

## FÜGGVÉNYVIZSGÁLAT

1. **B** Hol metszi az  $x$  tengelyt az  $f(x) = \ln(x^2 - 3)$  függvény grafikonja?  
**Megoldás:**  $-2; 2$
2. **B** Hol metszi az  $y$  tengelyt az  $f(x) = \frac{x^3 + 2x + 1}{x^4}$  függvény grafikonja?  
**Megoldás:** nem metszi
3. **B** Vizsgálja meg az  $f(x) = xe^{-x^2}$  függvény szimmetria tulajdonságait!  
**Megoldás:** páratlan
4. **B** Vizsgálja meg az  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$  függvény szimmetria tulajdonságait!  
**Megoldás:** páros
5. **B** Adja meg a függvény értelmezési tartományát! Határozza meg az  $f(x) = x^3 - x^2 + x$  függvény lokális szélsőértékét(szélsőértékeit)!  
**Megoldás:**  $D_f = R$ , nincs lokális szélsőérték
6. **B** Adja meg a függvény értelmezési tartományát! Határozza meg az  $f(x) = x^3 - x^2 + x$  függvény inflexiós pontját(pontjait)!  
**Megoldás:**  $D_f = R, \frac{1}{3}$
7. **B** Adja meg a függvény értelmezési tartományát! Határozza meg az  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$  függvény lokális szélsőértékét(szélsőértékeit)!  
**Megoldás:**  $D_f = R, -1; 0; 1$
8. **B** Adja meg a függvény értelmezési tartományát! Határozza meg az  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$  függvény inflexiós pontját(pontjait)!  
**Megoldás:**  $D_f = R, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}$
9. **B** Határozza meg az  $f(x) = x + \frac{4}{x}$  függvény lokális minimumának függvényértékét!  
**Megoldás:** 4
10. **B** Határozza meg az  $f(x) = x + \frac{4}{x}$  függvény lokális maximumának függvényértékét!  
**Megoldás:** -4
11. **B** Adja meg a függvény értelmezési tartományát! Határozza meg az  $f(x) = \frac{6x}{x^2 + 2}$  függvény lokális szélsőértékét(szélsőértékeit)!  
**Megoldás:**  $-\sqrt{2}; \sqrt{2}$
12. **B** Milyen intervallum(ok)on nő az  $f(x) = -x^3 + 12x + 1$  függvény?  
**Megoldás:**  $]-2, 2[$

13. **B** Milyen intervallum(ok)on csökken az  $f(x) = -2x^3 + 6x - 4$  függvény?

**Megoldás:**  $]-\infty, -1[$  és  $]1, \infty[$

14. **B** Milyen intervallum(ok)on nő az  $f(x) = \frac{-2x}{x^2 + 4}$  függvény?

**Megoldás:**  $]-\infty, -2[$  és  $]2, \infty[$

15. **B** Határozza meg az  $f(x) = \frac{-2x}{x^2 + 4}$  függvény lokális minimumának függvényértékét!

**Megoldás:** -0,5

16. **B** Határozza meg az  $f(x) = \frac{-2x}{x^2 + 4}$  függvény lokális maximumának függvényértékét!

**Megoldás:** 0,5

17. **B** Hol konkáv az  $f(x) = \frac{x^6}{30} - 8x^2$  függvény?

**Megoldás:**  $]-2; 2[$

18. **V** Végezzen teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = x^3 - 0,5x^4$  függvényen!

**Megoldás**

- $D_f = R = ]-\infty; \infty[$
- $f(x)$  zérushelyei: 0; 2 (a függvény itt metszi az x tengelyt)  
y tengelyt metszi: 0
- $f(x) \neq f(-x)$  nem páros a függvény  
 $-f(x) \neq f(-x)$  nem páratlan a függvény
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 0,5x^4) = -\infty$   
 $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 - 0,5x^4) = -\infty$
- $f'(x) = 3x^2 - 2x^3$   
 $f'(x)$  zérushelyei: 0;  $\frac{3}{2}$

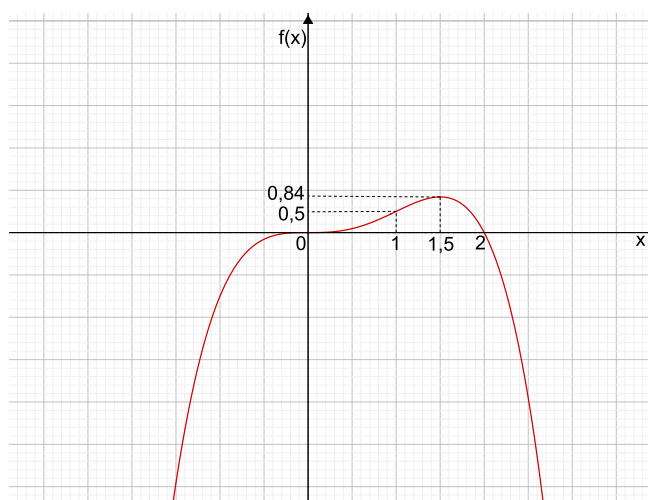
$D_f$	$]-\infty; 0[$	0	$]0; \frac{3}{2}[$	$\frac{3}{2}$	$]\frac{3}{2}; \infty[$
$f'(x)$	+	0	+	0	-
$f(x)$	mon.nő	X	mon. nő	lok.max.	mon.csökk.

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{32} \approx 0,84$$

6.  $f''(x) = 6x - 6x^2$   
 $f''(x)$  zérushelyei: 0; 1

$D_f$	$]-\infty; 0[$	0	$]0; 1[$	1	$]1; \infty[$
$f''(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	konkáv	infl.pont	konvex	infl.pont	konkáv

$$f(0) = 0, f(1) = 0,5$$



7.

8.  $R_f = ]-\infty; \frac{27}{32}]$

- 19.
- V**
- Végezzen teljes függvényvizsgálatot az
- $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$
- függvényen!

**Megoldás**

- 20.
- V**
- Végezzen teljes függvényvizsgálatot az
- $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x}$
- függvényen!

**Megoldás**

- 21.
- V**
- Végezzen teljes függvényvizsgálatot az
- $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3}$
- függvényen!

**Megoldás**

1.  $D_f = R \setminus \{0\} = ]-\infty; 0[ \cup ]0; \infty[$

- 2.
- $f(x)$
- zérushelyei:
- $1; -1$
- (a függvény itt metszi az
- $x$
- tengelyt)

Az  $y$  tengelyt nem metszi a függvény, mivel nincs értelmezve az  $x = 0$  pontban.

3.  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3}; f(-x) = \frac{(-x)^2 - 1}{(-x)^3} = \frac{x^2 - 1}{-x^3} = -\frac{x^2 - 1}{x^3}; -f(x) = -\frac{x^2 - 1}{x^3}$

 $f(x) \neq f(-x)$  nem páros a függvény $-f(x) = f(-x)$  a függvény páratlan

4.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{x^3} = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 1}{x^3} = \infty$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{x^3} = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^3} = 0$

5.  $f'(x) = \frac{-x^4 + 3x^2}{x^6} = \frac{-x^2 + 3}{x^4}$

 $f'(x)$  zérushelyei:  $-\sqrt{3} = -1,73; \sqrt{3} = 1,73$

$D_f$	$] -\infty; -\sqrt{3}[$	$-\sqrt{3}$	$] -\sqrt{3}; 0[$	0	$]0; \sqrt{3}[$	$\sqrt{3}$	$] \sqrt{3}; \infty[$
$f'(x)$	-	0	+	nincs ért.	+	0	-
$f(x)$	mon.csökk.	lok.min.	mon. nő	nincs ért.	mon.nő	lok.max.	mon.csökk.

$$f(-\sqrt{3}) = \frac{-2}{3\sqrt{3}} \approx -0,38$$

$$f(\sqrt{3}) = \frac{2}{3\sqrt{3}} \approx 0,38$$

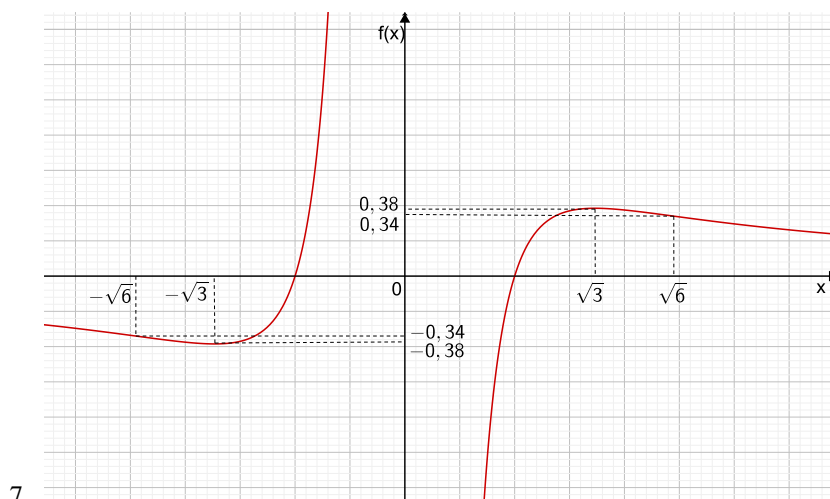
$$6. f''(x) = \frac{2x^5 - 12x^3}{x^8} = \frac{2x^2 - 12}{x^5}$$

$$f''(x) \text{ zérushelyei: } -\sqrt{6} = -2,45; \sqrt{6} = 2,45$$

$D_f$	$] -\infty; -\sqrt{6}[$	$-\sqrt{6}$	$] -\sqrt{6}; 0[$	0	$]0; \sqrt{6}[$	$\sqrt{6}$	$] \sqrt{6}; \infty[$
$f'(x)$	-	0	+	nincs ért.	-	0	+
$f(x)$	konkáv	infl. pont	konvex	nincs ért.	konkáv	infl. pont	konvex

$$f(-\sqrt{6}) = \frac{-5}{6\sqrt{6}} \approx -0,34$$

$$f(\sqrt{6}) = \frac{5}{6\sqrt{6}} \approx 0,34$$



7.

$$8. R_f = R$$

22. **V** Végezzen teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = \frac{x}{4-x^2}$  függvényen!

**Megoldás**

23. **V** Végezzen teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = \frac{x^2}{x^2+4}$  függvényen!

**Megoldás**

$$1. D_f = R$$

2.  $f(x)$  zérushelyei: 0 (a függvény itt metszi az x tengelyt)  
y tengelyt metszi:  $f(0) = 0$

$$3. f(x) = \frac{x^2}{x^2+4}; f(-x) = \frac{(-x)^2}{(-x)^2+4} = \frac{x^2}{x^2+4}; -f(x) = -\frac{x^2}{x^2+4}$$

$f(x) = f(-x)$  a függvény páros  
 $-f(x) \neq f(-x)$  a függvény nem páratlan

$$4. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2 + 4} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 + 4} = 1$$

$$5. f'(x) = \frac{8x}{(x^2+4)^2}$$

$f'(x)$  zérushelyei: 0

$D_f$	$] -\infty; 0[$	0	$]0; \infty[$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	mon.csökk.	lok.min.	mon. nő

$$f(0) = 0$$

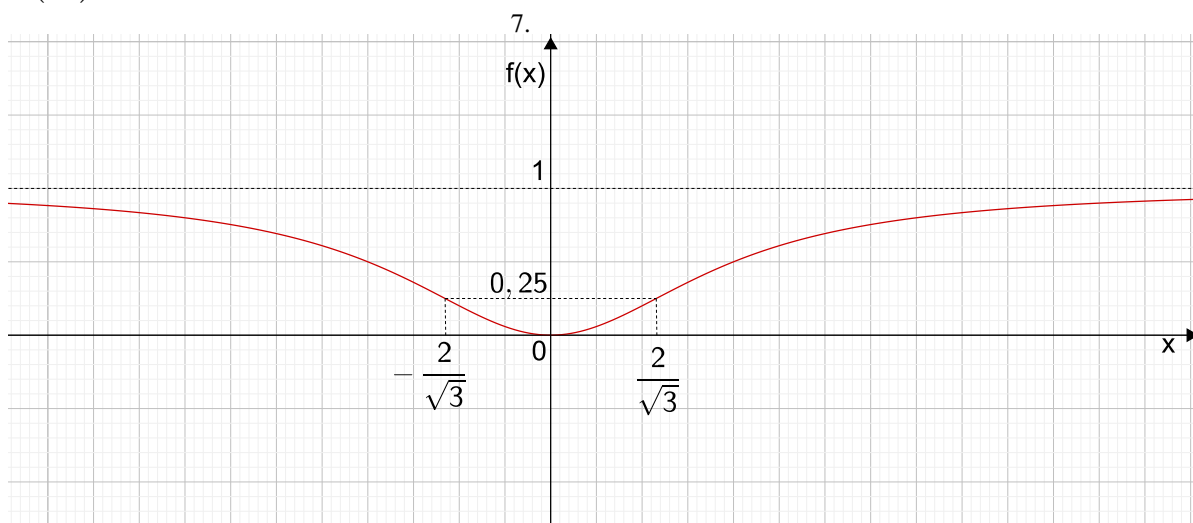
$$6. f''(x) = \frac{8 \cdot (x^2+4)^2 - 8x \cdot 2 \cdot (x^2+4) \cdot 2x}{(x^2+4)^4} = \frac{8(x^2+4)^2 - 32x^2(x^2+4)}{(x^2+4)^4} = \frac{(x^2+4)(8(x^2+4) - 32x^2)}{(x^2+4)^4} = \frac{-24x^2 + 32}{(x^2+4)^3}$$

$f''(x)$  zérushelyei:  $-\frac{2}{\sqrt{3}} = -1,15$ ;  $\frac{2}{\sqrt{3}} = 1,15$

$D_f$	$] -\infty; -\frac{2}{\sqrt{3}}[$	$-\frac{2}{\sqrt{3}}$	$] -\frac{2}{\sqrt{3}}; \frac{2}{\sqrt{3}}[$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$] \frac{2}{\sqrt{3}}; \infty[$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	konkáv	infl. pont	konvex	infl. pont	konkáv

$$f\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$f\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{4} = 0,25$$



$$8. R_f = [0; 1[$$

24. **V** Végezzen teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = x^2 \ln x$  függvényen!

**Megoldás**

25. **V** Végezzen teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = x^2 e^{-x}$  függvényen!

**Megoldás**

26. **V** Végezzen teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = (x+3)^2 e^{-x}$  függvényen!

**Megoldás**

27. **V** Végezzen teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = \frac{e^x}{x}$  függvényen!

**Megoldás**

28. **V** Végezzen teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = \ln(x^2 + 4)$  függvényen!

**Megoldás**

29. **V** Végezzen teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = \ln(x^2 - 1)$  függvényen!

**Megoldás**

30. **V** Végezzen teljes függvényvizsgálatot az  $f(x) = xe^{-x^2}$  függvényen!

**Megoldás**