Gyakorlati útmutató a Tartók statikája I. tárgyhoz

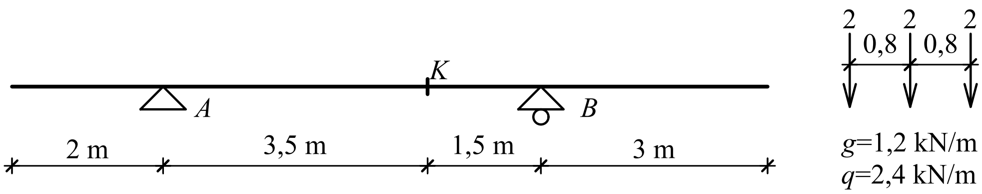
Fekete Ferenc

4. gyakorlat

Széchenyi István Egyetem, 2015.11.13.

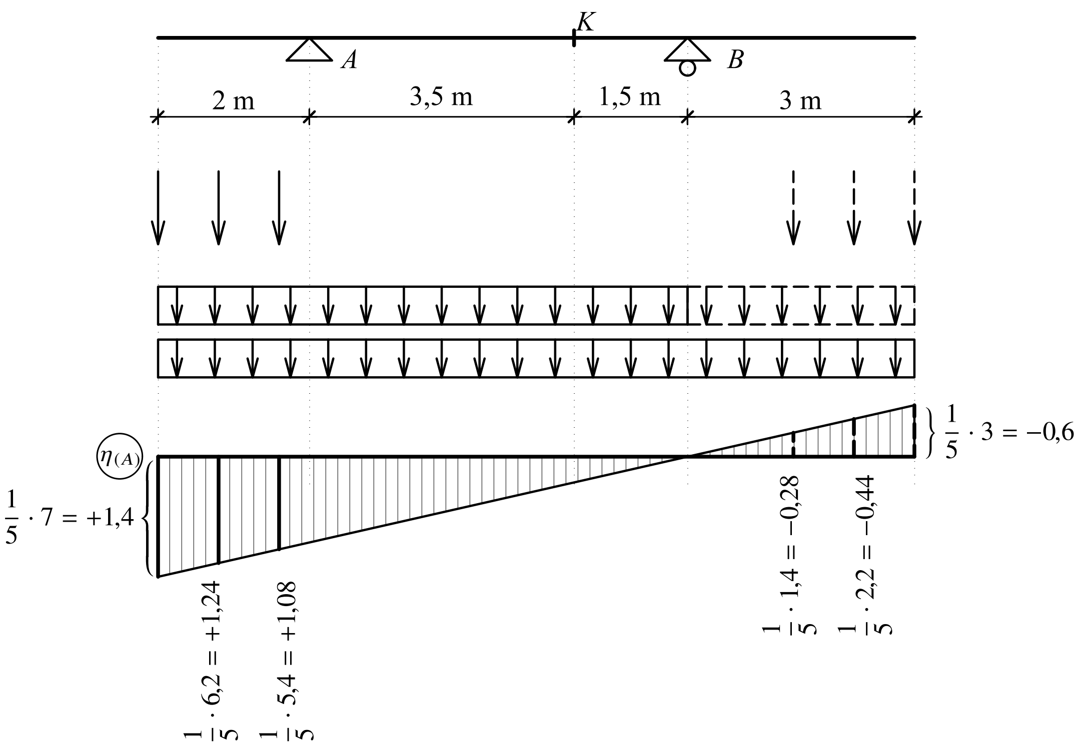
1. Feladat

Határozza meg a képen látható tartó A támaszra vonatkozó reakcióerő hatásábráját, valamint a K keresztmetszertre vonatkozó nyíróerő és nyomatéki hatásábrákat. A hatásábra leterhelésével állapítsa meg a mértékadó pozitív és negatív A ponti támaszreakciót, valamint a K keresztmetszet mértékadó pozitív és negatív nyíró és nyomatéki igénybevételét. (A terheléseknél a koncentrált erők KN-ban vannak, távolságuk m-ben. g a tartót terhelő önsúly teher, p esetleges teher.)



1. Feladat megoldása

Felrajzoltuk a tartó tartó A támaszra vonatkozó reakcióerő hatásábráját, és elhelyezzük a terheket a hatásábra alapján mértékadó helyzetekben. A koncentrált erőkből álló tehercsoport a legnagyobb pozitív reakciót okozó helyzetben folytonos, a legnagyobb negatív reakciót okozó helyzetben szaggatott vonallal van berajzolva. Az esetleges teher hasonló jelöléssel szerepel az ábrán. Az önsúly a teljes tartón működik akár a legnagyobb pozitív, akár a legnagyobb negatív reakcióerőt keressük.



A megoszló terhekkel történő leterheléshez szükségünk lesz a hatásábra egyes szakaszain az ábra alatti területre. Az ábra két háromszögből áll. Jelölje F_1 a baloldali, F_2 a jobboldali háromszög területét, iletve F a teljes területet:

$$F_1 = +4{,}9$$

$$F_2 = -0{,}9$$

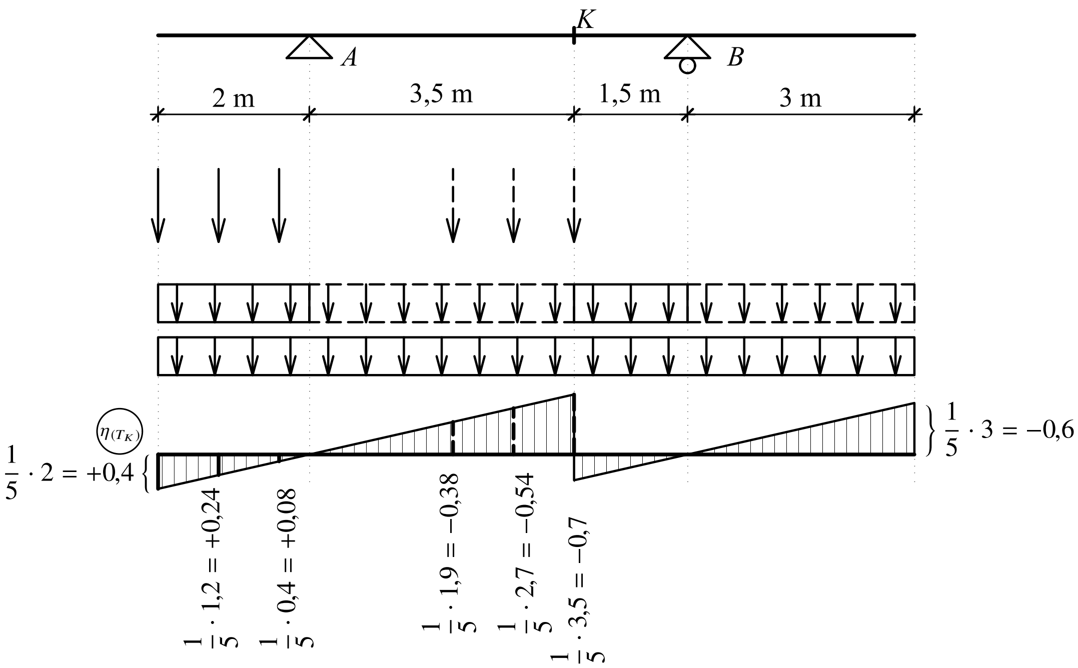
$$F = F_1 + F_2 = +4{,}0$$

Ezekkel a hatásábra mértékadó leterhelése:

$$A^+_{\max} = 4 \cdot 1{,}2 + 4{,}9 \cdot 2{,}4 + 2 \cdot (1{,}4 + 1{,}24 + 1{,}08) = 24\,\mathrm{kN}$$

$$A^-_{\max} = 4 \cdot 1{,}2 - 0{,}9 \cdot 2{,}4 - 2 \cdot (0{,}6 + 0{,}44 + 0{,}28) = 0\,\mathrm{kN}$$

A K keresztmetszet nyíróerő-hatásábrája és a mértékadó teherállásban a szükséges ordinátái:



Itt a megoszló terhekkel történő leterheléshez négy háromszög területét kell meghatározni. Jelölje az ábrán ballról jobbra egymást követő háromszögek területét rendre F_1, F_2, F_3 és F_4, a teljes területet pedig F:

$$F_1 + F_3 = \frac{0{,}4 \cdot 2}{2} + \frac{0{,}3 \cdot 1{,}5}{2} = +0{,}625$$

$$F_2 + F_4 = \frac{-0{,}7 \cdot 3{,}5}{2} + \frac{-0{,}6 \cdot 3}{2} = -2{,}125$$

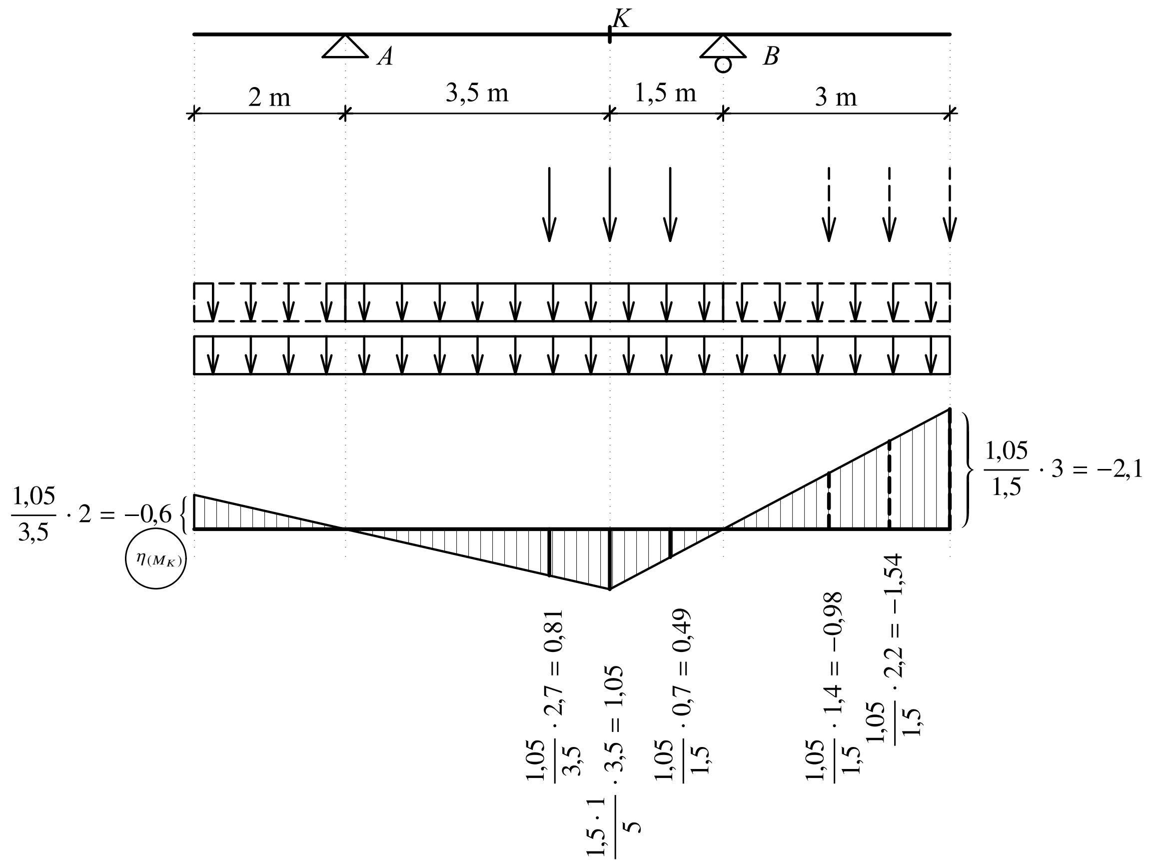
$$F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = -1{,}5$$

Ezekkel a keresztmetszet nyíróigénybevétele:

$$T^+_{\max} = -1{,}5 \cdot 1{,}2 + 0{,}625 \cdot 2{,}4 + 2 \cdot (0{,}4 + 0{,}24 + 0{,}08) = 1{,}14\,\mathrm{kN}$$

$$T^-_{\max} = -1{,}5 \cdot 1{,}2 - 2{,}125 \cdot 2{,}4 - 2 \cdot (0{,}38 + 0{,}54 + 0{,}7) = -10{,}14\,\mathrm{kN}$$

A K keresztmetszer nyomatéki-hatásábrája és a mértékadó teherállásban a szükséges ordináták:



Az előzőekhez hasonlóan itt is F_1, F_2, F_3, és F jelöli a részterületeket sorban:

$$F_1 + F_3 = \underbrace{\frac{-0{,}6 \cdot 2}{2}}_{-0{,}6} + \underbrace{\frac{-2{,}1 \cdot 3}{2}}_{-3{,}15} = -3{,}75$$

$$F_2 = \frac{1{,}05 \cdot 5}{2} = 2{,}625$$

$$F = F_1 + F_2 + F_3 = -0{,}125$$

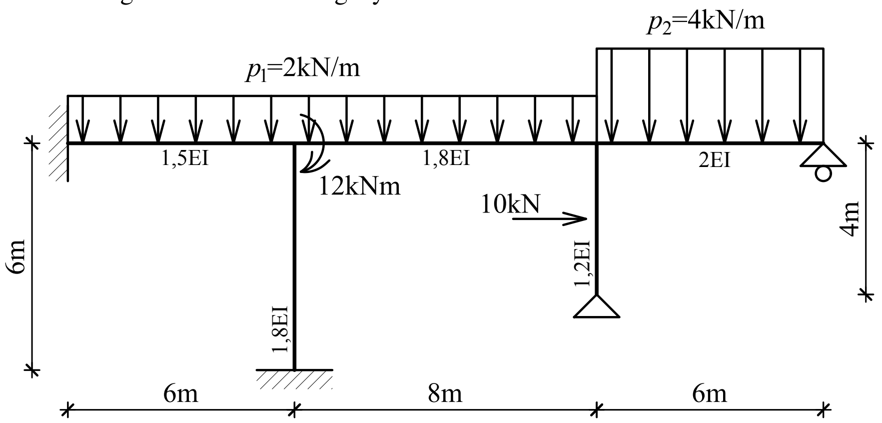
Ezekkel a keresztmetszet nyíróigénybevétele:

$$M^+_{\max} = -1{,}125 \cdot 1{,}2 + 2{,}625 \cdot 2{,}4 + 2 \cdot (0{,}81 + 1{,}05 + 0{,}49) = 9{,}65\,\mathrm{kN}$$

$$M^-_{\max} = -1{,}125 \cdot 1{,}2 - 3{,}75 \cdot 2{,}4 - 2 \cdot (0{,}98 + 1{,}54 + 2{,}1) = -19{,}59\,\mathrm{kN}$$

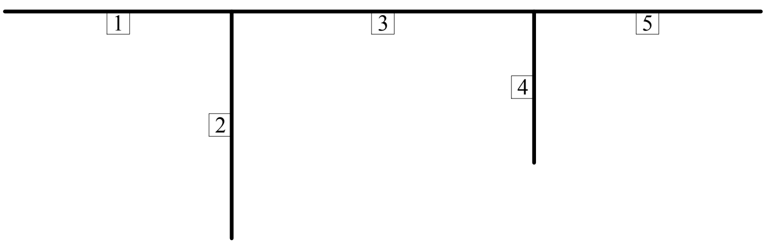
2. Feladat

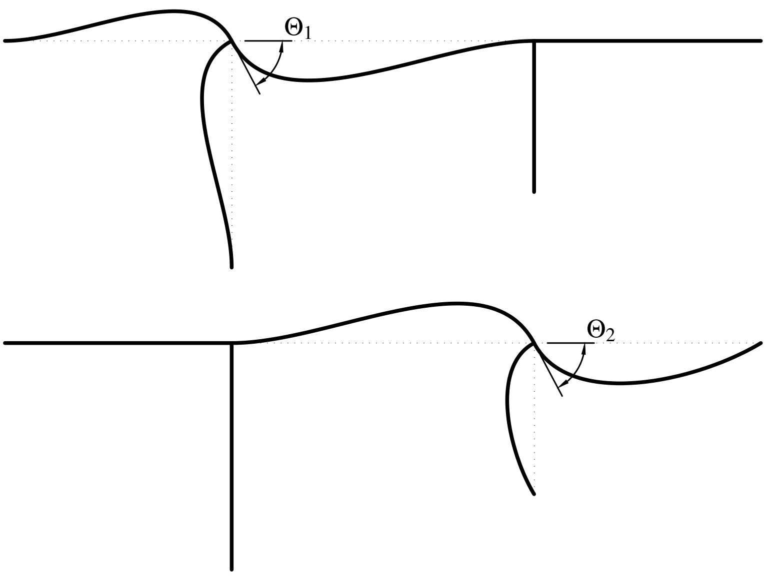
Határzza meg a következő tartó igénybevételi ábráit.*



2. Feladat megoldása

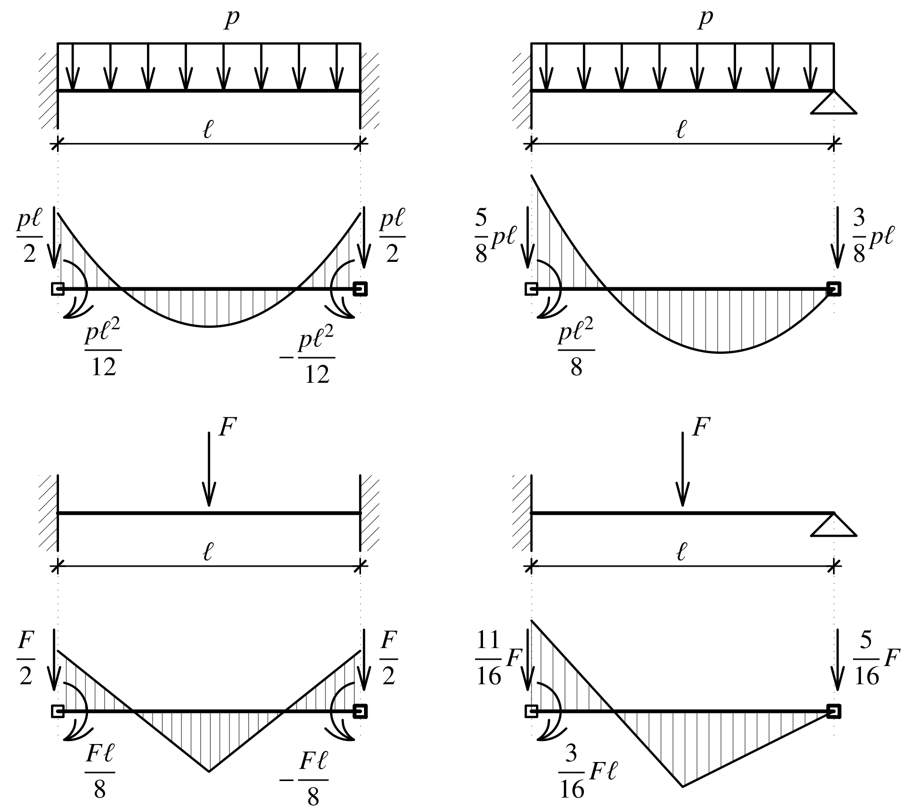
A feladat megoldását a szerkezet rúdelemekre bontásával és a szabadsági fokok meghatározásával kezdjük:



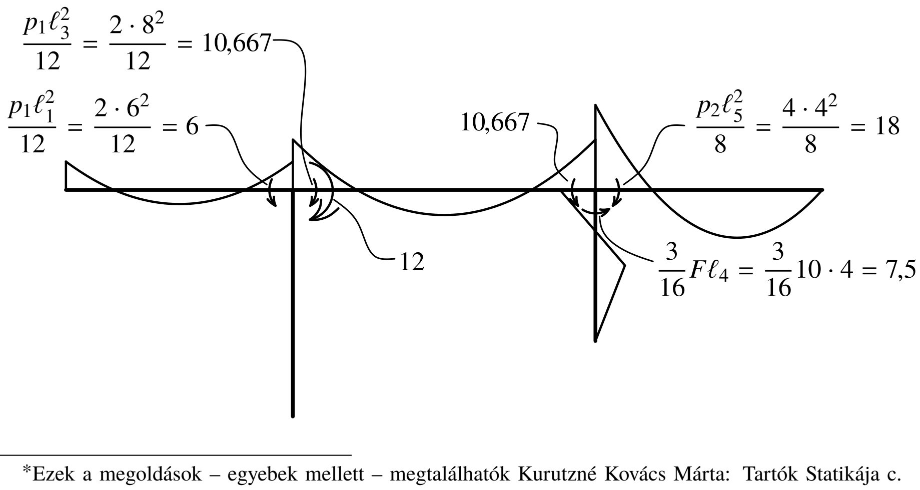


*Ugyanez a példa megtalálható Kurutzné Kovács Márta: Tartók Statikája c. egyetemi jegyzet 303. olalán.

A terhelési tényezők meghatározásához felhasználjuk a mindkét végén befogott és a vegyes támasztású rúdelem ismert megoldásait:*

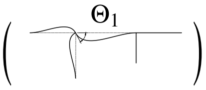


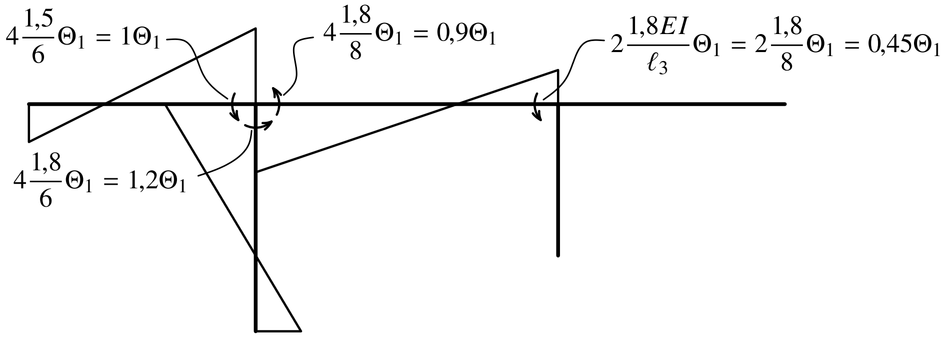
Ezekkel a „megmerevített" tartó nyomatéki ábrája (csak a csomópontok egyensúlya szempontjából lényeges értékeket írtuk fel):



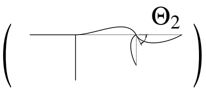
*Ezek a megoldások – egyebek mellett – megtalálhatók Kurutzné Kovács Márta: Tartók Statikája c. egyetemi jegyzet 253. olalán.

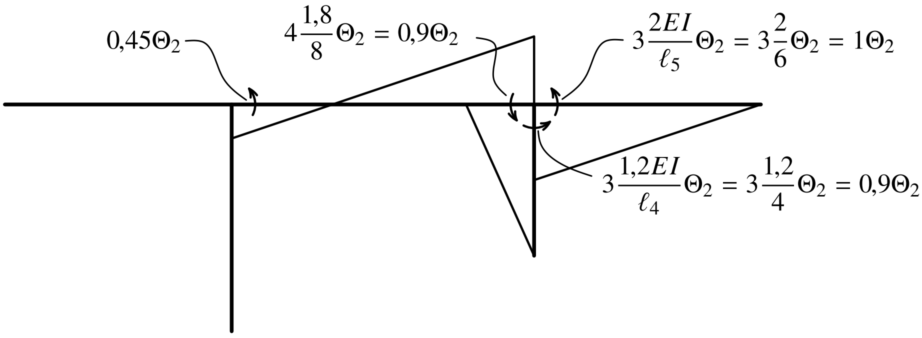
Θ_1 elfordítás beiktatásakor a tartó nyomatéki ábrája:





Θ_2 elfordítás beiktatásakor a tartó nyomatéki ábrája:





Az egyes csomópont egyensúlyát kifelyező egyenlet:

$$1 \cdot \Theta_1 + 0,9 \cdot \Theta_1 + 1,2 \cdot \Theta_1 + 0,45 \cdot \theta_2 + 6 - 10,667 - 12 = 0$$

A kettes csomópont egyensúlyát kifejező egyenlet:

$$0,45 \cdot \Theta_1 + 0,9 \cdot \Theta_2 + 1 \cdot \Theta_2 + 0,9 \cdot \Theta_2 + 10,667 + 7,5 - 18 = 0$$

A két egyenletből álló lineáris egyenletrendszer mátrix alakja:

$$\begin{bmatrix} 1 + 0,9 + 1,2 & 0,45 \\ 0,45 & 0,9 + 1 + 0,9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16,667 \\ -0,1667 \end{bmatrix}$$

vagyis:

$$\begin{bmatrix} 3,1 & 0,45 \\ 0,45 & 2,8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16,667 \\ -0,1667 \end{bmatrix}$$

Eliminációval megoldva (a második egyenletből kivonjuk az első $\frac{0,45}{3,1}$-szeresét):

$$\begin{bmatrix} 3,1 & 0,45 \\ 0 & 2,8 - 0,45\frac{0,45}{3,1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16,667 \\ -0,1667 - 16,667\frac{0,45}{3,1} \end{bmatrix}$$

Visszahelyettesítés:

A második egyenletből: $\Theta_2 = \dfrac{-0{,}1667 - 16{,}667\dfrac{0{,}45}{3{,}1}}{2{,}8 - 0{,}45\dfrac{0{,}45}{3{,}1}} = -0{,}9458$

Az elsőből: $\Theta_1 = \dfrac{16{,}667 + 0{,}45 \cdot 0{,}9458}{3{,}1} = 5{,}514$

Ezzel a végleges nyomatéki ábra: