

**NGB\_MA003\_1 (Matematika – Analízis és differenciálegyenletek)  
Vizsga, 1. feladatsor**

1. Oldja meg a  $2z^6 + 4\sqrt{2}z^3 + 8 = 0$  egyenletet a komplex számok halmazán! (12)
2. Vizsgálja meg monotonitás szempontjából az  $a : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{R}$ ,  $a_n = \frac{n+3}{1-2n}$  sorozatot!  
Határozza meg a sorozat határértékét, és adjon meg küszöbindexet az  $\varepsilon = 10^{-2}$  hibakorláthoz! (12)
3. (a) Számítsa ki a  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x-2} \right)^{2x+5}$  függvényhatárértéket!  
(b) Számítsa ki a  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(2x-2)}{5-5x}$  függvényhatárértéket! (8)
4. Írja fel az  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 18x + 1$  függvény 18 meredekségű érintőinek az egyenletét! (12)
5. Vizsgálja meg monotonitás és lokális szélsőértékek szempontjából az  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$  függvényt! (16)
6. (a) Számítsa ki az  $\int_1^2 \ln(2x)(3x+1)dx$  határozott integrált!  
(b) Mekkora térfogatú testet kapunk, az  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{\sin(x)}$  függvény 0 és  $\pi$  közé eső ívét megforgatjuk az  $x$  tengely körül? (18)
7. (a) Adja meg az  $y' - \frac{2x}{x^2+1}y = x$  differenciálegyenlet általános megoldását!  
(b) Adja meg az  $y'' + y' - 2y = x - 1$  differenciálegyenlet általános megoldását! (22)