Többváltozós függvények

1. Határozza meg az $f : R^2 \to R : f(x, y) = x \ln(x + y)$ függvény gradiensét a $(3; -2)$ pontban! $[grad_f(3; -2) = \bigtriangledown f(3; -2) = (3, 3)]$

2. Határozza meg az $f : R^2 \to R : f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$ függvény gradiensét a $(3; 4)$ pontban! $[f(x, y) = \ln \sqrt{x^2 + y^2} = \ln(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2); f_x(x, y) = \frac{x}{x^2+y^2}; f_y(x, y) = \frac{y}{x^2+y^2}; grad_f(3; 4) = \bigtriangledown f(3; 4) = (\frac{3}{25}, \frac{4}{25})]$

3. Határozza meg az $f : R^2 \to R : f(x, y) = 2xy^2 - y$ függvény $\underline{u}(1; 2)$ irányú iránymenti deriváltját a $(1; -1)$ pontban! $[f_{\underline{u}}(1; -1) = -\frac{8}{\sqrt{5}}]$

4. Határozza meg az $f : R^2 \to R : f(x, y) = x\mathrm{e}^y - y\mathrm{e}^x$ függvény $\underline{u}(-5; 2)$ irányú iránymenti deriváltját a $(0; 0)$ pontban! $[f_x(x, y) = \mathrm{e}^y - y\mathrm{e}^x; f_y(x, y) = x\mathrm{e}^y - \mathrm{e}^x; f_{\underline{u}}(-5; 2) = -\frac{7}{\sqrt{29}}]$

5. Határozza meg az $f : R^2 \to R : f(x, y) = (x + 2y)^3$ függvény $\underline{u}(2; 1)$ irányú iránymenti deriváltját a $P(1; 1)$ pontban! $[f_{\underline{u}}(1; 1) = \frac{108}{\sqrt{5}}]$