

NGB_MA003_1 (Matematika – Analízis és differenciálegyenletek)
Vizsga, 2. feladatsor

1. Oldja meg a $iz^4 - 2\bar{z}^4 = 1 - 2i$ egyenletet a komplex számok halmazán! (12)
2. Vizsgálja meg monotonitás szempontjából az $a : \mathbb{N} \mapsto \mathbb{R}$, $a_n = \frac{n-1}{2-3n}$ sorozatot! Határozza meg a sorozat határértékét, és adjon meg küszöbindexet az $\varepsilon = \frac{1}{20}$ hibakorláthoz! (12)
3. (a) Számítsa ki a $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{e^{x+1} - 1}{-3x - 3}$ függvényhatárértéket!
- (b) Számítsa ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 8^{x+1} - 3^{x-2}}{5^{x+1} - 2^{3x+1}}$ függvényhatárértéket! (8)
4. (a) Számítsa ki a \sin függvény 0 és $\frac{\pi}{2}$ közötti íve alá eső területet (vagyis az ív és az x tengely által közbezárt területet)!
- (b) Számítsa ki a \sin függvény 0 körüli harmadfokú és Taylor-polinomjának 0 és $\frac{\pi}{2}$ közötti íve alá eső területet! (12)
5. Vizsgálja meg konvexitás és inflexiós pontok szempontjából az $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 1}{e^x}$ függvényt! (16)
6. (a) Számítsa ki az $\int_0^1 1 + \frac{x^2}{\sqrt{x^3 + 2}} dx$ határozott integrált!
- (b) Mekkora térfogatú testet kapunk, az $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{\cos(x) \cdot x}$ függvény 0 és $\frac{\pi}{2}$ közé eső ívét megforgatjuk az x tengely körül? (18)
7. (a) Adja meg az $2y' + 4y = x$ differenciálegyenlet általános megoldását!
- (b) Adja meg az $9y'' - 6y' + y = 2x$ differenciálegyenlet általános megoldását! (22)