

---

**NGB\_MA003\_1 (Matematika – Analízis és differenciálegyenletek)**  
**Vizsga, 5. feladatsor**

1. Oldja meg a  $z^6 + (i - 1)z^3 - i = 0$  egyenletet a komplex számok halmazán! (12)
2. Vizsgálja meg monotonitás szempontjából az  $a : \mathbb{N}_+ \mapsto \mathbb{R}$ ,  $a_n = n^2 - 2n + 3$  sorozatot! Határozza meg a sorozat határértékét! (8)
3. (a) Számítsa ki a  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{3x-1} + 6^x}{7^x - 8^{x+1}}$  függvényhatárértéket!  
(b) Számítsa ki a  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5 - 5x}{\cos(2x - 2)}$  függvényhatárértéket! (8)
4. Írja fel az  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{-x^2}$  függvény  $x_0 = -2$  helyen vett érintőjének az egyenletét! (10)
5. Vizsgálja meg monotonitás és lokális szélsőértékek szempontjából az  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln((x + 2)^2) + 5x + \frac{x^2}{2}$  függvényt! (18)
6. (a) Számítsa ki az  $\int_0^{\pi/12} x \cos(3x) dx$  határozott integrált!  
(b) Mekkora térfogatú testet kapunk, ha az  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^{3/2}$  függvény 1 és  $\sqrt{2}$  közé eső ívét megforgatjuk az  $x$  tengely körül? (20)
7. (a) Adja meg az  $y' = \frac{2x^2 - 3x^3}{x}$  differenciálegyenlet általános megoldását! Adja meg az  $y(2) = 5$  feltételt kielégítő partikuláris megoldást!  
(b) Adja meg az  $2y'' - 2y' - 4y = 1 - x$  differenciálegyenlet általános megoldását! (24)