

## VALÓSZÍNŰSÉGI VÁLTOZÓ, ELOSZLÁS, ELOSZLÁSFÜGGVÉNY

1. Egy szabályos pénzérmét egymás után kétszer feldobunk. A valószínűségi változó jelentse az írás dobások számát. A valószínűségi változó jelentse a dobott írások számát.

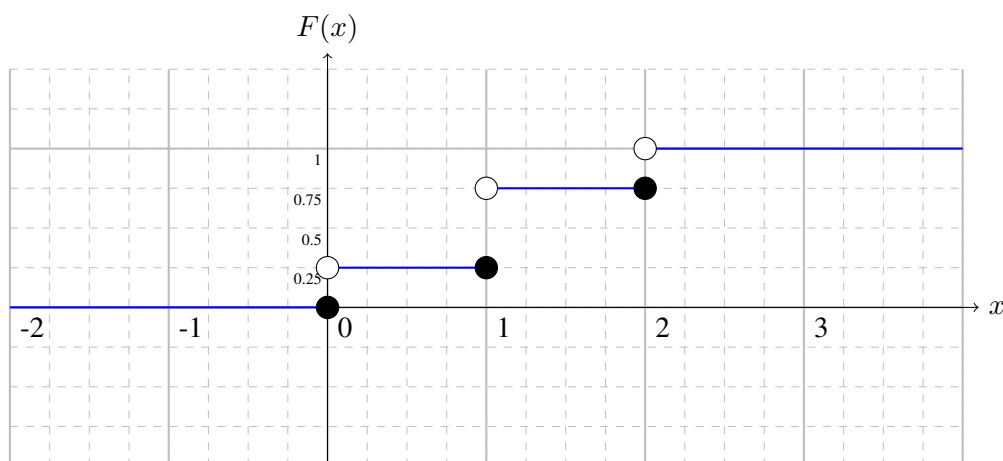
(a) **B,V** Írja fel a valószínűségi változó eloszlását!

$$\xi : \begin{cases} 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 2 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{cases}$$

(b) **B,V** Írja fel a valószínűségi változó eloszlásfüggvényét!

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ \frac{3}{4} & \text{ha } 1 < x \leq 2 \\ 1 & \text{ha } x > 2 \end{cases}$$

(c) **B,V** Ábrázolja az eloszlásfüggvényt!



(d) **B,V** Határozza meg a valószínűségi változó várható értékét!  $[M(\xi) = 1]$

2. Egy szabályos pénzérmét egymás után háromszor feldobunk. A valószínűségi változó jelentse az fejdobások számát. A valószínűségi változó jelentse a dobott fejek számát.

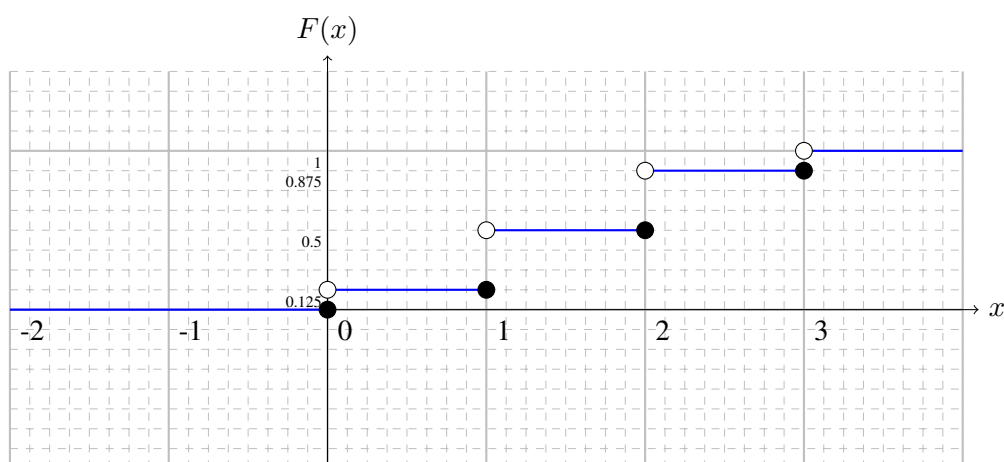
(a) **B,V** Írja fel a valószínűségi változó eloszlását!

$$\xi : \begin{cases} 0 & \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \\ 1 & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ 2 & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \\ 3 & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{cases}$$

(b) **B,V** Írja fel a valószínűségi változó eloszlásfüggvényét!

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 0 \\ \frac{1}{8} & \text{ha } 0 < x \leq 1 \\ \frac{4}{8} & \text{ha } 1 < x \leq 2 \\ \frac{7}{8} & \text{ha } 2 < x \leq 3 \\ 1 & \text{ha } x > 3 \end{cases}$$

(c) **B,V** Ábrázolja az eloszlásfüggvényt!



(d) **B,V** Határozza meg a valószínűségi változó várható értékét!  $[M(\xi) = \frac{3}{2}]$

3. Két különböző szabályos dobókockát elgurítunk.

(a) **B,V** Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét, ha a valószínűségi változó a dobott hatosok száma!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ \frac{25}{36} & \frac{10}{36} & \frac{1}{36} \end{array} ; M(\xi) = \frac{1}{3} \right\} \right]$

(b) **B,V** Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét, ha a valószínűségi változó értéke 0, ha a dobott számok szorzata páros, 1, ha a dobott számok szorzata páratlan!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 0,75 & 0,25 \end{array} ; M(\xi) = 0,25 \right\} \right]$

(c) **B,V** Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét, ha a valószínűségi változó a dobott számok összege!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{cccccccccccc} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ \frac{1}{36} & \frac{2}{36} & \frac{3}{36} & \frac{4}{36} & \frac{5}{36} & \frac{6}{36} & \frac{5}{36} & \frac{4}{36} & \frac{3}{36} & \frac{2}{36} & \frac{1}{36} \end{array} ; M(\xi) = 7 \right\} \right]$

(d) **B,V** Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét, ha a valószínűségi változó a dobott számok szorzatának hárommal vett maradéka!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ \frac{20}{36} & \frac{8}{36} & \frac{8}{36} \end{array} ; M(\xi) = 0,6667 \right\} \right]$

(e) **B,V** Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét, ha a valószínűségi változó értéke 1, ha az első szám nagyobb, 0, ha a két szám megegyezik,  $-2$ , ha a második szám nagyobb!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & 1 & -2 \\ \frac{6}{36} & \frac{15}{36} & \frac{15}{36} \end{array} ; M(\xi) = -\frac{15}{36} \right\} \right]$

4. **B,V** Egy dobozban 6 kék és 9 fehér golyó van. Három golyót húzunk visszatevéssel. A valószínűségi változó jelentse a kihúzott fehér golyók számát. Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,064 & 0,2888 & 0,432 & 0,216 \end{array} ; M(\xi) = 1,8 \right\} \right]$

5. **B,V** Egy dobozban 6 kék és 9 fehér golyó van. Három golyót húzunk visszatevés nélkül. A valószínűségi változó jelentse a kihúzott fehér golyók számát. Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,044 & 0,2967 & 0,4747 & 0,1846 \end{array} ; M(\xi) = 1,7999 \right. \right]$
6. **B,V** Egy 32 lapos magyar kártyából húzunk visszatevéssel 4 lapot. A valószínűségi változó legyen a kihúzott zöld lapok száma. Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0,3164 & 0,4219 & 0,2109 & 0,0469 & 0,0039 \end{array} ; M(\xi) = \right. \right]$
7. **B,V** Egy 32 lapos magyar kártyából húzunk visszatevés nélkül 4 lapot. A valószínűségi változó legyen a kihúzott zöld lapok száma. Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0,2955 & 0,4503 & 0,2149 & 0,0374 & 0,0019 \end{array} ; M(\xi) = \right. \right]$
8. **B,V** Egy 32 lapos magyar kártyából húzunk visszatevéssel 4 lapot. A valószínűségi változó legyen a kihúzott ászok száma. Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0,5862 & 0,3350 & 0,07178 & 0,00684 & 0,000244 \end{array} ; M(\xi) = \right. \right]$
9. **B,V** Egy 32 lapos magyar kártyából húzunk visszatevés nélkül 4 lapot. A valószínűségi változó legyen a kihúzott ászok száma. Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0,5694 & 0,3644 & 0,0631 & 0,00311 & 0,0000278 \end{array} ; M(\xi) = \right. \right]$
10. **B,V** Egy szabályos dobókockával addig dobunk, míg nem dobunk hármast. A valószínűségi változó jelölje a szükséges dobások számát. Adja meg a valószínűségi változó eloszlását!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & \dots & k & \dots \\ \frac{1}{6} = 0,1667 & \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = 0,1333 & \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = 0,1157 & \dots & \left(\frac{5}{6}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{6} & \dots \end{array} \right. \right]$
11. **B,V** Egy 32 lapos magyar kártyából visszatevéssel addig húzunk, míg nem húzunk ászt. A valószínűségi változó jelölje a szükséges húzások számát. Adja meg a valószínűségi változó eloszlását!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & \dots & k & \dots \\ \frac{4}{32} = 0,125 & \frac{28}{32} \cdot \frac{4}{32} = 0,1094 & \left(\frac{28}{32}\right)^2 \cdot \frac{4}{32} = 0,0957 & \dots & \left(\frac{28}{32}\right)^{k-1} \cdot \frac{4}{32} & \dots \end{array} \right. \right]$
12. **B,V** Egy 32 lapos magyar kártyából visszatevés nélkül addig húzunk, míg nem húzunk ászt. A valószínűségi változó jelölje a szükséges húzások számát. Adja meg a valószínűségi változó eloszlását!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & \dots & 29 \\ \frac{4}{32} & \frac{28}{32} \cdot \frac{4}{31} & \frac{28}{32} \cdot \frac{27}{31} \cdot \frac{4}{30} & \dots & \frac{28}{32} \cdot \frac{27}{31} \cdot \frac{26}{30} \cdot \frac{25}{29} \dots \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{4} \end{array} \right. \right]$
13. **V** Egy raktárban 120 termék van, amelyből 20 hibás. Visszatevéses mintavétellel kiválasztunk 3 terméket. A valószínűségi változó legyen a kiválasztott hibás termékek száma. Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét!  $\left[ \xi : \left\{ \begin{array}{cccc} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,5787 & 0,3472 & 0,0694 & 0,00462 \end{array} ; M(\xi) = \right. \right]$

14. **V** Egy raktárban 120 termék van, amelyből 20 hibás. Visszatevés nélküli mintavétellel kiválasztunk 3 terméket. A valószínűségi változó legyen a kiválasztott hibás termékek száma. Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és várható értékét!

$$\left[ \xi : \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0,5758 & 0,3525 & 0,0677 & 0,00406 \end{matrix} ; M(\xi) = \right]$$

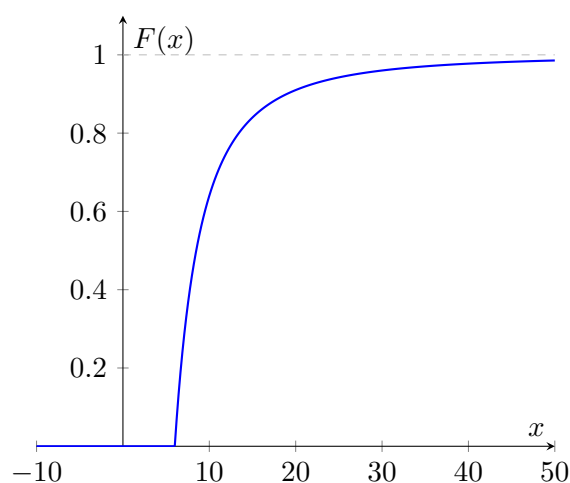
15. Adott a  $\xi$  valószínűségi változó eloszlásfüggvénye.

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{36}{x^2} & \text{ha } x > 6 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

- (a) Számítsa ki az alábbi valószínűségeket!

- |   |           |
|---|-----------|
| (a) <b>B,V</b> $P(\xi < 7)$             | [0, 2653] |
| (b) <b>B,V</b> $P(\xi < 1)$             | [0]       |
| (c) <b>B,V</b> $P(\xi \geq 7)$          | [0, 7347] |
| (d) <b>B,V</b> $P(\xi \geq 3)$          | [1]       |
| (e) <b>B,V</b> $P(\xi = 10)$            | [0]       |
| (f) <b>B,V</b> $P(\xi > 10)$            | [0, 36]   |
| (g) <b>B,V</b> $P(7 \leq \xi < 8)$      | [0, 1722] |
| (h) <b>B,V</b> $P(-3 < \xi < 8)$        | [0, 4375] |
| (i) <b>B,V</b> $P(\xi < 8   \xi < 11)$  | [0, 6228] |
| (j) <b>B,V</b> $P(\xi < 8   \xi > 7)$   | [0, 2344] |
| (k) <b>B,V</b> $P(\xi > 10   \xi > 12)$ | [1]       |
| (l) <b>B,V</b> $P(\xi < 9   \xi > 13)$  | [0]       |

- (b) Ábrázolja az eloszlásfüggvényt!



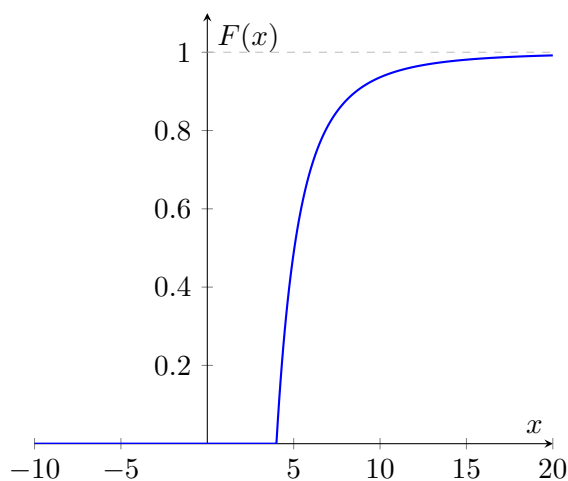
16. Adott a  $\xi$  valószínűségi változó eloszlásfüggvénye.

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{64}{x^3} & \text{ha } x > 4 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

(a) Számítsa ki az alábbi valószínűségeket!

- |                                       |           |
|---------------------------------------|-----------|
| (a) <b>B,V</b> $P(\xi < 6)$           | [0, 7037] |
| (b) <b>B,V</b> $P(\xi < 1)$           | [0]       |
| (c) <b>B,V</b> $P(\xi \geq 5)$        | [0, 512]  |
| (d) <b>B,V</b> $P(\xi \geq 2)$        | [1]       |
| (e) <b>B,V</b> $P(\xi = 9)$           | [0]       |
| (f) <b>B,V</b> $P(\xi > 7)$           | [0, 1866] |
| (g) <b>B,V</b> $P(5 \leq \xi < 10)$   | [0, 448]  |
| (h) <b>B,V</b> $P(-5 < \xi < 5)$      | [0, 488]  |
| (i) <b>B,V</b> $P(\xi < 6   \xi < 8)$ | [0, 8042] |
| (j) <b>B,V</b> $P(\xi < 6   \xi > 5)$ | [0, 4213] |
| (k) <b>B,V</b> $P(\xi > 8   \xi > 7)$ | [0, 6699] |
| (l) <b>B,V</b> $P(\xi < 6   \xi > 8)$ | [0]       |

(b) Ábrázolja az eloszlásfüggvényt!



17. Adott a  $\xi$  valószínűségi változó eloszlásfüggvénye.

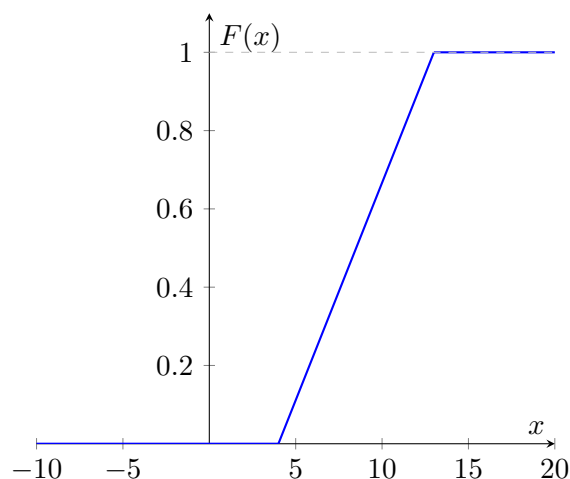
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 4 \\ \frac{x-4}{9} & \text{ha } 4 < x \leq 13 \\ 1 & \text{ha } x > 13 \end{cases}$$

(a) Számítsa ki az alábbi valószínűségeket!

- |                                |           |
|--------------------------------|-----------|
| (a) <b>B,V</b> $P(\xi < 8)$    | [0, 4444] |
| (b) <b>B,V</b> $P(\xi \geq 9)$ | [0, 4444] |
| (c) <b>B,V</b> $P(\xi \geq 2)$ | [1]       |
| (d) <b>B,V</b> $P(\xi > 9)$    | [0, 4444] |
| (e) <b>B,V</b> $P(\xi = 5)$    | [0]       |

- (f) **B,V**  $P(1 < \xi \leq 10)$  [0, 6667]  
 (g) **B,V**  $P(5 \leq \xi < 8)$  [0, 3333]  
 (h) **B,V**  $P(\xi < 12 | \xi > 6)$  [0, 8571]

(b) Ábrázolja az eloszlásfüggvényt!



18. Adott a  $\xi$  valószínűségi változó eloszlásfüggvénye.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 2 \\ \frac{x^2-4}{21} & \text{ha } 2 < x \leq 5 \\ 1 & \text{ha } x > 5 \end{cases}$$

(a) Számítsa ki az alábbi valószínűségeket!

- (a) **B,V**  $P(\xi < 4)$  [0, 57]  
 (b) **B,V**  $P(\xi \geq 3)$  [0, 7619]  
 (c) **B,V**  $P(\xi \leq 3)$  [0, 2381]  
 (d) **B,V**  $P(\xi > 3)$  [0, 7619]  
 (e) **B,V**  $P(\xi = 3)$  [0]  
 (f) **B,V**  $P(0 < \xi \leq 4)$  [0, 57]  
 (g) **B,V**  $P(3 < \xi < 4)$  [0, 3333]  
 (h) **B,V**  $P(\xi < 4 | \xi > 3)$  [0, 4375]  
 (i) **B,V**  $P(\xi < 4 | \xi \leq 3)$  [1]  
 (j) **B,V**  $P(\xi > 4 | \xi < 3)$  [0]

(b) Ábrázolja az eloszlásfüggvényt!

