

# TARTÓSZERKEZETEK III.

## KERESZTMETSZETEK ELLENÁLLÁSA + STABILITÁSI ELLENÁLLÁS

### 1 KERESZTMETSZETEK ELLENÁLLÁSA

- 1.1 Csavarlyukkal gyengített központosan húzott rúd
- 1.2 Egyik szárán kapcsolt központosan húzott szögacél
- 1.3 1. keresztmetszeti osztályú szelvény nyomatókkal és nyíróerővel terhelve (kölcshatás)
- 1.4 4. keresztmetszeti osztályú szelvény normálerővel terhelve
- 1.5 1. keresztmetszeti osztályú szelvény nyomatókkal és nyíróerővel terhelve (kölcshatás)
- 1.6 3. keresztmetszeti osztályú szelvény nyomatókkal terhelve
- 1.7 4. keresztmetszeti osztályú szelvény nyomatókkal terhelve
- 1.8 1. keresztmetszeti osztályú szelvény nyomatókkal és normálerővel terhelve
- 1.9 3. keresztmetszeti osztályú szelvény nyomatókkal és normálerővel terhelve
- 1.10 4. keresztmetszeti osztályú szelvény nyomatókkal és normálerővel terhelve
- 1.11 Tervezési nyomatóki ellenállás meghatározása különböző anyagok alkalmazása esetén
- 1.12 3. keresztmetszeti osztályú hegesztett tartó nyomatókkal és nyíróerővel terhelve

### 2 STABILITÁSVIZSGÁLAT

- 2.1 I keresztmetszetű melegen hengerelt szelvényű központosan nyomott rúd kihajlási ellenállása
- 2.2 Hegesztett zárt szelvényű központosan nyomott rúd kihajlási ellenállása
- 2.3 Rácsostartó nyomott rácsrúdjának kihajlási ellenállása
- 2.4 Kis hézagú központosan nyomott rúd kihajlási ellenállása
- 2.5 Melegen hengerelt I-szelvényű gerenda kifordulási ellenállása (övmerevség vizsgálat)
- 2.6 Hegesztett I-szelvényű gerenda kifordulási ellenállása (övmerevség vizsgálat)

## 1.1 Példa

Ellenőrizzük az ábrán látható 200·12 méretű központosan húzott rúd egyszer nyírt csavarozott illesztését  $N_{Ed}=450$  kN erőre.

Alapanyag: S235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

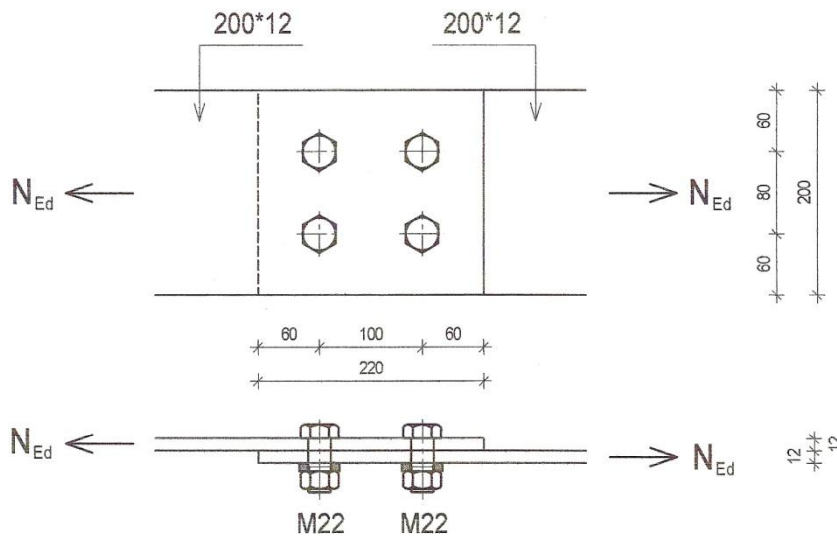
$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{lásd 3.1 táblázat})$$

$$\gamma_{M0} = 1,00$$

$$\gamma_{M2} = 1,25 \quad (\text{lásd 2.1 táblázat})$$

Csavarok: M22

$d_o=24$  mm



A teljes km folyási ellenállása:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{200 \cdot 12 \cdot 235}{1.0} = 564000 \text{ N} = 564 \text{ kN}$$

A csavarlyukkal gyengített km töréssel szembeni ellenállása:

$$N_{u,Rd} = \frac{0.9 \cdot A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} = \frac{0.9 \cdot (200 - 2 \cdot 24) \cdot 12 \cdot 360}{1.25} = 472781 \text{ N} = 472.781 \text{ kN}$$

A húzott km ellenállása:

$$N_{t,Rd} = \min(N_{pl,Rd}; N_{u,Rd}) = N_{u,Rd} = 472.781kN$$

$$N_{t,Rd} > N_{Ed} = 450kN$$

A rúd húzásra megfelel!

## 1.2 Példa

Határozzuk meg az egyik szárán kapcsolt L90-90-10 szögacél tervezési húzási ellenállását.

Alapanyag: S235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2$$

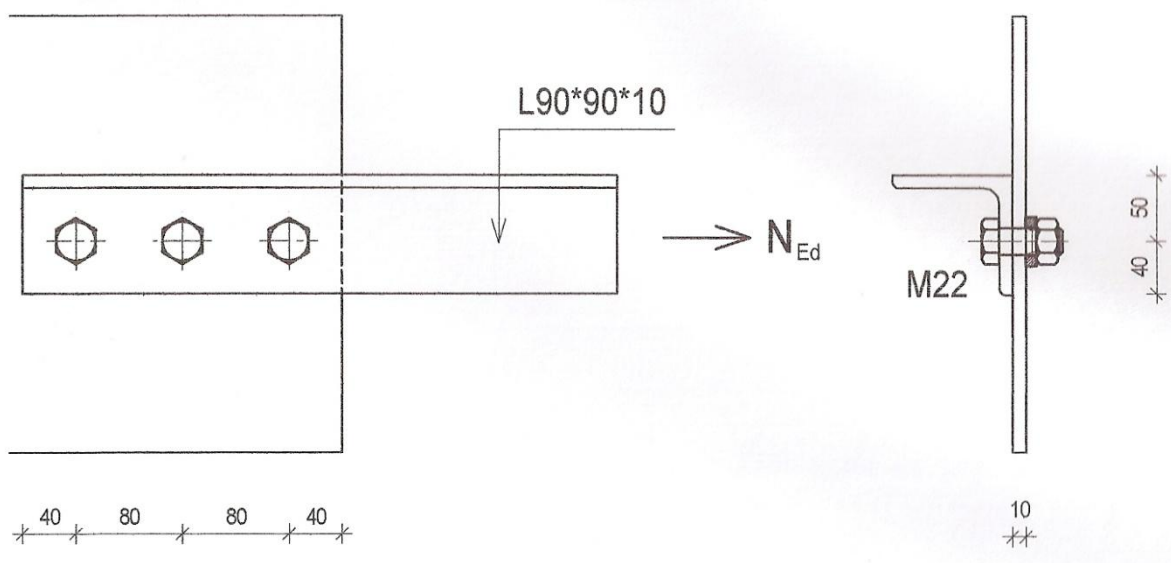
$$\gamma_{M0} = 1,00$$

$$\gamma_{M2} = 1,25$$

Csavarok: M20

$$d_o = 22 \text{ mm}$$

$$A = 17,1 \text{ cm}^2$$



$$p_1 = 80 \text{ mm}$$

A teljes km folyási ellenállása:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1710 \cdot 235}{1,0} = 401850 \text{ N} = 401,85 \text{ KN}$$

A csavarlyukakkal gyengített szelvény törési tervezési ellenállása három vagy több csavar esetén:

$$\beta = 0.3 + 0.08 \cdot \frac{p_1}{d_o} \quad \text{de} \quad 0.5 \leq \beta \leq 0.7$$

$$\beta = 0.3 + 0.08 \cdot \frac{80}{22} = 0.59$$

$$N_{u,Rd} = \beta \cdot \frac{A_{net} \cdot f_u}{\gamma_{M2}} = 0.59 \cdot \frac{(1710 - 22 \cdot 10) \cdot 360}{1.25} = 429120N = 429.12KN$$

A húzott km ellenállása:

$$N_{t,Rd} = \min(N_{pl,Rd}; N_{u,Rd}) = N_{pl,Rd} = 401.85kN$$

### 1.3 Példa

Határozza meg az I 240-es hengerelt tartó tervezési nyomási ellenállását.

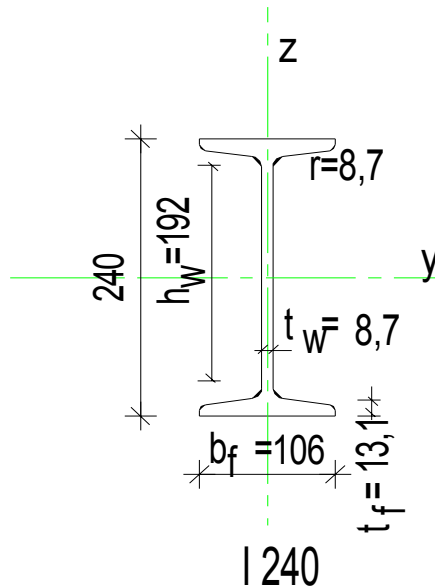
Alapanyag: S 235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{lásd 3.1 táblázat})$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1,0$$

$$\gamma_{M0} = 1,0 \quad (\text{lásd 2.1 táblázat})$$



Szelvényjellemzők: I 240 (szelvényjellemzők: Csellár Szépe táblázatból)

$$A = 46,1 \text{ cm}^2$$

A keresztmetszet osztályozása:

öv (nyomott) (egyik szélén megtámasztott, másik szélén szabad lemezelem)  
(lásd 4.2 táblázat)

$$c_f = \frac{b_f}{2} - r - \frac{t_w}{2} = \frac{106}{2} - 8,7 - \frac{8,7}{2} = 39,95$$

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{39,95}{13,1} = 3,04 < 9 \cdot \varepsilon = 9$$

Tehát az öv 1. keresztmetszeti osztályú.

gerinc (nyomott) (két szélén megtámasztott lemezelem) (lásd 4.1 táblázat)

$$h_w = c_w = 192 \text{ mm}$$

$$\frac{c_w}{t_w} = \frac{192}{8,7} = 22,07 < 33\varepsilon = 33$$

Tehát a gerinc 1. keresztmetszeti osztályú.

Így az egész szelvény 1. keresztmetszeti osztályú.

Az 1. keresztmetszet tervezési nyomási ellenállása:

$$N_{c,Rd} = A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 4610 \cdot \frac{235}{1,0} = 1083350 \text{ N} = 1083,4 \text{ kN}$$

## 1.4 Példa

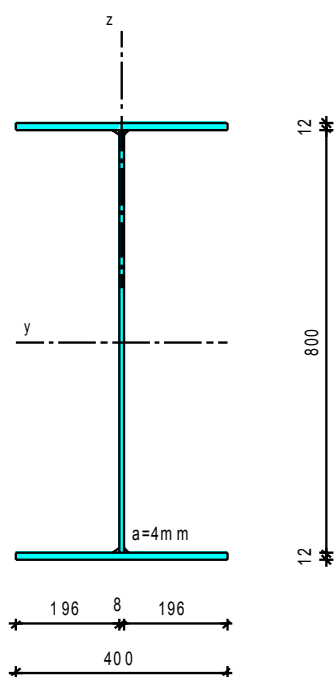
Határozza meg az alábbi hegesztett szelvény tervezési nyomási ellenállását.

Alapanyag S 355

$$f_y = 355 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81$$

$$\gamma_{M1} = 1.0$$



A keresztmetszet osztályozása:

öv (nyomott) (egyik szélén megtámasztott, másik szélén szabad lemezelem)

$$c_f = \frac{b_f}{2} - \sqrt{2} \cdot a - \frac{t_w}{2} = \frac{400}{2} - \sqrt{2} \cdot 4 - \frac{8}{2} = 190,3$$

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{190}{12} = 15,86 > 14 \cdot \varepsilon = 14 \cdot 0,81 = 11,34$$

Tehát az öv 4. keresztmetszeti osztályú



gerinc (nyomott) (két szélén megtámasztott lemezelem)

$$c_w = h_w - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a = 800 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 4 = 788,7$$

$$\frac{c_w}{t_w} = \frac{788,7}{8} = 98,59 > 42 \cdot \varepsilon = 42 \cdot 0,81 = 34,02$$

Tehát a gerinc 4. keresztmetszeti osztályú.

Így a teljes keresztmetszet 4. keresztmetszeti osztályú.

Az övlemez vizsgálata: (lásd 5.1 táblázat)

Szabad szélű elem, egyenletes feszültség eloszlással.

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1$$

Horpadási tényező:  $k_\sigma = 0,43$

Az övlemez karcsúsága:

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\bar{b}/t}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}} = \frac{c_f/t_f}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}} = \frac{190,3/12}{28,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{0,43}} = 1,051$$

Effektív szélesség számítása szabadszélű lemez esetén:

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{1,051 - 0,188}{1,051^2} = 0,7813$$

$$b_{\text{eff}} = \rho \cdot \bar{b} = \rho \cdot c_f = 0,7813 \cdot 190,3 = 148,7 \text{ mm}$$

Övek hatékony szélessége:

$$c_{f,\text{eff}} = 2 \cdot b_{\text{eff}} + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a + t_w = 2 \cdot 148,7 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 4 + 8 = 316,7 \text{ mm}$$

A gerinclemez vizsgálata:

Belső elem egyenletes feszültségeloszlással.

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 1$$

Horpadási tényező:  $k_\sigma = 4$

A gerinclemez karcsúsága:

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\bar{b}/t}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}} = \frac{c_w/t_w}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}} = \frac{788,7/8}{28,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{4}} = 2,143$$

Effektív szélesség számítása belső lemez esetén:

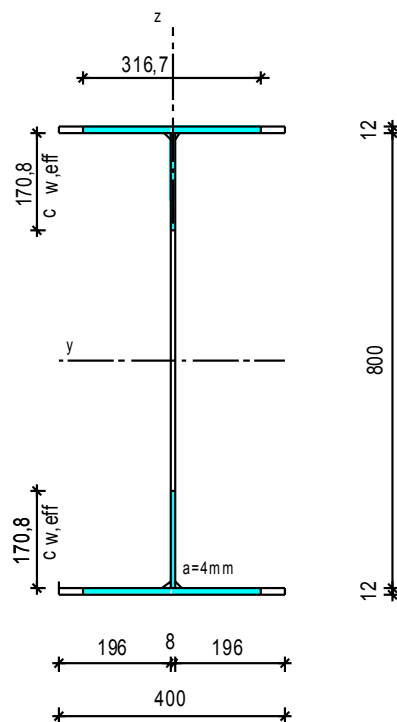
$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055 \cdot (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{2,143 - 0,055 \cdot (3 + 1)}{2,143^2} = 0,4187$$

$$b_{\text{eff}} = \rho \cdot \bar{b} = \rho \cdot c_w = 0,4187 \cdot 788,7 = 330,2 \text{ mm}$$

A gerinc hatékony szélessége alul és felül:

$$c_{w,\text{eff}} = \frac{b_{\text{eff}}}{2} + \sqrt{2} \cdot a = \frac{330,2}{2} + \sqrt{2} \cdot 4 = 170,8 \text{ mm}$$

A hatékony keresztmetszet:



$$A_{\text{eff}} = 2 \cdot c_{f,\text{eff}} \cdot t_f + 2 \cdot c_{w,\text{eff}} \cdot t_w = 2 \cdot 316,7 \cdot 12 + 2 \cdot 170,8 \cdot 0,8 = 103,34 \text{ cm}^2$$

A hatékony keresztmetszet nyomási ellenállása:

$$N_{c,Rd} = A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 103340 \cdot \frac{355}{1,0} = 3668400 \text{ N} = 3668,4 \text{ kN}$$

## 1.5 Példa

Vizsgáljuk meg az alábbi kéttámaszú tartót. A tartó I 240-es hengerelt szelvényből készült.

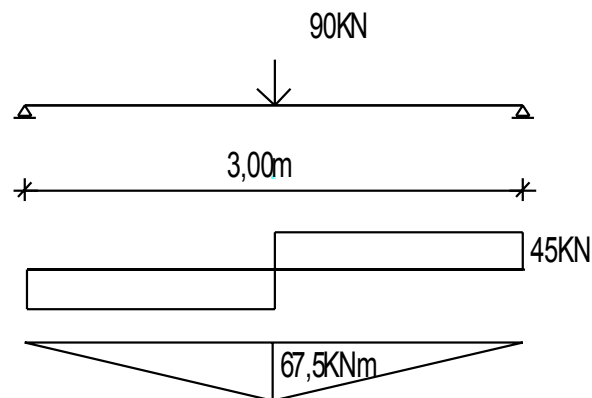
Alapanyag: S 235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1,0$$

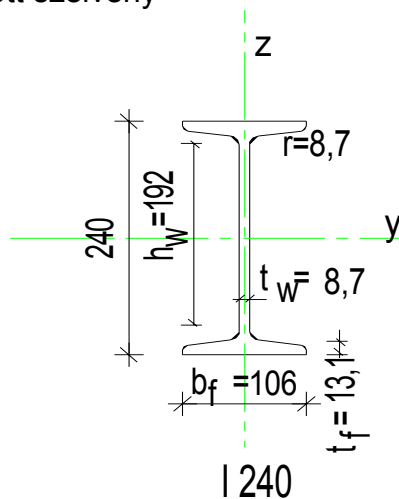
$$\gamma_{M0} = 1,0$$



$$V_{Ed} = \frac{90}{2} = 45 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 90 \cdot \frac{3,00}{4} = 67,5 \text{ kNm}$$

Az alkalmazott szelvény



Szelvényjellemzők:

$$A = 46,1 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 4250 \text{ cm}^4$$

$$W_y = 354 \text{ cm}^3$$

$$S_y = 206 \text{ cm}^3$$

$$W_{y,pl} = 2 \cdot S_y = 2 \cdot 206 = 412 \text{ cm}^3$$

A keresztmetszet osztályozása:

öv (nyomott) (egyik szélén megtámasztott, másik szélén szabad lemezelem)

$$c_f = \frac{b_f}{2} - r - \frac{t_w}{2} = \frac{106}{2} - 8,7 - \frac{8,7}{2} = 39,95$$

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{39,95}{13,1} = 3,04 < 9 \cdot \varepsilon = 9$$

Tehát az öv 1. keresztmetszeti osztályú.

$$c_f = \frac{b_f}{2} - r - \frac{t}{2} = \frac{106}{2} - 8,7 - \frac{8,7}{2} = 39,95 \quad \frac{c_f}{t_f} = \frac{39,95}{13,1} = 3,04 < 9 \cdot \varepsilon = 9$$

gerinc (hajlított) (két szélén megtámasztott lemezelem)

$$h_w = c_w = 192 \text{ mm}$$

$$\frac{c_w}{t_w} = \frac{192}{8,7} = 22,07 < 72 \cdot \varepsilon = 72 \cdot 1 = 72$$

Tehát a gerinc 1. keresztmetszeti osztályú.

Így az egész szelvény hajlításra és nyírásra 1. keresztmetszeti osztályú.

A keresztmetszet nyomatékai ellenállása (plasztikus módon):

$$M_{c,Rd} = W_{y,pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 412000 \cdot 235 = 96820000 \text{ Nmm} = 96,82 \text{ KNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} = \frac{67,5}{96,82} = 0,697 < 1 \quad \text{Megfelel !}$$

A keresztmetszet nyírási ellenállása:

A gerinc nyírásra figyelembe vehető területe:

$$A_{V,z} = h_w \cdot t_w = 213,8 \cdot 8,7 = 1860,1 \text{ mm}$$

ahol:

$$h_w = h - 2 \cdot t_f = 240 - 2 \cdot 13,1 = 213,8 \text{ mm}$$

$$V_{c,Rd} = A_{v,s} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 1860,1 \cdot \frac{235}{\sqrt{3} \cdot 1} = 252400 \text{ N} = 252,4 \text{ kN}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} = \frac{45}{252,4} = 0,178 < 1 \quad \text{Megfelel !}$$

Hajlítás és nyírás interakciójának ellenőrzése:

$$\text{mivel } \frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} = 0,178 < 0,5$$

A nyírás és hajlítás egymástól függetlennek tekinthető, együttes hatásuk vizsgálata nem szükséges!

## 1.6 Példa

Határozzuk meg a következő hegesztett I-tartó nyomatéki teherbírását.

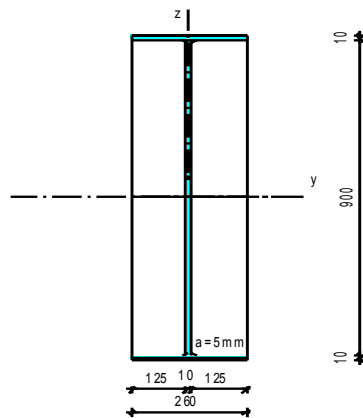
Alapanyag: S 235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1,0$$

$$\gamma_{M0} = 1,0$$



A keresztmetszet osztályozása:

öv (nyomott) (egyik szélén megtámasztott, másik szélén szabad lemezelem)

$$c_f = \frac{b_f}{2} - \sqrt{2} \cdot a - \frac{t_w}{2} = \frac{260}{2} - \sqrt{2} \cdot 5 - \frac{10}{2} = 117,93$$

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{117,93}{10} = 11,79$$

$$10 \cdot \varepsilon = 10 < 11,79 < 14 \cdot \varepsilon = 14$$

Tehát az öv 3. keresztmetszeti osztályú.

gerinc (hajlított) (két szélén megtámasztott lemezelem)

$$c_w = h_w - 2 \cdot a \cdot \sqrt{2} = 900 - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = 888,6$$

$$\frac{c_w}{t_w} = \frac{888,6}{10} = 88,86$$

$$83 \cdot \varepsilon = 83 < 88,86 < 124 \cdot \varepsilon = 124$$

Tehát a gerinc 3. keresztmetszeti osztályú.

Így a teljes keresztmetszet hajlításra 3. keresztmetszeti osztályú.

Szelvényjellemzők

$$I_{y,el} = \frac{1 \cdot 90^3}{12} + \frac{2 \cdot 26 \cdot 1^3}{12} + 2 \cdot 26 \cdot 1 \cdot 45,5^2 = 168416 \text{ cm}^4 = 168416 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$$

$$W_{y,el} = \frac{168416 \cdot 10^4}{460} = 3,661 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

A keresztmetszet nyomatéki ellenállása:

$$M_{c,Rd} = W_{el} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{3661000 \cdot 235}{10^6 \cdot 1} = 860,4 \text{ KNm}$$

## 1.7 Példa

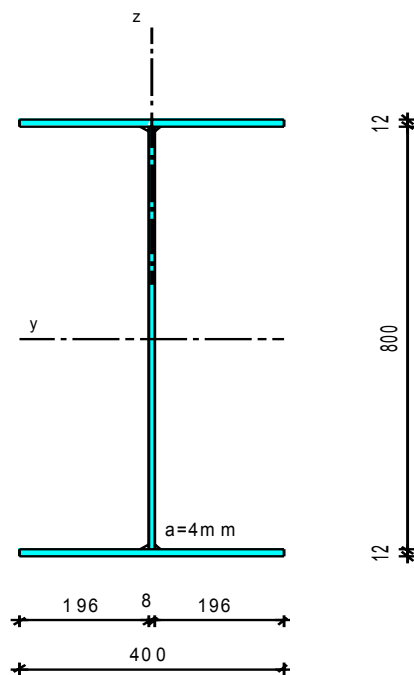
Határozza meg az alábbi hegesztett szelvény tervezési nyomatéki ellenállását.  
(A szelvény az 1.2 példával megegyezik.)

Alapanyag: S 355

$$f_y = 355 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81$$

$$\gamma_{M1} = 1.0$$



A keresztmetszet osztályozása:

Öv (nyomott) (egyik szélén megtámasztott, másik szélén szabad lemezelem)

$$c_f = \frac{b_f}{2} - \sqrt{2} \cdot a - \frac{t_w}{2} = \frac{400}{2} - \sqrt{2} \cdot 4 - \frac{8}{2} = 190,3$$

$$\frac{c_f}{t} = \frac{190,3}{12} = 15,86 > 14 \cdot \varepsilon = 14 \cdot 0,81 = 11,34$$

Az öv 4. keresztmetszeti osztályú.

Mivel az öv 4. keresztmetszeti osztályú, ezért a gerincet a hatékony nyomott öv ismeretében tudjuk osztályba sorolni!



Övek hatékony szélessége (1.2 példa alapján):

$$c_{eff} = 2 \cdot b_{eff} + 2\sqrt{2} \cdot a + t_w = 2 \cdot 148,7 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 4 + 8 = 316,7 \text{ mm}$$

A gerinclemez vizsgálatát a hatékony felső öv, és a teljes gerinc figyelembevételével végezzük.

A számításhoz szükség van a gerinc alsó és felső élében számítható feszültségre

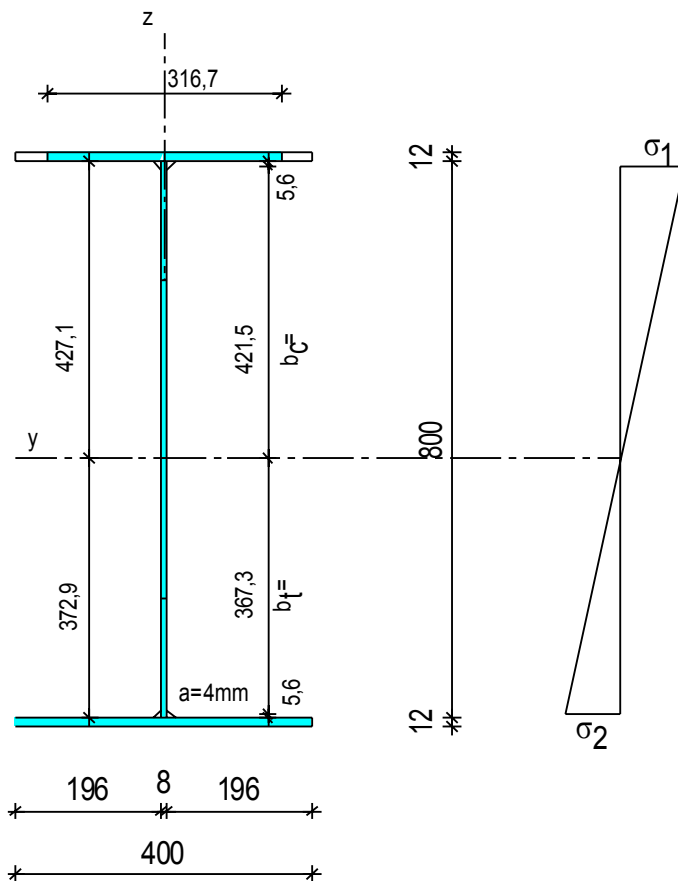
A keresztmetszeti terület:

$$A = 316,7 \cdot 1,2 + 40 \cdot 1,2 + 80 \cdot 0,8 = 150,00 \text{ cm}^2$$

A súlypont távolsága a felső öv belső szélétől

$$z = \frac{-316,7 \cdot 1,2 \cdot 0,6 + 40 \cdot 1,2 \cdot 80,6 + 80 \cdot 0,8 \cdot 40}{150,00} = 42,71 \text{ cm}$$

A feszültségek aránya:



$$\Psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = -\frac{b_t}{b_c} = -\frac{367,3}{421,5} = -0,871$$

$$c_w = h_w - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a = 800 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 4 = 788,7$$

$$\frac{c_w}{t_w} = \frac{788,7}{8} = 98,59 > \frac{42 \cdot \varepsilon}{0,67 + 0,33 \cdot \Psi} = \frac{42 \cdot 0,81}{0,67 - 0,33 \cdot 0,871} = 88,92$$

Tehát a gerinc 4. keresztmetszeti osztályú, így a teljes keresztmetszet 4. keresztmetszeti osztályú.

Belső elem változó feszültségeloszlással  $0 > \Psi > -1,0$

$$k_\sigma = 7,81 - 6,29 \cdot \Psi + 9,78 \cdot \Psi^2 = 7,81 + 6,29 \cdot 0,871 + 9,78 \cdot 0,871^2 = 20,71$$

A gerinclemez karcsúsága

$$\bar{\lambda}_p = \frac{\bar{b}/t}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}} = \frac{c_w/t_w}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}} = \frac{98,59}{28,4 \cdot 0,81 \cdot \sqrt{20,71}} = 0,942$$

Effektív szélesség számítása belső lemez esetén:

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055 \cdot (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} = \frac{0,942 - 0,055 \cdot (3 - 0,871)}{0,942^2} = 0,93$$

Hajlított keresztmetszetnél csak a nyomott szakaszon kell effektív szélességet számolni:

$$b_{eff} = \rho \cdot b_c = 0,93 \cdot 4215 = 3920 \text{ mm}$$

A felső öv melletti hatékony gerincrészt:

$$c_{w1} = 0,4 \cdot b_{eff} + \sqrt{2} \cdot a = 0,4 \cdot 392 + \sqrt{2} \cdot 4 = 162,4 \text{ mm}$$

Az alsó öv melletti hatékony gerincrészt:

$$c_{w2} = b_t + 0,6 \cdot b_{eff} + \sqrt{2} \cdot a = 367,3 + 0,6 \cdot 392 + \sqrt{2} \cdot 4 = 608,1 \text{ mm}$$

A gerinc kimaradó szakasza:

$$c_{w3} = 800 - c_{w1} - c_{w2} = 800 - 162,4 - 608,1 = 29,5 \text{ mm}$$

A hatékony keresztmetszet jellemzői:

$$A_{eff} = (31,67 + 40) \cdot 1,2 + (16,24 + 60,81) \cdot 0,8 = 147,64 \text{ cm}^2$$

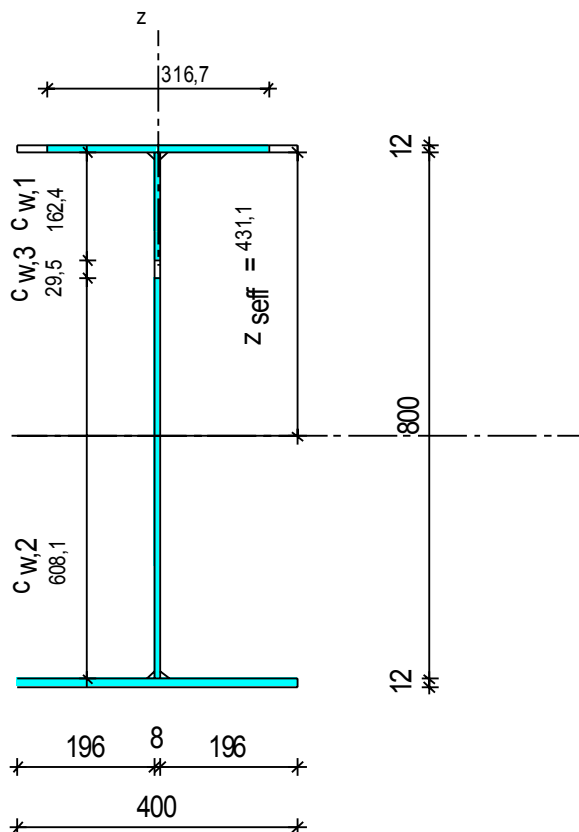
$$Z_{seff} = \frac{-31,67 \cdot 1,2 \cdot 0,6 + 80 \cdot 0,8 \cdot 40 - 2,95 \cdot 0,8 \cdot (16,24 + 2,95/2) + 40 \cdot 1,2 \cdot 80,6}{147,64} = 43,11 \text{ cm}$$

Szelvényjellemzők:

$$I_{eff} = 0,8 \cdot 16,24^3 / 12 + 0,8 \cdot 60,81^3 / 12 + 31,67 \cdot 1,2^3 / 12 + 40 \cdot 1,2^3 / 12 +$$

$$1,2 \cdot 31,67 \cdot 43,71^2 + 1,2 \cdot 40 \cdot 37,49^2 + 0,8 \cdot 16,42 \cdot 34,99^2 + 0,8 \cdot 60,81 \cdot 6,48^2 = 17485 \text{ cm}^4$$

$$W_{eff} = I_{eff} / z_{max} = 173296 / 44,31 = 3911 \text{ cm}^3$$



A hatékony keresztmetszet nyomatéki ellenállása:

$$M_{c,Rd} = W_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 3911 \frac{355}{1000 \cdot 1} = 1388,4 \text{ kNm}$$

## 1.8 Példa

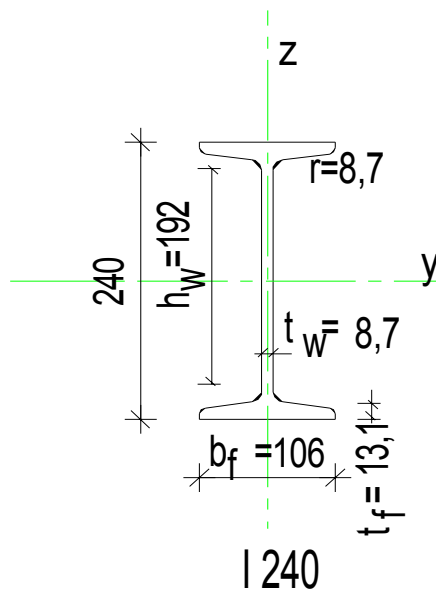
Ellenőrizze az I 240-es hengerelt tartót  $N_{Ed}=250\text{KN}$  normálerőre, és egyidejűleg ható  $M_{Ed}=45\text{ KNm}$  nyomatékra.

Alapanyag: S 235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1,0$$



Szelvényjellemzők I 240

$$A = 46,1 \text{ cm}^2$$

$$S_y = 206 \text{ cm}^3$$

$$W_{y,pl} = 2 \cdot 206 = 412 \text{ cm}^3$$

A keresztmetszetek osztályozása:

Az I240 szelvény osztályba sorolását 1.1(nyomásra) és 1.3 (hajlításra) példákban elvégeztük.

Az eredmények:

Az öv 1. keresztmetszeti osztályú nyomásra és hajlításra is.

A gerinc 1. keresztmetszeti osztályú nyomásra és hajlításra is.

Így az egész keresztmetszet 1. keresztmetszeti osztályú nyomásra és hajlításra is.

Az 1. keresztmetszet tervezési nyomási ellenállása (plasztikus módon):

$$N_{c,Rd} = A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 4610 \cdot \frac{235}{1,0} = 1083350N = 1083,4KN$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} = \frac{250}{1083,4} = 0,231 < 1 \quad \text{Csak normálerő esetén megfelel!}$$

Az 1. osztályú keresztmetszet tervezési nyomatéki ellenállása (plasztikus módon):

$$M_{c,Rd} = W_{y,pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 412000 \cdot \frac{235}{1,0} = 96820000Nmm = 96,82KNm$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} = \frac{45}{96,82} = 0,465 < 1 \quad \text{Csak nyomaték esetén megfelel!}$$

Nyomaték és normálerő kölcsönhatása:

I és H szelvények esetén y-y tengely körüli nyomaték esetén akkor kell a normálerő hatását figyelembe venni, ha a következő feltételek valamelyike nem teljesül:

$$N_{Ed} < 0,25 \cdot N_{c,pl,Rd} \quad (\text{a teljes szelvény húzási ellenállásának negyede})$$

$$250 < 0,25 \cdot 1083,4 = 270,85$$

$$N_{Ed} < \frac{0,5 \cdot h_w \cdot t_w \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{a gerincképlékenyhúzási ellenállásának a fele}$$

$$250 < \frac{0,5 \cdot 213,8 \cdot 8,7 \cdot 235}{1,0} = 218557N = 218,56KN$$

A második feltétel nem teljesül, ezért a kölcsönhatást figyelembe kell venni. A pontos megoldásnál módosított nyomatéki ellenállást kell számítanunk.

$$a = \frac{A - 2 \cdot b_f \cdot t_f}{A} = \frac{46,1 - 2 \cdot 10,6 \cdot 1,31}{46,1} = 0,398 < 0,5$$

A módosított nyomatéki ellenállás:

A keresztmetszet megfelelő, ha  $M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$ , ahol  $M_{N,Rd}$  a normálerő hatásával csökkentett képlékeny nyomatéki ellenállás.

$$M_{N,Rd} = M_{pl,Rd} \cdot \left[ \frac{1-n}{1-0,5 \cdot a} \right] = 96,82 \cdot \left[ \frac{1-0,231}{1-0,5 \cdot 0,398} \right] = 92,95 \text{KNm} > 45 \text{KNm}$$

Normálerő és nyomaték kölcsönhatására is megfelel a pontos megoldással

Közelítő megoldás:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} = 0,231 + 0,465 = 0,696 < 1$$

Normálerő és nyomaték együttes hatására is megfelel!

## 1.9 Példa

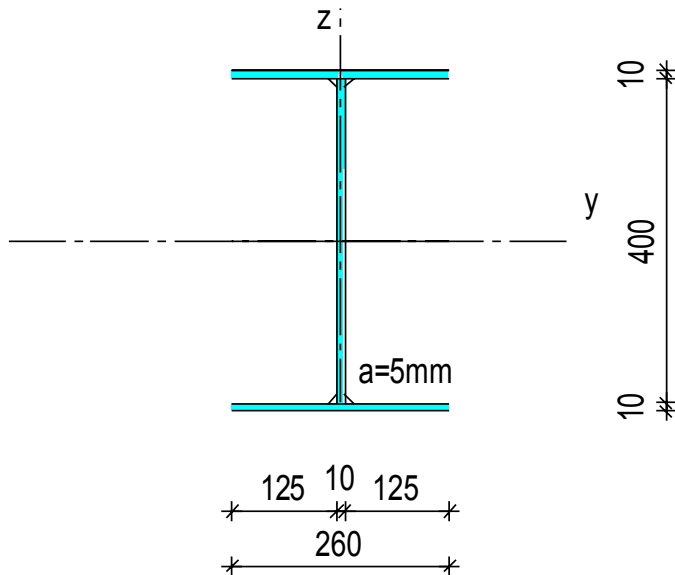
Ellenőrizzük a tartó teherbírását 1000 KN normálerőre, és egyidejű 100 KNm nyomatékra.

Alapanyag: S 235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1,0$$



öv (nyomott) (egyik szélén megtámasztott, másik szélén szabad lemezelem)

$$c_f = \frac{b_f}{2} - \sqrt{2} \cdot a - \frac{t_w}{2} = \frac{260}{2} - \sqrt{2} \cdot 5 - \frac{10}{2} = 117,93$$

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{117,93}{10} = 11,793$$

$$10 \cdot \varepsilon = 10 < 11,793 < 14 \cdot \varepsilon = 14$$

Tehát az öv 3. keresztmetszeti osztályú.

gerinc (két szélén megtámasztott lemezelem)

$$\frac{c_w}{t_w} = \frac{400 - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2}}{10} = 38,59$$

$$38 \cdot \varepsilon = 38 < 38,59 < 42 \cdot \varepsilon = 42$$

A gerinc *normáleőre* 3.km.-i osztályú

$$38,59 < 72 \cdot \varepsilon = 72$$

A gerinc *nyomatékra* 1.km.-i osztályú

Tehát a gerinc 3. keresztmetszeti osztályú.

Így a teljes keresztmetszet normáleőre és nyomatékra is 3. keresztmetszeti osztályú.

Szelvényjellemzők:

$$A = 40 \cdot 1 + 2 \cdot 26 \cdot 1 = 92 \text{ cm}^2$$

$$I_{el,y} = \frac{1 \cdot 40^3}{12} + \frac{2 \cdot 26 \cdot 1^3}{12} + 2 \cdot 26 \cdot 1 \cdot 20,5^2 = 5333 + 4 + 21853 = 27191 \text{ cm}^4$$

$$W_{el,y} = \frac{27199}{21} = 1295,2 \text{ cm}^3$$

A keresztmetszet tervezési nyomási ellenállása:

$$N_{c,Rd} = A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 9200 \cdot \frac{235}{1,0} = 2162000 \text{ N} = 2162 \text{ KN} > N_{Ed} = 1000 \text{ KN}$$

A keresztmetszet tervezési nyomatéki ellenállása:

$$M_{c,Rd} = W_{el} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 1295200 \cdot \frac{235}{1,0} = 304,37 \text{ KNm} > M_{Ed} = 100 \text{ kNm}$$

Ellenőrzés egyidejű normáleőre és nyomatékra:

$$\frac{N_{Ed}}{A \cdot f_y / \gamma_{M0}} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{el,y} \cdot f_y / \gamma_{M0}} < 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{c,Rd}} = \frac{1000}{2162} + \frac{100}{304,37} = 0,462 + 0,329 = 0,791 < 1$$

.

A keresztmetszet megfelel a normáleő és nyomaték együttes hatására is!



## 1.10 Példa

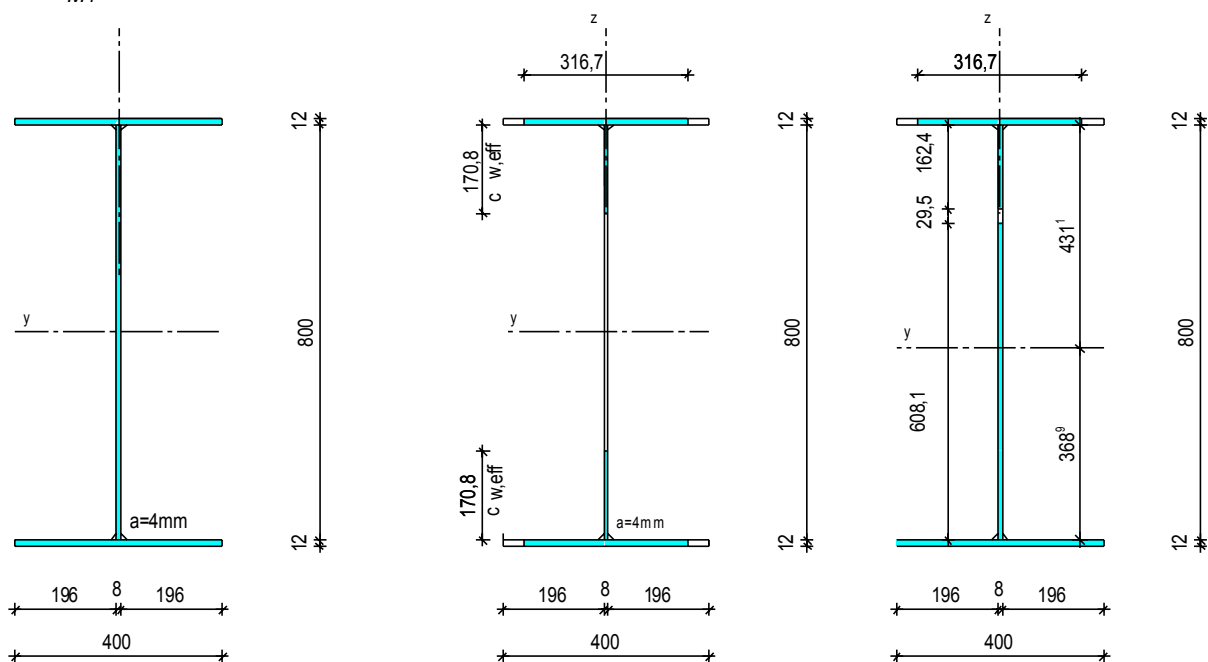
Ellenőrizze az 1.2 és 1.5 példában szereplő szelvényt.  
N= 800KN normálerőre, és egyidejűleg ható 800 KNm nyomatékra.

Alapanyag: S 355

$$f_y = 355 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81$$

$$\gamma_{M1} = 1.0$$



Ellenőrzés tiszta nyomásra(1.2 példa alapján):

$$N_{b,Rd} = 3668,4 \text{ KN}$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} = \frac{800}{3668,4} = 0,218 < 1 \text{ megfelel normálerőre!}$$

Ellenőrzés tiszta hajlításra (1.5 példa alapján):

$$M_{c,Rd} = 1388,4 \text{ KNm}$$

$$m = \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} = \frac{800}{1388,4} = 0,576 < 1 \text{ megfelel nyomatékra!}$$

Ellenőrzés egyidejű normálerőre és nyomatékra:

( $e_{N,z}$  a normálerőre effektív keresztmetszet és a nyomatékra effektív keresztmetszet súlypontja közötti távolság)

$$\frac{N_{Ed}}{A \cdot f_y / \gamma_{M1}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} \cdot e_{N,z}}{W_{eff,y} \cdot f_y / \gamma_{M1}} < 1.$$

$$\frac{800}{3668,4} + \frac{800 + 800 \cdot 0,0311}{1388,4} = 0,218 + 0,594 = 0,812 < 1.$$

A keresztmetszet megfelel a normálerő és nyomaték kölcsönhatása esetén is!

### 1.11 Példa

Határozzuk meg a következő tartó nyomatéki teherbírását S235, S275, S355 anyagminőségek esetén.

Anyag S 235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = 1,0$$

$$\gamma_{M0} = 1,0;$$

Anyag S 275

$$f_y = 275 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = 0,92$$

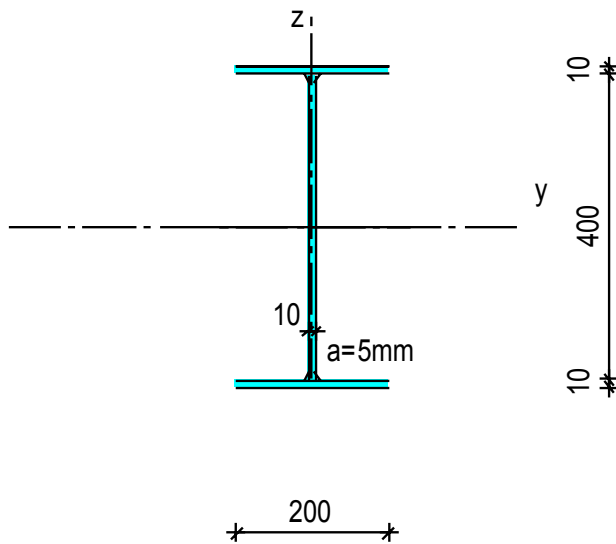
$$\gamma_{M0} = 1,0;$$

Anyag S 355

$$f_y = 355 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = 0,81$$

$$\gamma_{M0} = 1,0;$$



A keresztmetszetek osztályozása:

$$\text{öv (nyomott): } c_f = \frac{b_f}{2} - \sqrt{2} \cdot a - \frac{t_w}{2} = \frac{200}{2} - \sqrt{2} \cdot 5 - \frac{10}{2} = 87,93$$

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{87,93}{10} = 8,79$$

Az 1, 2, 3, 4 keresztmetszetekre vonatkozó alsó-felső korlátok

		1 km	2 km	3 km
	$\varepsilon$	9	10	14
S 235	1	9,00	10,00	14,00
S 275	0,92	8,28	9,20	12,88
S 355	0,81	7,29	8,10	11,34

Anyag S 235 1 km-be sorolható  
 Anyag S 275 2 km-be sorolható  
 Anyag S 355 3 km-be sorolható

gerinc (hajlított):  $\frac{c_w}{t_w} = \frac{400 - 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2}}{10} = 38,59$

		1 km
	$\varepsilon$	72
S 235	1	72,00
S 275	0,92	66,24
S 355	0,81	58,32

1 km-be sorolható mindhárom esetben.

Szelvényjellemzők

$$A = 40 \cdot 1 + 2 \cdot 20 \cdot 1 = 80 \text{ cm}^2$$

$$I_{el,y} = \frac{1 \cdot 40^3}{12} + \frac{2 \cdot 20 \cdot 1^3}{12} + 2 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 20,5^2 = 5333,3 + 3,3 + 16810 = 22153 \text{ cm}^4$$

$$W_{y,el} = \frac{22153}{21} = 1054,6 \text{ cm}^3$$

$$W_{pl,y} = 2 \cdot 20 \cdot 1 \cdot 20,5 + 2 \cdot 20 \cdot 1,0 \cdot 10 = 820 + 400 = 1220 \text{ cm}^3$$

Anyag S 235 (1. keresztmetszeti osztály)

$$M_{c,Rd} = W_{y,pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 1220000 \cdot \frac{235}{1,0} = 286700000 \text{ Nmm} = 286,7 \text{ KNm}$$

Anyag S 275 (2. keresztmetszeti osztály)

$$M_{c,Rd} = W_{y,pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 1220000 \cdot \frac{275}{1,0} = 335500000 \text{ Nmm} = 335,5 \text{ KNm}$$

Anyag S 355 (3. keresztmetszeti osztály)

$$M_{c,Rd} = W_{y,el} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 1054,6 \cdot \frac{355}{1,0} = 374383000 \text{ Nmm} = 374,38 \text{ KNm}$$

## 1.12 Példa

Ellenőrizzük az ábrán látható hegesztett I szelvényű tartót hajlítónyomatékra, nyírőerőre valamint ezek kölcsönhatására, ha a mértékadó nyomaték 400 kNm a mértékadó nyírőerő pedig 300 kN.

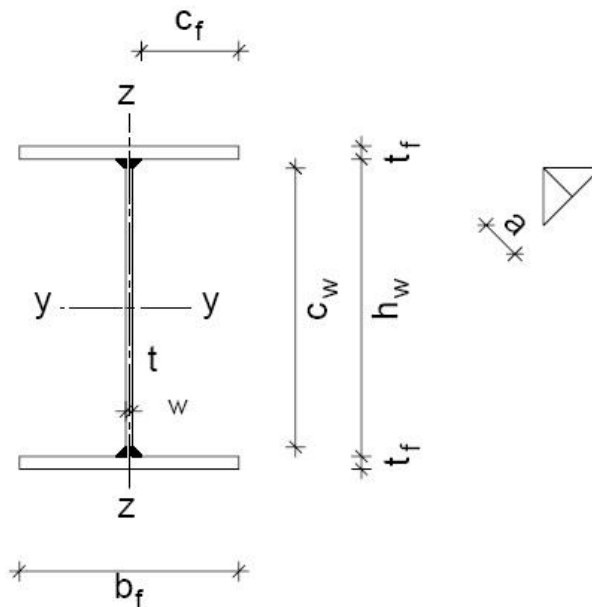
Alapanyag. S355 ( $t \leq 40$  mm)

Folyási feszültség karakterisztikus értéke:  $f_y = 355$  N/mm<sup>2</sup>

Fajlagos nyúlás együttható:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81$$

A főtartó szelvénye:



$$b_f = 180 \text{ mm}$$

$$t_f = 14 \text{ mm}$$

$$h_w = 480 \text{ mm}$$

$$t_w = 6 \text{ mm}$$

$$a = 3 \text{ mm}$$

A keresztmetszeti jellemzők:

$$A = 2 \cdot 18 \cdot 1,4 + 48 \cdot 0,6 = 79,2 \text{ cm}^2$$

$$I_y = \frac{18 \cdot 50,8^3}{12} - \frac{17,4 \cdot 48,0^3}{12} = 36286 \text{ cm}^4$$

$$W_{el,y} = \frac{I_y}{y} = \frac{36286}{25,4} = 1428,58 \text{ cm}^3$$

Mértékadó igénybevételek:

$$M_{Ed} = 400 \text{ kNm}$$

$$V_{Ed} = 300 \text{ kN}$$

A keresztmetszet osztályozása:

A keresztmetszet osztályozása tiszta hajlításra:

Öv:

$$c_f = \frac{b_f}{2} - \frac{t_w}{2} - \sqrt{2} \cdot a = \frac{180}{2} - \frac{6}{2} - \sqrt{2} \cdot 3 = 82,77 \text{ mm}$$

$$\frac{c_f}{t_f} = \frac{82,77}{14} = 5,84 < 9 \cdot \varepsilon = 9 \cdot 0,81 = 7,29$$

Tehát az öv 1. keresztmetszeti osztályú.

Gerinc:

$$c_w = h_w - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a = 480 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 = 471,54 \text{ mm}$$

$$\frac{c_w}{t_w} = \frac{471,54}{6} = 78,59 > 83 \cdot \varepsilon = 83 \cdot 0,81 = 67,23$$
$$< 124 \cdot \varepsilon = 124 \cdot 0,81 = 100,44$$

Tehát a gerinc 3. keresztmetszeti osztályú.

Tehát a keresztmetszet 3. keresztmetszeti osztályba sorolandó.

A keresztmetszet ellenállásának ellenőrzése:

Ellenőrzés tiszta hajlításra:

3. keresztmetszeti osztályba tartozik a szelvény, ezért a rugalmas méretezési elvet használjuk.:

$$M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1428580 \cdot 355}{1,00} = 507,145 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{c,Rd}} = \frac{400,00}{507,145} = 0,788 < 1,0 \quad \rightarrow \quad \text{Megfelel.}$$

### Ellenőrzés tiszta nyírásra:

3. keresztmetszeti osztály és I vagy H szelvények esetén:

$$A_V = 48 \cdot 0,6 = 28,8 \text{ cm}^2$$

$$V_{c,Rd} = \frac{A_V \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = \frac{2880 \cdot 355}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 590,30 \text{ kN}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} = \frac{300,00}{590,30} = 0,508 < 1,0 \quad \rightarrow \quad \text{Megfelel.}$$

Hajlítás és nyírás interakciójának vizsgálata:

A hajlítás és nyírás interakciójának a vizsgálatát rugalmas alapon végezzük el, mert a szelvény hajlításra 3. keresztmetszeti osztályú.

$$\sigma_{Ed} = \frac{M_{Ed,t}}{I_y} \cdot \frac{h_w}{2} = \frac{400,00 \cdot 10^6}{3,6286 \cdot 10^8} \cdot \frac{480}{2} = 264,56 \text{ N/mm}^2$$

$$S_{y,f} = 180 \cdot 14 \cdot 247 = 622440 \text{ mm}^3$$

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} \cdot S_{yf}}{I_y \cdot t_w} = \frac{300,00 \cdot 10^3 \cdot 622440}{3,6286 \cdot 10^8 \cdot 6} = 85,76 \text{ N/mm}^2$$

$$\left( \frac{\sigma_{Ed}}{f_y / \gamma_{M0}} \right)^2 + 3 \cdot \left( \frac{\tau_{Ed}}{f_y / \gamma_{M0}} \right)^2 = \left( \frac{264,56}{355/1,0} \right)^2 + 3 \cdot \left( \frac{85,76}{355/1,0} \right)^2 = 0,73 < 1,0 \quad \rightarrow \quad \text{Megfelel.}$$

## 2.1 Példa

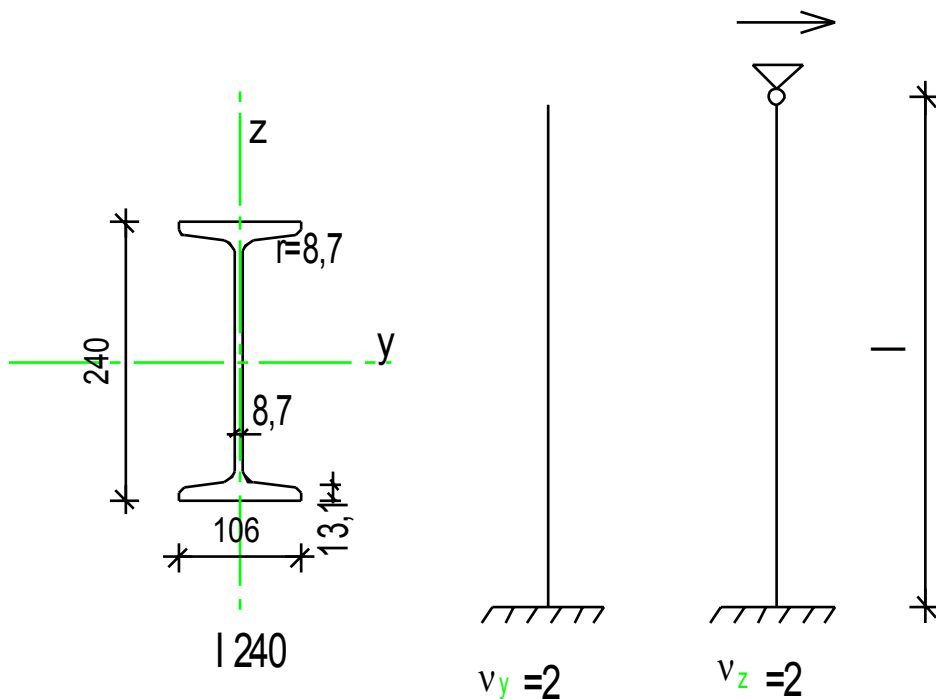
Ellenőrizze az I240-es hengerelt tartót központos nyomásra. A befogási viszonyok az ábrán láthatók.

Alapanyag: S 235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1,0$$



Szelvényjellemzők:

$$A = 46,1 \text{ cm}^2$$

$$i_y = 9,59 \text{ cm}$$

$$i_z = 2,20 \text{ cm}$$

A keresztmetszetek osztályozása: mind az öv, mind a gerinc nyomásra 1. osztályba sorolható.

A részletes számítások az 1.1 példában lettek elvégezve.



**a. Mekkora a rúd tervezési kihajlási ellenállása, ha a rúd hossza  $l = 2,0 \text{ m}$ ?**

Karcsúságok:

$$\lambda_y = \frac{v_y \cdot \ell}{i_y} = \frac{2 \cdot 200}{9,59} = 41,71$$

$$\lambda_z = \frac{v_z \cdot \ell}{i_z} = \frac{2 \cdot 200}{2,20} = 181,82$$

Euler karcsúság:

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 1,0 = 93,9$$

Viszonyított karcsúságok:

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} = \frac{41,7}{93,9} = 0,444$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_1} = \frac{181,8}{93,9} = 1,936$$

Kihajlási csökkentő tényező:  
(meghatározása lineáris interpolációval)

$$\bar{\lambda}_y = 0,444 \xrightarrow{a} \chi = 0,9403$$

$$\bar{\lambda}_z = 1,936 \xrightarrow{b} \chi = 0,2222$$

Tervezési kihajlási ellenállás:

$$N_{b,Rd} = A \cdot \chi \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 4610 \cdot 0,2222 \cdot \frac{235}{1,0} = 240720,68 \text{ N} = 240,72 \text{ KN}$$

**b. Megfelel-e 120 KN nyomóerőre, ha rúd hossza  $l = 2,50 \text{ m}$ ?**

Karcsúságok:

$$\lambda_y = \frac{v_y \cdot \ell}{i_y} = \frac{2 \cdot 250}{9,59} = 52,13$$

$$\lambda_z = \frac{v_z \cdot \ell}{i_z} = \frac{2 \cdot 250}{2,20} = 227,27$$

Viszonyított karcsúságok:

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} = \frac{52,13}{93,9} = 0,555$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_1} = \frac{227,27}{93,9} = 2,42$$

Kihajlási csökkentő tényező:  
(meghatározása lineáris interpolációval)

$$\bar{\lambda}_y = 0,555 \xrightarrow{a} \chi = 0,9054$$

$$\bar{\lambda}_z = 2,42 \xrightarrow{b} \chi = 0,1484$$

Tervezési kihajlási ellenállás:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,1484 \cdot 4610 \cdot \frac{235}{1,0} = 160770N = 160,77KN$$

Ellenőrzés:

$$N_{b,Rd} = 160,77KN > N_{c,Ed} = 120kN \quad \rightarrow \quad \text{Megfelel!}$$

**c. Mekkora lehet a rúd hossza, ha a mértékadó nyomóerő 180 KN ?**

$$N_{c,Ed} = 180000 = N_{b,Rd} = \chi \cdot 4610 \cdot \frac{235}{1,0}$$

(a. és b. példarészekből megállapítható, hogy z tengely körüli kihajlás a mértékadó, ezért a b kihajlási görbét alkalmazzuk)

Viszonyított karcsúság meghatározása:

$$\chi = 0,1662 \xrightarrow{b} \bar{\lambda}_{\max} = \bar{\lambda}_z = 2,274$$

Karcsúság:

$$\lambda_z = 2,274 \cdot 93,9 = 213,5$$

Megengedett maximális rúdhossz meghatározása:

$$\lambda_z = \frac{v_z \cdot l}{i_z} = \frac{2 \cdot l}{2,20} = 213,5$$

$$l = 234,9 \text{ cm} \rightarrow l_{alk} = 2,30 \text{ m}$$

## 2.2 Példa

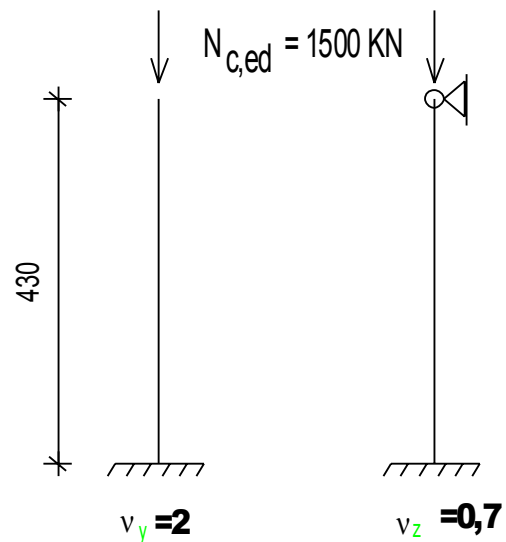
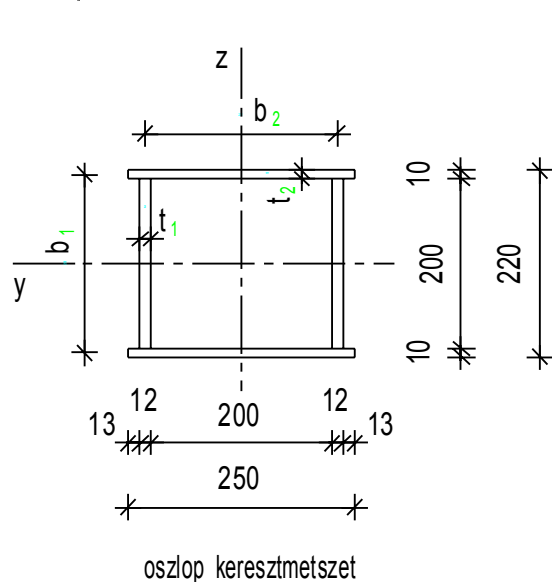
Ellenőrizze az ábrán látható zártszelvényű központosan nyomott oszlopot. A szelvénynél alkalmazott sarokvarratok  $a = 7 \text{ mm}$ .

Alapanyag: S 235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1,0$$



A keresztmetszet osztályozása: mind az öv, mind a gerinc nyomásra 1. osztályba sorolható (a vizsgálatot nem végezzük el csak az eredményét közöljük).

Szelvényjellemzők:

$$A = 2 \cdot (25 \cdot 10 + 20 \cdot 12) = 98,00 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 2 \cdot \left( \frac{25 \cdot 10^3}{12} + 25,0 \cdot 10 \cdot 10,5^2 + \frac{12 \cdot 20^3}{12} \right) = 7116,66 \text{ cm}^4$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{7116,66}{98,00}} = 8,527 \text{ cm}$$

$$I_z = 2 \cdot \left( \frac{20 \cdot 12^3}{12} + 20 \cdot 12 \cdot 10,6^2 + \frac{1 \cdot 25^3}{12} \right) = 8004 \text{ cm}^4$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{8004}{98,00}} = 9,037 \text{ cm}$$

Karcsúságok:

$$\lambda_y = \frac{v_y \cdot l}{i_y} = \frac{2 \cdot 430}{8,527} = 100,86$$

$$\lambda_z = \frac{v_z \cdot l}{i_z} = \frac{0,7 \cdot 430}{9,037} = 33,31$$

Euler karcsúság:

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 1,0 = 93,9$$

Viszonyított karcsúságok:

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} = \frac{100,86}{93,9} = 1,074$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_1} = \frac{33,31}{93,9} = 0,3547$$

Kihajlási csökkentő tényező:  
(meghatározása lineáris interpolációval)

$$\bar{\lambda}_y = 1,074 \xrightarrow{c} \chi = 0,4984$$

$$\bar{\lambda}_z = 0,3547 \xrightarrow{c} \chi = 0,9210$$

A rúd tervezési kihajlási ellenállása:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,4984 \cdot 9800 \cdot \frac{235}{1,0} = 1147800 \text{ N} = 1147,8 \text{ kN} < N_{Ed} = 1500 \text{ kN}$$

A rúd nem felel meg!

## 2.3 Példa

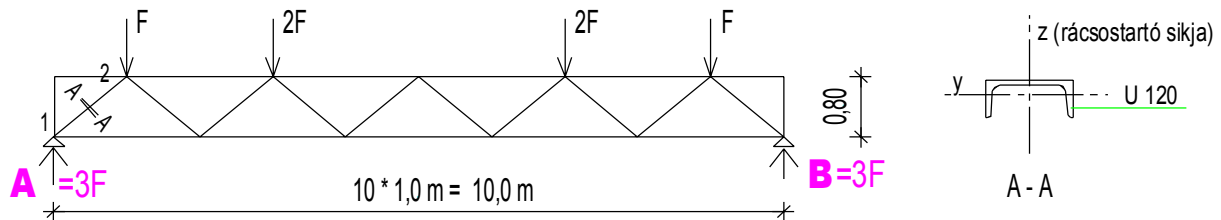
Adott az ábrán látható rácsostartó. Mekkora lehet  $F$  erő az 1-2 rácsrúd teherbírása alapján? A rácsrúd U 120 szelvényből készül.

Alapanyag: S 235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1,0$$



A rúd hossza:  $l = \sqrt{80^2 + 100^2} = 128,06 \text{ cm}$

1-2 rúdban keletkező nyomóerő:

$$A=B= 3 \cdot F$$

$$N_{c,Ed,1-2} = \frac{3 \cdot F \cdot 128,06}{80} = 4,802 \cdot F$$

A keresztmetszetek osztályozása: mind az öv, mind a gerinc nyomásra 1. osztályba sorolható (a vizsgálatot nem végezzük el csak az eredményét közöljük).

Szelvényjellemzők:

$$A = 17,00 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 43,2 \text{ cm}^4$$

$$I_z = 364 \text{ cm}^4$$

$$i_y = 1,59 \text{ cm}$$

$$i_z = 4,62 \text{ cm}$$

A rúd rácsrúd így:

$$v_y = 0,9 \quad (\text{rácsos tartó síkjában})$$

$$v_z = 1,0 \quad (\text{rácsos tartó síkjára merőlegesen})$$

Karcsúságok:

$$\lambda_y = \frac{v_y \cdot l}{i_y} = \frac{0,9 \cdot 128,06}{1,59} = 72,49$$

$$\lambda_z = \frac{v_z \cdot l}{i_z} = \frac{1,0 \cdot 128,06}{4,62} = 27,72$$

Euler karcsúság:

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 1,0 = 93,9$$

Viszonyított karcsúságok:

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} = \frac{72,49}{93,9} = 0,7720$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_1} = \frac{27,72}{93,9} = 0,2952$$

A melegen hengerelt U szelvények a „c” csoportba tartoznak, y és z irányban egyaránt.

Mértékadó az y irányú karcsúság:  $\bar{\lambda}_y = 0,7720 \xrightarrow{c} \chi = 0,6797$

A rúd tervezési kihajlási ellenállása:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,6797 \cdot 1700 \cdot \frac{235}{1,0} = 271540N = 271,54KN$$

$$4,802 \cdot F = N_{b,Rd} = 271,54kN$$

$$F = 56,55KN$$

## 2.4 Példa

Számítsa ki az ábrán látható osztott szelvényű, központosan nyomott oszlop teherbírását (kis hézagú, szorosan kapcsolt osztott szelvényű rúd)!

Az oszlop 4 db L120·120·14 szögacélból készül.

Az oszlop alul mindkét irányban befogott, felül mindkét irányban elmozduló.

Az oszlop hossza 3,00 m.

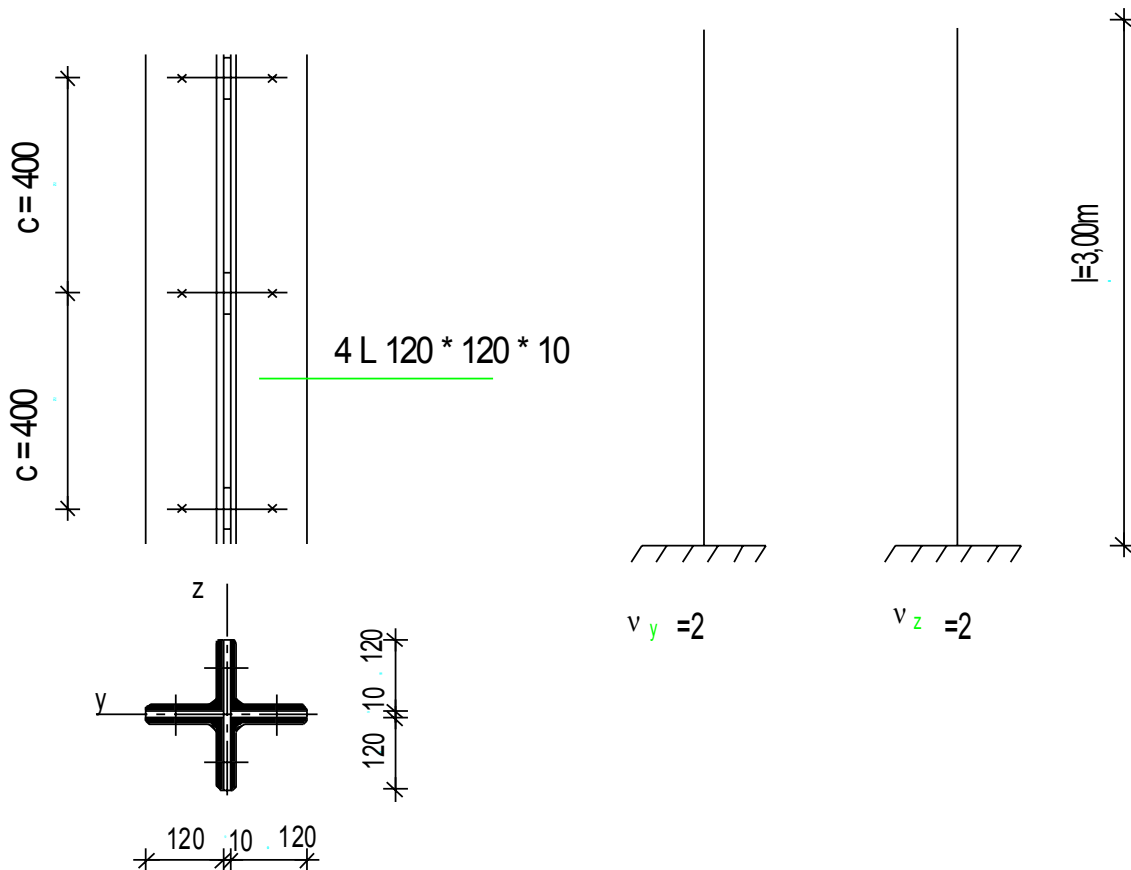
Az EC előírásai szerint milyen sűrűn kell a szelvényeket összekapcsolni?

Alapanyag: S 235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1,0$$



$$v_y = 2,0$$

$$v_z = 2,0$$

A keresztmetszetek osztályozása: a szelvény nyomásra 1. osztályba sorolható (a vizsgálatot nem végezzük el csak az eredményét közöljük)

Szelvényjellemzők:

$$A_c = 23,2 \text{ cm}^2$$

$$A = 4 \cdot 23,2 = 92,8 \text{ cm}^2$$

$$I_y = I_z = 313 \text{ cm}^4$$

$$I = I_y = I_z = 4 \cdot (313 + 23,2 \cdot 3,81^2) = 2599,1 \text{ cm}^4$$

$$i = i_y = i_z = \sqrt{\frac{2599,1}{92,8}} = 5,292 \text{ cm}$$

$$i_{c,\eta} = i_{c,\min} = 2,36 \text{ cm}$$

Az alkalmazott kapcsolatok max távolsága:  $70 \cdot i_z = 70 \cdot 2,36 = 165,2 \text{ cm}$

Ekkor a rúd tömör szelvényű rúdként számítható!

Karcsúságok:

$$\lambda_y = \lambda_z = \frac{v_y \cdot l}{i_y} = \frac{2 \cdot 300}{5,292} = 113,38$$

Euler karcsúság:

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 1,0 = 93,9$$

Viszonyított karcsúságok:

$$\bar{\lambda}_y = \bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} = \frac{113,38}{93,9} = 1,207$$

A keresztmetszet (szögacélok) a „b” csoportba tartozik, így:

$$\bar{\lambda}_y = 1,207 \xrightarrow{b} \chi = 0,4744$$

A rúd tervezési kihajlási ellenállása:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,485 \cdot 9280 \cdot \frac{235}{1,0} = 1034570 \text{ N} = 1034,6 \text{ kN} > N_{c,Ed} = 700 \text{ kN}$$

Megfelel!



## 2.5 Példa

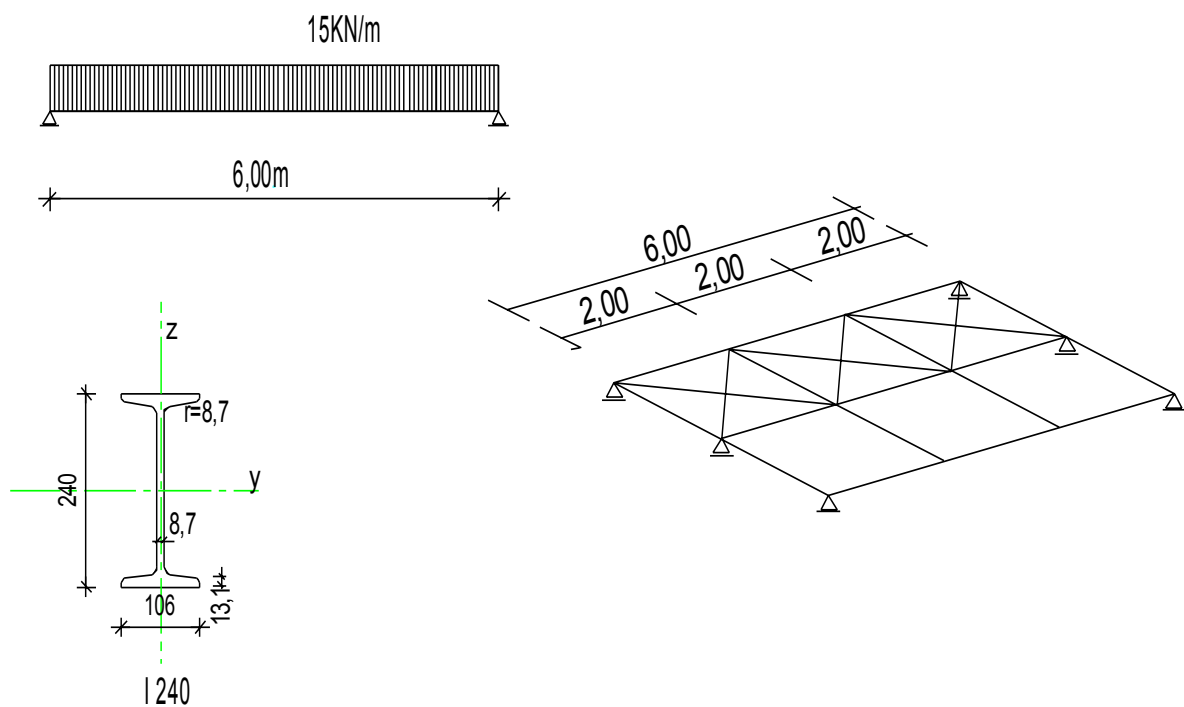
Vizsgáljuk meg következő 6 m fesztávolságú kéttámaszú tartót, 15 KN/m teherre. A tartó I 240-es hengerelt szelvényből készült. Vizsgáljuk meg a tartót övmerevségre is. A tartót oldalirányban 2,0 m-ként megtámasztjuk.

Alapanyag: S 235

$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

$$f_u = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1,0$$



$$M_{Ed} = 15 \cdot \frac{6,00^2}{8} = 67,5 \text{ KN}$$

Szelvényjellemzők:

$$S_y = 206 \text{ cm}^3$$

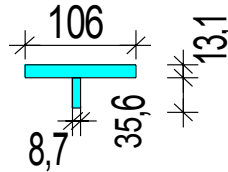
$$W_{y,pl} = 2 \cdot 206 = 412 \text{ cm}^2$$

A keresztmetszet nyomatéki ellenállása:

$$M_{c,Rd} = W_{y,pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 412000 \cdot \frac{235}{1,0} = 96820000 \text{ Nmm} = 96,82 \text{ KNm}$$

Az övmerevség vizsgálat alapján:

A helyettesítő nyomott öv (a lekerekítések elhanyagolásával):



Figyelembe vehető gerinc magassági mérete:

$$(h - 2 \cdot t_f) / 6 = h_w / 6 = (260 - 2 \cdot 13,1) / 6 = 35,6 \text{ mm}$$

Szelvényjellemzők:

$$A = 10,6 \cdot 1,31 + 3,56 \cdot 0,87 = 16,98 \text{ cm}^2$$

$$I_z = \frac{1,31 \cdot 10,6^3}{12} + \frac{3,56 \cdot 0,87^3}{12} = 130,21 \text{ cm}^4$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{130,21}{16,98}} = 2,769 \text{ cm}$$

A helyettesítő nyomott öv karcsúsága:

$$\lambda_{z,f} = \frac{k_c \cdot L_c}{i_{z,f}} = \frac{1,0 \cdot 200}{2,769} = 72,228$$

Euler karcsúság:

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 1,0 = 93,9$$

A nyomott öv viszonyított karcsúsága:

$$\bar{\lambda}_r = \frac{\lambda_{z,f}}{\lambda_1} = \frac{72,228}{93,9} = 0,7692$$

Ha a következő feltétel teljesül, a kifordulás-vizsgálatot nem kell elvégezni:

$$\bar{\lambda}_{tf} < \bar{\lambda}_{c0} \cdot \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}}$$

$$\bar{\lambda}_{c0} = 0,5$$

$$\bar{\lambda}_{c0} \cdot \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}} = 0,5 \cdot \frac{96,82}{67,5} = 0,717$$

$$\bar{\lambda}_f = 0,7692 > \bar{\lambda}_{c0} = 0,717$$

Így a vizsgálatot el kell végezni!

A gerenda kifordulási ellenállása az övmerevség vizsgálatával:

$$M_{b,Rd} = k_{fl} \cdot \chi \cdot M_{c,Rd} \leq M_{c,Rd}$$

$k_{fl} = 1,10$  korrekciós tényező

$M_{c,Rd}$  a keresztmetszet nyomatéki ellenállása, melynek számításánál  $\gamma_{M0}$  helyett  $\gamma_{M1}$  parciális biztonsági tényezővel kell számolni, lévén, hogy most nem szilárdsági, hanem stabilitásvesztési tönkremenetelről van szó

A  $\chi$  csökkentő tényezőt a „c” görbe szerint számoljuk (mert a szelvény melegen hengerelt) (Értéke a helyettesítő T-szelvény redukált karcsúságától függ)

(Lineáris interpolációt alkalmazva)

$$\bar{\lambda}_f = 0,7692 \rightarrow \chi = 0,6815 \text{ („c” oszlopból)}$$

$$M_{b,Rd} = k_{fl} \cdot \chi \cdot W_{y,pl} \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 1,1 \cdot 0,6815 \cdot 412000 \cdot \frac{235}{1,0} = 72,58 \text{ KNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{67,5}{72,58} = 0,930 \leq 1$$

A szelvény megfelel.

## 2.6 Példa

Ellenőrizzük az ábrán látható kéttámaszú hegesztett I szelvényű tartót hajlítónyomatékra, nyíróerőre valamint végezzük el a kifordulásvizsgálatot (övmerevség vizsgálat).

(A gerinclemez nyírási horpadásának vizsgálatát nem része a feladatnak)

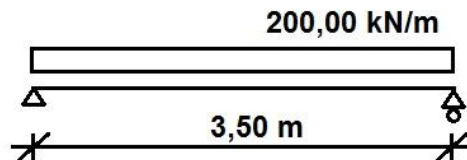
Alapanyag. S355 ( $t \leq 40$  mm)

Folyási feszültség karakterisztikus értéke:  $f_y = 355$  N/mm<sup>2</sup>

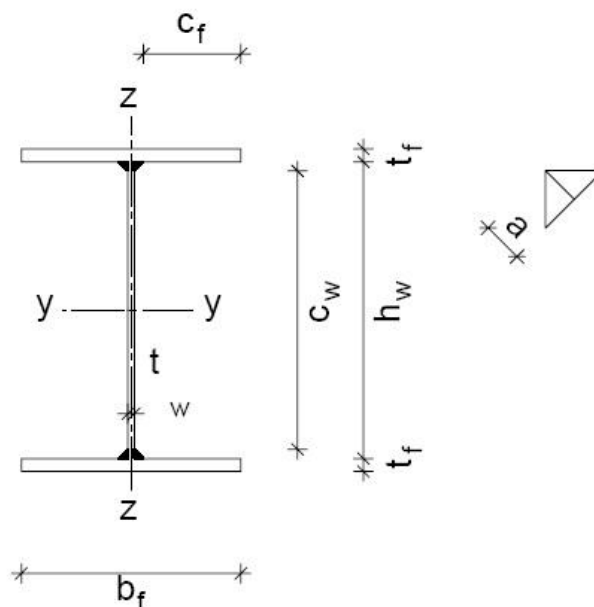
Fajlagos nyúlás együttható:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,81$$

A tartó statikai váza:



A főtartó szelvénye:



$b_f = 180$  mm

$t_f = 14$  mm

$h_w = 480$  mm

$t_w = 6$  mm

$a = 3$  mm

**A keresztmetszeti jellemzők:**

$$A = 2 \cdot 18 \cdot 1,4 + 48 \cdot 0,6 = 79,2 \text{ cm}^2$$

$$I_y = \frac{18 \cdot 50,8^3}{12} - \frac{17,4 \cdot 48,0^3}{12} = 36286 \text{ cm}^4$$

$$W_{el,y} = \frac{I_y}{y} = \frac{36286}{25,4} = 1428,58 \text{ cm}^3$$

Mértékadó igénybevételek a fióktartó reakcióerőiből és a parciális tényezővel növelt önsúly teherből:

$$M_{Ed} = \frac{200 \cdot 3,50^2}{8} = 306,25 \text{ kNm}$$

$$V_{Ed} = \frac{200 \cdot 3,50}{2} = 350 \text{ kN}$$

#### **A keresztmetszet osztályozása:**

A keresztmetszet osztályozását hajlításra az 1.12 példában elvégeztük. A szelvény öve 1. keresztmetszeti osztályú míg a gerince 3. keresztmetszeti osztályú. Tehát a keresztmetszet 3. keresztmetszeti osztályba sorolandó.

#### **A keresztmetszet ellenállásának ellenőrzése:**

##### **Ellenőrzés tiszta hajlításra:**

3. keresztmetszeti osztályba tartozik a szelvény, ezért a rugalmas méretezési elvet használjuk:

$$M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1428580 \cdot 355}{1,00} = 507,145 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{c,Rd}} = \frac{306,25}{507,145} = 0,604 < 1,0 \quad \rightarrow \quad \text{Megfelel.}$$

##### **Ellenőrzés tiszta nyírásra:**

3. keresztmetszeti osztály és I vagy H szelvények esetén:

$$A_v = 48 \cdot 0,6 = 28,8 \text{ cm}^2$$

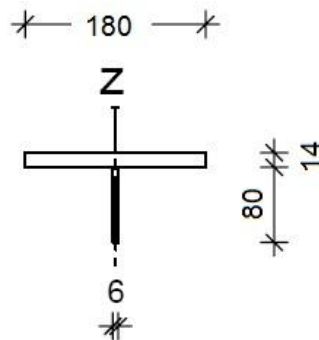
$$V_{c,Rd} = \frac{A_v \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = \frac{2880 \cdot 355}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 590,30 \text{ kN}$$

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} = \frac{350,00}{590,30} = 0,593 < 1,0 \quad \rightarrow \quad \text{Megfelel.}$$

**Kifordulásvizsgálat egyszerűsített módszerrel (övmerevség vizsgálat):**

**A felső öv vizsgálata a mezőben:**

A vizsgálandó szelvény:



$$\frac{480}{6} = 80,0$$

$$A_{fz} = 180 \cdot 14 + 80,0 \cdot 6 = 3000 \text{ mm}^2$$

$$I_{fz} = \frac{14 \cdot 180^3}{12} + \frac{80,0 \cdot 6^3}{12} = 6805440 \text{ mm}^4$$

$$i_{fz} = \sqrt{\frac{I_{fz}}{A_{fz}}} = \sqrt{\frac{6805440}{3000}} = 47,63 \text{ mm}$$

Az Euler karcsúság:

$$\lambda_1 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 0,81 = 76,059$$

A nyomott öv viszonyított karcsúsága:

$$\bar{\lambda}_f = \frac{k_c \cdot L_c}{i_{fc} \cdot \lambda_1} = \frac{0,94 \cdot 3500}{47,63 \cdot 76,059} = 0,908$$

$$k_c = 0,94 \quad (\text{lásd: 57. o. 5.15 táblázat})$$

Mivel

$\bar{\lambda}_f > \bar{\lambda}_{c0} \cdot \frac{M_{c,Rd}}{M_{Ed}} = 0,5 \cdot \frac{507,145}{306,25} = 0,828 \rightarrow$  A gerenda kifordulási vizsgálatát el kell végezni.

$\bar{\lambda}_{c0} = 0,5$  (karcsúsági paraméter)

Kihajlási görbék meghatározása:

Hegesztett szelvények esetén, amennyiben a szelvény teljes magasságának és a nyomott öv vastagságának aránya:  $\frac{h}{t_f} \leq 44 \cdot \varepsilon \rightarrow$  **c** görbe

$\frac{h}{t_f} = \frac{508}{14} = 36,28 > 44 \cdot \varepsilon = 44 \cdot 0,81 = 35,64 \rightarrow$  a **c** kihajlási görbét kell alkalmazni !

A kifordulási csökkentő tényező:

$\bar{\lambda}_f = 0,828$                        $\bar{\lambda} = 0,80 \rightarrow \chi = 0,6622$   
 $\bar{\lambda} = 0,85 \rightarrow \chi = 0,6308$

$\chi = 0,6622 - \frac{0,6622 - 0,6308}{0,85 - 0,80} \cdot (0,828 - 0,80) = 0,6446$

$M_{b,Rd} = k_{fl} \cdot \chi \cdot M_{c,Rd} = 1,1 \cdot 0,6446 \cdot 507,145 = 359,59 \text{ kNm} < M_{Ed} = 306,25 \text{ kNm}$

Kifordulásra megfelel.