

8. Nevezetes diszkrét eloszlások II.

Szükséges új ismeretek: *A Poisson-eloszlás. Kapcsolat a diszkrét eloszlások között: a hipergeometriai eloszlás közelítése binomiálissal, a binomiális eloszlás közelítése Poissonnal.*

Elméleti anyag, példák, kidolgozott feladatok: *J1: 6. és 8. fejezet ; J2: 9. és 11. fejezet.*

Poisson-eloszlás

1. Egy üzletben a fél óra alatt érkező vásárlók száma Poisson-eloszlású valószínűségi változó, 6 várható értékkel.
 - (a) Mi a valószínűsége annak, hogy 30 perc alatt pontosan 3 vevő jön?
 - (b) Mi a valószínűsége annak, hogy 10 perc alatt pontosan 2 vevő jön?
 - (c) Mi a valószínűsége annak, hogy 15 perc alatt nem jön senki?
 - (d) Mekkora az az időtartam, amely alatt legalább 0,95 valószínűséggel jön vevő?
2. Egy irodában óránként átlagosan négyszer csörög a telefon.
 - (a) Mi a valószínűsége, hogy 20 perc alatt kétszer is csörög?
 - (b) Mennyi időre mehet ki a titkárnő, ha azt akarja, hogy ezen idő alatt 0,1-nél kisebb legyen annak a valószínűsége, hogy csörög a telefon?
3. Egy könyvben 200 oldalon 94 sajtóhiba található. Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy oldalon
 - (a) nincs hiba,
 - (b) van hiba,
 - (c) pontosan egy hiba van,
 - (d) legalább két hiba van?
4. Egy romantikus augusztusi éjszakán átlagosan 10 percenként látunk egy hullócsillagot.
 - (a) Mi a valószínűsége, hogy 10 perc alatt pontosan kettőt látunk?
 - (b) Mi a valószínűsége, hogy 5 perc alatt látunk hullócsillagot?
 - (c) Már 10 perce nézzük az eget, de nem láttunk egyet sem. Mi a valószínűsége, hogy a következő 10 percben látunk legalább egyet?
 - (d) 10 perc alatt pontosan 5 hullócsillagot láttunk. Mi a valószínűsége, hogy a következő 10 percben nem látunk egyet sem?
5. Tételezzük fel, hogy az egy évben bekövetkező repülőgép-szerencsétlenségek száma Poisson-eloszlást követ. Annak a valószínűsége, hogy egy évben egyetlen repülő sem zuhan le, 0,1. Mi a valószínűsége, hogy a következő évben
 - (a) pontosan két repülő zuhan le,
 - (b) legalább két repülő zuhan le,
 - (c) kettőnél kevesebb repülő zuhan le?
6. Egy postahivatalban egy év alatt 1242 címzetlen levelet adtak fel.
 - (a) Mi a valószínűsége, hogy egy napon nem adtak fel címzetlen levelet?
 - (b) Várhatóan hány olyan napja van az évnek, amikor nem adtak fel címzetlen levelet?
7. Ellentmond-e egymásnak a következő két kijelentés:
 - (a) „A New York Times-ban oldalanként átlagosan háromszor annyi a sajtóhiba, mint a Washington Post-ban.”
 - (b) „Annak az esélye, hogy egy oldal sajtóhibamentes, a Washington Post-ban kétszer annyi, mint a New York Times-ban.”

Binomiális – Poisson

8. Egy irodaházban 1200 telefon van, melyek egymástól függetlenül 0,002 valószínűséggel hibásodnak meg naponta. Mi a valószínűsége annak, hogy egy napon
 - (a) legalább kettő készülék hibásodik meg,
 - (b) pontosan három készülék hibásodik meg,
 - (c) történik meghibásodás?
9. Tegyük fel, hogy az év minden napján százszor elgurítunk egy dobókockát, és azt figyeljük, hogy naponta hány hatost dobunk. Annak valószínűsége, hogy 100 dobásból legalább 30 hatost kapunk kb. 0,00067. Mi a valószínűsége annak, hogy az évben
 - (a) lesz olyan nap, amikor a hatosok száma legalább 30,
 - (b) legalább négy ilyen nap lesz?
10. Egy biztosító társaság felmérése szerint évente 0,0002 valószínűséggel keletkezik egy családi házban tűzkár.
 - (a) Mi a valószínűsége, hogy 15 000 házból kevesebb, mint négyben fog előfordulni tűzkár?
 - (b) Mi a valószínűsége, hogy 15 000 házból legalább egyben lesz tűzkár?
 - (c) Mennyi az egy év alatt bekövetkező tűzkárok számának várható értéke?

Hipergeometriai – binomiális

11. Összekeverünk 500 pakli magyar kártyát, majd ebből húzunk visszatevés nélkül 6 lapot. Mi a valószínűsége annak, hogy
 - (a) húzunk pirosat,
 - (b) csak pirosat húzunk,
 - (c) pontosan kettő pirosat húzunk?
12. Abszurdisztánban három párt létezik: a Csíkosak, a Kockásak¹ és a Pöttyösek. A Csíkosakat a teljes szavazóképes lakosság 60%-a támogatja, a maradék 40%-on a másik két párt fele-fele arányban osztozik. Tudjuk, hogy az országban pontosan egymillió szavazó van.
 - (a) Véletlenszerűen kiválasztunk 20 embert. Mi a valószínűsége annak, hogy
 - i. közülük pontosan 12 támogatja a Csíkosakat,
 - ii. van közöttük Kockás szavazó,
 - iii. csak Csíkos szavazó van közöttük,
 - iv. a Pöttyösek és a Kockásak együttes száma pontosan 10?
 - (b) Válaszoljunk a fenti kérdésekre akkor is, ha a teljes szavazóképes lakosság mindössze 100 fő!

¹A bíróság nem akarta bejegyezni a pártot Négyzetrácsosak néven