

NGB_MA003_1 (Matematika – Analízis és differenciálegyenletek)
Vizsga, 0. feladatsor

1. Oldja meg a $3z^6 - 6z^3 + 12 = 0$ egyenletet a komplex számok halmazán! (12)
2. Vizsgálja meg monotonitás szempontjából az $a : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{R}$, $a_n = \frac{2n+5}{4n-3}$ sorozatot!
Határozza meg a sorozat határértékét, és adjon meg küszöbindexet az $\varepsilon = 10^{-4}$ hibakorláthoz! (12)
3. Határozza meg a $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 + 3x + 1} - \sqrt{2x^2 - x + 2})$ függvényhatárértéket! (8)
4. Írja fel az $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\text{sh}(2x+1)}{\sqrt{4x+6}}$ függvény $x_0 = -\frac{1}{2}$ helyen vett érintőjének az egyenletét! (10)
5. Végezzen teljes függvényvizsgálatot az $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ függvényen! (18)
6. (a) Adja meg az $\int \frac{5}{16x^2+1} dx$ primitív függvényt!
(b) Számítsa ki az $\int_0^1 (1-2x)\text{sh}(3x)dx$ határozott integrált!
(c) Mekkora térfogatú testet kapunk, az $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{2x+3}}$ függvény 0 és 1 közé eső ívét megforgatjuk az x tengely körül? (20)
7. (a) Határozza meg az $y'x - 2yx^2 = x^2$ differenciálegyenlet általános megoldását, és adja meg az $y(1) = 2$ feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
(b) Határozza meg az $4y'' + 8y' + 5y = 3x - 2$ differenciálegyenlet általános megoldását! (20)