

---

**NGB\_MA003\_1 (Matematika – Analízis és differenciálegyenletek)  
Vizsga, 7. feladatsor**

1. Oldja meg az  $iz^6 - iz^3 - 6i = 0$  egyenletet a komplex számok halmazán! (12)

2. Vizsgálja meg monotonitás szempontjából az  $a : \mathbb{N}_+ \mapsto \mathbb{R}$ ,  $a_n = 2 + \frac{n-1}{n+1}$  sorozatot!  
Határozza meg a sorozat határértékét! (8)

3. (a) Számítsa ki a  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 1}{1 - x^2}$  függvényhatárértéket!

(b) Számítsa ki a  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x-1} + 6^x}{7^{x+1} - 8^x}$  függvényhatárértéket! (8)

4. Írja fel az  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(2x)}$  függvény  $x_0 = \pi$  helyen vett érintőjének az egyenletét! (10)

5. Vizsgálja meg monotonitás és lokális szélsőértékek szempontjából az  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{2x+1}(x^2 - 2x - 1)$  függvényt! (18)

6. (a) Számítsa ki az  $\int_0^{\pi/6} x \sin(3x) dx$  határozott integrált!

(b) Mekkora térfogatú testet kapunk, ha az  $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$  függvény 1 és  $\sqrt{3}$  közé eső ívét megforgatjuk az  $x$  tengely körül? (20)

7. (a) Adja meg az  $y' = \frac{2+x}{\sqrt{x}}$  differenciálegyenlet általános megoldását! Adja meg az  $y(1) = 2$  feltételt kielégítő partikuláris megoldást!

(b) Adja meg az  $y'' - y' - 20y = x$  differenciálegyenlet általános megoldását! (24)