megoldásai:  $2; 3$

$$[z_1 = \sqrt[3]{2}(\cos 0^\circ + i \sin 0^\circ); z_2 = \sqrt[3]{2}(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ); z_3 = \sqrt[3]{2}(\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ); z_4 = \sqrt[3]{3}(\cos 0^\circ + i \sin 0^\circ); z_5 = \sqrt[3]{3}(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ); z_6 = \sqrt[3]{3}(\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ)]$$

26. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^2 + 19 + 4i = (4 + 2i)z \quad [z_1 = 2 + 5i; z_2 = 2 - 3i]$$

27. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^2 - (2 + 3i)z - 1 = -3i \quad [z_1 = 1 + 2i; z_2 = 1 + i]$$

28. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^2 + 2iz = -1 - 2i - 2z \quad [z_1 = -1; z_2 = -1 - 2i]$$

29. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$-iz^2 - 6z + 10i = 0 \quad [z_1 = -1 + 3i; z_2 = 1 + 3i]$$

30. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$2z^6 + 4\sqrt{2}z^3 = -8$$

másodfokú egyenlet megoldásai:  $-\sqrt{2} + \sqrt{2}i; -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$

$$[z_1 = \sqrt[3]{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ); z_2 = \sqrt[3]{2}(\cos 165^\circ + i \sin 165^\circ); z_3 = \sqrt[3]{2}(\cos 285^\circ + i \sin 285^\circ); z_4 = \sqrt[3]{2}(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ); z_5 = \sqrt[3]{2}(\cos 195^\circ + i \sin 195^\circ); z_6 = \sqrt[3]{2}(\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ)]$$

31. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^6 - 4iz^3 - 8 = 0$$

másodfokú egyenlet megoldásai:  $-2 + 2i; 2 + 2i$

$$[z_1 = \sqrt[6]{8}(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ); z_2 = \sqrt[6]{8}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ); z_3 = \sqrt[6]{8}(\cos 255^\circ + i \sin 255^\circ); z_4 = \sqrt[6]{8}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ); z_5 = \sqrt[6]{8}(\cos 165^\circ + i \sin 165^\circ); z_6 = \sqrt[6]{8}(\cos 285^\circ + i \sin 285^\circ)]$$

32. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^6 + 8\sqrt{3}z^3 = 64i^{2010}$$

másodfokú egyenlet megoldásai:  $-4\sqrt{3} + 4i; -4\sqrt{3} - 4i$

$$[z_1 = 2(\cos 50^\circ + i \sin 50^\circ); z_2 = 2(\cos 170^\circ + i \sin 170^\circ); z_3 = 2(\cos 290^\circ + i \sin 290^\circ); z_4 = 2(\cos 70^\circ + i \sin 70^\circ); z_5 = 2(\cos 190^\circ + i \sin 190^\circ); z_6 = 2(\cos 310^\circ + i \sin 310^\circ)]$$

33. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(2 - 3i)z^4 + 8\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ) = -40 + 40i$$

$$[z_1 = 2(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ); z_2 = 2(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ); z_3 = 2(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ); z_4 = 2(\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ)]$$

34. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(2 + i)z^3 + 24i = 16\sqrt{2}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$$

$$[z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ); z_2 = 2(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ); z_3 = 2(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)]$$

35. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(1 + i)z^3 + 12 - 4i = 4\sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$$

$$[z_1 = 2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ); z_2 = 2(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ); z_3 = 2(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)]$$

36. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(1 - \sqrt{3}i)z^4 + 12 + 20i = 20\sqrt{2}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$$

$$[z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ); z_2 = 2(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ); z_3 = 2(\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ); z_4 = 2(\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ)]$$

37. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$100 + 275i + (1 + 2i)z^3 = 25\sqrt{2}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$$

$$[z_1 = 5(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ); z_2 = 5(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ); z_3 = 5(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)]$$

38. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^4 - 4\sqrt{2}iz^2 = 12$$

másodfokú egyenlet megoldásai:  $2 + 2\sqrt{2}i; -2 + 2\sqrt{2}i$

$$[z_1 = \sqrt[4]{12}(\cos 27, 36^\circ + i \sin 27, 36^\circ); z_2 = \sqrt[4]{12}(\cos 207, 36^\circ + i \sin 207, 36^\circ);$$

$$z_3 = \sqrt[4]{12}(\cos 62, 63^\circ + i \sin 62, 63^\circ); z_4 = \sqrt[4]{12}(\cos 242, 63^\circ + i \sin 242, 63^\circ)]$$

39. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^6 + 4 - 2iz^3 = 4i - 4z^3$$

másodfokú egyenlet megoldásai:  $-2 + 2i; -2$

$$[z_1 = \sqrt[6]{8}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ); z_2 = \sqrt[6]{8}(\cos 165^\circ + i \sin 165^\circ); z_3 = \sqrt[6]{8}(\cos 285^\circ + i \sin 285^\circ); \\ z_4 = \sqrt[3]{2}(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ); z_5 = \sqrt[3]{2}(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ); z_6 = \sqrt[3]{2}(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)]$$

40. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$z^4 - 2iz^2 + i = 1 + z^2$$

másodfokú egyenlet megoldásai:  $1 + i; i$

$$[z_1 = \sqrt[4]{2}(\cos 22,5^\circ + i \sin 22,5^\circ); z_2 = \sqrt[4]{2}(\cos 202,5^\circ + i \sin 202,5^\circ); z_3 = 1(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ); z_4 = 1(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ)]$$

41. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$\left(1 + 2i - \frac{i}{z}\right) \left(z + \frac{4}{z}\right) = 0$$

$$[z_1 = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}i; z_2 = 2(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ); z_3 = 2(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)]$$

42. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$\left(i^{1015} + 3i - 4 + \frac{i}{z}\right) \left(-\frac{5}{z} + iz\right) = 0$$

$$[z_1 = -\frac{1}{10} + \frac{2}{10}i; z_2 = \sqrt{5}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ); z_3 = \sqrt{5}(\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ)]$$

43. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(z^4 + 16i)(z^2 + 7) = 0$$

$$[z_1 = 2(\cos 67,5^\circ + i \sin 67,5^\circ); z_2 = 2(\cos 157,5^\circ + i \sin 157,5^\circ); z_3 = 2(\cos 247,5^\circ + i \sin 247,5^\circ); z_4 = 2(\cos 337,5^\circ + i \sin 337,5^\circ); z_5 = \sqrt{7}(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ); z_6 = \sqrt{7}(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)]$$

44. **V** Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(z^2 - 4z + 5)(z^4 - 81i) = 0$$

$$[z_1 = 2 + i; z_2 = 2 - i; z_3 = 3(\cos 22,5^\circ + i \sin 22,5^\circ); z_4 = 3(\cos 112,5^\circ + i \sin 112,5^\circ); z_5 = 3(\cos 202,5^\circ + i \sin 202,5^\circ); z_6 = 3(\cos 292,5^\circ + i \sin 292,5^\circ)]$$