

# Csillagközi molekulafelhők és lökéshullámok kölsönhatásának vizsgálata

Készítette: **Horváth András**

Széchenyi István Főiskola Matematika Tanszék  
ELTE TTK Csillagászati Tanszék

Témavezető: **Dr. Marik Miklós**

ELTE TTK Csillagászati Tanszék

# Tartalom

<b>1. Bevezetés</b>	<b>3</b>
1.1. A téma fontossága . . . . .	4
<b>2. A csillagközi anyag</b>	<b>6</b>
2.1. A csillagközi anyag alkotórészei . . . . .	6
2.2. A csillagközi anyag általános leírása . . . . .	7
2.3. A csillagközi anyag fizikája . . . . .	9
2.3.1. Kvantummechanikai hatások . . . . .	9
2.3.2. A statisztikus fizikai leírás . . . . .	9
2.3.3. A magnetohidrodinamikai leírás . . . . .	11
2.4. A csillagközi anyag megfigyelése . . . . .	13
2.4.1. Látható fény . . . . .	14
2.4.2. Infravörös sugárzás . . . . .	15
2.4.3. Rádióhullámok . . . . .	16
2.4.4. Röntgensugárzás . . . . .	18
<b>3. A csillagközi anyag modellezése</b>	<b>19</b>
3.1. Molekulafelhő-modellek . . . . .	19
3.1.1. Egydimenziós modellek . . . . .	19
3.1.2. Többdimenziós modellek . . . . .	20
3.2. Lökéshullám-modellek . . . . .	21
<b>4. Numerikus módszerek</b>	<b>24</b>
4.1. A magnetohidrodinamikai egyenletek numerikus megoldása . . . . .	24
4.2. Az advekció számítása . . . . .	26
4.2.1. A Lagrange-típusú módszerek . . . . .	26
4.2.2. Az Euler-típusú módszerek . . . . .	28
4.2.3. Az adaptív rácsfinomítás . . . . .	32
<b>5. A felhő-lökéshullám találkozás</b>	<b>34</b>
5.1. Eddigi eredmények . . . . .	34
5.2. Kvalitatív leírás . . . . .	36
5.3. A molekuláris hidrogéngáz termodinamikája . . . . .	40
5.3.1. A molekuláris hidrogéngáz belső energiája és állapotegyenlete	40
5.3.2. A hidrogénmolekulák termális disszociációja . . . . .	45

---

5.4.	A hűlési függvény . . . . .	46
5.5.	Új numerikus módszerek a hűlés számolására . . . . .	47
5.5.1.	Bevezetés . . . . .	47
5.5.2.	Az interpolációs módszer . . . . .	49
5.5.3.	A szemianalitikus módszer . . . . .	50
5.5.4.	A módszerek összevetése . . . . .	51
5.6.	A numerikus modell . . . . .	52
5.6.1.	A ZEUS-Nirvana hidrokód . . . . .	52
5.6.2.	Az egyensúlyi modell . . . . .	53
5.6.3.	A disszociációs modell . . . . .	53
5.6.4.	Kezdő- és peremfeltételek . . . . .	55
5.6.5.	Elhanyagolások . . . . .	56
5.7.	A numerikus modell eredményei . . . . .	57
5.7.1.	Az eredmények megjelentítése . . . . .	57
5.7.2.	A modell tesztelése . . . . .	58
5.7.3.	A molekuláris gáz dinamikájából származó különbségek . . . . .	59
5.7.4.	Futtatássorozat különböző Mach-számokkal . . . . .	63
5.7.5.	Futtatássorozat különböző felhősűrűségekkel . . . . .	63
5.7.6.	A modell és a megfigyelési eredmények kvalitatív összevetése . . . . .	66
<b>6.</b>	<b>Összefoglalás</b>	<b>69</b>
6.1.	Summary in English . . . . .	70
6.2.	Köszönetnyilvánítás . . . . .	70
<b>A.</b>	<b>A hűlési rutinok összehasonlítása</b>	<b>72</b>
A.1.	Implicit Euler módszer . . . . .	73
A.2.	Cranck-Nicholson módszer . . . . .	74
A.3.	Interpolációs módszer . . . . .	75
A.4.	Szemianalitikus módszer . . . . .	76
A.5.	Grafikonok . . . . .	77
<b>B.</b>	<b>A változások szemléltetése</b>	<b>78</b>
B.1.	Sűrűségkontúrok . . . . .	78
B.2.	Metszeti sűrűségeloszlások . . . . .	79
B.3.	A hosszabb idejű fejlődés . . . . .	79

# 1. fejezet

## Bevezetés

A csillagközi anyag kutatása napjaink csillagászatának egyik fontos területe.

Tejútrendszerünk tömegének nagyságrendileg 5%-át teszi ki a csillagközi anyag, így számottevő a hatása Galaxisunk dinamikájára. A csillagok keletkezése pedig a csillagközi anyag sűrűsödésével indul, tehát ezt a fontos jelenséget is csak úgy tudjuk megérteni, ha tanulmányozzuk a csillagközi anyag fizikáját.

Bár emissziós és abszorpciós csillagközi felhőket már a távcső felfedezése után röviddel tanulmányoztak a kutatók, a csillagok közti teret folytonosan kitöltő gáz jelenlétére századunk elején jöttek csak rá a csillagászok. A csillagközi felhők belsejét pedig optikai tartományban csak korlátozott pontossággal lehet megfigyelni, így ezen terület is csak századunk második felében, az infravörös és a rádiócsillagászat megjelenésével indult gyors fejlődésnek.

A csillagközi anyag elméleti vizsgálata is aktívan kutatott területe napjaink csillagászatának. A csillagközi anyagot leíró magnetohidrodinamikai egyenletek ugyanis csak a legegyszerűbb esetekben kezelhetők pontosan, a közelítő megoldásokhoz pedig olyan mennyiségű számítás szükséges, hogy csak a számítógépek teszik lehetővé a kicsit részletesebb modellek végigszámolását. Azonban a jelenlegi legnagyobb számítógépekkel és legjobb számítási módszerekkel sem lehetséges a csillagközi anyag teljes részletességgel történő modellezése, így ma is kutatott terület, hogy egyes esetekben mely fizikai effektusok a fontosak, hogyan lehet ezeket pontosan és kevés számítási kapacitást lekötve figyelembe venni.

Dolgozatomban elsősorban ez utóbbi témával, azaz a csillagközi anyagban zajló folyamatok számítógépes modellezésével foglalkozom.

Kutatásaim eredményét a következő fő pontokban foglalom össze:

- A csillagközi felhők dinamikáját lényegesen befolyásolják a kémiai reakciók. Ezek közül a hidrogénmolekulák disszociációjának hatását tanulmányozom részletesen.
- A csillagközi anyagot atomi és molekuláris hidrogén keverékeként felfogva, a felhő-lökéshullám kölcsönhatás után erősebb, vékonyabb csóva képződik a felhő mögött, mint ha csak atomi hidrogénnel számolnánk. Bizonyos meglökött molekulafelhők pedig ilyen képet mutatnak.

- A felhők globális struktúját helyesen adja vissza egy olyan modell is, amelynek felbontása “mérsékelt”: 30 rácspont a felhő sugarának megfelelő távolságon.
- Két új numerikus módszert adok a sugárzási hűlés számítására, amelyek az eddig alkalmazottaknál pontosabbnak és kevesebb számítást igénylőnek bizonyultak.

Ezen fő tézisek kifejtése mellett javaslatot teszek egy paraméterhalmaz bevezetésére, amely a a numerikus modellek globális struktúráját leíró áttekinthetőbbé teszi, és a megfigyelési adatokkal való összevetésben is hasznosnak bizonyulhat.

## 1.1. A téma fontossága

A csillagközi molekulafelhők és a lökeshullámok találkozása nem ritka jelenség. Heathcote és Brand pl. kimutatta ([6]), hogy lényegében minden molekulafelhő élete során találkozik (átlagosan) egy lökeshullámmal. Valóban, sok olyan felhőt láthatunk az égen, amelyek világosan egy ilyen találkozás során jöttek létre. (Lásd pl. [48])

Ezen folyamatok elméleti tanulmányozásával tehát egyrészt megérthetjük és modellezhetjük a megfigyelhető üstökös alakú felhők létrejöttét, másrészt a csillagkeletkezés egyik formájának kezdeti stádiumát tanulmányozhatjuk.

Előbbi azért fontos, mert ha egy megfigyelt felhőre tudunk egy jól illeszkedő modellt találni, akkor abból olyan mennyiségekre is következtethetünk, amelyeket közvetlenül nem lehet mérni. Pontos képet kaphatunk tehát a belső sűrűség- és sebességeloszlásról, következtethetünk a lökeshullám sebességére, stb.

A csillagkeletkezési folyamatok tanulmányozása pedig azért fontos, mert a mai napig nincs megnyugtató válasz olyan fontos kérdésekre, hogy pl. milyen körülmények közt indul meg az indukált csillagkeletkezés egy ilyen lökeshullám-felhő találkozásakor, a felhő tömegének hányadrészből válik csillaganyag, mennyit sodor el a lökeshullám, stb.

Bár az itt felvetett problémák nagyon fontosak a csillagközi anyag megértése szempontjából, a mai napig sem tudjuk megoldásukat. Ennek okait az előző fejezetben megemlítettük: mind megfigyelési, mind elméleti oldalról csak az utóbbi évtizedekben juthattak a kutatók megfelelő eszközökhöz.

Természetesen dolgozatomban nem tudok ezekre a kérdésekre teljes választ adni, csak néhány részproblémát oldok meg, és ezzel közelebb kerülünk a megoldáshoz. Fő állításom (tézisem) az, hogy figyelembe kell venni a  $H_2$ -molekulák termodinamikai viselkedésének az ideális gázétól való különbözőségét, ha pontos modellt akarunk alkotni. Az eddigi elméleti modellek ugyanis mindig az ideális gáz állapotegyenletével számoltak a felhő-lökeshullám találkozásának modellezésekor. Eredményeim szerint ha figyelembe vesszük a  $H_2$ -molekulák hatását, akkor egyrészt sokkal sűrűbb felhő marad hátra a találkozás után, másrészt a felhő “jobban üstökös alakú” lesz, azaz a lesodort anyag kisebb keresztmetszetű térrészben oszlik el. Előbbi jelentősen befolyásolhatja a csillagkeletkezési folyamatok beindulását, utóbbi pedig a megfigyelt objektumok modellezését.

---

Egy konkrét objektum (az L1251 jelű felhő) esetén megmutatom, hogy ehhez hasonló struktúrát csak a H-H<sub>2</sub>-keverék termodinamikája és a radiatív hűlés figyelembe vételével lehet a numerikus modellekben reprodukálni. Ez jelzi a pontosabb termodinamikai modell alkalmazásának fontosságát.

## 2. fejezet

# A csillagközi anyag

Ebben a fejezetben egy összefoglalót adok a csillagközi anyagról (CSKA) jelenleg rendelkezésünkre álló ismeretekről. A fejezet elsődleges célja az, hogy a saját munkámat beleillessze a CSKA-ról alkotott eddigi elképzelésekbe, és a későbbi fejtegetéseim kiindulópontául szolgáljon.

### 2.1. A csillagközi anyag alkotórészei

A csillagközi anyag alkotórészeit az alábbiak szerint osztályozhatjuk:

**Részecskék:** protonok, elektronok, atommagok. Ez a felsorolás azt szeretné tükrözni, hogy a CSKA-ban gyakorlatilag elhanyagolható az atommagátalakulások száma, viszont az atomok és molekulák gyakran felbomlanak elemi alkotórészeikre, így a felsorolt három “részecsketípust” nevezhetjük “eleminek” a CSKA-ban lezajló folyamatok szerint.

Ezek a részecskék gyakran csoportosulnak, és alkotnak nagyobb egységeket, de ezen csoportokat sokféle folyamat felbonthatja, majd újra előállíthatja, így csak másodlagos építőköveknek tekinthetők. Ezeknek főbb fajtái:

- Atomok.
- Ionok.
- Molekulák.
- Por.

**Elektromágneses sugárzás:** az elektromágneses sugárzás lényegében minden színképtartománya megtalálható a CSKA-ban. Csak a főbb fajtákat említve:

- Kozmikus háttérsugárzás. Ez az egész Univerzumot betöltő 2.7 K-es feketetest-sugárzás viszonylag kis energiasűrűségű, de minden esetben fellép, és bizonyos esetekben gerjeszti egyes molekulák rotációs szabadsági fokait.

- Rádióhullámok. Jelentős a szerepük a sugárzási hűlésben, valamint a CSKA észlelésében. Általában nem termikus eredetű, hanem molekulák forgási átmenetekekor keletkezik.
- Infravörös sugárzás. Többnyire melegebb, sűrűbb felhők termikus sugárzásakor keletkezik.
- Látható fény. Többnyire az atomok és molekulák gerjesztett állapotai közti átmenetkor keletkezik. Jelentős még a külső források (közeli csillagok) fénysugárzása, amely gerjeszthet bizonyos átmeneteket, vagy szóródhat a CSKA-n, így a megfigyelésekkor fontos szerepet játszik.
- Ultraibolya sugárzás. A korai (O vagy B) színeképtípusú csillagok sugárzása a legjellemzőbb forrása. Fontos hatása, hogy a CSKA-ban képes kémiai reakciókat (ionizáció, disszociáció) kiváltani.
- Lágy röntgen sugárzás. Főként a CSKA forró ( $\approx 10^6$  K) komponense bocsátja ki.

**Mágneses tér:** A CSKA-ban igen fontos szerepet játszik a mágneses tér. Eredete többnyire a Galaxis mágneses terére vezethető vissza, amely bizonyos körülmények közt igen felerősödhet pl. a mágneses befagyás segítségével.

Ritkán egyes objektumok, pl. csillagok erős mágneses tere is jelentős hatással lehet a környező CSKA-ra, de ez nem tartozik dolgozatunk szűkebb vizsgálódási köréhez, így nem foglalkozunk vele.

## 2.2. A csillagközi anyag általános leírása

A csillagközi anyag általános leírására a háromfázisú modell az elfogadott alapkoncepció. ([23]) E szerint a Tejútrendszerben található CSKA három komponensre (fázisra) bontható. Ezek:

**Forró komponens:** Hőmérséklet:  $10^5$ – $10^6$  K; sűrűség:  $0.01$ – $0.1 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$ .

A forró komponenst a nagyenergiájú folyamatok (szupernovarobbanások) által felfűtött anyag alkotja. A Galaxis diszkje térfogatának 50–70%-át töltik ki ezek a “buborékok”, de tömegük elhanyagolható a CSKA többi komponensének tömege mellett.

Egy magányos szupernóva-buborék karakterisztikus mérete 50–100 pc, de fiatal csillagcsoportokban sorozatos szupernóva-robbanások együttesen egy 1–2 kpc-es superbuborékot is fújhatnak.

**Meleg komponens:** Hőmérséklet:  $\approx 10^4$  K; sűrűség:  $1$ – $10 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$ .

A hideg komponens körül “koronaként” található meg. A diszk térfogatának kb. 20%-át tölti ki.

Ezen komponenst sokféle hatás tartja melegen, pl. a közeli csillagok ultraibolya sugárzása, ionizációs és egyéb lökéshullám-frontok.



**Hideg komponens:** Hőmérséklet: 10–100 K; sűrűség: 50–100  $m_H/cm^3$ .

Ez a komponens csak 1–2%-át tölti ki a galaktikus diszknek, de itt található a CSKA tömegének kb. fele.

A csillagközi felhőket alkotó meleg és hideg komponens erősen inhomogén eloszlású: a 100 pc-es óriás molekulafelhőktől kezdve a néhány tizedparszekes sűrű, hideg felhőmagok minden skálán mutat inhomogenitást.

A CSKA ezen inhomogén szerkezetét a csillagok, és az azzal kapcsolatos jelenségek alakítják. Jelen dolgozat kereteit meghaladná ezen folyamatok részletes ismertetése, így itt csak néhányat említünk ezek közül.

Egy fiatal, nagy tömegű, O vagy B színképtípusú csillag erős ultraibolya sugárzásával egy 50–60 pc sugarú térrészben képes ionizálni a CSKA-t. A csillag sugárzásának megkezdésekor ez a zóna fokozatosan tágulva éri el ezt a méretet, és eközben a csillag környezetéből kisöpri az anyag egy részét, így egy viszonylag ritkább, de meleg (10 000 K körüli) zóna alakul ki, amelynek szélén haladó ionizációs front összesűríti az ott található anyagot. A nagy tömegű csillag viszonylag rövid (néhány tízmillió éves) élete végén szupernóvarobbanást produkál, amely szintén egy buborékot fúj, ami ebben az inhomogén környezetben kezd tágulni. Ráadásul, mivel a nagy tömegű csillagok sokszor csoportokban keletkeznek (OB-asszociációk), ezek a jelenségek több, közeli csillag esetén is lejátszódnak, így valóban erősen inhomogén szerkezet alakul ki.

Az ionizációs frontok és a szupernóva-lökéshullámok által összesűrített anyagban azután a csillagképződés valószínűsége megnő, a frissen keletkező csillagok szintén csillagszelet, ionizációs frontot, és ha van köztük nagy tömegű, akkor pár tízmillió év múlva szupernóva-robbanást produkálnak, így a csillagkeletkezés “láncreakciószerűen” tovaterjed. Az ilyen folyamatok számszerű, numerikus modellezésével több kutató is foglalkozik, itt a [40] munkát emelném ki.

Egy ilyen tömeges csillagkeletkezést elindíthat pl. a Galaxis egyik spirálkarja, mint lökéshullám, vagy akár egyetlen szupernóva robbanása.

Az OB-asszociációkban viszonylag gyakori szupernóva-robbanások pedig egy közös nagy “szuperbuborékot” képesek fújni, melyek a galaktikus diszk vastagságával egy nagyságrendbe eső méretűek is lehetnek, és így akár jelentős mennyiségű anyagot képesek a galaktikus halóba juttatni. Ez az anyag azután a diszk gravitációs vonzásának hatására visszahullik, és a közeli nagy galaktikus magasságokon meg tudjuk figyelni, mint “nagy magasságú felhőket”.

A CSKA-ban lezajló folyamatok tehát igen inhomogén szerkezetet alakítanak ki, és jelentősen befolyásolják a csillagok keletkezésének módját.

Azokon a területeken, ahol nem zajlanak ennyire nagy energiájú folyamatok, is történnek változások. Pl. egy molekulafelhő, mely egyensúlyba került a rá ható gravitációs- mágneses- és gáznyomási erők terében, az ambipoláris diffúzió segítségével az előzőeknél jóval nagyobb időskálán fog kollapszálni, de ha kialakul a belsejében csillag, akkor ott is elindulhatnak ezek a gyors folyamatok.

## 2.3. A csillagközi anyag fizikája

Ebben a fejezetben áttekintjük a csillagközi anyag fizikájának alapjait. Fő célom az, hogy megmutassam, milyen módon származtathatók az általam később használt egyenletek a fizika alapösszefüggéseiből, illetve megmutassam, hogy ezen származtatás közben milyen elhanyagolásokat, közelítéseket kell tenni. A dolgozat természetéből adódóan részletes bizonyításokat nem közlök.

### 2.3.1. Kvantummechanikai hatások

A tudomány jelenlegi állása szerint a kvantummechanika írja le a kis léptékekben lezajló folyamatokat helyesen. Elvileg tehát egy tökéletes vizsgálatához a CSKA vizsgálata az azt alkotó sok elemi részecske és az azt átjáró elektromágneses sugárzás kvantummechanikai (pontosabban: kvantumelektrodinamikai) tárgyalásával képzelhető el.

A kvantummechanika alapján adódó egyenletek azonban olyan összetettek, hogy teljes általánosságban való használatuk lehetetlen, csak nagyon kis részek esetén alkalmazhatók. Ilyen esetek: egy atom vagy molekula színképének leírása, a rotációs és vibrációs szabadsági fokok gerjesztése, sugárzási hűlési együtthatók meghatározása. Azaz a kvantummechanikát csak a mikroszkópikus méretekben lezajló folyamatok leírására tudjuk alkalmazni a gyakorlatban.

Ekkor viszont kell is ezt alkalmaznunk, mert a klasszikus fizika alapján pl. az atomok és az elektromágneses sugárzás kölcsönhatása nem kezelhető.

Szerencsére, makroszkópikus méretekben, sok részecskére átlagolva a klasszikus fizika (amibe itt a speciális relativitáselmélet is beleértendő) helyes eredményeket ad, így számításaink egyszerűsíthetők.

Ezért a CSKA dinamikájának vizsgálatakor használhatók a klasszikus magneto-hidrodinamikai (MHD) összefüggések, csak néhány, mikroszkópikus folyamatot leíró függvényt (radiatív hűlési függvény, hidrogénmolekula disszociációs ráta) kell kvantummechanikai eszközökkel meghatározni.

Jelen dolgozatnak nem célja a kvantumelektrodinamikai számítások részletes ismertetése, ezért a következőkben a dinamikai leírásra koncentrálnak.

### 2.3.2. A statisztikus fizikai leírás

A CSKA-ban az elektromágneses sugárzások közvetlen hatása a dinamikára többnyire elhanyagolható. Ez azért teljesül, mert az elektromágneses sugárzások energiasűrűsége és nyomása nagyságrendekkel kisebb, mint a részecskék megfelelő jellemzői. Kivételt jelent ez alól pl. a nagyon erős szupernóva-lökéshullámok esete, ahol a sugárzás jelentős szerepet játszhat, de eltekintve az ilyen kataklizmikus jelenségetől, a sugárzásokból adódó nyomás elhanyagolható a gázok nyomásához képest.

Ennek megfelelően a részecskék dinamikája többnyire különválasztva kezelhető az elektromágneses sugárzásoktól, csak a sugárzási hűlésnél és a kiváltott kémiai reakcióknál illetve gerjesztési folyamatoknál kell őket figyelembe venni.

Ezzel szemben a mágneses tér és az anyag általában erősen csatolódik: pl. a mágneses nyomás sokszor esik a gáznyomással egy nagyságrendbe, valamint nagyon sok esetben teljesül a mágneses befagyás, azaz a mágneses tér változását jelentősen befolyásolja a részecskék mozgása.

Az eddig elmondottak szerint a CSKA dinamikáját elvileg vizsgálhatjuk úgy, hogy az egyes részecskékre felírjuk a newtoni mozgásegyenleteket, és ebbe veszünk bele olyan tagokat, amelyek pl. az atomok, molekulák, és az elektromágneses sugárzások valamint a mágneses mező kölcsönhatását írják le. Természetesen ez nem kivitelezhető, hisz a CSKA-t alkotó részecskék száma igen nagy, mégis megemlítettük, mert ez a kiindulása a statisztikus fizikai tárgyalásnak, valamint a később ismertetett “simított részecske módszer”-nek is.

Ha nem is lehet egyesével követni a részecskéket, követni lehet fázistérbeli eloszlásfüggvényük változását a statisztikus fizika módszereivel. Azaz megmondhatjuk minden részecsketípusra, hogy milyen  $F(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t)$  részecskesűrűség-függvény jellemzi a CSKA-t. (A függvény szemléletes jelentése a  $t$  időpontban az  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$  pont körüli egységnyi fázistérfogatú tartományban található részecskék száma.)

A statisztikus fizika szerint mágneses tér jelenlétében a Boltzmann–Vlaszov-egyenlet adja meg azt az összefüggést, amiből a sűrűségfüggvény időbeli lefolyása megadható. Ennek az egyenletnek egyik szokásos alakja:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right] F(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t) = \\ = \int V(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{r}', \mathbf{v}') F(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t) F(\mathbf{r}', \mathbf{v}'; t) d^3 \mathbf{r}' d^3 \mathbf{v}' \end{aligned} \quad (2.1)$$

ahol  $e$  a részecskék töltése,  $m$  a tömege,  $\mathbf{E}$  a külső elektromos térerősség,  $\mathbf{B}$  a mágneses tér indukciója,  $V(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{r}', \mathbf{v}')$  az  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$  illetve  $\mathbf{r}'$ ,  $\mathbf{v}'$  állapotú részecskék közti kölcsönhatást leíró potenciálfüggvény.

A CSKA dinamikája tehát elvileg ezen egyenlet megoldásával vizsgálható. Ez azonban olyan, hogy csak nagyon speciális esetekben létezik analitikus megoldása, pl. egy síkszimmetrikus, azaz egy dimenzióra redukálható, elektromos és mágneses tér nélküli esetben sem adható meg ezen egyenletek megoldása pontosan a lökéshullámok esetére.

A numerikus megoldásoknak pedig az szab határt, hogy az egyenlet a fázistérben van felírva, azaz egy szimmetriatulajdonságokkal nem rendelkező probléma esetében hatdimenziós, tengelyszimmetria esetében négydimenziós nemlineáris parciális differenciálegyenletet kell megoldani. Jelenleg a kutatók rendelkezésére álló számítógépek kapacitása pedig nem teszi lehetővé ekkora dimenziószámú feladatok kellő pontosságú numerikus megoldását.

Egy térbeli dimenzió esetében azonban a Boltzmann–Vlaszov-egyenlet egy kétváltozós parciális differenciálegyenlet lesz, ami kezelhető a jelenlegi numerikus technikákkal. (Lásd pl. [18].)

### 2.3.3. A magnetohidrodinamikai leírás

#### A magnetohidrodinamikai egyenletek származtatása

Mint az előzőkben említettük, a Boltzmann–Vlaszov-egyenlet teljes általánosságban nehezen megoldható. Egyik lehetséges egyszerűsítéseként származtatni lehet belőle a magnetohidrodinamikai egyenleteket. Ezen levezetésekre itt nem térünk ki részletesen, csak annyit említünk meg belőlük, amennyi a későbbi megfontolásainkhoz szükséges.

Vezessük be a tömeg- és lendületsűrűség mennyiségeket ( $\varrho$ ,  $\varrho \mathbf{v}_0$ ) a statisztikus fizika fogalmai szerint:

$$\varrho(\mathbf{r}, t) = m \cdot \int F(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t) d\mathbf{v} \quad (2.2)$$

$$\varrho \mathbf{v}_0(\mathbf{r}, t) = \varrho \int \mathbf{v} F(\mathbf{r}, \mathbf{v}; t) d\mathbf{v} \quad (2.3)$$

Ekkor a Boltzmann–Vlaszov-egyenlet alapján bebizonyítható, hogy

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \operatorname{div}(\varrho \mathbf{v}_0) = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial \varrho \mathbf{v}_0}{\partial t} + \operatorname{div}(\varrho \mathbf{v}_0 \circ \mathbf{v}_0 - \boldsymbol{\sigma}) = \varrho \mathbf{f} \quad (2.5)$$

ahol  $\boldsymbol{\sigma}$  a feszültségtenzor,  $\mathbf{f}$ -be pedig belefoglaltuk az összes térfogati erőssűrűséget. ( $\mathbf{f}$  konkrét alakja nem befolyásolja mostani megfontolásainkat.) Az első egyenlet a kontinuitási egyenlet, a második pedig az Euler-egyenlethez hasonlít.

A feszültségtenzor elemeinek számolása a Vlaszov–Boltzmann-egyenlet magasabb momentumaiból lehetséges, de csak akkor, ha a közegről egyéb, implicit fizikai feltételezéseink vannak. Például lokális termodinamikai egyensúly (LTE) esetében  $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I}$ , ahol  $p$  a nyomás,  $\mathbf{I}$  az egységtenzor. Amennyiben nem áll fenn a LTE,  $\boldsymbol{\sigma}$  kiszámítása sokkal bonyolultabb.

A MHD egyenletek használatánál általában feltételezzük, hogy teljesül a LTE, és ez az előbbieket jelentősen egyszerűsíti egyenleteinket. Ez a feltevés azonban nem mindig jogos. Nyilvánvalóan sérül pl. a LTE erős lökéshullámok esetében, a lökéshullám közvetlen környékén. Ekkor nem használható a  $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I}$  közelítés, hanem az itt csak megemlített magasabb rendű egyenleteket kell megoldani, vagy közvetlenül a Boltzmann–Vlaszov-egyenlethez visszatérni. Ezek mind sokkal több számolást igényelnek, mintha feltételezhetnénk a LTE-t, ezért használatuk csak akkor indokolt, ha a hiba jelentős a vizsgálatok szempontjából.

Az analitikus és numerikus vizsgálatok szerint a LTE sérülése általában nem befolyásolja szignifikáns módon a dinamikát egy olyan rendszerben, ahol néhány lökéshullám halad át, és vizsgálatunk a lökéshullámok által létrehozott hatásokra vonatkoznak, viszont jelentősen módosítja a lökéshullám finomszerkezetét és szinképét. Ilyen vizsgálatokról olvashatunk pl. [18]-ban.

#### A magnetohidrodinamikai egyenletek

A LTE feltételezésével a Boltzmann–Vlaszov-egyenletből, valamint a Maxwell-egyenletekből levezethetők a MHD egyenletei. Dolgozatomnak nem célja a levezetés

részleteit bemutatni, ezért itt csak a végeredményt közlöm.

Az egyszerűség kedvéért itt csak egyféle anyag jelenlétét tételezzük fel, amely gravitációs és mágneses térben mozog.

A kontinuitási egyenlet:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \operatorname{div}(\varrho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.6)$$

ahol  $\varrho$  a sűrűség,  $\mathbf{v}$  a közeg mozgási sebessége (ami megfelel a fenti  $\mathbf{v}_0$  átlagsebességnek, csak az MHD szemléltetésben nem figyeljük külön-külön a részecskéket, csak a közeg együttes mozgását, így nincs értelme a 0 indexnek.)

A mozgásegyenlet:

$$\varrho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \operatorname{grad}) \mathbf{v} \right) = -\operatorname{grad} p - \varrho \operatorname{grad} \Psi - \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H} \times \mathbf{H} \quad (2.7)$$

ahol  $\Psi$  a gravitációs potenciál,  $\mathbf{H}$  a mágneses térerősség.

A belső energia sűrűségére vonatkozó egyenlet:

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \mathbf{v} \operatorname{grad} e = -p \operatorname{div} \mathbf{v} - \Lambda(\varrho, T) \quad (2.8)$$

ahol  $e$  a belső energia térbeli sűrűsége,  $\Lambda$  a hűlési függvény,  $T$  a hőmérséklet.

A MHD alapegyenlete:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \operatorname{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) + \frac{1}{4\pi\sigma} \Delta \mathbf{H} \quad (2.9)$$

ahol  $\sigma$  a közeg vezetőképessége.

Az eddigi egyenletek adják meg tulajdonképpen a CSKA-t jellemző fizikai mennyiségek időbeli változását. Ehhez még járulnak kiegészítő összefüggések, amelyek az eddigiekben szereplő mennyiségek közti kapcsolatokat írják le.

Poisson-egyenlet:

$$\Delta \Psi = 4\pi G \varrho \quad (2.10)$$

ahol  $G$  a gravitációs állandó.

Állapotegyenlet:

$$p = p(T, \varrho) \quad (2.11)$$

Az energiasűrűséget megadó összefüggés:

$$e = e(T, \varrho) \quad (2.12)$$

A vezetőképességet megadó egyenlet:

$$\sigma = \sigma(T, \varrho) \quad (2.13)$$

Utóbbi három egyenletnek nem adtuk meg a konkrét alakját, mert az közegről-közegre változhat. Csak megemlítjük, hogy (2.11) és (2.12) konkrét alakját gyakran az ideális gáz egyenleteiből vesszük, míg (2.13) gyakran elhagyható, mert a CSKA-ban  $\sigma$  sok esetben olyan nagy, hogy (2.9)-ban az  $1/(4\pi\sigma)$ -val arányos tag elhanyagolható. Ez a mágneses befagyás esete. (Lásd [19].)

Ezzel egy teljes egyenletrendszerrel adtuk meg a CSKA állapotát leíró paraméterekre. Ez az egyenletrendszer módosít ad a CSKA-ban lezajló paraméterek időbeli változásának vizsgálatára, amennyiben ismerjük a kezdeti állapotot, azaz egy  $t_0$  időpontban a  $\rho(\mathbf{r}, t_0)$ ,  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t_0)$ ,  $e(\mathbf{r}, t_0)$ ,  $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t_0)$  függvényeket, valamint a (2.11)–(2.13) függvények konkrét alakját.

A teljesség kedvéért meg kell említeni, hogy az itt megadott egyenletrendszerre matematikai precizitással még senki nem bizonyította be teljes általánossággal a megoldás létezését és egyértelműségét, illetve az sem tisztázott, milyen körülmények közt létezik egyértelmű megoldás. Egy ilyen vizsgálatnak egyrészt elméleti értéke lenne, másrészt ha pl. kiderülne, hogy bizonyos körülmények közt a megoldás nem egyértelmű, az befolyásolhatná a numerikus modellek és a valóság összehasonlításának folyamatát. Azaz meg kellene győződni, hogy numerikus módszerünk mindegyik megoldást megtalálja-e, mert csak ekkor lehetne következtetéseket levonni a megfigyelhető jelenségekről.

Több kémiai komponens esetén minden egyes kémiai komponensre hasonló egyenletek vonatkoznak, azzal a különbséggel, hogy a kontinuitási egyenlet jobb oldalán a 0 helyett egy forrástag fog állni, ami az időegységenként az adott helyen keletkező (megsemmisülő) kémiai anyagmennyiséget jellemzi. A LTE feltételezése miatt azonos sebességeloszlást, és a szabadsági fokszámoknak megfelelő energiasűrűség-eloszlást tételezhetünk fel. Az állapotegyenlet, a hűlési függvény, valamint az energiasűrűség és a hőmérséklet kapcsolatát megadó összefüggés azonban igen bonyolult lehet, mint azt a későbbiekben látni is fogjuk.

Az itt felírt MHD egyenletek tehát jól írják le a CSKA viselkedését, ha a LTE valóban teljesül. Ez az általunk vizsgált esetekben jó közelítéssel igaz lesz, tehát használhatjuk ezeket kiindulásul.

## 2.4. A csillagközi anyag megfigyelése

Bár dolgozatomban főleg a CSKA kutatásának elméleti oldaláról szólni szeretnék, mégis fontos itt egy rövid összefoglalót adni a megfigyelési lehetőségekről. Egyrészt ugyanis megfigyelésekből kell venni a CSKA összetételét, állapotát, azaz azokat a paramétereket, amelyek a számítások kiindulópontját jelentik, valamint a számítások végeredményét a megfigyelési eredményekkel kell összehasonlítani.

Történetileg először az optikai tartományban készültek megfigyelések a CSKA-ról, mert ehhez való műszerekkel rendelkeztek a csillagászok.

Századunkban azonban az elektromágneses spektrum lényegében mindegyik tartománya elérhetővé vált (néhány csak az űrből, mesterséges holdakról), és ez sokat lendített a CSKA megfigyelésén.

A következőkben a CSKA megfigyelési módjait a különböző színtartományok szerint csoportosítva tekintem át.

### 2.4.1. Látható fény

Szabad szemmel is megfigyelhető néhány objektum az égbolton, amit CSKA-nak nevezhetünk. Ilyen pl. az Orion-köd. A szabad szemes megfigyelések azonban nem adnak módot a fizikai jellemzők (sűrűség, hőmérséklet) megmérésére.

A távcső felfedezésével ugrásszerűen megnőtt az ismert csillagközi felhők száma, de pusztán vizuális megfigyelésekkel nem lehetett fizikailag helyes modellt alkotni természetükről.

Komolyabb eredményeket a sztellárstatisztikai és a spektrometriai módszerektől kaptak a kutatók. Ezen eredmények ismeretében már értelmezhetőek lettek sok csillagközi felhő morfológiai tulajdonságai is.

#### A csillagközi por megfigyelése

A csillagközi anyag por komponensének egyik megfigyelési lehetősége abból adódik, hogy a port tartalmazó felhők a mögöttük levő csillagok fényét gyengítik. Pontosabban: a csillagközi por szórja az elektromágneses sugárzást, így ha egy csillag és a megfigyelő között por található, akkor a csillag fényét gyengébbnek látjuk, míg a szóródó fény egy másutt elhelyezkedő megfigyelő számára a csillagközi port reflexiós ködként láthatóvá teszi.

A poron való szóródáskori fénygyengítés az által különböztethető meg a távolságból eredtőtől, hogy a szóródás hullámhosszfüggően megy végbe: a rövidebb hullámhosszú (kék) komponens jobban szóródik, mint a nagyobb hullámhosszúságú (vörös). Ezért a poron keresztül látható objektumok vörösödnek, míg a reflexiós ködök színe kékebb, mint azé a csillagé, amelynek fényét verik vissza.

A vörösödés mértékének jellemzésére a "színexcesszus" mennyiséget szokás használni:

$$CE = (B - V)_m - (B - V)_0 \quad (2.14)$$

ahol  $B$  és  $V$  a  $B$  illetve  $V$  hullámhossztartománybeli magnitúdó, az  $m$  index a megfigyelt értékre, a  $0$  index a valódi, tehát por nélkül mérhetőre vonatkozik.  $(B - V)_0$  a csillag színképtípusából a vörösödéstől függetlenül meghatározható.

A tapasztalat szerint a színexcesszus és a  $V$  tartománybeli fénycsökkentés  $A_V$  mértéke magnitúdóban, jó közelítéssel egyenesen arányos:

$$\frac{A_V}{CE} = 3.0 \pm 0.2 \quad (2.15)$$

A színexcesszust mérve tehát megállapítható a csillag irányába eső poron bekövetkező  $A_V$  extinkció, amiből az ott található por mennyiségére lehet következtetni.

Ezt a módszert részben kiegészíti a sztellárstatisztikai módszer, melynek lényege a következő: Az ég egy négyzetfoknyi tartományát vizsgálva megszámláljuk az  $m$  magnitúdójú csillagok  $N(m)$  mennyiségét. Ha nem lenne csillagközi fényelnyelés, és a teret egyenletesen töltenék ki a csillagok, akkor a sztellárstatisztika alapegyenlete szerint teljesülne a

$$\log N(m) = 0.6m + \text{konstans} \quad (2.16)$$

összefüggés. (Lásd [20].)

A mért  $N(m)$  függvény kis magnitudoértékekre valóban követi ezt a törvényt, de  $10^m$  felett fokozatosan kisebb meredekségű lesz. Ennek egyik oka kiválasztási effektus, ugyanis távolabb nézve nem tudjuk észlelni a halványabb csillagokat. Másik ok az, hogy a Galaxis nem véges kiterjedésű, és végül az is szerepet játszik, hogy a csillagközi térben mindehol találunk kis sűrűségű anyagot, ami extinkciót okoz.

Ezen kívül ezen az  $\log N(m)$  görbén bizonyos tartományokban a normálisnál jóval kisebb meredekségű részeket is találhatunk, ami térbelileg koncentrált elnyelésre, azaz porfelhők jelenlétére utal. Amennyiben ugyanis a por egyenletesen oszlana el, az egész görbe lenne laposabb.

A sztéllárstatisztikai módszerrel tehát a porfelhők globális paraméterei (átlagos méret, térbeli eloszlássűrűség) állapíthatók meg, míg a fent vázolt spektrometriai módszerrel, elég sok csillag észlelésével egy-egy felhő is feltérképezhető. Ilyen feltérképezéshez általában objektívprizmás felvételeket szoktak használni, mert az elegendően sok, nem túlságosan nagy felbontású spektrumot ad, ami a vizsgálatok szempontjából megfelelő. Ilyen jellegű megfigyeléseket az MTA Csillagászati Kutatóintézete munkatársai is folytatnak. (Lásd [17], [16].)

### 2.4.2. Infravörös sugárzás

Az infravörös sugárzás (a továbbiakban angol rövidítéssel IR) tartománya fontos szerepet játszik a CSKA tanulmányozásában. Egyrészt a néhány 100 K hőmérsékletű felhők hőmérsékleti sugárzása esik ide, másrészt IR-ben a porfelhők átlátszóbbak, mint látható fényben.

Az IR tartománybeli méréseket azonban több dolog is nehezíti, melyek közül a legfontosabbak:

- Az IR tartományt szinte teljes egészében elnyeli a Föld légkörében levő vízgőz és széndioxid.
- A kb. 300 K hőmérsékletű földi környezet (pl. maga a berendezés) sugárzása ebbe a tartományba esik.

Ennek megfelelően csak nagyon magas hegyek tetejéről, repülőgépről, de leginkább mesterséges holdról lehet pontos IR-beli megfigyeléseket végezni.

IR-ben tanulmányozhatók a viszonylag sűrűbb felhők, pontosabban azoknak külső rétege, mert a csillagközi felhők szinte kivétel nélkül optikailag mélynek számítanak IR-ben.

Talán a legjelentősebb átfogó megfigyeléssorozatot az IRAS műhold mérései jelentik, de egy-egy konkrét objektum részletesebb megfigyeléséhez a földi mérések is hozzájárulnak.

Specialitása az IRAS méréssorozatának az, hogy a működés alatt észlelt adatokat számítógépes adathordozókon nyilvánosan kibocsátották, és ezen a mérési adatsor kiértékeléséből napjainkban is születnek új "megfigyelési" eredmények, különösen úgy, hogy más hullámhossztartomány-beli mérésekkel összevetve az IRAS IR térképeit, sok minden kideríthető egy-egy adott objektumról. Például a csillagkeletkezési



területek vizsgálatában játszik ma is nagy szerepet az IRAS mérésorozata. (Lásd pl. [17], [16], [28].)

Mivel az IRAS megfigyelései szinte a teljes égboltot lefedik, ezért alkalmasak nagy léptékű struktúrák vizsgálatára is. Egy ilyen lehetséges alkalmazás a szupernóva-buborékok vizsgálata.

### 2.4.3. Rádióhullámok

Először is megjegyezzük, hogy ide értjük a mikrohullámokat is, a csillagászatban megszokott konvenció szerint, ami nem különböztet meg “mikrohullámú csillagászatot”, hanem a mm-es hullámhossztartományt is a “rádiócsillagászat” témakörébe utalja.

Történetileg az első jelentősebb rádiócsillagászati megfigyelések a HI zónák 21 cm-es sugárzása alapján történtek. ([20].) Ezzel a Galaxis globális hidrogéneloszlását és a nagyobb HI-felhőket lehetett feltérképezni, ami igen jelentős volt a Tejútrendszer nagyléptékű szerkezetének megismerésében.

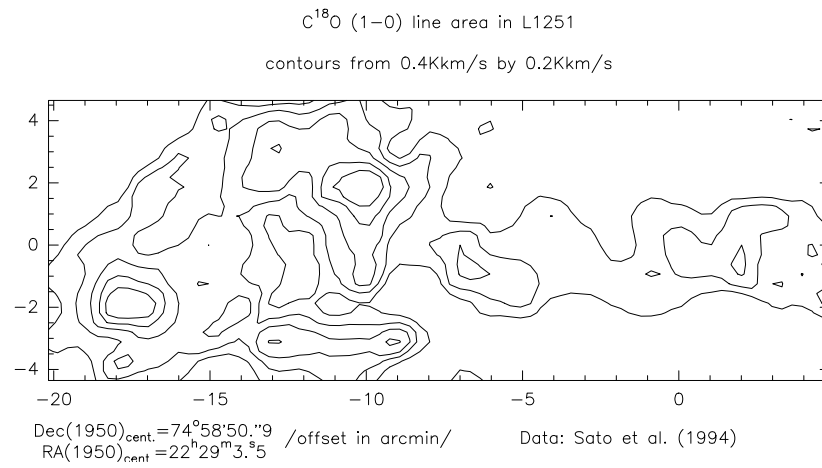
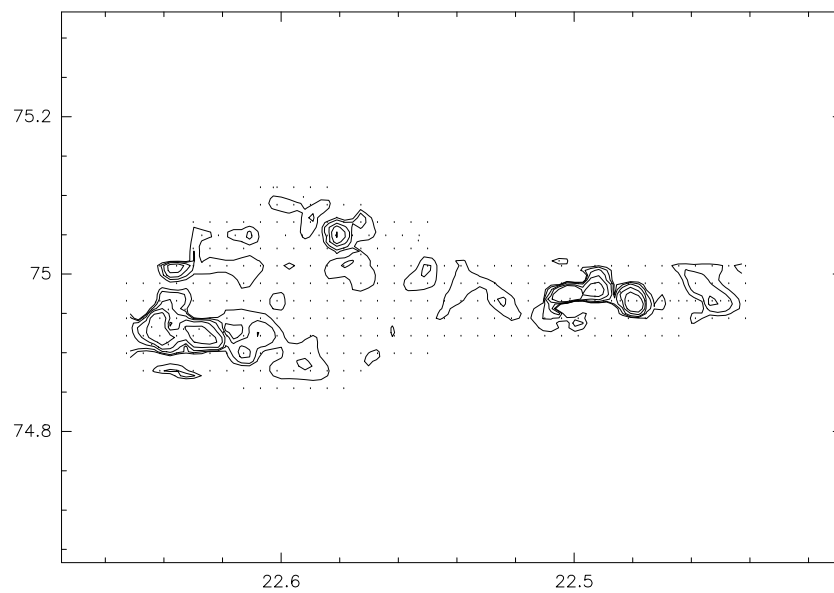
Ebben a hullámhossztartományban azonban a közepesen sűrű felhők is már optikailag vastagok, azaz nem térképezhető fel velük a belső szerkezetük, csak általános, globális jellemzőik állapíthatók meg. (Méret, hőmérséklet.) Ennek ellenére, főként a spektrometriai mérésekkel kombinálva, sokáig ez volt a csillagközi felhők belsejének egyik fontos vizsgálati módja.

Újabban, a korszerűbb adatfeldolgozási eljárásokkal, és pontosabb térképek használatával a korábbinál jobb lehetőségek nyíltak meg a 21 cm-es észlelések előtt. (Lásd pl. [46]-ban a szerzők a faktoranalízisnek nevezett módszer segítségével bontják a spektrumokat komponensekre.)

A mm-es tartományban azonban találunk olyan hullámhosszakokat, melyekben a sűrű molekulafelhők optikai mélysége is kicsi, így ezek belső szerkezete is felderíthető. Ezek általában különböző molekulák (pl. CO, NH<sub>3</sub>, OH) rotációs átmenetűnek felelnek meg. Ha egy felhőről több molekula rotációs átmeneteinek hullámhosszán is tudunk észleléseket végezni, akkor nagyon részletes információkhoz juthatunk. Pl. C<sup>12</sup>O  $J : 1 \rightarrow 0$  átmenetében a tipikus, 100  $m_H/cm^3$  sűrűségű, néhány pc méretű felhők általában optikailag vastagok, így gerjesztési hőmérsékletük megállapítható, míg C<sup>13</sup>O vagy C<sup>18</sup>O esetén (ennek a hullámhossza csak egy kicsit tér el az előzőtől) többnyire kicsi lesz az optikai mélység, azaz a belső szerkezet feltérképezhető lesz. Az ammónia hullámhosszán pedig a legsűrűbb részek lesznek tanulmányozhatók, mivel ez lényegében csak 10<sup>4</sup>  $m_H/cm^3$  sűrűség felett észlelhető. (Ilyen vizsgálatokról szól pl. [49].)

Példaként az L1251-es sötét felhő C<sup>18</sup>O és NH<sub>3</sub> hullámhosszain vett oszlopsűrűség-térképeit adom meg a 2.1 és 2.2 ábrákon. (Az ábrákat Tóth L. Viktor engedélyével közlöm.)

Erről a felhőről környezetének vizsgálata ([49]) kimutatta, hogy valóban egy lökeshullám haladt át rajta. Ezt jól tükrözi a csóvás szerkezet. Érdekes megfigyelni a legsűrűbb részek érdekes elhelyezkedését az NH<sub>3</sub> térképen: a sűrű fejrész után a legsűrűbb góccok a felhő tengelyétől kissé távolabb helyezkednek el, majd egy tengely mentén elnyúló farokban találunk ismét sűrű részeket. Erre a szerkezetre a

2.1. ábra: Az L1251 felhő  $C^{18}O$  térképe.2.2. ábra: Az L1251 felhő  $NH_3$  térképe.

numerikus modellek ismertetésénél még visszatérek.

A rádiótaromány hatalmas előnye az infravöröshöz képest, hogy a tartomány nagy részén a földi légkör “átlátszó”, így a felszínről is végezhető mérések.

A rádiótaromány hátránya viszont, hogy a nagy hullámhossz miatt nagy antennaméretre van szükség, ha finomabb felbontást szeretnénk, ami a rádiótávcsövek építési költségeit nagyon megemeli.

Rádiótávcső Magyarországon nem található, de külföldi obszervatóriumok műszereivel már észleltek magyar csillagászok is, illetve bekapcsolódtak mások mérési adatsoraik feldolgozásába. ([17], [48], [49])

#### 2.4.4. Röntgensugárzás

A röntgentartomány alkalmazási területe a CSKA kutatásában viszonylag szűk, mivel kevés a nagyenergiájú folyamat, amely ebbe a tartományba eső fotonokat produkálna.

A CSKA forró komponense azonban ebbe a tartományba eső hőmérsékleti sugárzást bocsát ki, így annak felmérésére alkalmas, azaz pl. szupernóvák által fűjt buborékok vizsgálatában használható. Ezeket a vizsgálatokat azonban össze kell kötni más hullámhossztartománybeli mérésekkel.

Meg kell jegyezni, hogy a forró komponens a távoli ultraibolyában is észlelhető, így ez a tartomány is felhasználható a szupernóva-buborékok feltérképezésében.

Az utóbbi években merült fel az a gondolat, hogy a CSKA röntgentartománybeli extinkcióját is fel lehet használni észlelésekre. Ennek alkalmazási köre (egyenlőre) viszonylag szűk. (Lásd [50].)

## 3. fejezet

# A csillagközi anyag modellezése

Az előző fejezetekben felírt fizikai törvényszerűségek által lehetséges a CSKA modellezése. Ebben a fejezetben a modellezés olyan részeire térek ki, melyek a dolgozatomban fő tárgyat jelentő lökéshullám-felhő találkozások szempontjából fontosak.

Így először a (kvázi)stacionárius molekulafelhő-modelleket tárgyalom, mert ezekből lehet kiinduló állapotot venni a modellezéshez. Utána a lökéshullám-modellekkel foglalkozom röviden, majd végül egy áttekintést adok a MHD egyenletek csillagászatban használatos numerikus megoldási módszereiről.

### 3.1. Molekulafelhő-modellek

Ebben a fejezetben arról lesz szó, hogyan lehet egy molekulafelhő (továbbiakban MF) sztatikus, illetve stacionárius állapotát modellezni.

Szigorú értelemben a MF-k sohasem kerülnek sztatikus állapotba, mivel mindig vannak olyan hatások, amelyek ebből kibillentik. Pl. a mágneses befagyás sosem teljesül tökéletesen, ezért a lentebb említett, befagyást feltételező modellek csak egy állapotot fognak tükrözni, ami addig érvényes, amíg a mágneses tér diffúziója nem válik lényegessé.

Másik hatás, ami szintén hosszú időskálán játszódik le, a hővezetés. Ennek szerepe a CSKA-ban általában elhanyagolható, mert az ehhez tartozó időskálák nagyságrendekkel nagyobbak, mint a kompresszióból vagy a sugárzási hűlésből adódó energiatranszport-folyamatok időskálái, ezért a fentebb felírt MHD egyenletekben nem is vettük őket figyelembe. Ennek ellenére hosszabb távon jelentőssé válhat hatásuk. (Dolgozatomban fő témáját adó dinamikus modellek integrációs ideje alatt a hővezetés valóban nem játszik lényeges szerepet.)

Pontosabban tehát inkább a “kvázisztatikus modellek” kifejezés illik a következőkben ismertetettre.

#### 3.1.1. Egydimenziós modellek

A MF-k legbelső, sűrű magja sokszor jó közelítéssel gömbszimmetrikus. Ez akkor teljesülhet, ha minden, a sztatikus állapot kialakításában jelentős szerepet játszó hatás gömbszimmetrikus, azaz a mágneses tér és a felhő forgása elhanyagolható

mértékű, a környezet homogén és izotróp. Ebben az esetben a felhő saját gravitációs tere gömbszimmetrikus állapotot igyekszik beállítani.

Ekkor bizonyos analitikus modellek is felállíthatók a felhő sűrűség-, hőmérséklet- stb. eloszlására.

A sztatikus modellben ugyanis az összes idő szerinti derivált és az összes sebesség 0, így fentebb felírt MHD egyenleteink lényegesen egyszerűsödnek. További egyszerűsödés, hogy a mágneses tér a fentiek szerint 0-nak vehető, valamint csak egy térbeli változónk van, a felhő középpontjától mért  $r$  távolság.

Tehát az egyszerűsített egyenletek:

$$0 = -\text{grad}p - \rho \text{grad}\Psi \quad (3.1)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Psi}{dr} \right) = 4\pi G \rho \quad (3.2)$$

Ha ezekhez még az állapotegyenlet egy konkrét alakját is csatoljuk, akkor az egyenletrendszer teljessé válik, és — legalábbis numerikusan — megoldható.

Szokás pl. a politróp modellek valamelyikét alkalmazni, azaz feltenni, hogy

$$p = K \rho^\gamma \quad (3.3)$$

ahol  $K$  konstans,  $\gamma$  pedig a specifikus fajhőhányados.

Az eddigi feltételezések esetén a felhőre az asztrofizikából ismert Emden-egyenlet megoldásával adhatunk modellt. (Lásd pl. [20].)

A sűrű molekulafelhők magjára sokszor jó közelítés az állandó, 10 K körüli hőmérséklet feltételezése (lásd [36]), ilyenkor a  $\gamma = 1$ -hez tartozó Emden-modellt kapjuk. Az így kapott durva felhőmodellt szokás számítások kiindulópontjának, vagy a numerikus modell egy ellenőrzési lehetőségének tekinteni. (Lásd pl. [43].)

Ennél sokkal kifinomultabb modellek is léteznek. A gömbszimmetrikus esetben ugyanis már a jelenlegi számítógép-teljesítmények is lehetővé tesznek olyan modellek felállítását, amelyek a kémiai reakciókat is figyelembe veszik.

Ekkor természetesen a politróp állapotegyenlet nem áll fenn, sőt nem is adható meg az állapotegyenlet, hanem csak időfejlődést követő, a kémiai reakciókat is figyelembe vevő modell hosszabb ideig történő numerikus integrálásával kaphatjuk meg a beálló sztatikus állapotot. Ezekre bonyolultságuk miatt itt nem térek ki, mivel nem használok fel az ilyen modelleket munkám során.

### 3.1.2. Többdimenziós modellek

A MF-k sztatikus állapotának keresésében a “több” dimenzió pontosan két dimenziót jelent, ha a környezet homogén, mert az összes hatás olyan, hogy tengelyszimmetrikus állapot kialakulását megengedi, és a gravitáció nyilván erre fog törekedni.

Kétdimenzióban már figyelembe vehetjük a mágneses tér jelenlétét és a felhő differenciális rotációját is. A mágneses térről ésszerű feltenni, hogy a MF-től távol homogén, mivel a MF-k karakterisztikus méretei a galaktikus diszk vastagságához képest elhanyagolhatóak, valamint a mágneses befagyás is sokszor teljesül. (Lásd pl. [43].)

Ekkor szimmetriaokokból a felhő sztatikus (stacionárius) állapota forgásszimmetrikus lesz, melynek tengelye a felhőtől távoli mágneses térrel lesz párhuzamos, valamint a felhőbeli mozgások e tengely körüli forgással írhatók le.

Ennek az esetnek már bonyolultabb lesz a matematikai modellje, amit a következő alakban adhatunk meg: (Lásd pl. [9])

$$\varrho \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) = -\text{grad}p - \varrho \text{grad}\Psi + \frac{1}{4\pi} \text{rot} \mathbf{H} \times \mathbf{H} \quad (3.4)$$

ahol  $\boldsymbol{\Omega}$  a differenciális rotációt az adott pontban jellemző vektor.

A Poisson-egyenlet:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) = 4\pi G \varrho \quad (3.5)$$

ahol  $r$  és  $z$  az alkalmazott hengerkordinátarendszer koordinátái a szokásos jelölésekkel.

Ezen egyenletrendszer megoldásához természetesen még szükséges az állapotegyenlet és bizonyos peremfeltételek megadása. Egy ilyen modell részletes leírásával foglalkozik pl. [9]. Az ilyen modellek egyik fő eredménye, hogy stabilitási feltételt adnak a forgó, mágneses térben levő MF-kre, azaz a környező mágneses tér, nyomás, hőmérséklet, valamint a felhő hőmérséklete és sűrűsége függvényében megmondható, mely felhők instabilak, azaz kezdenek el szétesni, vagy kollapszálni. (Lásd [9], [44].)

Másik fontos alkalmazása lehet ezen modelleknek az, hogy későbbi dinamikus számításokhoz, mint pl. a lökéshullámokkal való találkozás, adhatnak kezdő felhőállapotokat.

## 3.2. Lökéshullám-modellek

Ebben a fejezetben röviden szeretnék kitérni a CSKA-beli lökéshullámok modelljeire. Ez a téma igen nagy területet ölel fel, így csak utalni tudok a főbb szempontokra. Pl. mivel munkáim során nem vettem számításba a mágneses tér hatását, ezért a magnetohidrodinamikai lökéshullámok igen kiterjedt témakörével nem foglalkozom. Hasonló okokból a kontakt diszkontinuitásokra sem térek ki.

A lökéshullámok legegyszerűbb esete az, amikor  $\gamma$  specifikus fajhőhányadosú ideális gázban terjedő sík felületű frontot vizsgálunk, melynek sugárzása elhanyagolható. Ekkor könnyen bebizonyíthatók a következők (lásd pl. [19] vagy [15]):

Jelölje  $\varrho_0$  és  $C_0$  annak a közegnek a sűrűségét, melyben a lökéshullám terjed. Vezessük be a lökéshullám  $v_s$  sebességének jellemzésére a Mach-számot:  $M = v_s/C_0$ . Ekkor a lökéshullám frontja után a sűrűség:

$$\varrho_1 = \varrho_0 \cdot \frac{(\gamma + 1)}{(\gamma - 1) + 2/M^2} \quad (3.6)$$

a nyomás pedig:

$$p_1 = \frac{2}{\gamma + 1} \varrho_0 C_0^2 M^2 \left( 1 - \frac{\gamma - 1}{2\gamma M^2} \right) \quad (3.7)$$

Atomi gáz esetén  $\gamma = 5/3$ , így látható pl. hogy nagy Mach-számok esetén a sűrűségugrás jó közelítéssel 4-szeres, míg a nyomásugrás  $M^2$ -tel arányos.

Amennyiben a lökeshullám terjesése során ionizáció is bekövetkezik, az módosítja a képet, hisz változik  $\gamma$  értéke, valamint az átlagos molekulasúly is. Ekkor erős lökeshullámok ( $M > 10$ ) esetében:

$$\rho_1 = \rho_0 \left( 4 + \frac{x_1 - x_0}{1 + x_0} \frac{T_i}{T_1} \right) \quad (3.8)$$

ahol  $x_0$  és  $x_1$  a lökeshullám előtti illetve utáni ionizációs fok,  $T_i$  az ionizációra jellemző, hőmérséklet dimenziójú állandó. (Pl. H-gázra  $T_i=313\,000\text{ K}$ .)

Ez azt jelenti, hogy ilyenkor kissé erősebb lesz a sűrűségugrás, de [19] szerint  $\rho_1/\rho_0 \leq 6$ .

Amennyiben a lökeshullámnál jelentős szerepet játszik a sugárzási energiavesztés, még a legegyszerűbb eset sem tárgyalható analitikusan, csak numerikus közelítő módszerekkel. Ezeknek kvalitatív eredményei a következők: A sűrűségugrás nagyságrendekkel nagyobb lesz, mint a fenti adiabatikus esetben. Az éles sűrűségugrás után egy híg, de forró anyag marad hátra. Ez a forró anyag a CSKA-ban bekövetkező szupernóva-robbanások (SN-robbanás) esetében több millió év alatt hűl csak le a néhány millió kelvines hőmérsékletéről. (Ez alkotja a CSKA forró komponensét.)

Eddig a sík felületű lökeshullámok esetét tárgyaltuk. Ez azonban csak nagyon speciális, idealizált esete a gyakorlatban felmerülő folyamatoknak. Például a lökeshullámok forrása többnyire valamilyen térbelileg kis kiterjedésű kataklizmikus folyamat, pl. egy szupernóva-robbanás, így a lökeshullámok legalábbis gömbhullámok lesznek. Még a gömbhullámokkal való közelítés is durva, ugyanis egyrészt a CSKA nem homogén, másrészt a lökeshullám terjedése során biztosan fellépnek különböző instabilitások, így ezek terjedése a valóságban nem mutat se gömb- se forgásszimmetriát. Mégis megkönnyíti a jelenségek áttekintését egy egyszerű gömbszimmetrikus modell.

A SN-robbanások lökeshullámának fejlődését három szakaszra szokták bontani ([31]):

1. Állandó sebességű szakasz.

Ez a folyamatok legelejét jelenti, amikor a robbanás által kidobott anyag lényegében szabadon tágul, ugyanis még olyan kis térfogatot söpört be, melyben az eredetileg ott található anyag mennyisége kisebb, mint a kidobott anyagé. Ekkor az anyag sebessége az  $1000\text{ km/s}$  nagyságrendjébe esik, tipikus SN-robbanáskor ez addig tart, amíg a lökeshullám sugara  $1\text{--}2\text{ pc}$  nem lesz.

2. Adiabatikus szakasz.

Ebben a fázisban jelentőssé válik a környezet anyagával való kölcsönhatás, így a lökeshullám fékeződik. Azonban ebben a szakaszban a kidobott anyag magas hőmérséklete és nagy sebessége miatt a sugárzási hűlés elhanyagolható, így jó közelítéssel adiabatikus modell alkalmazható az esetre. A tágulási sebesség ekkor a  $100\text{ km/s}$  nagyságrendjébe esik, és ez a fázis néhány millió évig tart.

### 3. Sugárzási szakasz.

Ebben a végső fázisban a lökéshullám lelassul néhányszor 10 km/s sebességűre. A lökéshullám maga előtt tol egy, a sugárzási hűlés által kihűtött réteget, amiről ezt a fázis szokás “snowplough”-fázisnak (“hókotró” fázis) is nevezni. Ez a leghosszabb szakasza a SN-robbanás fejlődésének, akár tízmillió évig is tarthat.

Az itt vázolt kép tehát egy jó áttekintést ad a folyamatról, de mint már említettük, erősen idealizált. A gömbszimmetriát ugyanis sokminden megtöri.

Egyrészt a lökéshullám általában nem homogén környezetben terjed. Az inhomogenitás oka lehet az, hogy a Galaxis diszkjének fősíkjától távolodva csökken a CSKA átlagos sűrűsége (ez a több SN-robbanás eredőjekéből keletkező superbuborékok esetén fontos), másrészt a környezet tartalmazhat sűrűbb gócot, felhőket. Ilyen modellekkel foglalkoznak pl. a következő publikációk: [30], [34], [42].

A SN-lökéshullámokat másrésztől különböző instabilitások is eltorzítják, még teljesen homogén környezet esetén is. Például minden esetben jelentős a Rayleigh-Taylor instabilitások szerepe ([41], [5]), de lassú frontoknál a gravitációs instabilitás is jelentőssé válhat ([3]), mágneses tér jelenlétében pedig újabb instabilitások lépnek fel ([45]).

Ezek az instabilitások főként a harmadik szakaszra lesznek jellemzőek.

További bonyodalmat jelent, hogy a SN-buborékok gyakran érintkeznek, és az érintkezésnél speciális jelenségek következnek be, de ezeknek tárgyalása meghaladja dolgozatom kereteit.



## 4. fejezet

# Numerikus módszerek

Mint fentebb már említettük, a CSKA viselkedését leíró egyenletek csak nagyon egyszerű esetekben oldhatók meg analitikusan. Ezért itt szeretnék egy rövid áttekintést adni a CSKA modellezésére használható numerikus módszerekről. Természetesen nincs módunk a numerikus analízis ide vonatkozó fejezeteit részletesen ismertetni, ezért az itt közöltek inkább csak bepillantást adnak a felhasználható módszerekről, és végül megmutatom, hogy az általam vizsgált problémára miért azt a módszert alkalmaztam, amit később ismertetek.

A CSKA leírására szolgáló modellek egy része a statisztikus fizikai leírás egyenleteit (lásd 2.3.2 fejezet) oldja meg közelítő módon. (Pl. [18].) Ezekkel itt nem foglalkozunk, mert a jelenlegi számítástechnikai adottságok igen szűk körre korlátozzák alkalmazhatóságát: lényegében csak 1D problémák oldhatók meg a gyakorlatban. Ezért a továbbiakban a MHD-egyenletek megoldási módszereivel foglalkozunk.

### 4.1. A magnetohidrodinamikai egyenletek numerikus megoldása

A MHD egyenletei bonyolult, nemlineáris parciális differenciálegyenletek. (Lásd a 2.3.3 fejezetben.) Ilyen bonyolultságú egyenletrendszerre nincsenek direkt megoldási módszerek, hanem az ún. operátorhasítási technikával (operator splitting) kisebb problémákra szokás szétszedni a rendszert, majd az egyes részproblémákat a nekik legmegfelelőbb módszerrel oldják meg. Természetesen maga a hasítás is hibát eredményez, de a numerikus analízis által kifejlesztett jelenlegi módszereknél ez elkerülhetetlen.

Elméleti szempontból a hasítás alap gondolata a következő: jellemezze a rendszer állapotát egy  $\mathbf{Z}$  vektor, melynek elemei a rendszert meghatározó paraméterek, azaz az egy komponensű közegre, MHD esetén pl.

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \rho \\ e \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Az egyenletek elméletileg átírhatók a következő alakra:

$$\frac{d\mathbf{Z}}{dt} = \hat{\mathbf{L}}(\mathbf{Z}) \quad (4.2)$$

ahol  $\hat{\mathbf{L}}$  egy nemlineáris parciális differenciáloperátor.

Az ehhez a feladathoz tartozó kezdeti feltétel:  $t_0$ -kor ismerjük a  $\mathbf{Z}(t_0) = \mathbf{Z}_0$  állapotvektort. Keresett a  $t_1 > t_0$ -beli  $\mathbf{Z}_1$  állapota a rendszernek.

A legegyszerűbb fajta operátorhasítás alap gondolata a következő: írjuk fel  $\hat{\mathbf{L}}$ -ot két operátor összegeként:  $\hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{L}}_1 + \hat{\mathbf{L}}_2$ , majd oldjuk meg egymás után a következő feladatokat:

$$\frac{d\mathbf{Z}'}{dt} = \hat{\mathbf{L}}_1(\mathbf{Z}'), \quad \mathbf{Z}'(t_0) = \mathbf{Z}_0 \quad (4.3)$$

$$\frac{d\mathbf{Z}''}{dt} = \hat{\mathbf{L}}_2(\mathbf{Z}''), \quad \mathbf{Z}''(t_0) = \mathbf{Z}'(t_1) \quad (4.4)$$

Ezek megoldása után  $\mathbf{Z}_1$ -et az alábbi módon közelítjük:

$$\mathbf{Z}_1 \approx \mathbf{Z}''(t_1) \quad (4.5)$$

Azaz oldjuk meg az egyik operátor-rész által definiált kezdetiérték-feladatot, majd ennek  $t_1$ -beli eredményét helyettesítsük be kezdőfeltételként a második operátor-rész által definiált feladatba, és ennek megoldását tekintjük az igazi megoldásnak.

Ez pl. a hidrokód esetén azt jelenti, hogy meghatározzuk először azt, hogyan módosulnak a sebességek a nyomáskülönbség hatására, majd ezen módosított sebességértékeket használjuk fel az új sűrűségérték számításakor.

Természetesen a hasított feladat megoldása nem egyezik meg az eredeti feladatával, csak közelíti azt. A hasítási hiba ( $\mathbf{Z}_1 - \mathbf{Z}''(t_1)$ ) számolása nemlineáris operátorokra igen bonyolult feladat, és a numerikus analízis ma is aktívan kutatott területe. Pl. kimutatható, hogy az előbb vázolt hasítás esetén az eredeti feladat és a hasított feladat megoldásának eltérése általános esetben arányos a  $t_1 - t_0$  lépésközzel. Más hasítási módszerek ennél kedvezőbb tulajdonságokkal rendelkeznek, pl. konstruálhatók olyanok is, melyben a hasítási hiba  $(t_1 - t_0)^2$ -tel arányos, így kis időlépésekre gyorsabban csökken. (Lásd pl. [8], [24])

Az egyszerűen belátható, hogy a hasításkor elkövetett hiba függhet a hasítás sorrendjétől, azaz attól, hogy  $\hat{\mathbf{L}}_1$ -et, vagy  $\hat{\mathbf{L}}_2$ -t vesszük-e először. Ezért sokszor a hasítási hibát úgy becsülik, hogy ugyanazt a feladatot különböző sorrendű hasításokkal is megoldják, és ezen megoldások közti különbségből becsülik a hasítási hibát. (Ilyen módszerre azért van szükség, mert elméleti úton nagyon bonyolult nemlineáris operátorok esetén elvégezni a számításokat, márpedig pl. a MHD egyenletei erősen nemlineárisak. A MHD egyenleteinek megoldására használt módszerekben elkövetett hasítási hibabecslésről pl. [37] szól.)

A gyakorlatban a fentiekhez hasonlóan nem két, hanem több részre szokás bontani a feladatot, és így a hasítás több lépcsős lesz, de annak módja az eddig elmondottakból egyszerűen következik.

A MHD egyenleteinek numerikus megoldását tehát kisebb részfeladatokra bontva lehet elvégezni. Minden lépésre itt nem áll módomban kitérni, csak a legkritikusabb,

az ún. advekción lépésre használt módszerekről szeretnék itt szót ejteni, mert az a legfontosabb pontja a hidrodinamikai egyenletek megoldásának, lévén erősen nemlineáris. Később egy külön fejezetben megemlítem a radiatív hűlésnek megfelelő tag számítási algoritmusait, mert erre a részfeladatra új módszereket fejlesztettem ki, amelyek jobbak, mint az eddig használatosak.

Nem foglalkozok a mágneses tér transzportjának számításával sem. Egyrészt meghaladná dolgozatom kereteit, másrészt nem kapcsolódna szorosán a témához, mert modelljeimben nem használok mágneses teret. A CSKA modellezésében a mágneses térre használt numerikus módszerekről egy jó összefoglaló található [37]-ban.

## 4.2. Az advekción számítása

Advekción tagon azt értem, amely a közeg paramétereinek azon változását írja le, amelyik azért áll be, mert a közeg áramlik. Ennek megoldásához alapvetően kétféle módszert használhatunk:

**Lagrange-típusú:** A számítások során mindig követjük a közeg mozgását, azaz az általunk számolt értékek nem adott helyre, hanem a közeg adott pontjára vonatkoznak.

**Euler-típusú:** A számítások során a közeg meghatározott helyeken vett paramétereit számoljuk ki, azaz nem követjük a közeg áramlását.

Természetesen elképzelhető ezek kevert használata is, de az alaptípusok ezek.

A jelenlegi gyakorlat azt mutatja, hogy bizonyos esetekben az egyik, bizonyos esetekben a másik hozzáállás a célszerűbb. Az elemi hidrodinamikából tudjuk, hogy a folyadékkal együttmozgó rendszerből ugyanis eltűnnek a ( $\mathbf{v}$ grad)-os tagok, azaz az egyenletek legerősebben nemlineáris része. Hátránya viszont e módszereknek, hogy bonyolult áramlási kép esetén az együttmozgó rendszer igen eltorzulhat, mert pl. kezdetben közeli pontok nagyon eltávolodhatnak, vagy fordítva, és egy erősen eltorzult rendszerben nehéz pontosan számolni pl. a nyomás gradiensét.

Ezzel szemben, az Euler-típusú módszerek esetén a vonatkoztatási rendszer "szép" marad, tehát könnyű pontosan számolni mondjuk a nyomásgradienst, de megmarad az erősen nemlineáris advekción tag, ami a kulcsproblémája ezen módszereknek.

A következőkben ezeket a típusokat szeretném kicsit részletesebben áttekinteni.

### 4.2.1. A Lagrange-típusú módszerek

A Lagrange-típusú módszerek legegyszerűbb fajtája a következőképpen képzelhető el: Válasszuk meg a probléma kezdeti feltételét, majd fektessünk egy rácsot az általunk vizsgált térrészre, és jegyezzük meg az állapotjelzőket (sűrűség, sebesség, stb.) ezen rácspontokban. Egy bizonyos  $\Delta t$  idő eltelte utáni állapotot úgy kapjuk meg, hogy kiszámítjuk a sebesség, sűrűség, stb. megváltozását az alappontokban, és az alappontokat elmozdítjuk az ott érvényes sebességértékeknek megfelelően. (Az új

értékek számolása sokféleképpen elképzelhető, itt nem térünk ki a részletekre, mert munkáim során nem használtam Lagrange-típusú módszert.)

Az új értékeket megkapva, az eljárást előről kezdjük, így fokozatosan új és új isőpontokban kapjuk meg a közeget jellemző paramétereket az *együttmozgó rács* pontjaiban. Ebből adódik ezen módszerek nagy hátránya: az együttmozgó rács 2D vagy 3D modellek esetén igen eltorzulhat. Pl. 2D modellben egy kezdetben szabályos négyzetrácsot véve eredeti rácsnak, egy örvényt tartalmazó áramlás egy kezdetben négyzet alakú cellát igen eltorzíthat, az örvény forgásának karakterisztikus ideje alatt teljesen felcsavarhat. Ez azért probléma, mert a számításokkor szükséges mondjuk a nyomásgradiens számolása, és az csak igen nagy hibákkal történhet egy feltekeredett rácson, ahol a cellák egyik oldala akár az integrációs tartománnyal összemérhető méretre nyúlt meg.

Ezen probléma miatt csak 1D modellek esetében nszokták a Lagrange-módszer ezen egyszerű formáját használni a CSKA modellezésében.

Egyik javítási lehetősége a módszernek az, hogy amikor a cellák eltorzulnak, felvesszünk egy új, szabályos rácsot, a régiről interpolációt végzünk erre, majd “eldobva” a régit, az újjal folytatjuk a számításokat, addig, amíg újra el nem torzul, stb. Ilyen módszerrel modellezik a CSKA-t pl. [51]-ban. Ezen módszerek fő problémája az interpolációs lépés: egy erősen eltorzított rácstról csak nagy hibával lehet interpolációt végezni, ha viszont gyakran javítjuk fel a viszonyítási pontokat, az sok számításba kerül. Ezért ezen módszereket nem alkalmazzák a CSKA modellezésére az utóbbi évtizedben.

A Lagrange-módszerek egy másik típusa, a simított részecske módszer (Smoothed Particle Method) alap gondolata a következő: Elvileg úgy is modellezhető egy anyagi közeg, pl. a CSKA viselkedése, ha minden egyes atomjának végigkövetjük mozgását, ütközéseit, stb. Erre az atomok nagy száma miatt nincs mód a gyakorlatban. Ezért közelítsük a valóságot egy olyan modellel, amelyben a részecskék tömege sokkal nagyobb, mint egy atomé, és ezen részecskék mozgását vizsgáljuk, figyelembe véve egymással való kölcsönhatásukat is.

Az így kapott modellben tehát Newton-törvények szerint mozgó részecskék együtteseként fogjuk fel a vizsgált gázt (a CSKA-t), és ezen részecskék mozgását követjük a numerikus módszerek segítségével, azaz itt közönséges differenciálegyenlet-rendszert kell megoldani. A mai számítástechnikai és numerikus analízisbeli fejlettség néhány tízmillió részecske nyomon követését lehetővé teszi. A gáz sűrűségének tehát ezen “részecskék” számsűrűsége fog megfelelni, a gáz sebességének egy kis térfogatbeli részecskék átlagos mozgási sebessége, stb.

Ezen módszer nagy hátránya, hogy még százmillió részecske esetén is igen nagy statisztikus fluktuációk származnak a részecskék véges számából, ha pl. erős sűrűséggradiens lép fel a vizsgált folyamat esetén. Ezen lehet úgy segíteni egy kicsit, hogy a részecskéket “elsimítjuk”, azaz nem pontszerűnek vesszük, hanem kiterjedést, és nem éles határokat rendelünk hozzájuk, valamint a részecskék közt ható erőt is olyan alakban választjuk meg, hogy ne csak a részecskék közvetlen találkozásakor vegyen fel magas értéket, hanem a részecskék távolságának “sima függvénye” legyen. (Lásd pl. [25].) Ezen simításnak a differenciálegyenlet-rendszer megoldására is kedvező hatása van: nagyobb lehet az integráció során használt időlépés, ha az

erőfüggvény és deriváltjai nem vesznek fel nagy értéket.

A simított részecskék természetesen már nem feleltethetők meg az egyes atomoknak, hanem egy olyan fizikai kép rendelhető e numerikus módszer mögé, melyben a közeget együttmozgó atomcsoportok felhőcskéiből állónak tekintjük, és ezen csoportok mozgását vizsgáljuk.

A simított-részecske módszer előnyei:

- A 3D modellek nem igényelnek nagyságrendekkel nagyobb számítási kapacitást, mint a 2D-sek.
- Közönséges differenciálegyenlet-rendszert kell megoldani, amelyeknek az elmélete sokkal jobban kidolgozott, mint az MHD egyenleteié, és sokkal kevesebb numerikus analízisbeli problémát vet fel.

Hátrányként kell megemlíteni a következőket:

- Ha kicsi részecske-simítást alkalmazunk, megnő a statisztikus fluktuációk mértéke.
- Nagyon “elkent” részecskék esetén a térbeli felbontás csökken le.

A hátrányok azt is jelentik, hogy olyan helyeken, ahol éles sűrűség- hőmérséklet-stb. gradiensek lépnek fel, a simított részecske módszer használata nem javasolható. Ilyen eset pl. az általam modellezni kívánt lökeshullám-felhő találkozás, mert a lökeshullámban kis helyen nagyot változnak a közeget leíró mennyiségek.

Az utóbbi időben jelentek meg olyan publikációk, melyek “adaptív simított részecske módszer”-rel történő modellezésről szóltak. ([33]) Ezekben az éles változások helyén kisebbre veszik a részecskék “méretét”, és így jelentősen javítani tudják a lökeshullámok felbontását a számításigény kismértékű emelésével. Ezek a módszerek a szakirodalmi kutatásaim alapján ígéretesek, de még nem teljesen kiforrottak. (Konferenciákon egyéni eszmecserék alapján is ezt szűrtem le magamnak: sokan nagyon óva intettek a simított részecske módszer alkalmazásától, ha fontos a lökeshullámok hatásának pontos figyelembe vétele.)

Más esetekben azonban érdemes lehet ezt a módszert használni. Például ha egy erősen differenciálisan rotáló felhőt modellezünk, akkor a később ismertetett numerikus módszerek a forgó felhő szélén általában a folyamatos numerikus diffúzió jelenségét mutatják, míg a simított részecske módszer ettől a hibától mentes. ([25].)

### 4.2.2. Az Euler-típusú módszerek

Az Euler-típusú módszereket három nagy csoportra oszthatjuk:

- Véges differenciák módszere
- Véges elemek módszere
- Véges térfogatok módszere

Terjedelmi okokból nem tudunk minddel részletesen foglalkozni, csak a véges térfogatok módszerével, mivel modellemben ezt használtam, és az utóbbi évtized numerikus tapasztalatai azt mutatták, hogy ez a módszer a legjobb a CSKA-beli folyamatok modellezésére, ha erős lökéshullámok is jelen vannak. Az összevethetőség kedvéért azonban röviden kitérek a többi módszerre is.

A véges differenciák módszerének az alapgondolata az, hogy a vizsgált tartományra egy rácsot fektetünk, és a rácspontokban megjegyezzük a sűrűség, sebesség, stb. értékeket. Ezután a MHD egyenleteiben szereplő deriváltakat a szomszédos rácspontbeli értékekből számolható véges differenciákkal közelítjük, és ezen közelítő értékek alapján számoljuk a rendszer valamely  $\Delta t$  idő múlva létrejövő állapotát. Ez az időbeli lépés is történhet sokféleképp, de erre itt nem térünk ki, az eddigiekből is látszik a véges differenciámódszerek hátránya: A deriváltak véges differenciákkal való közelítésének hibája igen megnő, ha a vizsgált mennyiség (mondjuk a sűrűség) magasabb rendű deriváltjai nagyok. (Lásd [39].) Ez az eset pedig fennáll a lökéshullámok közelében. Így esetünkben nem alkalmazható közvetlenül a véges differenciák módszere. Szokás ezt a hibát egy “mesterséges viszkozitási” tag bevezetésével kiküszöbölni ([39]), de ekkor az elvileg éles lökéshullám 3–5 elemi cella méretűre széthúzódik, így a térbeli felbontás jelentősen romlik. További kellemetlen tulajdonsága a véges differenciák módszerének, hogy nem garantálható bennük a tömeg- energia- és lendületmegmaradás. Véges differencián alapuló modelleknél előfordul, hogy a módszer hibája folytonosan új tömeget hoz be a rendszerbe, ami nem fizikai jelenségből, hanem a módszer hibájából adódik. Ez pedig nagyon irreálissá teheti a modell eredményeit.

A véges elemek módszerének alapgondolata kissé bonyolultabb: Osszuk fel a tartományt valahogy részekre. Szokás pl. a szimplexekre bontás. A vizsgált mennyiséget leíró függvényt közelítsük olyan bázisfüggvények lineárkombinációjával, melyeknek tartója csak néhány ilyen “cellára” terjed ki. Ekkor a bázisfüggvények lineárkombinációs együtthatóira lehet egyenletrendszert származtatni úgy, hogy annak megoldása bizonyos, jól definiált értelemben jól közelíti a valódi megoldást. (Részleteket lásd pl. [39].) Ezen módszerek hátránya egyrészt a nehezebb átláthatóság és nehezebb módosíthatóság. Másik hátrány, hogy a lökéshullámok kezelése itt is speciális módszereket igényel, mert a szokásos bázisfüggvények nem közelítik jól a lökéshullámok éles ugrásait. Továbbá: itt is fennmarad az, hogy nem teljesülnek a megmaradási törvények, azaz a modellszámítás során a módszer hibájából eredően “anyag keletkezhet”.

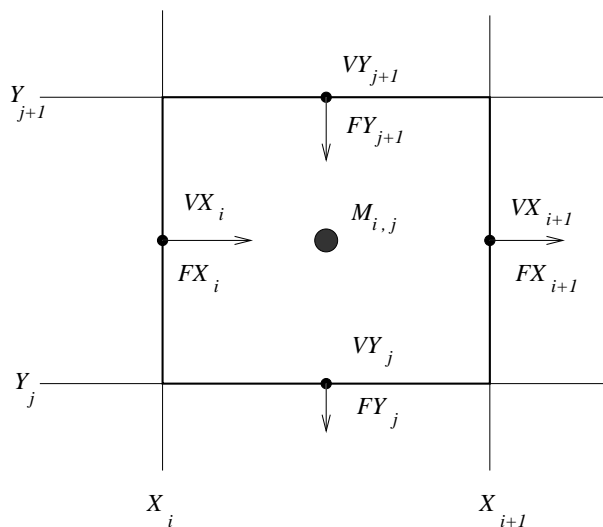
Ezen hiányosságokat jelentős mértékben kiküszöböli a “véges térfogatok módszerének” alapgondolata. Bár ezekkel sincs módunk részletesen foglalkozni, mégis egy kicsit jobban szeretném ismertetni az általam használt módszert. Részletesebb leírás található a ZEUS kódot leíró cikkben: [37].

Azért, hogy garantálni lehessen az össztömeg, összlendület és összenergia megmaradását, az általam használt módszerben nem a sűrűség-, sebesség-, energiasűrűségértékeket jegyzem meg egy-egy pontban, hanem a vizsgált térrész elemi térfogatokra osztom, és egy-egy ilyen cella belsejében levő anyag tömegét, lendületét, energiáját veszem alapmennyiségnek. Egy kis  $\Delta t$  idő múlva érvényes értékek közelítését pedig úgy számolom, hogy a cella határain a  $\Delta t$  idő alatt átáramlott anyag-,

lendület-, energiameennyiségeket az egyik cellából levonom, a másikhoz hozzáadom. Ez a módszer tehát a cellahatárokon levő fluxusok számolásán alapul, és az előbbieket szerint a számítások kerekítési hibáján belül megőrzi a megmaradó mennyiségeket.

Mivel itt az áramlásból adódó változások figyelembe vételéről van szó, ezért itt az összes fluxus annak köszönhető, hogy a vizsgált közeg anyaga átáramlik egyik cellából a másikba. Ennek megfelelően olyan felosztást érdemes alkalmazni, melyben a sebességek cellahatárokon felvett értékeit követi nyomon. 2D modell esetén ezt szemlélteti a 4.1 ábra. (3D esetén teljesen hasonló a rácsfelosztás, csak nehezebben áttekinthető, ezért választottam a 2D esetet szemléltetésre.)

Az ilyenfajta módszereket az alapján, hogy fluxusszámoláson alapulnak, és hogy a vektormennyiségeket más diszkrétizációs rácson számoljuk, mint a skalárokat, a szakirodalom “flux-vector spitted” módszereknek nevezi.



4.1. ábra: A tömegáramlás számolásához

Az egyszerűség kedvéért csak a tömegáramlás számolását követjük nyomon itt, a többi mennyiség advekcója hasonlóan kezelhető. Továbbá csak az egyik irányban történő áramlást nézzük, mert szimmetriaokokból a másik hasonlóan elvégezhető.

Az advekción lépés kulcsa esetünkben az  $FX_i$  tömegáram-fluxusok kiszámítása. Ezeknek ismeretében ugyanis az új tömegértékek egyszerűen felírhatók:

$$M_{i,j}^* = M_{i,j} + (FX_i - FX_{i+1}) \cdot \Delta t \quad i = 1, 2, 3, \dots, n-1 \quad (4.6)$$

ahol  $M_{i,j}^*$  az egy időlépéssel későbbi érték,  $n$  pedig a cellák száma  $X$  irányban.

A CSAK modellezésére az utóbbi évtizedekben használt numerikus módszerek elsősorban a fluxusok kiszámítási módjában térnek el egymástól. Ezek közül nézzük meg a legegyszerűbbeket.

A legegyszerűbb feltételezni, hogy a cellán belül homogéne oszlik el az anyag. Ekkor az egyes oldalak mentén a tömegáram-fluxus egyszerűen megkapható, hisz egy  $\rho_{i,j} = M_{i,j}/V_{i,j}$  sűrűségű anyag áramlik át egy ismert keresztmetszeten. ( $V_{i,j}$  az  $(i, j)$  indexekkel jellemezhető cella térfogata.)

Azaz ekkor:

$$FX_i = \begin{cases} M_{i,j}/V_{i,j} \cdot AX_i \cdot VX_i, & \text{ha } VX_i < 0 \\ M_{i-1,j}/V_{i-1,j} \cdot AX_i \cdot VX_i, & \text{ha } VX_i \geq 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

ahol  $AX_i$  az  $(i-1, j)$  és  $(i, j)$  indexű cellákat elválasztó felület nagysága.

Ez a legegyszerűbb módszer a szakirodalomban az “upwind scheme” nevet viseli. (Magyar nevet nem tudok rá.)

Ennek tulajdonságai régóta jól ismertek. (Lásd pl. [4], [39].) A leglényegesebbek: Stabil a lökéshullámokkal szemben, azaz nincs szükség külön mesterséges viszkozitás alkalmazására. A térbeli pontossága elsőrendű, ami szemléletesen azt jelenti, hogy ha a rács lépésköze  $X$  irányban  $HX$ , akkor a diszkretizációból adódó hiba  $HX$ -szel egyenesen arányos. Azaz pl. kétszer akkora rácsfelbontás fele akkora diszkretizációs hibát eredményez.

Az upwind séma stabilitása nagyon hasznos, ellenben az, hogy csak elsőrendű pontosságú, igen korlátozza annak lehetőségét, hogy pontos megoldást lehessen kapni. A pontosságot úgy lehet pl. növelni, hogy nem homogénnek tételezzük fel a sűrűségeloszlást a cellában, hanem mondjuk egy lineáris függvénnyel közelítjük, amely a cellák szélén sűrűségugrás nélkül csatlakozik a szomszédos cellához, de összességében kiadja az  $M_{i,j}/V_{i,j}$  átlagsűrűséget.

Ennek a lineáris interpolációnak megfelelő formulát megtalálhatjuk pl. [37]-ban, itt terjedelmi okokból nem közlöm. Annyit azonban meg kell jegyezni ezen módszerrel kapcsolatban, hogy bár másodrendű pontosságú ( $HX^2$ -tel arányos az elkövetett diszkretizációs hiba), nem minden esetben stabil; ahol a sűrűség nem monoton növekvő vagy csökkenő, “elromlik” a módszer, és a valódi megoldástól eltérő oszcillációkat mutat. Ezért ezt és az upwind sémát keverten szokták használni: ahol monoton a változás, ott ezt a másodrendű módszert használják, ahol pedig nem, visszatérnek az eredeti upwind sémára. ([37].) Az így előálló módszert szokás “Lax-Vendroff sémának” nevezni.

A fluxuskorrekció miatt az ilyen módszereket szokás “fluxus-korlátozott” (flux limited) módszereknek is hívni.

A gyakorlati példák azt mutatják, hogy általában az integrációs tartomány nagy részén monoton a változás, így a pontosabb séma alkalmazható a legtöbb cellára, csak a lökéshullámok közelében kell visszatérni a stabil upwind-módszerre.

Természetesen ez a gondolat tovább folytatható: lineáris függvény helyett alkalmazhatunk magasabbrendű polinomokat is. Parabolikus közelítésen alapszik a manapság gyakran használt “Piecewise Parabolic Method” (PPM) is, amelyet pl. [1], [15] publikációkban alkalmaznak a CSAKA modellezésére a szerzők. A PPM egy harmadrendű módszer, tehát pl. a rácsfelbontás duplázása nyolcszorozza a pontosságot, azaz sűrű rácsokon sokkal pontosabb eredményt ad, mint az eddigiek. Azonban nem monoton változások esetén ez sem stabil; itt is vissza kell térni az upwind sémára ilyenkor.

A PPM tesztelése, és a lineáris közelítéssel való összevetése megtalálható pl. [37]-ban. Ott azt a konklúziót vonják le a szerzők, hogy a parabolikus közelítéssel járó többletszámolás csak akkor térül meg, ha a nagyon kis skálán lezajló folyamatok is érdekelnek bennünket.



A precízség kedvéért meg kell említeni, hogy [37]-ban csak az advekción lépés harmadrendű változatát alkalmazzák, ezt a szerzők PPA-val (Piecewise Parabolic Advection) jelölik, míg [1] és [15] nemcsak az advekción lépésnél használ magasabbrendű módszert.

Az ilyen jellegű módszerek mindegyikének van egy nagy korlátja: nem lehet tetszőlegesen nagy időlépést használni a futtatáskor. Ennek oka matematikailag az, hogy egy bizonyos időlépés felett a kerekítésekből származó hibák exponenciális ütemben növekedni kezdenek. Ez pl. a Neumann-féle stabilitási vizsgálattal követhető nyomon. ([39])

Fizikailag is érthető az időlépés korlátozása: pl. az upwind séma egy eggyel későbbi időlépéshez csak a szomszédos cellák értékeit használja fel. Amennyiben akkora az időlépés, hogy pl. 2 cella távolságából is valamilyen fizikai hatás odaérhet a vizsgált cellához, akkor biztosan alapvetően rosszra válik a módszer. A fizikai hatások leggyorsabb terjedési sebessége a közeg áramlási sebességének és a benne uralkodó hangsebességnek az összege, jelöljük ezt  $v_{max}$ -szal. Legyen a cella mérete a vizsgált irányban  $h$ . Ekkor Courant-számnak hívjuk a

$$C = \frac{\Delta t}{\min(h/v_{max})} \quad (4.8)$$

menyiséget, ahol a minimalizálás az összes cellára és az összes irányra értendő.

Az előbb elmondottak szerint a  $C$  Courant-szám nem lehet akármekkora, hanem van egy egységnyi nagyságrendű korlátja, amely felett nem használhatóak az itt felvázolt módszerek. Bebizonyítható, hogy az upwind-séma esetén ez az érték pontosan 1. Bonyolultabb módszerekre nehéz kiszámolni ezt a kritikus értéket, sokszor csak a numerikus modellek alapján határozzák meg ezeket. Pl. a később ismertett modelljeim alapjául szolgáló ZEUS kód esetén a szerzők legfeljebb 0.5–0.6-os Courant-számot javasolnak, ennek megfelelően én 0.4-es értékkel számoltam.

### 4.2.3. Az adaptív rácsfinomítás

Hidro- és gázdinamikai modellekben gyakori az az eset, amikor az integrációs tartomány nagy részén simák a változások (kicsik pl. a sűrűséggradiensek), de egy kis részen igen nagy ugrások figyelhetők meg. Ez azt a problémát veti fel, hogy ha az erős változások helyén is pontos megoldást szeretnénk kapni, akkor nagyon sűrű rácsot kell alkalmazni, de a nagy sűrűség felesleges a tartomány jelentős részén, ahol az áramlás sima. Ráadásul előre nem is igen lehet megmondani, hol kell finomítani a rácsot, mert pl. a lökéshullámok helyzete folyamatosan változik.

Ezen problémák kiküszöbölésére fejlesztették ki az adaptív rácsfinomításos módszereket, amelyeknek alap gondolata az, hogy a számítások során maga a program végezzen hibabecslést, és ahol nagyon tűnik a diszkretizációs hiba, ott automatikusan történjen meg a finomítás.

Ezek a módszerek érezhetően sokkal bonyolultabbak, de ugyanazzal a számítási kapacitással pontosabb eredményt adnak, hisz nem veszítetnek sok számítást a sima részekre.

Eddigi munkáim során nem alkalmaztam ilyen technikát, mert egyrészt nem jutottam hozzá egy ilyen adaptív alapkódhoz, időm pedig nem volt egy ilyen írására illetve átírására, másrészt munkám lényege nem a kis léptékű folyamatok tanulmányozása volt, hanem a pontosabb termodinamikai modell hatásának vizsgálata. Erre egy “hagyományos” módszer is megfelelt, és ki tudtam mutatni azt, hogy a MF-lökéshullám találkozások fizikai képének finomítása is legalább olyan fontos, mint a numerikus módszerek fejlesztése. A későbbi munkáimhoz azonban egy adaptív finomításos kód írását tervezem, mert valószínűleg csak ilyennel lehet 3D modelleket futtatni az általam elérhető számítógépeken.

Az adaptív finomításos kódok egyébként egyre több esetben nyernek csillagászati alkalmazást az utóbbi években, pl. a következő publikációkban: [29], [15], [14].

## 5. fejezet

# A felhő-lökéshullám találkozás modellezése

Ebben a fejezetben a szakirodalomban publikált eddigi eredmények ismertetése után szeretném ismertetni saját munkámat.

Vizsgálódásaim főként arra irányultak, hogy a dinamikus, többdimenziós modellekben milyen módon lehet hatékonyan figyelembe venni az atomi és molekuláris hidrogén keverékének ideális gázétól való eltérését, illetve arra, hogy a pontosabb termodinamikai leírás milyen hatással van a modellekre.

A H-H<sub>2</sub>-keverék dinamikája ugyanis lényegesen eltér az egyszerű H-gázétól: egyrészt a molekuláris komponens szabadsági fokszáma a hőmérséklet függvénye, másrészt 1000 K környékén már jelentőssé válik a H<sub>2</sub>-molekulák disszociációja. Két módszert is javaslok a disszociációs folyamatok figyelembe vételére, melyekből a második (a “többfolyadék-modell”) bizonyul pontosabbnak, de ennek a számításigénye lényegesen nagyobb, mint az “egyensúlyi modell”-é. Ezen kívül kisebb modellezés-technikai kérdésekre is kitérek, melyek közül a lényegesek: új numerikus módszereket adok a radiatív hűlés számolására, illetve vizsgálom a lökéshullám–felhő kölcsönhatás pontos modellezéséhez szükséges felbontás nagyságát.

Megmutatom azt is, hogy bizonyos kvalitatív, morfológiai tulajdonságok tekintetében a disszociációs modellek jobban visszaadják a megfigyelt felhők alakját.

### 5.1. Eddigi eredmények

Ebben a fejezetben szeretném összefoglalni a szakirodalomban a MF-lökéshullám kölcsönhatást tanulmányozó alapvető cikkeket, különös tekintettel a folyamat numerikus modellezésével foglalkozó munkákra.

Az első említésre méltó analitikus munka McKee és Cowie cikke 1975-ből ([21]), akik a kölcsönhatás első szakaszát tanulmányozták. Ennek megfelelően cikkük nem tér ki a felhő szétDarabolódására, a csóvanövesztésre.

Spitzer 1982-ben ([35]) elsősorban a kölcsönhatás környezetre gyakorolt hatását vizsgálta: kimutatta, hogy a lassú lökéshullámok esetében számottevő energia távozik “hang” formájában, ami az ütközéskor keletkezik.

Heathcote és Brand 1983-ban a felhő-lökéshullám kölcsönhatás teljes folyamatát vizsgálta ([6]), majd 1987-ben McKee és társai jelentettek meg egy cikket a lökéshullám által elért felhő nyomásának időbeli fejlődéséről. ([22])

Ezek a munkák természetesen csak a folyamat általános tendenciáinak leírását tudták megadni, hisz az azt leíró egyenletek pontos megoldása nem állítható elő analitikus módszerekkel. Nem lehetett tehát megmondani, pl. hogy milyen feltételek mellett és milyen sebességgel roncsolódik szét a MF, mekkora lesz a maximális sűrűség a folyamat közben, stb. Ez érthető is, hisz pl. a felhő bejesejébe beinduló lökéshullámok bent találkoznak, tehát lökéshullám-lökéshullám találkozás is előfordul, még hozzá igen speciális geometriájú körülmények között, és az ilyen találkozáskor generálódó sok másodlagos hullám már biztosan nem követhető nyomon analitikusan.

Ennek megfelelően már az első analitikus vizsgálatokkal egyidőben megkezdődött a numerikus modellek alkalmazása is. A numerikus modellek fejlődését egyrészt az alkalmazott algoritmusok, másrészt a számítógépek fejlődése irányította. A mögöttes fizikai kép nem változott: az MHD egyenleteit oldották meg a különböző munkák szerzői, a rendelkezésükre álló módszerek és számítási kapacitás által megengedett finomságig, pontosságig. Ennek megfelelően 3D modellek, valamint jó térbeli felbontású modellek is csak a 90-es években születtek. Ekkor sikerült a mágneses tér figyelembe vétele is (ez mindenképp 3D modellt kíván). Tehát az összes eddigi modell egyszerű, egykomponensű H-gázzal számolt, ami a később ezen dolgozatban kifejtettek szerint általában nem jogos feltételezés, és jelentős különbségeket okoz, ha figyelembe vesszük a  $H_2$ -molekulák hatását is.

Az első numerikus modellt a felhő-lökéshullám kölcsönhatásra Sgro állította fel 1975-ben ([32]). Modelljében sugárzási hűléssel is számolt, de nagyon alacsony volt a felbontása, így a folyamat részletei nem voltak követhetők.

Jelentős javulást ért el a felbontásban Woodward 1976-ban ([51]), aki a spirálkrok lökéshullámai, valamint a csillagközi felhők kölcsönhatását vizsgálta egy akkor korszerűnek mondható kevert Euler-Lagrange módszerrel.

Hasonlóan, a jobb numerikus módszerek irányában tettek lépést Nittmann és társai 1982-ben ([26]).

Tenorio-Tagle és Rozicka 1986–87-ben publikált munkáikban ([41] és [30]) realisztikusabb modellt adtak a lökéshullámra, mint elődjeik, és hűlési számításaik is realisabbak voltak, de a modellek nagyon alacsony felbontásúak voltak. (Ennek fő oka az lehetett, hogy ők a SN-robbanást is modellezték, így az integrációs tartomány sokkal nagyobb volt a felhő méreténél.) A használt numerikus módszer sem volt pontos (legalábbis mai szemmel), így az erős numerikus diffúzió miatt a folyamat részleteit nem lehetett nyomon követni.

Bedogni és Woodward 1990-ben egy korszerű módszert, a “Piecewise Parabolic Method”-ot (PPM) használták 2D modelljükben ([1]). Ez már az alkalmazott numerikus módszert tekintve reális eredményeket adott, de a radiatív hűlés elhanyagolásával eredményeik valósága megkérdőjelezhető.

Az első 3D modellt Stone és Norman adta 1992-ben ([38]). Munkájuk fő eredménye, hogy kimutatták: a 2D modellekben mutatkozó gyűrűk instabilak lesznek, ha a harmadik dimenzió irányában is megengedett a mozgás, de ez a felhő globális

struktúrára nincs kihatással. Továbbra is van tehát értelme a 2D modelleknek, ha nem a folyamatok részleteit tanulmányozzuk, hanem a felhő globális viselkedését.

Klein és társai 1994-ben egy összefoglaló munkájukban ([15]) megvizsgálták a folyamat leírásához szükséges felbontást, és azt kapták, hogy ha a folyamat minden részletét tanulmányozni szeretnénk, legalább 100 rácspont kell eszen a felhő kezdeti sugarára. Összevetették eredményeiket az analitikus becslésekkel, és bizonyos esetekben kiderült, hogy bizonyos analitikus megfontolások nagyságrendi hibákkal terhelték a folyamat leírásában, azaz a plauzibilisnek tűnő becslések közül van, amelyik nem bizonyul igaznak, ha részletesen végigszámoljuk a folyamatot. Ebben a munkában azonban csak egy igen durva modellt alkalmaztak a radiatív hűlésre, valamint továbbra is egyszerű H-gázt tételtek fel.

Dolgozatom fő tézise, hogy az ilyen folyamatoknál a  $H_2$ -molekulák termodinamikájának figyelembe vétele jelentős változásokat hoz, így realiztikus modellekben figyelembe kell a molekulák hatását. Ezért a következő fejezetben részletesen foglalkozom a H- $H_2$ -keverék termodinamikájával

## 5.2. A felhő-lökéshullám találkozás kvalitatív leírása

Ebben a fejezetben szeretném kvalitatíve ismertetni a felhő-lökéshullám találkozás-kor lezajló főbb folyamatokat. Szemléltetésül a később ismertett numerikus modell futtatásából származó ábrákat fogom használni, továbbá először az ideális gáz dinamikájának esetével foglalkozom, mert ez áttekinthetőbb, és majd később ehhez képest adom meg a pontosabb termodinamikai modell által okozott változásokat. (Felvetődhet az, hogy nem logikus a numerikus modell ábráit felhasználni a kvalitatív, analitikus megfontolások szemléltetéséhez. Azonban a numerikus modellek nélkül nem lehet feltérképezni még kvalitatív módon sem az itt lezajló folyamatokat. Pl. a témakör analitikus alapművének számító [6] irodalomban is csak a korábbi numerikus modellek eredményeinek ismeretében tudtak a szerzők egy közelítő analitikus modellt felállítani.)

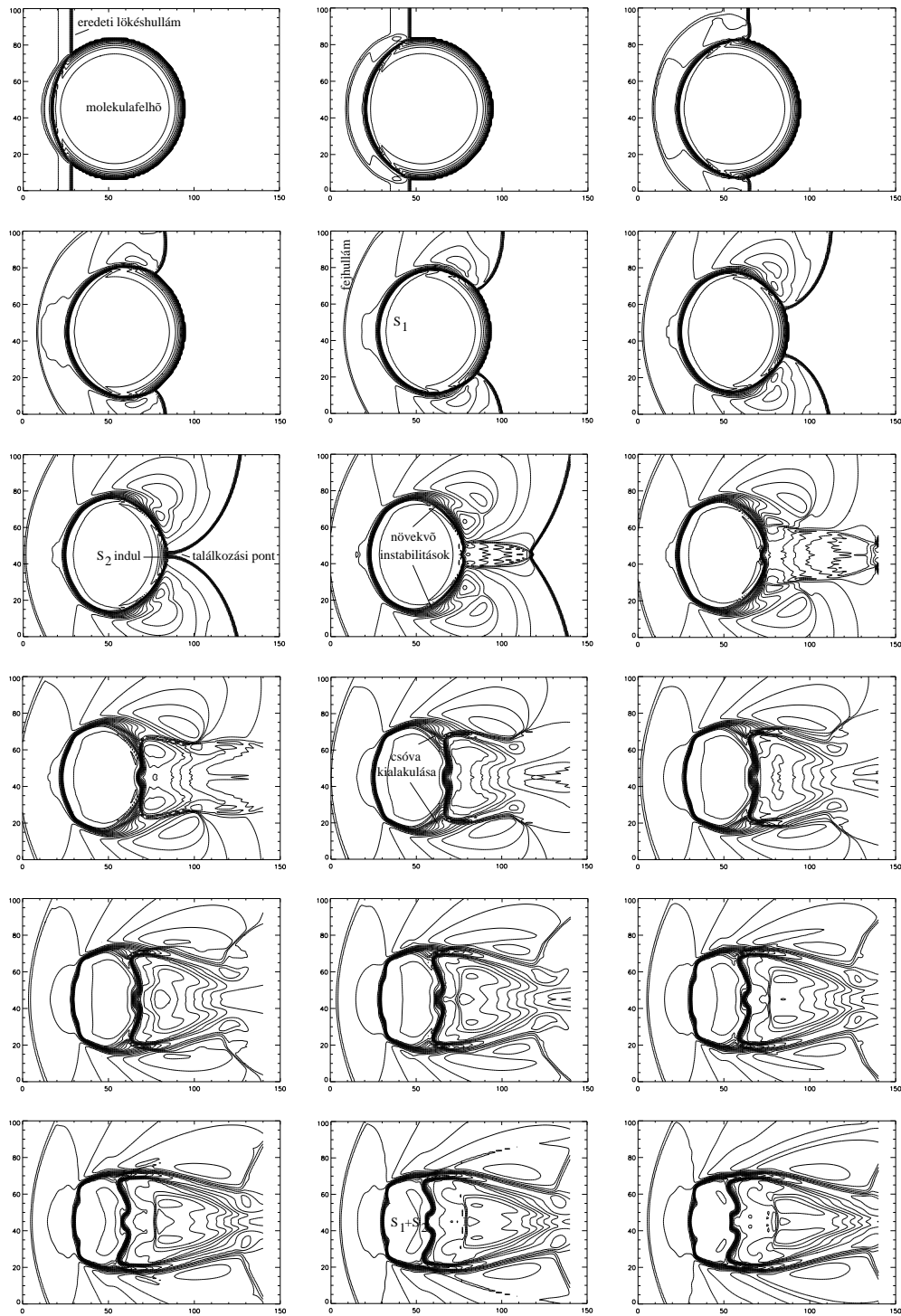
A találkozás folyamatát a 5.1 ábra szemlélteti. Ez sűrűségkontúrokat tartalmaz,  $0.2 T_{ic}$  időközönkénti lépéssel. Szokás ugyan ilyen folyamatoknál a sebességeket is feltüntetni, én mégse tettem, mert azt tapasztaltam, hogy az áttekinthetlenné teszi az ábrát. Az áramlások iránya úgyszólván kitalálható, ha elég sűrűen megadjuk a sűrűségterképeket.

A folyamat főbb fázisai, állomásai a következők:

1. A felhő és a lökéshullám találkozásakor egyrészt egy lökéshullám indul a felhő belsejébe, másrészt egy visszaverődés is történik.

A bemenő  $S_1$  lökéshullám jó közelítéssel sík felületű lesz, és sokkal lassabban halad az eredeti lökéshullámnál, mivel a felhő belsejében nagyságrendekkel kisebb a hőmérséklet, így a hang terjedési sebessége is.

A visszavert lökéshullám pedig igen rövid idő alatt egy lényegében állandó "fejhullámot" alakít ki.



5.1. ábra: A felhő-lökéshullám találkozásakor kialakuló folyamatok szemléltetése.

2. A lökéshullám kikerüli a felhőt, és a “hátljánál” két oldalról találkozik a két része. Ekkor itt nagy nyomás alakul ki, és ez hátról indít egy  $S_2$ -vel jelölt lökéshullámot a felhő belsejébe.  $S_2$  is jó közelítéssel sík felületű lesz.
3. A lökéshullám belsejébe kerülve, a felhőt oldalról is nagyobb nyomás éri, és ez egy  $S_3$ -s lökéshullámot fog indítani a felhő belsejébe, amely azonban sokkal gyengébb, mint  $S_1$  vagy  $S_2$ .
4. Azon a részen, ahol az eredeti lökéshullám áramlása “súrolja” a felhőt, Kelvin-Helmholtz, a felhő “elejénél” pedig Rayleigh-Taylor instabilitások lépnek fel. Ezek a felhő külső részeit “felgyűrik”, és kisebb darabokat szakítanak le belőle, amit az áramlás tovasodor.
5.  $S_1$  és  $S_2$  találkoznak.
6. Megkezdődik a kezdetben összenyomott felhő újratágulása, melynek során főleg a széleken, de a felhő “hátljánál” is további anyag sodródik le, amely egy csóvát formál. A csóva sűrűsége a széleken a legnagyobb, mert a felhő széleiről az instabilitások által leválasztott anyagból származik a csóva anyagának többsége.
7. Ezekkel a folyamatokkal párhuzamosan a felhő fokozatosan sodródni kezd, és elég hosszú idő múlva felveszi a lökéshullám sebességét. Ez a folyamat nem látszik ábráinkon, mert azokon követtem a fej mozgását, hogy a bennük lezajló folyamatok megfigyelhetők legyenek.

Nem ismétlem meg a [6]-beli analitikus számításokat, amelyek ezen kvalitatív kép analitikus végigszámolását jelentik, hiszen ezeket úgylis érvényteleníti a később ismertetett pontosabb termodinamikai modell, míg a kvalitatív kép akkor is megfelelő lesz. Itt csak a folyamatok karakterisztikus idejéről szeretnék röviden említést tenni.

Az egyik legfontosabb időskála a korábban bevezetett  $T_{ic}$ , ami annak az ideje, amíg a lökéshullám megteszi a felhő átmérőjének megfelelő távolságot. [15]-ben, a Mach-skálázásról szóló fejezetben a szerzők megmutatják, hogy  $T_{ic}$  egységekben mérve az időt, ideális gáz állapotegyenlet esetén nagy Mach-számokra és rögzített felhő/közeg sűrűségekre az eredmények egymáshoz hasonlóak lesznek. (Mint később látjuk, a Mach-skálázás közelítőleg fennmarad a pontosabb modellekben is.)

Tehát

$$T_{ic} = \frac{2R_{cl}}{v_0} \quad (5.1)$$

ahol  $R_{cl}$  a felhő sugara,  $v_0$  pedig a lökéshullám sebessége.

Amennyiben a lökéshullám Mach-száma  $M$ , akkor nyilván

$$v_0 = M \cdot \sqrt{\gamma \frac{p_{out}}{\rho_{out}}} \quad (5.2)$$

ahol  $p_{out}$  illetve  $\rho_{out}$  a homogénnek feltételezett környezet nyomása illetve sűrűsége,  $\gamma$  a környezet specifikus fajhőhányadosa. (Esetünkben  $\gamma = 5/3$  lesz.)

[15] szerint a felhőbeli  $S_1$  és  $S_2$  lökéshullámok sebessége nagyságrendileg:

$$v_s = \sqrt{\frac{\rho_{out}}{\rho_{cl}}} v_0 = \frac{v_0}{\chi^{1/2}} \quad (5.3)$$

ahol bevezettük a felhő és a közeg sűrűségarányára a  $\chi = \rho_{cl}/\rho_{out}$  jelölést.

Fontos időskála az, ami azt mondja meg, mennyi idő kell a felhő belsejében haladó lökéshullámoknak ahhoz, hogy a felhő sugarának megfelelő távolságot megtegyék. Ugyanis kb. ennyi idő telik el a találkozás kezdetétől számítva addig, amikor  $S_1$  és  $S_2$  találkoznak. Ezt az eddigiek alapján könnyű kifejezni:

$$T_{cc} = \frac{R_{cl}}{v_s} = \frac{\chi^{1/2} R_{cl}}{v_0} = \frac{\chi^{1/2}}{2} T_{ic} \quad (5.4)$$

A felhő felgyorsulására adható időskála [15] szerint:

$$T_{drag} = \frac{\chi^{1/2} T_{cc}}{C_D} \quad (5.5)$$

ahol  $C_D$  a felhő alakjától függő "közegellenállási tényező", melynek nem lehet pontos értéket adni, hisz a folyamat során változik, de egységnyi nagyságrendű.

A Kelvin-Helmholtz instabilitások növekedésének karakterisztikus ideje a közegek (a felhő és a lökéshullám anyagának)  $v_{rel}$  relatív sebességétől is függ, ami a folyamat során fokozatosan változik:  $v_0$ -ról 0-ra csökken  $T_{drag}$  időskálán. Ez a karakterisztikus idő:

$$T_{KH} = T_{cc} \cdot \frac{v_0}{v_{rel}} \frac{1}{k R_{cl}} \quad (5.6)$$

ahol  $k$  a vizsgált instabilitás hullámszáma. A felhő globális struktúráját nyilván azok az instabilitások változtatják meg leginkább, amelyek esetén  $k R_{cl} \approx 1$ , azaz melyeknek karakterisztikus mérete a felhő méretével egy nagyságrendbe esik. Továbbá, mivel a folyamat elején  $v_{rel} = v_0$ , ezért kezdetben a legfontosabb KH-instabilitások növekedési időskálája kb.  $T_{cc}$ -vel egyezik meg.

[15] szerint a Rayleigh-Taylor instabilitások növekedése

$$T_{RT} \approx \frac{T_{cc}}{\sqrt{k R_{cl}}} \quad (5.7)$$

időskálán zajlik, azaz a nagy hullámhosszok esetében ez nagyságrendileg megegyezik  $T_{KH}$ -val.

Meg kell még említeni itt a következőket: A tengelyszimmetrikus 2D modellekben ha nem a tengelyen jelenik meg egy sűrűségmaximum, az szimmetriaokokból egy egész gyűrűt reprezentál. Vagy a fent említett csóvák igazából egy kb. hengerpalást mentén megnövekedett sűrűséget jeleznek. a 3D modellek (Pl. [38], [14]) azonban kimutatták, hogy ezek a gyűrűk instabilak a harmadik dimenzió irányába eső kis perturbációkkal szemben, és a gyűrűk fragmentálódnak. A modellek szerint ez a globális fejlődést nem befolyásolja lényegesen, csak a csóva finomszerkezetét. Ezért a globális szerkezet felderítésére továbbra is használhatók a 2D modellek.



### 5.3. A molekuláris hidrogéngáz termodinamikája

A molekulák speciális termodinamikai viselkedését és a kémiai reakciókat a dinamikai modellekben ritkán szokták figyelembe venni. (Lásd 5.1 fejezet.) Ennek oka lehet az, hogy nem nyilvánvaló, hogy a felhő-lökéshullám kölcsönhatások dinamikájára is lényeges hatással vannak.

Pedig az nyilvánvaló, hogy molekulafelhők esetén a hidrogénmolekulákat is tartalmazó gáz más dinamikával viselkedik, mint egy egyszerű atomos gáz, amely az ideális gázokra vonatkozó összefüggésekkel jellemezhető.

Tekintsünk ugyanis egy tisztán  $H_2$  molekulákból álló, 10 K-es gázt, amelyet nem ér külső elektromágneses sugárzás. Ha ezt melegítjük, akkor az ideális gázokétól gyökeresen eltérő viselkedést kapunk. Kb. 50 K-ig a molekulák rotációs szabadsági foka befagyottnak tekinthető, így eddig a  $H_2$ -gáz jó közelítéssel 3 szabadsági fokszámú ideális gázként viselkedik. A forgási szabadsági fokok gerjesztődésével azonban jelentősen változik a kép: a melegítéskor bevitt energia egyre jelentősebb része fog a forgásra fordítódni, azaz a bevitt energia nem teljesen a molekulák mozgási (pontosabban: translációs) energiájára fordítódik, emiatt a nyomás lassabban nő, mintha továbbra is 3 szabadsági fokú gázunk lenne. 1000 K környékén pedig fokozatosan növekszik a vibrációs szabadsági fokok gerjesztettsége is.

További hőmérséklet-emeléskor pedig a  $H_2$ -molekulák egyre nagyobb százaléka disszociál a termikus gerjesztés hatására. 10 000 K környékén pedig a szétvált H-atomok is ionizálódni kezdenek.

Ez tehát azt jelenti, hogy a molekulafelhők anyaga egyáltalán nem viselkedik ideális gázként, hanem nyomását a sűrűség illetve hőmérséklet függvényében egy bonyolult összefüggés adja meg, melynek pontos alakját rövidesen felírjuk. Mindegyik hatás olyan jellegű, hogy a bevitt energia jelentős százaléka olyan folyamatokra fordítódik (forgás, rezgés, disszociáció), melyek nem emelik a gáz nyomását. Ez a jelenség akkor is fellép, ha a melegítést külső erő hatására létrejött kompresszió eredményezi. Ezért azt várhatjuk, hogy egy kezdetben hideg MF sokkal jobban összenyomhatónak bizonyul, ha a modellben figyelembe vesszük a  $H_2$ -molekulák viselkedését.

#### 5.3.1. A molekuláris hidrogéngáz belső energiája és állapotegyenlete

Írjuk fel egy  $H_2$ -molekula összenergiáját:

$$E_2 = \frac{3}{2}kT + E_{\text{rot}} + E_{\text{vib}}, \quad (5.8)$$

ahol  $k$  a Boltzmann-állandó,  $T$  a hőmérséklet,  $E_{\text{rot}}$  a forgási,  $E_{\text{vib}}$  a rezgési energia.

A statisztikus fizikából tudjuk, hogy a forgási és rezgési energiák középértéke a következő módon fejezhető ki, ha feltételezzük a LTE teljesülését:

$$E_{\text{rot}} = k \frac{z_p f_p + 3z_o f_o}{z_p + 3z_o} \quad (5.9)$$

ahol

$$z_p = \sum_{j=0,2,4,\dots}^{\infty} (2j+1)e^{-j(j+1)\Theta_{\text{rot}}/T} \quad (5.10)$$

$$z_o = \sum_{j=1,3,5,\dots}^{\infty} (2j+1)e^{-j(j+1)\Theta_{\text{rot}}/T} \quad (5.11)$$

$$f_p = T^2 \frac{\partial \ln z_p}{\partial T} \quad (5.12)$$

$$f_o = T^2 \frac{\partial \ln z_o}{\partial T} \quad (5.13)$$

és  $\Theta_{\text{rot}} = 85.4 \text{ K}$ .

$E_{\text{vib}}$  kifejezése lényegesen egyszerűbb:

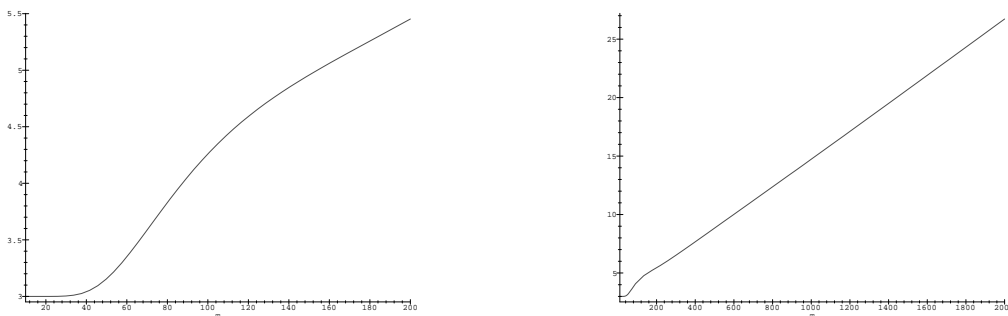
$$E_{\text{vib}} = k \frac{\Theta_{\text{vib}}}{\exp(\Theta_{\text{vib}}/T) - 1} \quad (5.14)$$

ahol  $\Theta_{\text{vib}} = 6100 \text{ K}$ .

A későbbi számítások áttekinthetőbbek lesznek, ha bevezetjük a  $\text{H}_2$ -molekulák (átlagos) szabadsági fokszámát, mint a hőmérséklet függvényét:

$$f_2(T) = \frac{E_2}{kT/2} \quad (5.15)$$

Ez egy kissé bonyolult függvény. Az 5.3.1 ábrán ezt mutatjuk be.



5.2. ábra: A  $\text{H}_2$ -molekulák átlagos szabadsági fokszáma a hőmérséklet függvényében

Látszik, hogy a függvény elég bonyolultan változik: kb.  $50 \text{ K}$  alatt jó közelítéssel a 3-as értéket veszi fel, aztán hitelen felmegy 5 köré, amikor a molekula forgási szabadsági fokai gerjesztődnek, majd a rezgési szabadsági fok fokozatos aktivizálásával egyenletesen tovább emelkedik az átlagos szabadsági fokszám.

Most tekintsünk egy nagyobb anyagmennyiséget, amely  $N$  db.  $\text{H}_2$ -molekulából áll. A termodinamikából ismeretes, hogy a gáz belső energiája:

$$E = f_2(T) \cdot \frac{1}{2} NkT \quad (5.16)$$

azaz az energiasűrűség:

$$e_2 = f_2(T) \frac{1}{2} \frac{\rho_{\text{H}_2}}{2m_{\text{H}}} kT \quad (5.17)$$

ahol  $\rho_{\text{H}_2}$  a  $\text{H}_2$ -gáz sűrűsége,  $m_{\text{H}}$  egy hidrogénatom tömege.

A gáz nyomásába viszont csak a translációs szabadsági fokok szólnak bele, ezért a nyomás:

$$p_2 = \frac{\rho_{\text{H}_2}}{2 \cdot m_{\text{H}}} kT \quad (5.18)$$

Érdeemes megvizsgálni a  $p_2/e_2$  függvényt. Ez a fentiek szerint:

$$\frac{p_2}{e_2} = \frac{2}{f_2(T)} \quad (5.19)$$

Ez a függvény kis hőmérsékleten  $2/3$ -ról indul, majd a fentieknek megfelelően csökkenni kezd, és pár ezer kelvin esetén értéke nagyságrendekkel kisebbé válik, mint az eredeti  $2/3$ -os érték. Ez azt jelenti, hogy a meleg  $\text{H}_2$ -gáz nyomása alig nő az energiasűrűség növelésével, azaz egy  $\text{H}_2$ -gázdarab sokkal jobban összenyomható, mint egy H-gáz.

Ugyanez másképp úgy is kifejezhető, hogy  $f_2$  növekedésével nő a fajhő, ezért a gáz kevésbé melegíthető, azaz kevésbé nő a nyomása is.

A lökéshullámok terjedésében is jelentős a különbség a H és a  $\text{H}_2$ -gáz esete között. Fentebb ugyanis felírtuk az (3.6) egyenletet, ami megadja a nem ionizáló lökéshullámok sűrűségugrásának mértékét. Azt is megállapítottuk ott, hogy H-gázban erős lökéshullámok esetén a sűrűségugrás 4-szeres.  $\text{H}_2$ -gáz esetében viszont ez az érték megváltozik, mert  $\gamma$  változik.

Tudjuk ugyanis, hogy

$$\gamma = \frac{f_2 + 2}{f_2} \quad (5.20)$$

azaz pl. 100 K környékén  $\gamma = 7/5$ . Ekkor (3.6) szerint  $M \gg 1$  esetén a sűrűségugrás 6-szoros, nagyobb hőmérsékletek esetén még nagyobb lehet. (Meg kell jegyezni, hogy ez csak becslés, hisz a lökéshullám két oldalán különbözni fog a hőmérséklet, így  $\gamma$  is más értéket vesz fel a lökéshullám előtt és után. Mindenesetre az előző megfontolásainkból az látszik, hogy a sűrűségugrás nagyobb a  $\text{H}_2$ -gáz belsejében, mint a sima H esetében.)

A CSKA-ban keverten találunk atomi és molekuláris hidrogént. Az atomi hidrogén egyszerű 3 szabadsági fokú gáz, így könnyen leírható viselkedése. Az eddigiek után tehát felírhatjuk egy H- $\text{H}_2$ -gázelegy termodinamikai összefüggéseit:

$$e(T) = \frac{kT}{m_{\text{H}}} \left( \frac{3}{2} \rho_{\text{H}} + \frac{f_2(T)}{4} \rho_{\text{H}_2} \right) + D_0 \frac{\rho_{\text{H}}}{2m_{\text{H}}} \quad (5.21)$$

ahol  $\rho_{\text{H}}$  az atomi,  $\rho_{\text{H}_2}$  a molekuláris komponens sűrűsége,  $D_0 = 4.47 \text{ eV}$  a  $\text{H}_2$ -molekula disszociációs energiája.

Az utóbbi tag azért jelenik meg, mert az energiaskála nullpontját a 0 K-es, tiszta  $\text{H}_2$ -gáz esetére rögzítettük. Ehhez képest pedig az atomi hidrogén magasabb energiát jelent.

Az állapotegyenlet pedig:

$$p = \frac{kT}{m_{\text{H}}} \left( \varrho_{\text{H}} + \frac{\varrho_{\text{H}_2}}{2} \right) \quad (5.22)$$

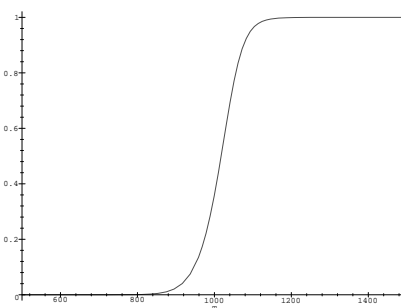
A H-H<sub>2</sub>-keverék dinamikája tehát meglehetősen bonyolult lesz, ugyanis egy kezdetben hideg gáz melegítése során egyre több H<sub>2</sub>-molekula fog disszociálni; ez egyrészt energiát vesz el a melegítő folyamattól, tehát javítja a kompresszibilitást, másrészt a már meglévő atomi komponens klasszikus 3 szabadsági fokú gázként viselkedik, így nem annyira összenyomható, mint a tiszta H<sub>2</sub>-gáz.

A molekulák termális disszociációja kb. 1000 K-nél kezd jelentőssé válni. Ez azt jelenti, hogy egy molekuláris állapotból induló hidrogéngáz 500–2000 K környékén nagyon jól összenyomható, míg alatta és felette az összenyomhatóság kisebb mértékű; nagyon alacsony (50 K alatt) és magas (5000 K felett) várhatóan jó közelítéssel ideális gázként viselkedik.

Hogy pontosabb képet kapjunk erről a viselkedésről, tegyük fel, hogy beáll a termikus egyensúly a disszociáció és a molekulaképződés között. (Ez a CSKA-ban nem mindig van így, mert a molekulaképződés általában igen lassú, de most csak a folyamatok jellegét szeretnénk megérteni.) Ekkor [25] szerint az atomi hidrogén  $y = \varrho_{\text{H}} / (\varrho_{\text{H}} + \varrho_{\text{H}_2})$  tömegarányára CGS rendszerben igaz lesz, hogy:

$$\frac{y^2}{1-y} = \frac{2.11}{\varrho_{\text{H}} + \varrho_{\text{H}_2}} \exp(-52490/T) \quad (5.23)$$

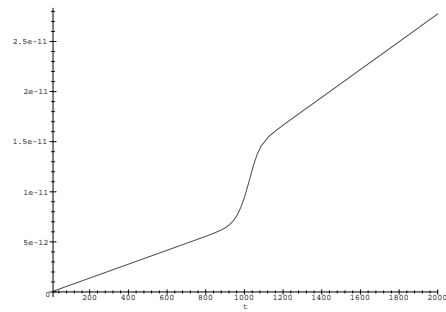
Így az egyensúly feltevésével elegendő csak az összsűrűséget és a hőmérsékletet megadni, a többi termodinamikai paraméter ebből kiszámítható. Terjedelmi okokból ezeket az elemi számításokat nem részletezem, csak néhány grafikont mutatok a számítások eredményeiről a 5.3–5.6 ábrákon. Az összes esetben az összsűrűség  $100 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$ .



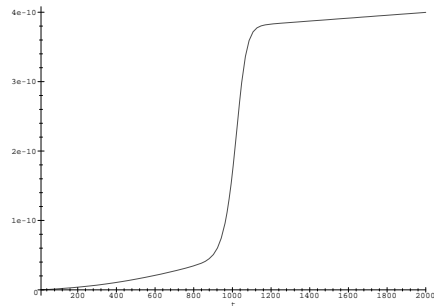
5.3. ábra: Disszociációs fok a hőmérséklet függvényében.

Más összsűrűségértékekre is teljesen hasonló grafikonokat kapunk, csak pl. a görbék “könyökeinek” helyzete módosul kissé.

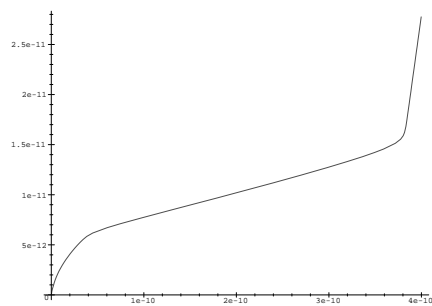
Látszik, hogy a H-H<sub>2</sub>-keverék viselkedése speciális: 800 K alatt lényegében tiszta molekuláris, 1200 K felett tiszta atomi állapotban van. Az átmeneti tartományban



5.4. ábra: Nyomás a hőmérséklet függvényében.



5.5. ábra: Energiasűrűség a hőmérséklet függvényében.



5.6. ábra: Nyomás az energiasűrűség függvényében.

több paraméter is speciálisan viselkedik: pl. a belső energia növelésével igen lassan nő csak a nyomás, ami a fenti kvantitatív megfontolásainknak megfelelően azt jelenti, hogy itt a gáz igen összenyomható. Ez a tartomány elég széles, ha a belsőenergia-skálán nézzük (5.6 ábra), tehát egyáltalán nem jelentéktelen.

Hasonló jelenség zajlik le 80 K körül is, csak kisebb mértékben. Itt a forgási szabadsági fokok felélédeése lassítja a nyomás növekedését. A görbe itt is sokkal lassabban emelkedik, mint az ideális gáznak megfelelő esetben azaz 1200 K felett.

Összefoglalva ezt a fejezetet: Felírtuk a H-H<sub>2</sub>-keverék termodinamikai egyenleteit, amiket a későbbiekben használni fogunk. A disszociációs-molekulaképződési folyamatok termikus egyensúlyának feltételezésével vizsgáltuk a keverék állapotegyenletét, és azt kaptuk, hogy csak 50 K alatt és kb. 1500 K felett tekinthető ideális gáznak ez az elegy. A köztes részen a gáz sokkal jobban összenyomható, mint ha ideális gáz lenne, ami a molekulafelhők dinamikáját alapvetően befolyásolhatja.

Meg kell azonban jegyezni, hogy a disszociációs-molekulaképződési folyamatok termikus egyensúlyának feltételezése kicsit erős, mert a molekulaképződési folyamatok karakterisztikus ideje sokkal nagyobb, mint az általam vizsgált folyamatok dinamikai időskálái, tehát az egyensúly általában nem áll be, mégis az itt vázolt kép segít megérteni a H-H<sub>2</sub>-keverék viselkedését. Gyors felmelegítésnél az egyensúly nem állhat be, hanem csak a forgási-rezgési szabadsági fokok felélédeése és a disszociáció dominál. Ez azt jelenti, hogy ilyenkor nem pontosan olyan lesz a nyomás-energiasűrűség-függés, mint fentebb felvázoltuk, de az alapvető tendenciák, tehát a nagyobb összenyomhatóság az 50–1500 K-es tartományban igaz marad.

További megemlíthető elhanyagolás volt a fotodisszociáció elhanyagolása. Ezt azért tettem meg, mert a numerikus modellem nem képes a sugárzási teret számolni, így ezt az effektus nem tudom figyelembe venni. Ez az elhanyagolás olyan MF-kre lesz érvényes, amelyek közelében nem található erős ultraibolya forrás, azaz pl. O vagy B színképtípusú csillagok.

### 5.3.2. A hidrogénmolekulák termális disszociációja

Mint az előző alfejezetben említettük, a H<sub>2</sub>-molekulák képződése elég hosszú időskálán zajlik.

A dolgozat tárgyát képező felhő-lökéshullám kölcsönhatások általában rövidebb időskálán zajlanak, mint a molekulaképződési folyamatok, különösen, ha figyelembe vesszük, hogy a lökéshullámok rombolni szokták a H<sub>2</sub>-képződés katalizátorait jelentő port. Ezért az általunk vizsgált folyamatokban célszerű egy olyan modell felállítása, amelyben csak a H<sub>2</sub>-molekulák disszociációjával számolunk. Mint fentebb említettük, ez csak termális disszociációt jelent esetünkben.

Ez azt jelenti, hogy számításainkban külön-külön követni kell az atomi és a molekuláris komponenseket, valamint ezek kontinuitási egyenletének jobb oldala nem lesz 0, hanem a kémiai reakciókból számolható forrástag tűnik fel.

Azaz a termális disszociációt olyan módon tudjuk figyelembe venni, hogy MHD modellünkben két “anyag” sűrűségét követjük: az atomi és a molekuláris komponen-

sét ( $\varrho_{\text{H}}$  és  $\varrho_{\text{H}_2}$ ). Ekkor a kontinuitási egyenletek alakja:

$$\frac{\partial \varrho_{\text{H}}}{\partial t} + \text{div}(\varrho_{\text{H}} \mathbf{v}) = S_{\text{H}}(\varrho_{\text{H}}, \varrho_{\text{H}_2}, T) \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial \varrho_{\text{H}_2}}{\partial t} + \text{div}(\varrho_{\text{H}_2} \mathbf{v}) = S_{\text{H}_2}(\varrho_{\text{H}}, \varrho_{\text{H}_2}, T) \quad (5.25)$$

ahol  $S_{\text{H}}$  illetve  $S_{\text{H}_2}$  az atomi illetve molekuláris komponens forrástagja.

Nyilvánvaló, hogy  $S_{\text{H}_2} = -S_{\text{H}}/2$ , ha csak a  $\text{H}_2$ -molekulák disszociációját vesszük figyelembe a kémiai reakciók közül.

[29] és [2] szerint a forrástag jó közelítéssel:

$$S_{\text{H}}(\varrho_{\text{H}}, \varrho_{\text{H}_2}, T) = \varrho_{\text{H}_2}(\varrho_{\text{H}_2} Q_1(T) + \varrho_{\text{H}} Q_2(T)) \quad (5.26)$$

ahol

$$Q_1(T) = 7.48 \cdot 10^{37} \cdot e^{-66146/T} \quad (5.27)$$

$$Q_2(T) = 3.02 \cdot 10^{38} \cdot e^{-63897/T} \quad (5.28)$$

Megjegyzem, hogy ezek nem az eredeti, [2]-beli alakok, mivel ott egy hosszas numerikus számítás eredményei szerepelnek, hanem az ottani eredményre illesztett közelítő formula, amely 1–2% pontosan visszaadja a közölt forrástagokat.

A termális disszociáció figyelembe vétele a mi vizsgálódásaink során nem módosítja jelentősen a lökéshullámok terjedését, mert csak a lökéshullám által felmelegített anyagban kezd megindulni a disszociáció. Közvetlenül a front mentén még nem jelentős a hatása, hisz (5.26) alapján egy  $1000 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$  sűrűségű, 3000 K-es gázban a disszociáció karakterisztikus ideje  $10^5$  év nagyságrendű. Nagyobb sűrűségek és hőmérsékletek esetén ez természetesen változik, de esetünkben ezek a tipikus értékek, és a numerikus eredmények is azt mutatják, hogy a folyamat során a molekuláknak csak kis része (futtatásaim során mindig kevesebb, mint 10%-a) disszociál a termális disszociáció miatt.

## 5.4. A hűlési függvény

Az (2.8) összefüggésben felmerülő  $\Lambda$  hűlési függvény viszonylag bonyolult alakú. Mivel dolgozatomban olyan modellekkel foglalkozom, melyekben a H és  $\text{H}_2$  komponensek sűrűsége követhető nyomon, ezért az ezekből származó radiatív hűlési tagokat tudom figyelembe venni közvetlenül. Ezt [7] alapján tettem meg; innét vettem az atomi és molekuláris hidrogén keverékének hűlési függvényét.

A hűlési függvényt magát itt terjedelmi okokból nem közlöm, mert több oldal lenne. Az említett publikációból vett formula nagyon sok tagból áll. Azért, hogy hatékonyabban lehessen kiértékelni, a Maple V számítógép-algebrai rendszer segítségével egyszerűsítettem a formulákat, és a számítások során ezt alkalmazom. (Lásd [24].) Egész pontosan a Maple rendszer gyártotta le a Fortran forráskódot, amit aztán beépítettem a kódba. Ezzel rengeteg munkát takarítottam meg a fejlesztés során, mert a Maple-be beírt formulák helyessége könnyen ellenőrizhető pl. az interaktív

felületén keresztül kényelmesen kezelhető grafikonokkal, a végeredményt pedig közvetlenül a programba építhetően adja meg a rendszer. Szerintem ezen program (vagy legalábbis a hasonló programok) alkalmazási területe szélesedni fog a közeljövőben pl. a kutatási célokra írt programok fejlesztésében, de más területeken is.

A külső források elektromágneses sugárzása azonban fűti is a CSKA-ot. Erre [36] alapján egy olyan egyszerű modellt használok, ami szerint a fűtés során időegységenként elnyelt energia egyenesen arányos a sűrűséggel. Igaz, ez csak közelítés, de nem túl rossz, mivel modellemben eleve feltételezem, hogy a vizsgált MF optikailag vékony, azaz közel egyenletesen járják át a környezetből érkező elektromágneses hullámok.

Tehát a hűlési függvényem alakja:

$$\Lambda(\varrho_H, \varrho_{H_2}, T) = -\frac{\varrho_{H_2}^2}{m_H^2} L_{H_2}(\varrho_H, \varrho_{H_2}, T) - \frac{\varrho_H \varrho_{H_2}}{m_H^2} L_H(\varrho_H, \varrho_{H_2}, T) + Z \cdot (\varrho_H + \varrho_{H_2}) \quad (5.29)$$

ahol  $L_{H_2}$  és  $L_H$  [7]-ben megadott igen összetett függvények,  $Z$  pedig a külső források sugárzási energiasűrűségére jellemző konstans.

A fűtés mértéke tehát függ a környező tér elektromágneses sugárzásban tárolt energiasűrűségétől, amiről kell valamit mondanunk. Ezt a fenti  $Z$  paraméter jellemzi, amit a számítások elején úgy állítottam be, hogy a felhő belseje kezdetben egyensúlyban legyen, azaz a felhőmagban  $\Lambda = 0$  teljesüljön.

Ekkor természetesen a felhő szélei nem lesznek szükségszerűen egyensúlyban, de a numerikus tapasztalatok azt mutatják, hogy nem is lesznek messze tőle, és kis kezdeti ingadozások után beáll egy egyensúly, amikor az energiasűrűség az egész MF belsejében közel egyensúlyban van.

## 5.5. Új numerikus módszerek a hűlés számolására

### 5.5.1. Bevezetés

Ebben az alfejezetben két új módszert ismertetek, melyek a radiatív hűlés figyelembe vételére szolgálnak, és több szempontból jobbnak tűnnek az eddig használtaknál. Ezeket [11]-ben publikáltam, és [13]-ban is ezeket a módszereket használom. A módszereket a numerikus analízis nézőpontjából a [10] cikkben számdékozom közzé tenni.

Az egyszerűség kedvéért a módszereket egy anyagi komponens esetére ismertetem, és a végén térek ki arra, milyen módon lehet alkalmazni ezt a több komponenst is tartalmazó H-H<sub>2</sub>-keverék esetére is.

Mint azt az MHD egyenletek numerikus megoldási módszereinél említettük, a radiatív hűlési tag az egyenleteknek egy ún. "merev" (stiff) része, azaz ez a tag olyan nagy értékeket vehet fel, hogy explicit numerikus módszerek használata esetén az időlépést nagyon le kell csökkenteni. Ez fizikailag annak felel meg, hogy a radiatív hűlés karakterisztikus ideje sokkal kisebb a dinamikai időskáláknál.

Ennek megfelelően a sugárzási hűlésnek megfelelő tagot egy olyan módszerrel kell megoldani, amelyik stabil a nagy lépésközökre is, és lehetőleg minél kisebb



számolásigényű. Ennek a módszernek nem kell nagyon pontosnak lennie; a korábbi numerikus modellek kimutatták, hogy a végeredményt nem befolyásolja lényegesen a módszer pontossága. (Ez a stiff részt tartalmazó egyenletrendszerek esetében megszokott viselkedés.)

Ez első hallásra kicsit furcsa lehet, amelynek fizikai háttere a következő: Minden sűrűségértékhez tartozik egy egyensúlyi  $T_e$  hőmérséklet, amikor is  $\Lambda(\rho, T_e) = 0$ . Tegyük fel, hogy egy anyagdarab pl. külső hatás miatti összenyomódás és felmelegedés hatására kikerül a kezdeti egyensúlyi helyzetből, majd a külső hatás megszűnik. A fentebb említettek szerint a hűlés igen hamar az új sűrűségnek megfelelő egyensúlyi hőmérséklet közelébe kezdi vinni, és mivel a hűlés karakterisztikus ideje sokkal kisebb a dinamikai időskálánál, az egyensúlyi hőmérséklet közelébe kerül a gáz még mielőtt az áramlások lényegesen változnának a rendszer konfigurációján.

Ezért a hűlésre alkalmazott numerikus módszereknek az egyik legfontosabb tulajdonsága, hogy igen nagy időlépés esetén az egyensúlyi hőmérséklethez közeli értéket adnak eredményül. Az pedig, hogy pontosan mennyire közelítette meg az egyensúlyi hőmérsékletet a használt numerikus módszer, nem változtat lényegesen a végső eredményen, mert csak kis különbségekről van szó. Természetesen elképzelhető olyan eset is, amikor az időlépés “közepes”, azaz nem tud beállni közelítőleg sem az egyensúly. Ilyenkor fontos lehet a módszer pontossága is, de a numerikus tapasztalatok szerint (lásd [37]) ez ritkán fordul elő a CSKA modellezésénél.

Mivel az MHD egyenleteiben nem a hőmérséklet, hanem az energiasűrűség az elsődleges mennyiség (ennek tudjuk az idő szerinti deriváltját közvetlenül számolni), ezért az  $e$  energiasűrűség és a  $\rho$  anyagsűrűséget függvényében célszerűbb kifejezni a hűlési függvényt. Ez a közeg termodinamikájának, azaz az  $e(\rho, T)$  függvény ismeretében valóban lehetséges.

Tehát az az egyenlet, amit tárgyalunk, a következő alakú:

$$\frac{de}{dt} = \Lambda(\rho, e) \quad (5.30)$$

Ezt kell megoldanunk úgy, ha a  $t_i$  időpontban ismerjük  $e_i := e(t_i)$  értékét, és egy  $\Delta t$  idő múlva keressük az  $e_{i+1} = e(t_{i+1}) = e(t_i + \Delta t)$  értéket.

Ez egy közönséges differenciálegyenlet, a nehézség csak abból adódik, hogy egy olyan módszert kell adni, amely tetszőlegesen nagy időlépés esetén is megadja a közelítő megoldást a lehető legkevesebb számolással. Ezt az egyenletet ugyanis a számítás minden lépésében minden cellára el kell végezni, tehát szóba se jöhetnek pl. a közismert Runge-Kutta módszerek, mert azok olyan kicsi időlépést követelnének, hogy használhatatlanul lassú lenne a numerikus modell.

Ilyen problémákra a szokásos megoldási módszer a következő: valamilyen egyszerű, implicit módszert írnak fel az egyenletre, és az abból adódó nemlineáris egyenletrendszert oldják meg.

Az egyik bevett eljárás az implicit Euler-módszer (továbbiakban IE):

$$\frac{e_{i+1} - e_i}{\Delta t} = \Lambda(\rho, e_{i+1}) \quad (5.31)$$

A másik szokásos pedig a Cranck-Nicholson (továbbiakban CN):

$$\frac{e_{i+1} - e_i}{\Delta t} = \Lambda \left( \varrho, \frac{e_{i+1} + e_i}{2} \right) \quad (5.32)$$

Mindkét módszer egy erősen nemlineáris egyenlet megoldását követeli ( $e_{i+1}$  az ismeretlen), mivel a  $\Lambda$  hűlési függvény nemlineáris, és deriváltjai is nagy értékeket vesznek fel.

A numerikus tapasztalatok (lásd [37], [25]) azt mutatják, hogy a magasabb rendű módszerek, mint pl. a Newton-iteráció nem alkalmazhatók a hűlési számítások esetében, mert  $\Lambda$  “csúnya” függvény, a robosztus módszerek, mint pl. a felezéses módszer pedig túl lassúak. Ezért ezek kombinációival szokás próbálkozni, de a tapasztalatok szerint a hűlési függvényt átlagosan 6–8-szor mindenképp ki kell értékelní. Ez pedig igen költséges, még akkor is, ha  $\Lambda$ -t interpolációs táblázattal számoljuk.

Ezért fejlesztettem ki két új módszert, melyeknek numerikus tesztelését P. Kiss Csabával közösen végeztük el. ([27], [11].) Ezeket ismertetem a következőkben.

### 5.5.2. Az interpolációs módszer

Az “interpolációs módszer” alapgondolata a következő: fentebb fizikai megfontolások alapján elmondtuk, hogy  $\Delta t \rightarrow \infty$  esetén  $e_{i+1} \rightarrow e_e$ , ahol  $e_e$  az egyensúlyi hőmérséklet, ami csak  $\varrho$ -tól függ. Azaz  $\Lambda(\varrho, e_e(\varrho)) = 0$ .

Interpoláljuk  $\Lambda$ -t  $e_i$  és  $e_e$  közt lineáris függvénnyel. Ekkor kapunk egy

$$\Lambda'(e, \varrho) = \Lambda(\varrho, e_i) \frac{e - e_e(\varrho)}{e_i - e_e(\varrho)} \quad (5.33)$$

közelítő hűlési függvényt. Írjuk ezt be (5.30)-ba:

$$\frac{de}{dt} = \Lambda(\varrho, e_i) \frac{e - e_e(\varrho)}{e_i - e_e(\varrho)} \quad (5.34)$$

Adott  $\varrho$  esetén ez analitikusan megoldható. A megoldás:

$$e_{i+1} = e_e(\varrho) + (e_i - e_e(\varrho)) \exp \left( \frac{\Lambda(\varrho, e_i)}{e_i - e_e(\varrho)} \Delta t \right) \quad (5.35)$$

Könnyű belátni, hogy ez rendelkezik a megkövetelt tulajdonságokkal. Azaz igen kicsi  $\Delta t$ -re  $e_{i+1} = e_i + \Lambda(\varrho, e_i) \Delta t$ ;  $\Delta t \rightarrow \infty$  esetén  $e_{i+1} \rightarrow e_e(\varrho)$ , tehát tetszőleges nagy időlépésre stabil, és a fizikailag helyes eredményt adja, ksi időlépésekre pedig a módszer elsőrendű pontosságú.

A számításigény viszont jóval kisebb, mint IE vagy CN módszerek esetén, mivel egyszer kell  $e_e(\varrho)$ -t meghatározni (ez egy kezdetben feltöltött interpolációs táblázat segítségével hatékonyan lehetséges), egyszer kell a hűlési függvényt kiszámítani, valamint egy-két alapművelet és egy exponenciális függvényszámolás szükséges.

Mivel a műveletek közül elsősorban a hűlési függvény számolása a költséges, ezért ez a módszer gyorsabbnak tűnik, mint az IE és CN módszerek bármelyike. A pontosságot nehéz megbecsülni, de a próbaftuttatások (lásd később) azt mutatják, hogy

IE-nél pontosabb, CN-nel kb. egyenlő pontosságú ez az új módszer. A futtatások azt is megmutatták, hogy a futásidő IE és CN futásidejének töredéke: azoknak  $1/20$ – $1/40$  része körül mozog.

A számításokhoz szükséges  $e_e(\varrho)$  függvény interpolációs táblázatát pedig csak egyszer, a számítások legelején kell feltölteni, ami elhanyagolható, ha az egész futtatásra vetítjük, ugyanis egy tipikus numerikus modellszámítás esetén  $10^7$ – $10^8$ -szor kell a hűlési rutint hívni.

### 5.5.3. A szemianalitikus módszer

Ez a módszer azon alapul, hogy (5.30) megoldása analitikusan felírható:

$$e_{i+1} = F^{-1}(F(e_i) + \Delta t) \quad (5.36)$$

ahol

$$F(e) = \int_{e^*}^e \frac{de'}{\Lambda(\varrho, e')} \quad (5.37)$$

ahol  $e^*$  lényegében tetszőleges (lásd később), valamint az áttekinthetőség kedvéért nem jelöltük, hogy  $F$  függ  $\varrho$ -tól is.

A (5.36) formula azért nem alkalmazható a gyakorlatban könnyen, mert (5.37) szerint  $F$  meghatározásához egy integrált kell kiszámítani, de ez a hűlési függvény bonyolult alakja miatt nem adható meg analitikusan.

Egy numerikus integrálórutin segítségével azonban készíthetünk  $F$ -ről interpolációs táblázatot a számítások elején, és ezután  $e_{i+1}$  meghatározása egy interpoláció, egy inverz interpoláció és egy összeadás műveletére egyszerűsödik.

Ez a módszer tehát —  $F$  interpolációjának hibáján belül — *pontos* eredményt ad, valamint igen kis műveletigényű. A numerikus tesztek is ezt mutatják: az elkövetett hiba viszonylag kis interpolációs táblázat esetén is 1–2%-ra, azaz az előző módszerek hibájának töredékére leszorítható, míg a számításigény pl. a CN módszerének kb. 30-ad része.

Meg kell jegyezni a következőket: ha megnézzük a A függelék táblázatait, azt láthatjuk, hogy CN néha pontosabb az interpolációs táblázatnál. Ez azonban csak olyan esetekben lép fel, amikor mindegyik igen pontos, azaz a relatív hibák kisebbek 1%-nál. A fent elmondottak szerint ez viszont nem lényeges, hisz a stiff részt megoldó módszer pontossága nem annyira kritikus, ha egy jó közelítést ad. Ott viszont, ahol CN akár 10% relatív hibát is produkál, a szemianalitikus tarjtja az interpolációs táblázatból következő max. 1-2%-os hibát.

Ideálisnak tűnik tehát ez a módszer, csak néhány technikai részlet akadályozza alkalmazását. Ezek:

- Az interpolációs táblázat mérete.

Mint említettük,  $F$  függ  $\varrho$ -tól is, ezért  $F$  interpolációs táblázata kétdimenziós. (Fentebb  $e_e(\varrho)$ -é csak egydimenziós volt.) Ez egyrészt a memóriaigényt növeli meg, másrészt a táblázat feltöltésének idejét. A numerikus tapasztalatok azt mutatják, hogy ennek ellenére kifizetődő az alkalmazása. Akkor lesznek csak

bajok, ha gázelegyekkel számolunk, ugyanis ilyenkor több (esetünkben 2) sűrűségérték jellemzi az anyag állapotát, ezért  $F$  legalább háromváltozós, azaz két anyagi komponens esetében is egy 3 dimenziós interpolációs tömböt kell kezelni. Ezt már nem találtam kifizetődőnek, mert túl sok memóriát foglalt. (Esetleg nagyobb memóriával rendelkező gépen megérheti a használata.)

- $e^*$  választása kicsit körülményes.

Könnyű belátni, hogy  $e^*$  megváltoztatása csak egy konstans hozzáadását jelent  $F$ -hez, ha létezik a (5.37)-beli integrál. Ez a konstans az inverz interpolációkor kiesik.

Az integrál azonban nem feltétlenül létezik, hisz ha az integrálás határai közé esik  $e_e(\varrho)$ , akkor szinguláris integrált kapunk, ami általában nem lesz kiszámítható improprius integrállal sem. (Pl. lineáris  $\Lambda$  esetén  $1/x$  jellegű a szingularitás.)

Ezt úgy lehet kiküszöbölni, hogy  $e^*$ -nak olyan értéket választunk, ami  $e_e$  azonos oldalára esik  $e_i$ -vel. Más  $e^*$  kell tehát az egyensúlyi energiasűrűség alatt és felett. Ez nem rontja a módszer alkalmazhatóságát, mert ha  $e_e$  alól indul az energiasűrűség, akkor a pontos megoldás mindig az alatt is marad, és ezt a tulajdonságot a szemianalitikus módszer is tartja. (Hasonló igaz  $e_e$  felett.)  $F$  táblázatának feltöltését azonban bonyolítja az, hogy figyelni kell az egyensúlyi hőmérsékletre is, és más és más  $e^*$ -ot kell választani a két esetnek megfelelően.

#### 5.5.4. A módszerek összevetése

Az új módszerek vizsgálata numerikus tesztekkel válik teljessé. Ennek eredményeit közlöm itt.

A teszteléshez először egy közelítő hűlési függvényt, később a fentebb leírt hűlési függvényt használtam. A pontos megoldást egy adaptív lépésközwálasztású Runge-Kutta módszerrel állítottam elő ([4]), majd ehhez viszonyítottam a vizsgált módszerek által adott megoldásokat. A kapott eredmények részletes táblázatait megtalálhatjuk az A. függelékben.

Látható az, amit fentebb említettünk: A pontosság tekintetében a legrosszabb, az IE, kicsit jobb, és kb. egyforma a CN és az interpolációs módszer, a szemianalitikus pedig kiemelkedően jó. Futásiideje IE-nek és CN-nek kb. egyforma, ezeknél 3–5-ször gyorsabb az interpolációs módszer, és kb. 30-szor gyorsabb a szemianalitikus.

A szemianalitikus tűnik tehát jobbnak, de ennek hátránya a viszonylag bonyolultabb algoritmus az interpolációs táblázat feltöltésénél, valamint az, hogy két anyagi komponens esetén az interpolációs táblázat háromdimenziós, ami igen megnöveli a tárigényét.

Ezeknek megfelelően az általam írt kódban az interpolációs módszert alkalmaztam inkább. Később, több RAM-mal rendelkező gépek használata esetén célszerű lehet majd áttérni a szemianalitikusra.

## 5.6. A numerikus modell

Számításaim alapjául a ZEUS-Nirvana-kód szolgált ([37], [52]). Ez tehát a fentek leírtak szerint egy általános koordinátákkal dolgozó, Euler-típusú, ún. “flux-vector limited” módszert használó hidrokód, melynek térbeli diszkretizációs rendje 2.

Az eredeti kódot átalakítottam, hogy képes legyen a H-H<sub>2</sub>-keverék dinamikájának kezelésére. Ennek kétféle módját is megvizsgáltam: az ún. “egyensúlyi modellt” és a “disszociációs modellt”.

A következőkben ezeket szeretném ismertetni, végül kitérek az alkalmazott elhanyagolásokra is.

### 5.6.1. A ZEUS-Nirvana hidrokód

Munkámhoz használt hidrokód alapjául az [37]-ban publikált hidrokód szolgált. Ezen kód előnyös tulajdonságainak tartottam a következőket:

- Jól tesztelt. Sok probléma esetén jó megoldásokat adott már, így megbízhatónak mondható.
- Moduláris felépítésű. Ez azt jelenti, hogy könnyű kikapcsolni benne egyes részeket, amelyek éppen nem kellenek, de könnyű új részekkel bővíteni is. Ez különösen fontos volt nekem, mert azt vizsgáltam, mely hatások lényegesek a felhő-lökéshullám kölcsönhatásban, így a kódot sokszor kellett módosítani.
- Elérhető volt a forráskódja. Ez azért volt fontos, mert bár [37] alapján magam is meg tudtam volna írni, mégis sok munkát takarítottam meg azzal, hogy a ZEUS egy változatát írója, Udo Ziegler rendelkezésemre bocsátotta.

Meg kell említeni néhány hátrányos tulajdonságot is. Ezek

- Nem a legpontosabb módszereket használja. Az általam vizsgált problémákra léteznek jobb numerikus algoritmusok is. Pl. a PPM módszer jobbnak tűnik. Azonban ez —bonyolultsága miatt— nehezebben alakítható át pl. kétfolyadék-modellé.
- Nem finomítja a felbontást a kritikus helyeken. Azonos számolási idő mellett jelentősen növelhető a pontosság, ha a hidrokód a kritikus részeken magától sűríti a diszkretizációs rácsot.

A későbbiekben tervezem ezen hiányosságok megszüntetését, esetleg egy teljesen új hidrokód írását. Munkámnak azonban nem az volt a célja, hogy a felhő-lökéshullám találkozások nagyon kis skálán lezajló folyamatait is részletesen modellezem, hanem az, hogy a felhő globális struktúráját befolyásoló effektusokat tanulmányozzam, így megérte egy közepesen pontos, de könnyen módosítható kód használata.

Munkámhoz nem is az eredeti ZEUS kódot használtam fel, hanem a Udo Ziegler által újraírt változatát, amely teljesen az eredetin alapul, csak 3D számításokra is alkalmas. (Lásd [52].) Ez az újraírás rendelkezett néhány hiányossággal: pl. nem

tartalmazta a gravitációs tér hatását, illetve radiatív hűlési rutint. Ezeket magamnak kellett megírnom. (Bár dolgozatomban nem használtam a gravitációs modelleket.) A későbbiekben írtak szerint még sok egyéb szempontból is újítottam a kódon, valamint kisebb programozástechnikai trükkökkel mintegy 10%-ot gyorsítottam is rajta.

Mivel az eredeti kód Fortran-ban készült, ezért én is ezen a nyelven folytattam a fejlesztést. A végeredményként adódó kód átvihetőnek bizonyult: sikeresen használtam Sun/Sparc, IBM PC/Linux, RISK6000/AIX rendszerek alatt is.

### 5.6.2. Az egyensúlyi modell

Az egyensúlyi modell alapötlete az, hogy feltételezzük a disszociációs és molekulaképződési folyamatok termikus egyensúlyát, és az ebből adódó állapotegyenletet helyettesítjük be a MHD egyenleteibe.

Azaz az alkalmazott egyenletek egyrészt a MHD egyenletei: (2.6)–(2.10), és a közeg termodinamikáját a (5.21), (5.22), (5.23) egyenletek határozzák meg.

Ezt a módszert viszonylag könnyű implementálni, hisz a hidrokódban csak az állapotegyenletet, valamint az energiasűrűséget megadó egyenletet kell megfelelőre beállítani, a (5.21), (5.22), (5.23) egyenleteknek megfelelően. Ezen összefüggések igen bonyolult formulákat takarnak, amelyeket a 5.3.1 fejezetben ismertettünk részletesen. Ezek hatékony kiértékeléséhez interpolációs táblázatokat használtam.

A módszer egyetlen hátránya, hogy csak akkor érvényes, ha a termikus egyensúly valóban beáll. Ez viszont csak lassan következik be, mert a  $H_2$ -képződés igen lassú folyamat a CSKA-ban. Esetünkben viszont pontosan gyors folyamatokat vizsgálunk, ugyanis egy lökéshullám-felhő kölcsönhatás ideje néhány millió év, és ez alatt nem tud beállni az egyensúly. Mégis megemlítem itt ezt a modellt, mert nagyobb felhők modellezésére használható, ott ugyanis a dinamikai folyamatok karakterisztikus ideje nagyobb lehet a molekulaképződési időskálánál, így használható lehet az egyensúlyi modell. Továbbá: a numerikus tapasztalatok szerint az egyensúlyi modell kvalitatíve hasonló felhőalakokat eredményez, mint a pontosabb disszociációs modell, de sokkal egyszerűbb megérteni a változások jellegét.

Az egyensúlyi modell eredményeiről szól Tóth L. Viktorral közös két cikkem, [12] és [47]. Bár az egyensúlyi modell pontatlanabb, mint az azóta kifejlesztett disszociációs, ez is felhasználható megfigyelt felhők modellezésére. A disszociációs modell nagyobb pontossága miatt mégsem foglalkozunk itt részletesen vele.

### 5.6.3. A disszociációs modell

Az előbb említettek szerint a felhő-lökéshullám kölcsönhatás ideje alatt a molekulaképződés elhanyagolható mértékű, különösen, ha figyelembe vesszük azt, hogy a lökéshullám a porszemcséket jelentős mértékben rombolja. Márpedig a  $H_2$ -képződés elsősorban porszemcsék felületén megy végbe. Ezért nagyon jó közelítés esetünkben csak a disszociáció folyamatát figyelembe venni.

Ahhoz, hogy ezt nyomon tudjuk követni, külön figyelnünk kell az atomi és molekuláris komponens áramlását, és ehhez kell csatolnunk forrástagként a disszociáció

hatását, ami a kontinuitási egyenletben jelenik meg. (Lásd 5.3.2 fejezet.) Tehát itt egy ún. “kétfolyadék-modellt” kell felállítani. Mivel eddig csak egy közegre (“folyadékra”) írtuk fel egyenleteinket, a több komponens esetére csak utaltunk, ezért a teljesség kedvéért feltüntettem azokat az egyenleteket, amiket az átalakított ZEUS-Nirvana kód megold.

A kontinuitási egyenletek:

$$\frac{\partial \varrho_{\text{H}}}{\partial t} + \text{div}(\varrho_{\text{H}} \mathbf{v}) = S_{\text{H}}(\varrho_{\text{H}}, \varrho_{\text{H}_2}, T) \quad (5.38)$$

$$\frac{\partial \varrho_{\text{H}_2}}{\partial t} + \text{div}(\varrho_{\text{H}_2} \mathbf{v}) = S_{\text{H}_2}(\varrho_{\text{H}}, \varrho_{\text{H}_2}, T) \quad (5.39)$$

ahol

$$-\frac{1}{2} S_{\text{H}_2}(\varrho_{\text{H}}, \varrho_{\text{H}_2}, T) = S_{\text{H}}(\varrho_{\text{H}}, \varrho_{\text{H}_2}, T) = \varrho_{\text{H}_2}(\varrho_{\text{H}_2} Q_1(T) + \varrho_{\text{H}} Q_2(T)) \quad (5.40)$$

ahol

$$Q_1(T) = 7.48 \cdot 10^{37} \cdot e^{-66146/T} \quad (5.41)$$

$$Q_2(T) = 3.02 \cdot 10^{38} \cdot e^{-63897/T} \quad (5.42)$$

Az áramlási egyenlet:

$$(\varrho_{\text{H}} + \varrho_{\text{H}_2}) \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \text{grad}) \mathbf{v} \right) = -\text{grad} p \quad (5.43)$$

(Mivel feltettük a LTE teljesülését, ezért jogos az, hogy azonos sebességűnek vesszük a két komponens áramlását.)

Az energiatranszport egyenlete:

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \mathbf{v} \text{grad} e = -p \text{div} \mathbf{v} + \Lambda(e, \varrho_{\text{H}}, \varrho_{\text{H}_2}) \quad (5.44)$$

Állapotegyenlet:

$$p = \frac{kT}{m_{\text{H}}} \left( \varrho_{\text{H}} + \frac{\varrho_{\text{H}_2}}{2} \right) \quad (5.45)$$

Az energiasűrűség és a hőmérséklet kapcsolatát megadó egyenlet:

$$e(T) = \frac{kT}{m_{\text{H}}} \left( \frac{3}{2} \varrho_{\text{H}} + \frac{f_2(T)}{4} \varrho_{\text{H}_2} \right) + D_0 \frac{\varrho_{\text{H}}}{2m_{\text{H}}} \quad (5.46)$$

ahol  $f_2(T)$  a (5.15) egyenletből számolható.

Modellemben tehát elhanyagoltam a mágneses és a gravitációs teret. Ezekről a 5.6.5 fejezetben részletesen szólok.

### 5.6.4. Kezdő- és peremfeltételek

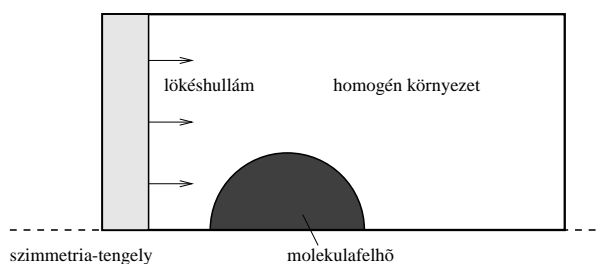
A rendelkezésemre álló számítástechnikai kapacitás meghatározta, hogy nem tudok 3D modelleket futtatni. Ezért hengersizimetriát tétéleztem fel a rendszerben, valamint ez azt is jelentette, hogy a mágneses teret és a felhő forgását el kell hanyagolni. (Lásd a következő fejezetet.)

Ekkor viszont ésszerű az a feltételezés, hogy a felhő kölcsönhatás előtti alakja gömbszimmetrikus. Modellemben elhanyagoltam a gravitációs teret is, mivel az általam vizsgált kis méretű és viszonylag kis sűrűségű MF-k esetén nem jelentős a hatása. (Lásd a következő fejezetet.) ennek megfelelően a felhő sűrűségeloszlását homogénnek vettem, ami a szélek fele a sugár 75%-ától kezdve fokozatosan simul bele a környezet anyagába. A felhő kezdeti hőmérséklet-eloszlását úgy állítottam be, hogy teljesüljön a nyomásegyensúly. A H-H<sub>2</sub>-arány beállítása az egyensúlyi modellnek megfelelően történt. (Lásd 5.6.2 fejezetet.)

A környező közeget homogénnek tétéleztem fel.

A lökéshullámra Rankine-Hugiot-feltételeket adtam meg, és feltételeztem, hogy a hullámfront sík felületű. Ez utóbbi feltételezés jogos, mert a MF-k mérete sokkal kisebb, mint egy SN-buboréké, így a felhő méretein belül valóban elhanyagolhatjuk a front görbületét. Az egyszerű adiabatikus lökéshullámfront-modell alkalmazása már nem ennyire magától értetődő, mivel a SN-buborékok falának szerkezete ettől eltérhet. Az alkalmazott modellem keretei között azonban nem lehetett pontosabb modellt megadni. Arra azonban vigyáztam, hogy a lökéshullám-modell konzisztens legyen a modell többi részével: csak olyan futtatásokat végeztem, amelyekben a MF környezetének hőmérséklete 10 000 K alatt van, de 2000 K felett van, így tiszta H gázból áll, ezért valóban jogos az ideális gázokra érvényes Rankine-Hugiot-feltételek alkalmazása. Továbbá: az alkalmazott hűlési függvény olyan, hogy kis sűrűségeknél kis értékeket ad, így a környezetben a hűlés sokkal lassabban látszódik le, mint a felhő belsejében, tehát az adiabatikus közelítés a kölcsönhatás időtartama alatt megengedhető.

Az egész modell geometriai elrendeződését szemléltetem a 5.7 ábrán.



5.7. ábra: A kezdőállapot geometriai elrendeződése

A lökéshullám beérkezési oldalán beáramlási, a többi két szabad oldal mentén kiáramlási feltételeket alkalmaztam a modellezéskor. (A szimmetriatengelynél értelem szerűen szimmetrikus határfeltétel volt.)

A felhő sugara kb. 1/3 része volt az integrációs tartomány sugarának, hogy a



szélek ne legyenek hatással a felhőben lezajló folyamatokra. Ez a szakirodalom által ajánlott érték (lásd pl. [1]), de saját tapasztalataim is igazolták.

Egy speciális változást is eszközöltem a kódon. A modellezés során ugyanis a kezdetben nyugvó MF felgyorsul, és legalábbis részben kicsúszhat az integrációs tartományból. Ennek elkerülése végett minden időlépés után ellenőrzöm, hogy a felhő legelső pontja benne van-e az integrációs tartomány első negyedében. Amennyiben nem, az egész modellt előrecsúsztatom egy teljes rácsosztásnyival. Mivel a lépés teljes cellányival történik, nem kell interpolálni, így nem keletkezik új numerikus hibaforrás, csak egy egyszerű nyilvántartást kell vezetni az eltolásokról.

### 5.6.5. Elhanyagolások

Bár a hidrokód elvileg lehetővé teszi a mágneses tér figyelembe vételét, nem tudtam ezt használni, mert mágneses tér és tetszőleges irányból érkező lökéshullám “elrontja” a szimmetriát, azaz mindenképpen háromdimenziós (3D) modellre lett volna szükség. Erre a rendelkezésemre állónál nagyságrendekkel nagyobb számítástechnikai kapacitás kellene. Amennyiben ez rendelkezésemre fog állni, megcsinálom mágneses térrel is a modellt. Ehhez elvilleg minden a rendelkezésekre áll, mert a hidrokód készen van, kezdő felhőalakot pedig az [9] munkában (szakdolgozatom) ismertetett modelltől lehetne venni. Sajnos, a két modell összeillesztése sok próbafuttatást igényelne, és még ezekhez sem elegendő az a számítógéppark, amihez hozzá tudok férni.

A mágneses tér elhanyagolása csökkenti a modell alkalmazási körét azokra a felhőkre, amelyek környékén kicsi a mágneses tér, és amelyeknek nem túl nagy a sűrűsége. (A nagy sűrűségű felhőkben ugyanis általában erősebb a mágneses tér.)

Ilyen felhők pl. az ún. “nagy magasságú felhők”, amelyek a Galaxis diszkjétől viszonylag távol vannak, így a Galaxis mágneses tere ott lényegesen gyengébb, mint a fősíkban.

Elhanyagoltam a külső ultraibolya sugárzás ionizáló és disszociáló hatását is. Ez olyan felhőkre érvényes, melyeknek nincs a közelében O vagy B színképtípusú csillag, ami szintén áll a nagymagasságú felhők többségére, de a galaktikus diszkben is találhatóunk ilyen felhőt.

Elhanyagoltam a gravitációs teret. Ez jogos, ha a felhő sűrűsége nem túl nagy. Pl.  $10^4 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$  sűrűséghez több milliárd éves szabadesési időskála tartozik, az általunk vizsgált folyamatok pedig néhány millió évig tartanak csak, és a sűrűség is csak igen kis tartományokban lépi túl a  $10^4 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$  értéket. Természetesen ezek a kis tartományok érdekesek lehetnek a további vizsgálódások szempontjából, mert pontosan itt kezdődhet meg a csillagkeletkezés, de ennek modellezése kívülesik vizsgálataim hatókörén.

Számításaim szerint a kezdeti állapotot sem befolyásolja túlságosan a gravitáció jelenléte: ha egy 0.5 pc sugarú gömbszimmetrikus, 10 K-es molekulafelhő középpontjában a sűrűség  $100 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$ , akkor a pereménél mintegy 3% különbséget okoz, ha a gravitációt is figyelembe veszem a számításokban, az izotermikus Emden-egyenlet szerint. (Lásd 3.1.1 fejezet.) Nagyobb felhőkre ez a helyzet megváltozik, a kezdeti sűrűségeloszlásba erősen beleszól a gravitáció.

## 5.7. A numerikus modell eredményei

Ebben a fejezetben szeretném ismertetni az előzőekben vázolt numerikus modellem eredményeit. Először néhány tesztfuttatás eredményével igazolom, hogy a modell jól működik, majd megmutatom, miben különbözik az egyszerű ideális gázzal és a H-H<sub>2</sub>-keveréssel történő futtatások eredménye, végül olyan futtatássorozatok eredményét adom meg, melyeket csak egy-egy fontos paraméter változtatásával lehet kapni, így segít megérteni a felhő-lökéshullám találkozások dinamikáját.

### 5.7.1. Az eredmények megjelentítése

Modelljeim bemenő paramétereit többféleképpen is meg lehet adni. Ezek közül én kiválasztok egyféle, egyértelmű megadást, és mindegyik futtatásnál azt közlöm. Tehát azok a paraméterek, amelyek rögzítenek egy futtatást, a következők:

- A felhő központi sűrűsége:  $\rho_{cl}$
- A felhő sugara:  $R_{cl}$
- A felhő középponti hőmérséklete:  $T_{cl}$
- Sűrűségaránya felhőmag és a környezet között:  $\chi$
- A lökéshullám Mach-száma:  $M$

Ezekből a paramétereiből a többi jellemző kiszámítható. A fontosabbak a következők:

- A környezet sűrűsége:  $\rho_{out} = \rho_{cl}/\chi$
- A nyomás:  $p = (kT_{cl}/m_H) \cdot \rho_{cl}/2$ , hisz olyan modelleket használunk, melyben a középpontban tisztán molekuláris anyagot találunk. (Lásd (5.22) egyenlet.)
- A környezet hőmérséklete:  $T_{out} = T_{cl}\chi/2$ , hisz a környezetet tisztán atomainak tételezzük fel.
- Hangsebesség a környezetben:  $c_{out} = \sqrt{(5/3)kT_{out}/m_H}$ .
- A lökéshullám sebessége:  $v_{sch} = c_{out} \cdot M$

A kapott eredményeket többféle formában jelenítem meg. Egyrészt a hagyományos kontúrbrákon adom meg  $\rho_H$ ,  $\rho_{H_2}$ ,  $T$  eloszlásait.

Másrészt a felhő globális struktúráját jellemző paramétereiket adok meg. Ezeket azért tartom fontosnak, mert a jelenlegi felbontás nem elegendő a kis léptékben lezajló folyamatok követésére, viszont a globális struktúra változását helyesen adhatja vissza. Másik ok a globális jellemzők használatára az, hogy áttekinthetőbbek az eredmények, mint a kontúrabra sorozatok esetén. Harmadik ok ezek használatára, hogy az ilyen globális jellemzők még viszonylag alacsony felbontás esetén is számolhatók a megfigyelési adatokból, így egyszerűbb összevethetőségre nyújt lehetőséget, mint a sűrűségeloszlási térképek.

Ezek a paraméterek a következők: a felhőt sűrűség szerint különböző (nem diszjunkt) részekre osztom fel. Ezek a részek:

- (a)  $10 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$ -nél sűrűbb részek
- (b)  $100 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$ -nél sűrűbb részek
- (c)  $1000 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$ -nél sűrűbb részek
- (d)  $10\,000 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$ -nél sűrűbb részek

Ezen tartományok tömegközéppontjának helyzetét és sebességét vizsgálom az idő függvényében, és ezzel jellemzem a folyamatot.

Az így származtatott globális paraméterek használata szerintem két okból is célszerű. Elméleti oldalról áttekinthetővé teszi a felhő mozgását, ad egy általános áttekintő képet a globális szerkezetéről, míg pl. egy sűrűség-kontúr ábrán a sok kis részlet ronthatja az áttekinthetőséget.

Megfigyelési oldalról pedig az motiválhat egy ilyen felosztást, hogy különböző molekulák hullámhosszain a különböző sűrűségtartományok térképezhetőek fel. Pl. CO-ban már a ritkább részek is látszanak, míg az  $\text{NH}_3$  hullámhosszán inkább a sűrű részek ( $10\,000 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$  felett, azaz (d) tartomány) látszanak csak. Ezért az ilyen globális jellemzők remélhetően számszerűen megállapíthatók a megfigyelési eredményekből, így illeszteni lehet a numerikus modell paramétereit a megfigyelési adatokra, azaz megfigyelt felhők modelljeit lehet megalkotni.

Ilyen illesztést nem tudtam jelen pillanatig elvégezni. A későbbiekben tervezem ennek kivitelezését. Elképzelhető, hogy pl. a konkrét sűrűségértékeket módosítani kell, de szerintem ezen globális paraméterek koncepciója hasznos lesz a megfigyelési eredményekkel való összevetéskor.

Ezen kívül még nyomon követtem az integrációs tartományban előforduló maximális sűrűség alakulását is. Ez csak tájékoztató jellegű adat, mert általában a legsűrűbb részek igen kis kiterjedésűek (csak néhány elemi cella), így a maximális sűrűséget sokminden befolyásolja, pl. a rácsfelosztás finomsága. Mégis érdemes figyelni ezt a paramétert, mert tájékoztat a felhő kompressziójáról, de azért tartuk észben, hogy pl. különböző rácsfelosztások esetén nincs értelme az értékek összevetésének.

Nagyon sokféle paraméter, keresztmetszeti ábrák, stb. megadható lenne eredményként. Terjedelmi okokból ebben a dolgozatban igyekeztem csak olyan grafikonokat, ábrákat megadni, amelyek egyrészt bizonyítják téziseim helyességét, hidrokód használhatóságát, másrészt segítenek megérteni a felhő-lökéshullám találkozás dinamikáját. (Tegyük fel ugyanis, hogy a modellt specifikáló 5 paraméter mindegyikét 3–3 jellemző értékre állítjuk be. Ez összességében  $3^5 = 243$  lehetőség. Ennek az összes grafikonja, sűrűségkontúr-ábrája, stb. több ezer oldalt foglalna le.)

### 5.7.2. A modell tesztelése

Az eredeti ZEUS-Nirvana hidrokódot írói alaposan letesztelték. (Lásd [37] és [52].) Mégis, mivel jelentős változásokat hajtottam végre rajta, újra tesztelnem kellett.

Mivel a H-H<sub>2</sub>-gázelegy dinamikája igen bonyolult, ezért analitikus megoldásokkal nem tudtam összevetni az általános modelleket, de speciális eseteket tudtam vizsgálni. Pl.  $\varrho_{\text{H}_2} = 0$  beállítással egy egyszerű ideálisgáz-modellt kaphatunk, és ennek eredményeit összevettem a szakirodalom korábbi eredményeivel. Sikerült pl. [1] eredményeit néhány százalék hibán belül reprodukálnom.

A tesztelés során az egyik legfontosabb megvizsgálendő kérdés az volt, hogy mekkora felbontás szükséges ahhoz, hogy a felhő globális viselkedését tudjam modellezni. Klein és társai ([15]) ugyanis megmutatták, hogy legalább olyan finom felosztást kell alkalmazni, hogy a felhő sugarába 100 rácspont beleessen, ha a folyamat kis részleteire is kíváncsiak vagyunk. Ekkora felbontást pedig nem tudtam elérni a rendelkezésemre álló korlátozott számítógép-kapacitás miatt. Mégsem tartottam reménytelennek, hogy a globális viselkedéshez elegendő az a kb. 30 rácspont/ $R_{\text{cl}}$  felbontás, amit biztosítani tudtam. Ezt a sejtésemet a numerikus tesztek igazolták, és ezeknek az eredményét közlöm itt.

Egy adott paraméterkészlettel, különböző felbontások mellett elvégeztem a modellszámításokat. A paraméterek:  $\varrho_{\text{cl}} = 100 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$ ,  $R_{\text{cl}} = 0.58 \text{ pc}$ ,  $T_{\text{cl}} = 20 \text{ K}$ ,  $\chi = 100$  és  $M = 5$  voltak, míg az alkalmazott rácsméretetek  $160 \times 60$ ,  $240 \times 90$  és  $320 \times 120$  voltak.

A 5.8 ábrán bemutatom a három felbontás esetén adódó eredményeket, azaz a különböző régiók tömegközéppontjának helyzetét és sebességét, valamint a H<sub>2</sub>-eloszlást mutató kontúrtérképet  $t = 5T_{\text{ic}}$ -kor.

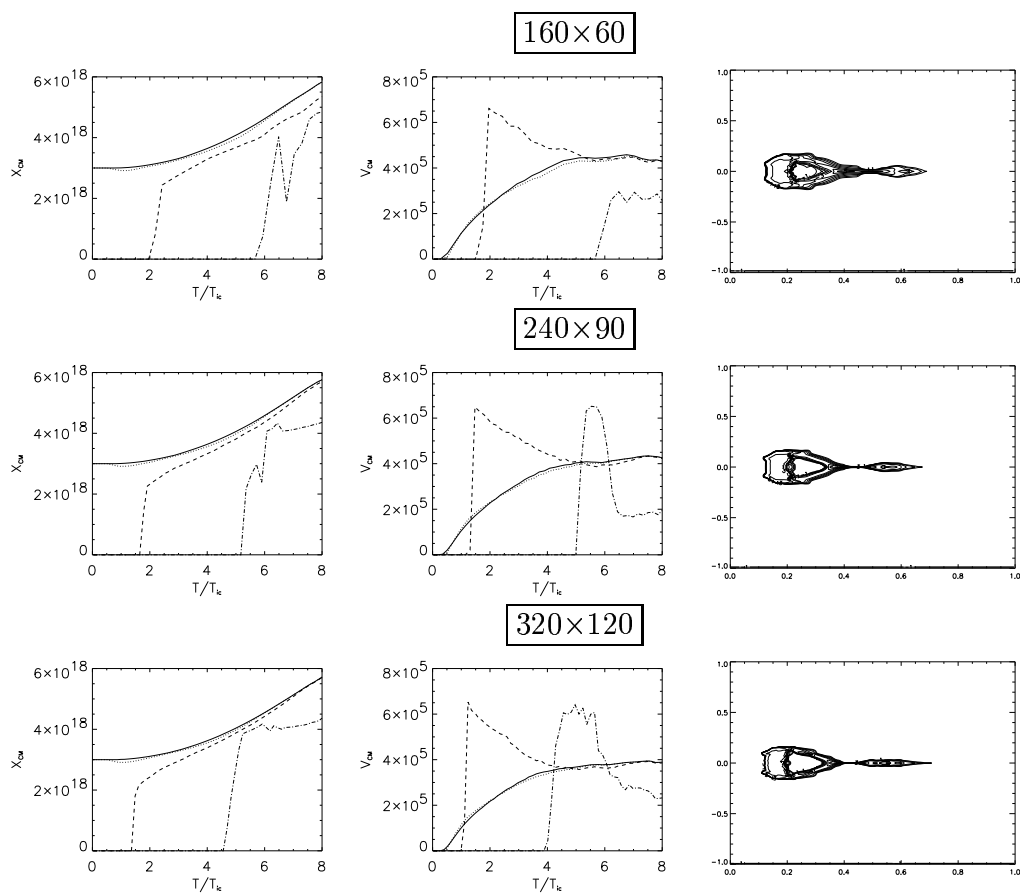
Ezekből látszik, hogy a legnagyobb felbontás, azaz a  $320 \times 120$ -es elegendő a globális struktúra feltérképezéséhez. A kontúrábrákon a vázalkozásoknak megfelelően egyre finomabb részletek is előjönnek, de a globális paraméterekben csak kis változás figyelhető meg. A két nagyobb felbontású eset görbéiből egyedül a (d) tartomány esetén figyelhetünk meg szembeszökő változást, de ennek az az oka, hogy ebbe a tartományba csak igen kevés rácspont esik, és ilyenkor a statisztikus fluktuáció bizonytalanná teszi a zóna tömegközéppontját, de különösen a sebességét.

Ezt leszámítva az összes görbe 1–2%-on belül azonos módon fut a két nagyobb felbontás esetén, így elfogadható, hogy elegendő a  $320 \times 120$  felbontás alkalmazása, ha csak a globális struktúrára vagyunk kíváncsiak.

A felbontás nagysága azért nagyon kritikus, mert erősen függ a számítások mennyisége tőle. Pl. ha mindkét irányban megkétszerezzük a cellák számát, az 4-szer annyi cellát, azaz 4-szer akkora memóriaigényt jelent, de a Courant-kritérium miatt ekkor az időbeli lépést felezni kell, azaz egy fix ideig tartó modellezésnél a CPU-idő 8-szoros lesz. A  $320 \times 120$ -as rácson a rendelkezésemre álló leggyorsabb számítógépeknek kb. 25–30 órát vett igénybe egy teljes futtatás. Lényegesen tehát nem tudam tovább emelni a felbontást, mert pl. egy  $640 \times 240$ -es futtatás több, mint egy hétig tartott volna (ha senki más nem dolgozik azon a gépen), és a fentiek szerint nem változatta volna meg lényegesen a globális struktúrát.

### 5.7.3. A molekuláris gáz dinamikájából származó különbségek

Érdekes külön megvizsgálni, milyen különbség jelentkezik az ideális gáz és a H-H<sub>2</sub>-keverék esete között. Ezt az összehasonlítást könnyű megtenni, csak  $\varrho_{\text{H}_2} = 0$ -t kell



5.8. ábra: Konvergencia teszt: futtatás ugyanazokkal a paraméterekkel különböző rácsfelbontással. (További részletek a szövegben.)

beállítani az egyik esetben. Ekkor a radiatív hűlést is kikapcsoltam, hogy ne okozzon különbséget a két eset között, mivel ennél a tesztnél csak a H-H<sub>2</sub>dinamikából adódó különbségek jellegére vagyunk kíváncsiak.

A 5.9 ábrán mutatom be a két esetnek megfelelő sűrűségkontúrokat. A választott paraméterek:  $\rho_{cl} = 100 m_H/cm^3$ ,  $R_{cl} = 0.58 pc$ ,  $T_{cl} = 20 K$ ,  $\chi = 100$  és  $M = 5$ .

Ugyanezekkel a paraméterekkel végzett futtatások részletesebb eredményeit az áttekinthetőség kedvéért nem itt, hanem a B függelékben mutatom be, itt csak néhány ábrát szerepeltetek, amelyekről a főbb különbségek már látszanak.

Jól látszik az, hogy a keverék esetén kisebb a felhő újratágulásának mértéke, így egyrészt kompaktabb lesz a felhő feje, másrészt több anyag koncentráldik a "farokba". Szemmel látható különbségek adódnak tehát a felhő dinamikájában, ha figyelembe vesszük, hogy nem ideális gáz alkotja a CSKA-t.

Látszanak a H<sub>2</sub>-gáz dinamikájával foglalkozó fejezetben elmondott elméleti várakozások is: a molekuláris esetben lassabban terjed a belső lökéshullám, de sűrűségugrásának mértéke nagyobb.

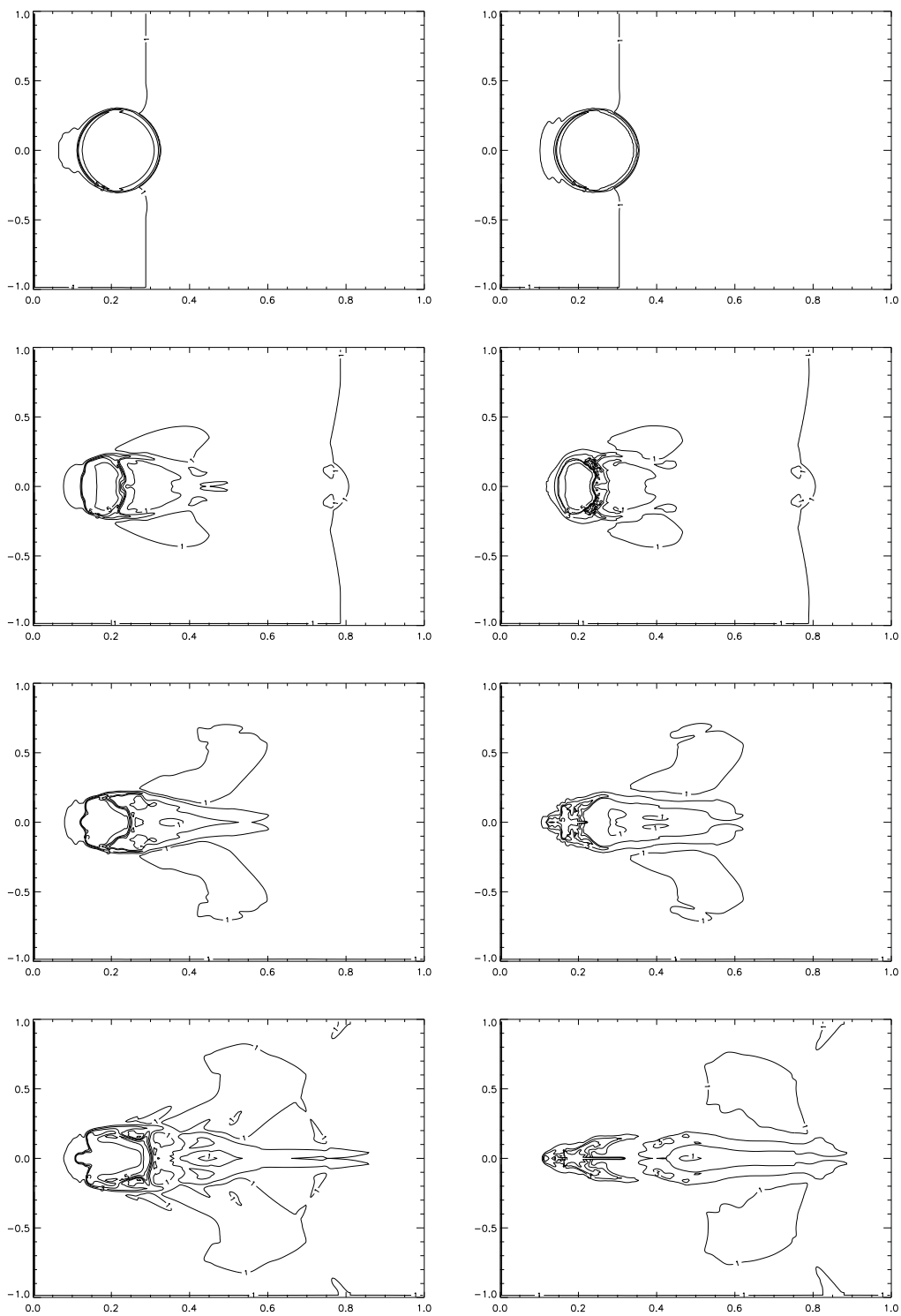
A 5.10 ábrán azt is bemutatom, hogyan alakult a két esetben a felhőben mérhető maximális sűrűség.

Látható, hogy nagyságrendi különbség van a két eset között: a disszociációs modell 100-szor nagyobb maximális sűrűségértéket ad. Ez a különbség jelentős lehet pl. az indukált csillagkeletkezés szempontjából. A két görbe eleinte (kb.  $2T_{ic}$ -ig) együtt fut, de ezután jelentősen megnő a maximális sűrűség. Ennek több oka van. Egyrészt a molekuláris gázt jobban össze tudja nyomni a lökéshullám. Másrészt a csóva a felhő mögött nagyobb sűrűségű lesz, és itt alakul ki a maximális sűrűségű hely. Ez jól látszik a 5.10 ábra jobb oldali grafikonján. A kezdeti sima, ellaposodó görbére  $4T_{ic}$  időtől kezdve egy púp rakódik, ami a csóvabeli maximális sűrűséget jelenti. Ez az ideális gáz esetében nem lép fel.

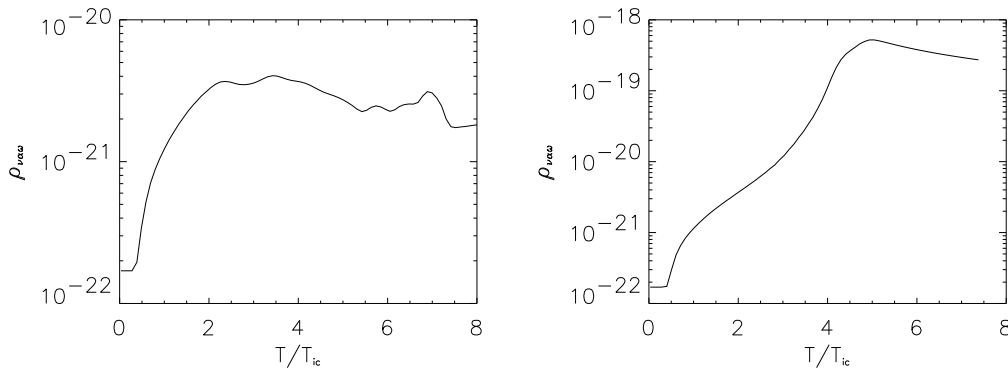
Más paraméterek esetén is hasonló jellegű különbségek adódtak, így más összehasonlító futtatássorozatot most nem közlök. A későbbiekben viszont mindenütt csak a disszociációs modell eredményeit adom meg, mert az eddigiek szerint ez pontosabban modellezi a valós folyamatokat. Természetesen a későbbiekben a radiatív hűléssel is mindig számolni fogok, hisz ennek hatása jelentős. A B függelékben az itt tárgyalt tesztfuttatás megtalálható a radiatív hűlés esetére is. Az az eredmény adódik, hogy a radiatív hűlés az eddigiekhez képest vékonyabb lökéshullámokat, erősebb sűrűségkontrasztokat eredményez. Ez egyezésben van az elméleti várakozásokkal. A radiatív hűlés esetében a csóvába még több anyag áramlik, mint a H-H<sub>2</sub>-keverék hűlés nélküli esetében.

A B függelék metszetek mentén kapható sűrűségeloszlásokat is tartalmaz. Ezeken még jobban látszik a különbség az egyes esetek közt, és kiderül, hogy csak a H-H<sub>2</sub>-dinamika és a radiatív hűlés együttes figyelembe vétele tud olyan struktúrájú felhőt adni, mint a korábban bemutatott L1251-es.

Összességében azt mondhatjuk, hogy a pontosabb termodinamikai modell és a radiatív hűlés ugyanolyan irányú változásokat eredményez az ideálisgáz-modellhez képest. Ez érthető, hisz a fentebb elmondottak szerint a molekuláris hidrogéngáz melegítésekor az energia jelentős része olyan folyamatokra fordítódik (forgási szabadsági fokok, disszociáció), melyek nem növelik a gáz nyomását, és hőmérsékletét, ami



5.9. ábra: Ideális gáz (bal oldal) és H-H<sub>2</sub>-keverék (jobb oldal) esetének összehasonlítása. Időbeli lépésköz:  $2T_{ic}$ . (Paramétereket lásd a szövegben.)



5.10. ábra: A maximális sűrűségek összehasonlítása

a dinamika szempontjából hasonló hatás, mint a radiatív hűlés általi energiavesztés. A fő különbség az, hogy a radiatív hűléskor az energia eltávozik az anyagból, míg az említett termodinamikai folyamatok során benne marad, de a nyomás ugyanúgy lassabban kezd nőni.

#### 5.7.4. Futtatássorozat különböző Mach-számokkal

Különböző Mach-számokkal is végeztem futtatássorozatot, a többi paraméter fixen hagyása mellett. Ezzel azt szerettem volna megállapítani, hogy milyen különbségek adódnak Mach-szám változtatásával, illetve hogy teljesül-e továbbra is a Mach-skálázás. (Legalább közelítő értelemben.)

A fixen tartott paraméterek a következők voltak:  $\rho_{cl} = 100 m_H/cm^3$ ,  $R_{cl} = 0.58 pc$ ,  $T_{cl} = 20 K$  és  $\chi = 100$ , a Mach-számot pedig  $M = 2.5, 5.0, 10.0, 20.0$  értékekre állítottam be.

A 5.11 ábrán bemutatom a futtatások során számított globális paramétereiket. (Terjedelmi okokból nem közlöm a sűrűségkontúrokat, mert nem látszana rajtuk semmi szabad szemmel értékelhető.)

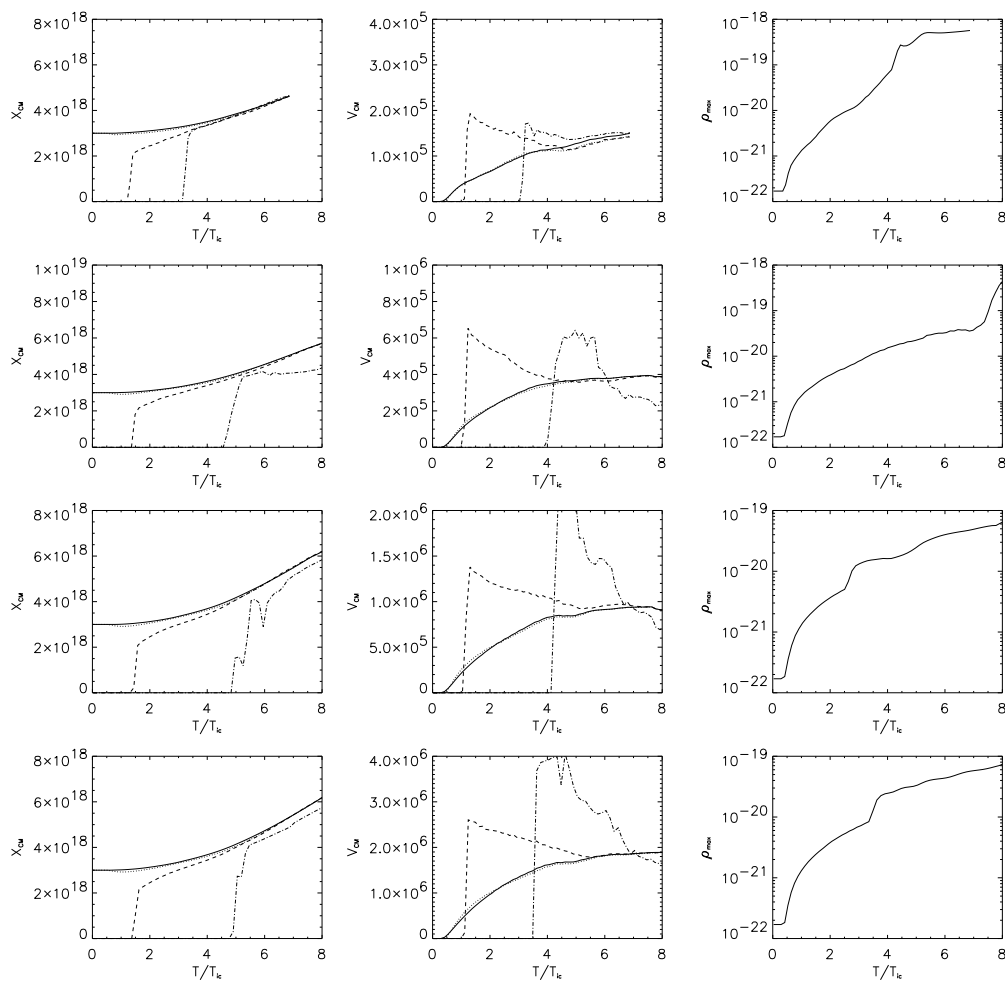
A 10-es és 20-as Mach-számok esetének eredményei nagyon hasonlítanak egymásra. Azt mondhatjuk tehát, hogy a Mach-skálázás jó közelítéssel érvényben marad nagy Mach-számokra. Érdekes azt is megjegyezni, hogy a kisebb Mach-számok esetén nagyobb lesz a felhő maximális sűrűsége. Ennek az a magyarázata, hogy lassú lökéshullám esetén “van ideje” a disszociációs folyamatoknak működni, így a H-H<sub>2</sub>-keverék dinamikájáról elmondottak szerint jobban összenyomható lesz a felhő anyaga. Ez azt is eredményezi, hogy kisebb lesz a felhő mérete, ezért lassabban gyorsul fel a lökéshullám sebességére. Ez is kitűnően megfigyelhető a grafikonokon.

#### 5.7.5. Futtatássorozat különböző felhősűrűségekkkel

Érdekes lehet megfigyelni, milyen változásokat hoz a globális paraméterek viselkedésébe, ha csak a felhő középponti sűrűségét változtatjuk.

Az e célból végzett futtatássorozatomban a fix paraméterek:  $\rho_{out} = 1 m_H/cm^3$ ,  $R_{cl} = 0.58 pc$ ,  $T_{cl} = 20 K$ , míg a felhő-környezet sűrűségaránya a három esetben:

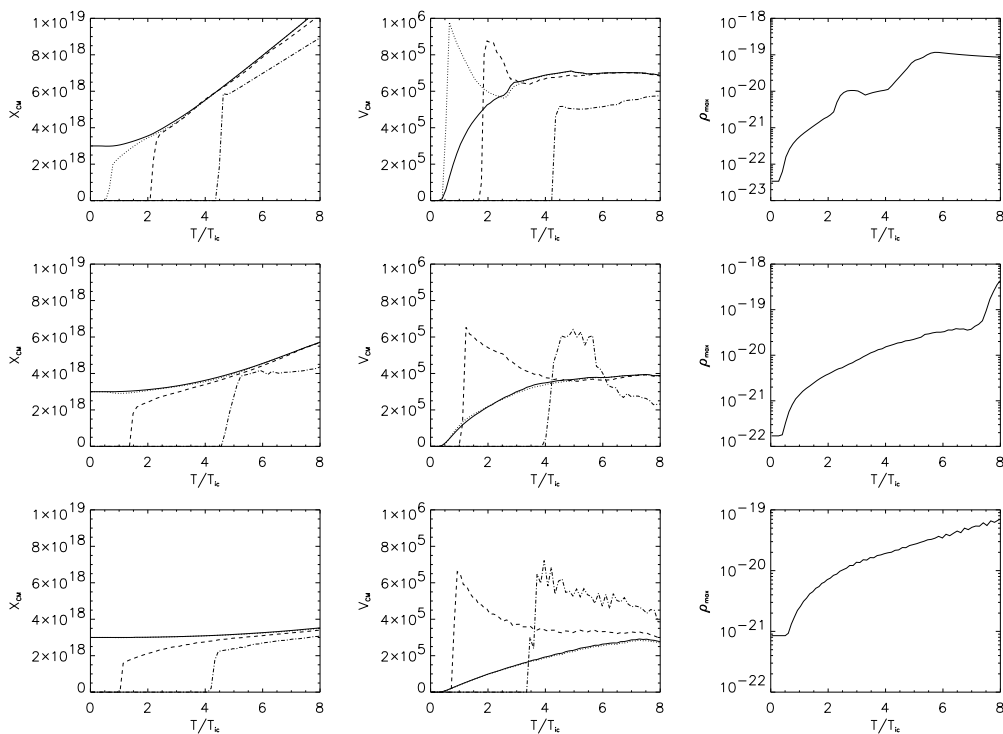




5.11. ábra: Futtatások különböző Mach-számokkal. Paramétereket lásd a szövegben.

$\chi = 20.0, 100.0, 500.0$  volt. (Ebből természetesen az is következik, hogy a környezet hőmérséklete, azaz a kinti hangsebesség más és más az egyes esetekben. Emiatt a lökéshullám sebessége is különbözik a három futtatáskor.)

A globális paramétereket a 5.12 ábra mutatja.



5.12. ábra: Futtatássorozat különböző középponti sűrűségekkel. Paramétereket lásd a szövegben.

Megfigyelhető, hogy a sűrűbb felhőnek lényegesen kisebb a sodródása, ami kvalitatív megfontolásainkkal összhangban van.

Másik megfigyelhető jelenség, hogy a lökéshullám sebességét  $\chi = 20$  esetében már  $3T_{ic}$  körül felveszi a felhő,  $\chi = 100$ -kor ez kb.  $8T_{ic}$ -kor következik be, míg  $\chi = 500$  esetén a számítások időtartama alatt nem áll be a tökéletes sodródás. Ez összhangban van a felhő sodródásának karakterisztikus idejével mondottakkal. Igaz, tökéletes egyezés nem várható pl. amiatt, mert a felhőalakok mások az egyes esetekben, így a sodródási idő képletében szereplő  $C_D$  alaktényező is más és más.

Az is érdekes, hogy a maximális sűrűség mindegyik esetben kb.  $10^{-19}$  g/cm<sup>3</sup> körül van, tehát lényegében független a kezdeti sűrűségtől. Ennek az a magyarázata, hogy a legnagyobb sűrűségű pont nem a felhő fejében, hanem a farkában található, ahol a felhő széléről lesodort részek találkoznak. Az itteni viszonyok viszont valóban kevésbé függenek a felhő középpontjában levő sűrűségtől.

### 5.7.6. A modell és a megfigyelési eredmények kvalitatív összevetése

Egy numerikus modell végső próbája a valósággal, azaz a megfigyelési eredményekkel való összevetés. Egy ilyen összevetés a mérési adatok pontos kiértékelési technikájának ismerete nélkül nem végezhető el, így meghaladja vizsgálódásaim keretét. Ezért itt csak egy kvalitatív összevetést teszek, a pontos összevetési lehetőségekre csak kitérek.

#### Pontos összevetések

A pontos vizsgálat elvileg a következőképpen történhetne: a numerikus modell megadja a felhő sűrűség és hőmérsékleteloszlását. Ha pl. CO-méréseink vannak, akkor a modellszámítások során valami ésszerű kezdeti állapotból kiindulva követni kell a CO molekulák áramlását, disszociációját és képződését is, hogy megtudjuk egy adott időpontbeli állapotát a felhőknek. (A CO mennyisége tömegszázalékban elhanyagolható, így a dinamikát nem befolyásolja mérhetően, csak nyomon kell követni, merre sodorja a hidrogén áramlása, és milyen kémiai reakciókban szerepel.)

A CO-, H-, H<sub>2</sub>- és hőmérsékleteloszlás ismeretében azután lehetne egy modellt adni az egyes helyeken a CO molekulák forgási szabadsági fokainak gerjesztettségére, ebből a sugárzásukra lehetne következtetni, majd a sebességeloszlást is figyelembe véve a modellezett felhő különböző irányokban vett metszeteiről szimulált spektrumot lehetne felvenni. Ezeket a spektrumokat lehetne azután a mérések elsődleges mennyiségeivel, a különböző irányokban mért spektrumokkal összevetni.

Egy ilyen számításorozat nagyon sok munkát igényel és eddigi tudományos munkám során még nem volt időm véghezvinni ezt a programot. A későbbiekben tervezem ennek a kivitelezését is.

Egyszerűbb lehetőség lehet a spektrumok helyett csak "line-area"-k összevetése, ami optikailag vékony esetben a felhő oszlopsűrűségének feleltethető meg. A CO molekulák nyomkövetését és gerjesztettségének vizsgálatát azonban ekkor sem lehetne kikerülni.

#### Közelítő összevetések

További közelítésként feltehetjük, hogy pl. a CO molekulák sűrűsége egyenesen arányos a H<sub>2</sub>-sűrűséggel, így modellem eredményei közvetlenül összehasonlíthatók a megfigyelt CO-térképekkel, csak egy oszlopsűrűség-számítást kell elvégezni. Ez az arányossági feltevés azonban már nem teljesen pontos, számszerű összehasonlításra nem ad módot. Az utóbbi időben ugyanis olyan megfigyelési eredmények születtek, melyek szerint a CO/H<sub>2</sub>tömegarány egyáltalán nem konstans a molekulafelhőkben. (Pl. [48].)

Az eddig említett problémák megoldása egy külön tudományos dolgozat terjedelmét és bonyolultságát is elérheti, így itt csak a modellek és a megfigyelések kvalitatív összevetését végzem el egy felhő esetében.

A kiválasztott felhő az L1251-es, amelynek C<sup>18</sup>O és NH<sub>3</sub> hullámhosszain vett oszlopsűrűség-térképeit már megadtam a 2.1 és 2.2 ábrákon.

Azt is említettem korábban, hogy ehhez kvalitatíve hasonló szerkezetet sikerült numerikus modelleimmel előállítani. Erről szeretnék itt szólni kicsit részletesebben.

Mint említettem, egy pontos modellben a molekulák áramlását, disszociációját és formálódását külön nyomon kellene követni, numerikus modellem viszont csak H- és H<sub>2</sub>-sűrűségeket szolgáltat. Feltételezhetően a H<sub>2</sub>-sűrűség jobban korrelál az egyéb molekulákéval, mert a kezdeti eloszlásuk is valószínűleg hasonló volt (a felhő sűrű részein voltak csak molekulák).

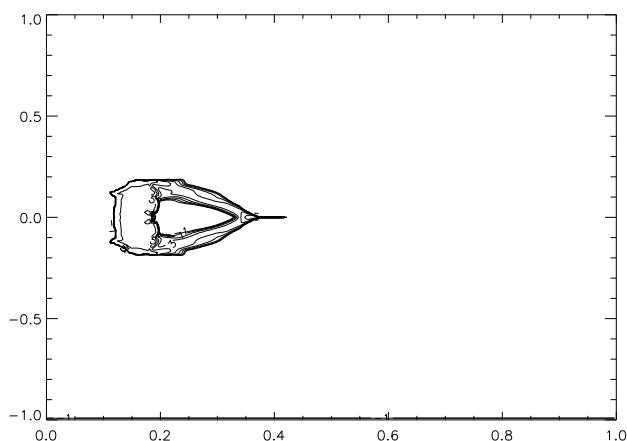
Modellszámításaim pedig adtak olyan eredményeket, amelyek kvalitatíve igen hasonlítanak az L1251-es felhő képére. Sajnos, túl sokféle paraméter esetén jó a kvalitatív egyezés, így nem lehet pontos következtetéseket levonni az L1251 fizikai paramétereire, mégis fontos az egyezés, mert a korábbi ideálgáz-modellek segítségével nem lehetett ilyen szerkezetű felhőket kapni.

A 2.1 és 2.2 ábrák szerint az L1251 fejre és farokra osztható. A fej tartalmaz egy igen sűrű gócot, amelyik a fej farokkal átellenes szélén helyezkedik el (bal oldalt az ábrákon), és ezen kívül a fej pereme tájékán találunk nagy oszlopsűrűségű helyeket. Ez egyértelműen arra utal, hogy nem a fej közepén a legnagyobb a sűrűség, hanem a peremvidéken. Ezzel összhangban van az is, hogy ammóniában csak a fej pereme látszik, márpedig az ammónia lényegében csak  $10^4 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$  sűrűség felett észlelhető.

A fej tehát tartalmaz egy igen sűrű csomót, és további sűrűsödési helyeket a pereme mentén.

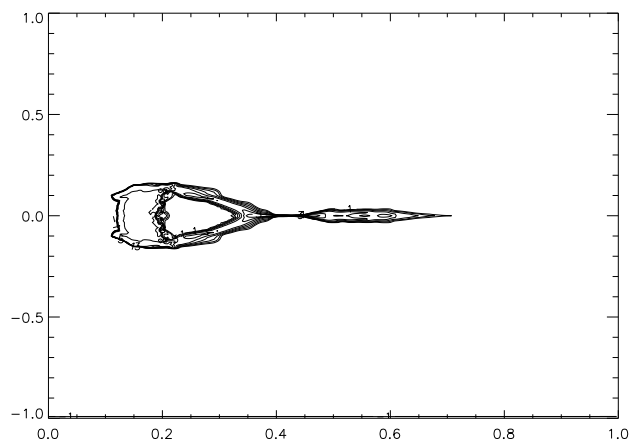
A farok pedig jóval kisebb keresztmetszetű, mint a fej mérete, és nagyon sűrű részeket is tartalmaz, amit jelez, hogy van benne erős NH<sub>3</sub> “csomag”.

Ehhez hasonló szerkezetet többféle paraméterek esetén sikerült létrehozni. Példaként bemutatok kettőt a 5.13 és 5.14 ábrákon.



5.13. ábra: H<sub>2</sub>-sűrűségkontúr-ábra. Bemenő paraméterek:  $\rho_{cl} = 100 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$ ,  $R_{cl} = 0.58 \text{ pc}$ ,  $T_{cl} = 20 \text{ K}$ ,  $\chi = 100$  és  $M = 20$ . Időpont az ütközés után:  $3.5T_{ic}$ .

Mindkét bemutatott ábra az L1251 térképeinek fent említett tulajdonságaival összhangban levő szerkezetet mutat. Ez akkor is igaz, ha figyelembe vesszük, hogy nem oszlopsűrűségeket ábrázoltam a modellszámítás eredményeként. Figyelemre méltók tehát a morfológiai hasonlóságok, különösen, ha megjegyezzük, hogy



5.14. ábra:  $\text{H}_2$ -sűrűségkontúr-ábra. Bemenő paraméterek:  $\rho_{cl} = 100 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$ ,  $R_{cl} = 0.58 \text{ pc}$ ,  $T_{cl} = 20 \text{ K}$ ,  $\chi = 100$  és  $M = 5$ . Időpont az ütközés után:  $3.5T_{ic}$ .

ilyen szerkezet ideálgáz-modellekkel nem kapható. (A különbségek okait az előző fejezetekben részletesen tárgyaltam.)

A modellek alapján az előbb fejnek nevezett rész inkább az eredeti fej és a csóva azon részének tekinthető, amelyik még nem csukódott össze a felhő mögött. Természetesen ez a rész nem olyan szép egyenletes, mint a modellekben, hisz [38] szerint a 2D modellek gyűrűszerű részei instabilak lesznek, ha 3D modelleket használunk, azaz várható, hogy a csóva az instabilitások miatt csomósodást mutat.

Ez is jelzi, hogy igen nehéz lehet egy pontos illesztést elvégezni, viszont a fent bevezetett, vagy azokhoz hasonló globális paraméterek valószínűleg kevésbé érzékenyek ezekre az instabilitásokra, így feltehetően egy későbbi számszerű összevetéskor hasznosnak bizonyulnak.

## 6. fejezet

# Összefoglalás

Dolgozatomban a csillagközi molekulafelhők és a lökeshullámok kölcsönhatását vizsgáltam. A fizikai alapok, a megfigyelési módszerek és a modellezésre használható numerikus módszerek áttekintése után ismertettem a témából született eddigi kutatási eredményeket.

Felvettem azt, hogy a kölcsönhatás dinamikájára lényeges hatással van az, ha figyelembe vesszük a molekulafelhőben található molekuláris gáz termodinamikájának eltérését az egyszerű H-gáz esetétől. (A témából született eddigi cikkekben mindig csak H-gázt tételeztek fel.)

A H-H<sub>2</sub>-keverék termodinamikai modelljének ismertetése után egyrészt elméleti következtetéseket vontam le, amelyből kiderült, hogy valóban lényeges eltérések várhatók, másrészt egy hidrodinamikai számításokra alkalmas programba beépítettem a H-H<sub>2</sub>-keverék dinamikáját. A modell forgásszimmetrikus (2 dimenziós), gravitációt és mágneses teret elhanyagoló, kétfolyadék modell lett, mely optikailag vékony közelítésben tudja számolni a sugárzási hűlés hatásait.

A numerikus modellt teszteltem, majd vizsgálódásaim főként arra irányultak, milyen különbségek adódnak a pontosabb termodinamikai modell miatt. A különbségek főbb fajtáinak a következőket találtam:

1. A H-H<sub>2</sub>-keverék jobban összenyomható, ezért a találkozás sűrűbb maradék felhőt eredményez. Ez befolyásolhatja a csillagkeletkezési folyamatokat.
2. A H-H<sub>2</sub>-keverék esetében kisebb az újratágulás, emiatt a felhő "csóvájába" több anyag kerül, és az jobban koncentrálni lesz. (A csóva sokszor "összecsukódik".) Ez kvalitatíve olyan struktúrát eredményez, amilyenekkel a megfigyelésekkor is találkozhatunk.
3. Sikerült az L1251-eshez hasonló struktúrát eredményező modellt felállítani, de csak az újonnan figyelembe vett effektusok használata esetén. A korábbi modellek nem mutattak ilyen jellegű csóvaképződést.

A modellek könnyebb áttekinthetősége érdekében egy egyszerű paraméterrendszer bevezetését javasoltam, mely a felhő globális struktúráját jellemzi. Remélhetőleg ez a paraméterrendszer hasznos lesz a megfigyelési eredményekkel való számszerű összevetéskor is.

A sugárzási hűlés számolására két új numerikus módszert is javasoltam, melyek bizonyos szempontból jobbak, mint az eddig használatosak. Ezeket is ismertettem, és tesztfuttatásokon megmutattam a módszerek használhatóságát.

## 6.1. Summary in English

The interaction of shock fronts and molecular clouds is investigated in this thesis. After summarizing the physics of these processes, the observational methods and the numerical techniques useable for this problem, I reviewed the results of the researching till now.

I raised the question whether the differences between the thermodynamics of atomic and molecular gas has a significant influence in the dynamics of the interaction. (Till now the publications on this topic considered the cloud to be consists of pure H-gas.)

I made an overview about the thermodynamics of the H-H<sub>2</sub>-mixture, and made some theoretical conclusions, which showed that significant differences arise between the H and H-H<sub>2</sub>dynamics. I also made a hydrocode which is suitable to handle the H-H<sub>2</sub>mixture. This model is an axially symmetric (2 dimensions) one, excluding the gravity and magnetic field with two fluids and it contains radiative cooling calculations in optically thin approximation.

I performed test calculations with this numerical model. The main direction of my research was to examine the differences occurred by the new, more accurate thermodynamical model. I found the following differences:

1. The H-H<sub>2</sub>-mixture is more compressible than the H-gas, thus the remaining cloud is more dense. It may influence the star formation processes.
2. In the case of H-H<sub>2</sub>-mixture the reexpansion is smaller and this way more material get into the tail and the tail has a dense core along the symmetry axis. It affects similar structures like some observed clouds.
3. I managed to produce similar structures like the cloud L1251, and the new model was necessary for it. The previous models (i.e. with ideal gas dynamics) did not show such tail-structures.

To improve the perspicuity of the models I made a suggestion for a simple set of parameters which characterizes the global structure of the cloud. Hopefully this set of parameters will be useful in comparing the numerical models with the observational data.

I also presented two new numerical methods for calculation of radiative cooling which are better in some point of view than the old methods. I described them and showed the properties of them in test-calculations.

## 6.2. Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani mindazoknak, akik segítettek munkámat.

Legelőször is Tóth L. Viktornak, aki szakdolgozatom témavezetője volt, és ráirányította figyelmemet erre a problémára, valamint a közös publikációk elkészítésében és szervezési kérdésekben sokat segített.

Köszönetet mondok témavezetőmnek, Dr. Marik Miklósnak is, aki munkám során sok hasznos tanácsot adott.

Munkám szempontjából igen fontos volt a würzburgi tanulmányút. Ennek létrejöttében Dr. Balázs Lajos és Dr. Harald W. Yorke sokat segített.

A ZEUS-Nirvana hidrokód Udo Ziegler munkája, aki átadta nekem ezt a programot. Ez lett az alapja a numerikus modellemnek, így ő is sokat segített munkámban, valamint a [13] publikáció elkészítésében.

Kiss Csabának az új hűlési rutinok tesztelésében nyújtott segítsége is fontos volt munkám során.

Végül megköszönöm feleségemnek és kisfiamnak a dolgozat írása közben mutatott türelmét és megértését.



## A. függelék

### A hűlési rutinok összehasonlítása

Itt közlöm a radiatív hűlési rutinok összehasonlító táblázatait. Az összehasonlítás olyan módon történt, hogy mindegyik vizsgált módszer által kapott megoldást összevetettem egy adaptív lépésközüválasztó módszer által, hosszas számolással kapott referenciamegoldással.

Az összehasonlítás során igyekeztem azokat a körülményeket vizsgálni, amelyek a hidrokód működése során fellépnek. Ez azt jelenti, hogy 1 és 65 000 K közti kezdeti hőmérsékletek, valamint  $10^6$ – $10^{11}$  s-os időlépések közt változtattam a bemenő paramétereket, és a számításokat elvégeztem  $1 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$  és  $100 m_{\text{H}}/\text{cm}^3$  sűrűségekre is.

A következő táblázatok oszlopai a különböző időlépésnek, sorai a különböző kezdeti hőmérsékleteknek felelnek meg. A táblázat elemei a relatív hibát és a számítási időt adják meg. (Utóbbi egysége a futtatásra használt számítógép belső óráütemének egységében értendő. Nincs értelme ezt másodpercre váltani, mert úgylis csak az egymással való összevetés a lényeges, és minden futtatás azonos gépen, azonos körülmények közt készült.)

## A.1. Implicit Euler módszer

$$\rho = 1 m_H/cm^3$$

$T_i$ [K]	$10^6$ s	$10^7$ s	$10^8$ s	$10^9$ s	$10^{10}$ s	$10^{11}$ s
1.00e+00	2.61e-05 1030	1.90e-06 1030	6.13e-06 1040	2.18e-04 1130	5.12e-02 1100	4.69e-02 1000
2.00e+00	2.85e-06 960	1.06e-05 960	2.52e-06 1050	4.18e-04 1010	5.13e-02 990	4.68e-02 1000
4.00e+00	7.32e-06 960	6.86e-06 980	4.23e-06 970	7.82e-04 990	5.23e-02 1070	4.67e-02 950
8.00e+00	1.01e-06 990	1.90e-06 980	2.41e-06 1030	6.06e-04 960	5.34e-02 1050	4.63e-02 960
1.60e+01	1.36e-06 1050	1.48e-06 1070	7.77e-07 1040	3.48e-04 1050	5.56e-02 1070	4.56e-02 1050
3.20e+01	2.98e-07 1060	3.56e-08 1130	5.03e-07 1160	4.48e-05 1080	6.00e-02 960	4.41e-02 1060
6.40e+01	1.04e-07 1170	1.21e-07 1090	7.88e-07 1100	1.21e-04 1110	6.87e-02 1160	4.13e-02 1130
1.28e+02	3.39e-08 1140	1.65e-07 1050	3.09e-06 1100	3.84e-04 1060	8.19e-02 1080	3.57e-02 1050
2.56e+02	4.65e-09 1040	6.03e-08 1010	1.18e-05 1030	1.26e-03 1030	8.35e-02 1070	2.47e-02 980
5.12e+02	1.88e-09 1070	1.48e-07 1050	1.46e-05 1040	1.16e-03 1090	1.73e-02 1070	3.85e-03 1130
1.02e+03	2.16e-03 1560	4.87e-03 1580	7.01e-03 1650	5.05e-02 1580	1.66e-01 1560	4.26e-02 1530
2.04e+03	1.22e-03 1510	3.30e-03 1440	4.21e-02 1540	2.74e-01 1500	4.28e-01 1460	1.06e-01 1490
4.09e+03	1.29e-03 1480	3.20e-02 1480	2.47e-01 1500	6.25e-01 1470	7.40e-01 1480	2.12e-01 1470
8.19e+03	2.38e-02 1430	2.16e-01 1470	5.99e-01 1450	1.03e+00 1490	1.10e+00 1490	3.71e-01 1520
1.63e+04	1.22e-01 1480	5.41e-01 1480	1.00e+00 1490	1.49e+00 1500	1.52e+00 1500	5.73e-01 1440
3.27e+04	3.36e-01 1490	9.06e-01 1510	1.46e+00 1470	2.01e+00 1460	2.03e+00 1460	8.39e-01 1500
6.55e+04	6.34e-01 1510	1.52e+00 1490	1.97e+00 1480	2.62e+00 1500	2.62e+00 1480	1.16e+00 1480

$$\rho = 100 m_H/cm^3$$

$T_i$ [K]	$10^6$ s	$10^7$ s	$10^8$ s	$10^9$ s	$10^{10}$ s	$10^{11}$ s
1.00e+00	2.61e-05 950	1.90e-06 980	6.13e-06 1030	2.18e-04 1160	5.12e-02 1020	4.69e-02 980
2.00e+00	2.85e-06 1010	1.06e-05 990	2.52e-06 960	4.18e-04 960	5.13e-02 990	4.68e-02 940
4.00e+00	7.32e-06 980	6.86e-06 950	4.23e-06 960	7.82e-04 1050	5.23e-02 1040	4.67e-02 980
8.00e+00	1.01e-06 1010	1.90e-06 970	2.41e-06 990	6.06e-04 960	5.34e-02 1050	4.63e-02 1140
1.60e+01	1.36e-06 1060	1.48e-06 1100	7.77e-07 1000	3.48e-04 1010	5.56e-02 1030	4.56e-02 980
3.20e+01	2.98e-07 970	3.56e-08 1000	5.03e-07 1010	4.48e-05 1000	6.00e-02 1010	4.41e-02 1030
6.40e+01	1.04e-07 1030	1.21e-07 980	7.88e-07 990	1.21e-04 1010	6.87e-02 980	4.13e-02 1000
1.28e+02	3.39e-08 980	1.65e-07 990	3.09e-06 1000	3.84e-04 1010	8.19e-02 980	3.57e-02 970
2.56e+02	4.65e-09 990	6.03e-08 980	1.18e-05 990	1.26e-03 1010	8.35e-02 1040	2.47e-02 1040
5.12e+02	1.88e-09 1040	1.48e-07 1030	1.46e-05 980	1.16e-03 1030	1.73e-02 1020	3.85e-03 1000
1.02e+03	2.16e-03 1530	4.87e-03 1560	7.01e-03 1460	5.05e-02 1500	1.66e-01 1540	4.26e-02 1520
2.04e+03	1.22e-03 1540	3.30e-03 1510	4.21e-02 1510	2.74e-01 1500	4.28e-01 1480	1.06e-01 1500
4.09e+03	1.29e-03 1470	3.20e-02 1520	2.47e-01 1510	6.25e-01 1460	7.40e-01 1500	2.12e-01 1460
8.19e+03	2.38e-02 1490	2.16e-01 1470	5.99e-01 1470	1.03e+00 1530	1.10e+00 1610	3.71e-01 1570
1.63e+04	1.22e-01 1530	5.41e-01 1470	1.00e+00 1440	1.49e+00 1560	1.52e+00 1450	5.73e-01 1470
3.27e+04	3.36e-01 1460	9.06e-01 1470	1.46e+00 1490	2.01e+00 1490	2.03e+00 1480	8.39e-01 1490
6.55e+04	6.34e-01 1470	1.52e+00 1510	1.97e+00 1470	2.62e+00 1470	2.62e+00 1510	1.16e+00 1520

## A.2. Cranck-Nicholson módszer

$$\rho = 1 m_H/cm^3$$

$T_i$ [K]	$10^0$ s	$10^1$ s	$10^8$ s	$10^9$ s	$10^{10}$ s	$10^{11}$ s
1.00e+00	2.61e-05 1020	1.90e-06 1030	6.13e-06 1020	2.10e-04 1130	1.10e-02 1090	9.98e-01 1210
2.00e+00	2.85e-06 970	1.06e-05 950	2.52e-06 1190	4.08e-04 1010	1.14e-02 960	9.96e-01 1370
4.00e+00	7.32e-06 970	6.86e-06 990	4.23e-06 970	7.71e-04 960	1.12e-02 980	9.92e-01 1350
8.00e+00	1.01e-06 990	1.90e-06 1020	2.41e-06 1000	5.90e-04 970	1.17e-02 1080	9.85e-01 1330
1.60e+01	1.36e-06 1040	1.48e-06 1090	7.77e-07 1060	3.24e-04 1070	1.27e-02 1030	9.71e-01 1400
3.20e+01	2.98e-07 1110	3.56e-08 1100	5.03e-07 1180	5.58e-06 990	1.47e-02 990	9.42e-01 1430
6.40e+01	1.04e-07 1130	1.21e-07 1150	9.52e-08 1220	9.85e-06 1130	1.79e-02 1150	8.85e-01 1490
1.28e+02	3.39e-08 1070	1.65e-07 1110	5.55e-08 1080	1.86e-05 1060	2.34e-02 1040	7.71e-01 1350
2.56e+02	4.65e-09 1040	1.05e-08 1050	9.63e-08 1060	3.74e-05 1040	3.20e-02 1080	5.43e-01 1330
5.12e+02	1.88e-09 1070	2.67e-10 1050	4.89e-08 1050	4.17e-05 1100	7.69e-02 1320	8.72e-02 1520
1.02e+03	1.94e-08 1020	1.39e-08 1040	2.41e-05 1070	7.89e-03 1060	3.82e-02 1310	9.76e-05 1260
2.04e+03	3.24e-09 1020	1.32e-05 1010	4.92e-03 1030	1.96e-01 1030	4.69e-02 1370	9.77e-05 1300
4.09e+03	6.97e-06 990	3.01e-03 1000	1.50e-01 990	4.57e-01 1310	4.82e-02 1310	9.79e-05 1290
8.19e+03	1.80e-03 990	1.14e-01 1010	7.44e-01 1290	4.60e-01 1310	4.83e-02 1320	9.83e-05 1300
1.63e+04	2.45e-02 1020	8.82e-01 1340	7.46e-01 1300	4.60e-01 1280	4.83e-02 1330	9.92e-05 1290
3.27e+04	1.63e-01 980	8.85e-01 1360	7.47e-01 1370	4.60e-01 1310	4.83e-02 1310	1.00e-04 1310
6.55e+04	6.45e-01 870	8.87e-01 1200	7.47e-01 1180	4.60e-01 1150	4.83e-02 1190	1.04e-04 1240

$$\rho = 100 m_H/cm^3$$

$T_i$ [K]	$10^0$ s	$10^1$ s	$10^8$ s	$10^9$ s	$10^{10}$ s	$10^{11}$ s
1.00e+00	2.61e-05 1020	1.90e-06 1080	6.13e-06 1090	2.10e-04 1130	1.10e-02 1070	9.98e-01 1290
2.00e+00	2.85e-06 1020	1.06e-05 1010	2.52e-06 960	4.08e-04 950	1.14e-02 950	9.96e-01 1250
4.00e+00	7.32e-06 910	6.86e-06 950	4.23e-06 970	7.71e-04 1060	1.12e-02 1040	9.92e-01 1270
8.00e+00	1.01e-06 1000	1.90e-06 1020	2.41e-06 1000	5.90e-04 970	1.17e-02 1020	9.85e-01 1370
1.60e+01	1.36e-06 1120	1.48e-06 1060	7.77e-07 1010	3.24e-04 1050	1.27e-02 1020	9.71e-01 1330
3.20e+01	2.98e-07 1000	3.56e-08 1030	5.03e-07 1010	5.58e-06 1010	1.47e-02 1040	9.42e-01 1360
6.40e+01	1.04e-07 1000	1.21e-07 980	9.52e-08 990	9.85e-06 1010	1.79e-02 1000	8.85e-01 1350
1.28e+02	3.39e-08 990	1.65e-07 1000	5.55e-08 1030	1.86e-05 1000	2.34e-02 1000	7.71e-01 1370
2.56e+02	4.65e-09 1010	1.05e-08 1050	9.63e-08 1040	3.74e-05 1010	3.20e-02 1040	5.43e-01 1430
5.12e+02	1.88e-09 1020	2.67e-10 1050	4.89e-08 1030	4.17e-05 990	7.69e-02 1370	8.72e-02 1340
1.02e+03	1.94e-08 980	1.39e-08 1050	2.41e-05 1050	7.89e-03 1020	3.82e-02 1360	9.76e-05 1360
2.04e+03	3.24e-09 1040	1.32e-05 1050	4.92e-03 990	1.96e-01 1050	4.69e-02 1340	9.77e-05 1270
4.09e+03	6.97e-06 1070	3.01e-03 1030	1.50e-01 1050	4.57e-01 1300	4.82e-02 1340	9.79e-05 1360
8.19e+03	1.80e-03 990	1.14e-01 990	7.44e-01 1340	4.60e-01 1320	4.83e-02 1340	9.83e-05 1360
1.63e+04	2.45e-02 1010	8.82e-01 1330	7.46e-01 1320	4.60e-01 1330	4.83e-02 1340	9.92e-05 1330
3.27e+04	1.63e-01 980	8.85e-01 1320	7.47e-01 1340	4.60e-01 1430	4.83e-02 1350	1.00e-04 1310
6.55e+04	6.45e-01 870	8.87e-01 1160	7.47e-01 1160	4.60e-01 1150	4.83e-02 1160	1.04e-04 1240

## A.3. Interpolációs módszer

$$\rho = 1 m_H / \text{cm}^3$$

$T_i$ [K]	$10^6$ s	$10^7$ s	$10^8$ s	$10^9$ s	$10^{10}$ s	$10^{11}$ s
1.00e+00	8.04e-07 60	6.35e-05 40	2.04e-03 60	2.60e-02 60	2.15e-01 40	4.22e-03 50
2.00e+00	4.09e-07 40	3.60e-05 50	1.64e-03 40	2.55e-02 40	2.14e-01 40	4.17e-03 40
4.00e+00	2.06e-07 40	1.93e-05 50	1.18e-03 40	2.45e-02 40	2.13e-01 50	4.07e-03 40
8.00e+00	1.04e-07 40	1.01e-05 40	7.58e-04 40	2.20e-02 40	2.11e-01 40	3.88e-03 40
1.60e+01	5.31e-08 30	5.22e-06 40	4.46e-04 40	1.83e-02 40	2.06e-01 60	3.52e-03 50
3.20e+01	2.73e-08 40	2.71e-06 70	2.49e-04 50	1.37e-02 40	1.97e-01 40	2.86e-03 60
6.40e+01	1.45e-08 60	1.44e-06 60	1.38e-04 40	9.60e-03 40	1.80e-01 60	1.82e-03 40
1.28e+02	8.02e-09 40	8.00e-07 40	7.81e-05 50	6.26e-03 40	1.47e-01 40	5.92e-04 40
2.56e+02	4.26e-09 40	4.26e-07 40	4.19e-05 50	3.56e-03 60	8.12e-02 40	5.92e-05 60
5.12e+02	2.27e-10 50	2.27e-08 40	2.22e-06 40	1.76e-04 50	1.76e-03 60	9.75e-05 50
1.02e+03	9.87e-08 60	9.78e-06 30	8.98e-04 40	4.26e-02 30	3.72e-02 60	9.75e-05 40
2.04e+03	9.09e-06 40	8.61e-04 50	5.43e-02 50	4.00e-01 40	4.69e-02 40	9.75e-05 40
4.09e+03	6.08e-04 40	4.30e-02 30	5.89e-01 40	4.57e-01 40	4.82e-02 40	9.75e-05 40
8.19e+03	3.07e-02 30	5.98e-01 40	7.44e-01 40	4.60e-01 40	4.83e-02 40	9.75e-05 40
1.63e+04	1.50e-01 40	8.76e-01 40	7.46e-01 40	4.60e-01 40	4.83e-02 40	9.75e-05 60
3.27e+04	4.98e-01 40	8.85e-01 40	7.47e-01 40	4.60e-01 40	4.83e-02 40	9.75e-05 40
6.55e+04	6.15e-01 40	8.87e-01 30	7.47e-01 40	4.60e-01 40	4.83e-02 40	9.75e-05 40

$$\rho = 100 m_H / \text{cm}^3$$

$T_i$ [K]	$10^6$ s	$10^7$ s	$10^8$ s	$10^9$ s	$10^{10}$ s	$10^{11}$ s
1.00e+00	8.04e-07 40	6.35e-05 30	2.04e-03 40	2.60e-02 50	2.15e-01 10	4.22e-03 50
2.00e+00	4.09e-07 40	3.60e-05 40	1.64e-03 40	2.55e-02 40	2.14e-01 40	4.17e-03 30
4.00e+00	2.06e-07 40	1.93e-05 40	1.18e-03 40	2.45e-02 40	2.13e-01 50	4.07e-03 40
8.00e+00	1.04e-07 40	1.01e-05 50	7.58e-04 30	2.20e-02 50	2.11e-01 40	3.88e-03 40
1.60e+01	5.31e-08 40	5.22e-06 60	4.46e-04 50	1.83e-02 40	2.06e-01 40	3.52e-03 40
3.20e+01	2.73e-08 40	2.71e-06 40	2.49e-04 40	1.37e-02 40	1.97e-01 40	2.86e-03 40
6.40e+01	1.45e-08 40	1.44e-06 40	1.38e-04 50	9.60e-03 60	1.80e-01 50	1.82e-03 40
1.28e+02	8.02e-09 60	8.00e-07 40	7.81e-05 40	6.26e-03 40	1.47e-01 60	5.92e-04 40
2.56e+02	4.26e-09 60	4.26e-07 40	4.19e-05 40	3.56e-03 50	8.12e-02 40	5.92e-05 40
5.12e+02	2.27e-10 40	2.27e-08 40	2.22e-06 40	1.76e-04 40	1.76e-03 40	9.75e-05 40
1.02e+03	9.87e-08 40	9.78e-06 40	8.98e-04 40	4.26e-02 50	3.72e-02 40	9.75e-05 40
2.04e+03	9.09e-06 40	8.61e-04 40	5.43e-02 40	4.00e-01 30	4.69e-02 30	9.75e-05 30
4.09e+03	6.08e-04 40	4.30e-02 60	5.89e-01 40	4.57e-01 40	4.82e-02 40	9.75e-05 40
8.19e+03	3.07e-02 40	5.98e-01 40	7.44e-01 40	4.60e-01 40	4.83e-02 60	9.75e-05 60
1.63e+04	1.50e-01 40	8.76e-01 30	7.46e-01 40	4.60e-01 40	4.83e-02 40	9.75e-05 40
3.27e+04	4.98e-01 40	8.85e-01 40	7.47e-01 30	4.60e-01 50	4.83e-02 40	9.75e-05 40
6.55e+04	6.15e-01 40	8.87e-01 30	7.47e-01 40	4.60e-01 40	4.83e-02 40	9.75e-05 40

## A.4. Szemianalitikus módszer

$$\rho = 1 m_H/cm^3$$

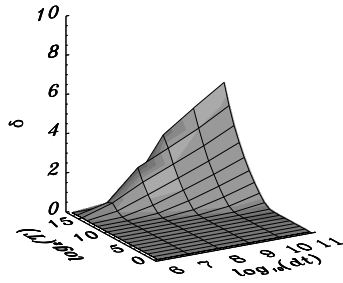
$T_i$ [K]	$10^6$ s	$10^7$ s	$10^8$ s	$10^9$ s	$10^{10}$ s	$10^{11}$ s
1.00e+00	2.64e-13 27	6.36e-13 27	1.16e-11 27	2.11e-04 28	1.08e-03 31	7.16e-02 11
2.00e+00	2.06e-13 30	5.35e-13 27	1.11e-11 28	4.10e-04 29	8.25e-04 30	7.16e-02 11
4.00e+00	2.20e-13 28	7.96e-13 27	1.03e-10 28	7.72e-04 27	1.21e-03 29	7.16e-02 11
8.00e+00	1.04e-11 27	8.40e-11 27	3.20e-11 25	5.93e-04 30	1.03e-03 30	7.16e-02 11
1.60e+01	1.77e-10 28	5.30e-10 29	3.80e-09 29	3.27e-04 30	5.36e-04 29	7.16e-02 11
3.20e+01	1.59e-09 30	1.40e-08 31	1.44e-09 33	3.07e-07 26	6.66e-04 27	7.16e-02 10
6.40e+01	5.00e-09 30	4.29e-08 31	2.84e-07 30	3.20e-06 35	7.44e-04 30	7.16e-02 12
1.28e+02	1.69e-08 30	1.96e-07 30	4.69e-06 30	7.05e-06 28	1.96e-03 31	7.16e-02 11
2.56e+02	5.52e-07 30	5.62e-06 30	6.62e-05 30	2.61e-05 32	2.44e-01 11	7.16e-02 14
5.12e+02	1.50e-09 13	1.50e-07 13	1.49e-05 14	1.42e-03 14	9.11e-02 14	1.57e+00 14
1.02e+03	8.50e-06 47	6.74e-05 50	1.01e-03 51	7.46e-04 50	3.04e-02 15	7.16e-02 16
2.04e+03	1.82e-04 46	6.59e-04 45	1.06e-03 47	1.21e-03 46	2.11e-02 15	7.16e-02 15
4.09e+03	1.05e-03 45	7.19e-04 46	1.65e-03 44	1.36e-03 45	4.82e-02 35	7.16e-02 15
8.19e+03	4.13e-05 45	1.33e-03 46	7.38e-04 45	9.46e-04 45	4.83e-02 38	7.16e-02 16
1.63e+04	3.20e-04 46	1.34e-03 44	1.39e-03 47	8.96e-04 45	4.83e-02 36	7.16e-02 15
3.27e+04	6.95e-04 45	1.13e-03 45	1.29e-03 44	7.87e-04 46	4.83e-02 35	7.16e-02 15
6.55e+04	1.09e-03 44	1.85e-03 46	1.56e-03 43	8.92e-04 44	4.83e-02 36	7.16e-02 16

$$\rho = 100 m_H/cm^3$$

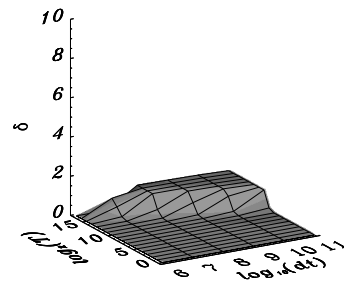
$T_i$ [K]	$10^6$ s	$10^7$ s	$10^8$ s	$10^9$ s	$10^{10}$ s	$10^{11}$ s
1.00e+00	2.64e-13 26	6.36e-13 25	1.16e-11 27	2.11e-04 28	1.08e-03 31	7.16e-02 80
2.00e+00	2.06e-13 27	5.35e-13 28	1.11e-11 30	4.10e-04 27	8.25e-04 26	7.16e-02 11
4.00e+00	2.20e-13 26	7.96e-13 27	1.03e-10 26	7.72e-04 29	1.21e-03 29	7.16e-02 10
8.00e+00	1.04e-11 25	8.40e-11 26	3.20e-11 28	5.93e-04 27	1.03e-03 28	7.16e-02 11
1.60e+01	1.77e-10 29	5.30e-10 31	3.80e-09 24	3.27e-04 28	5.36e-04 29	7.16e-02 10
3.20e+01	1.59e-09 26	1.40e-08 28	1.44e-09 29	3.07e-07 27	6.66e-04 29	7.16e-02 10
6.40e+01	5.00e-09 29	4.29e-08 28	2.84e-07 29	3.20e-06 30	7.44e-04 27	7.16e-02 11
1.28e+02	1.69e-08 28	1.96e-07 29	4.69e-06 28	7.05e-06 29	1.96e-03 30	7.16e-02 11
2.56e+02	5.52e-07 27	5.62e-06 28	6.62e-05 32	2.61e-05 29	2.44e-01 10	7.16e-02 12
5.12e+02	1.50e-09 14	1.50e-07 13	1.49e-05 12	1.42e-03 13	9.11e-02 12	1.57e+00 13
1.02e+03	8.50e-06 44	6.74e-05 46	1.01e-03 46	7.46e-04 45	3.04e-02 15	7.16e-02 16
2.04e+03	1.82e-04 46	6.59e-04 49	1.06e-03 44	1.21e-03 43	2.11e-02 15	7.16e-02 15
4.09e+03	1.05e-03 46	7.19e-04 45	1.65e-03 44	1.36e-03 47	4.82e-02 35	7.16e-02 15
8.19e+03	4.13e-05 45	1.33e-03 46	7.38e-04 46	9.46e-04 44	4.83e-02 39	7.16e-02 15
1.63e+04	3.20e-04 49	1.34e-03 45	1.39e-03 45	8.96e-04 45	4.83e-02 38	7.16e-02 16
3.27e+04	6.95e-04 45	1.13e-03 44	1.29e-03 46	7.87e-04 44	4.83e-02 36	7.16e-02 16
6.55e+04	1.09e-03 46	1.85e-03 46	1.56e-03 44	8.92e-04 45	4.83e-02 36	7.16e-02 15

## A.5. Grafikonok

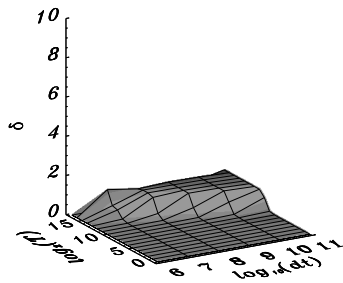
A könnyebb áttekinthetőség kedvéért megadjuk a hibák grafikonjait is.



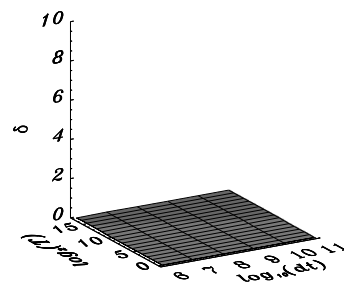
Implicit Euler módszer



Crank-Nicholson módszer



Interpolációs módszer



Szemianalitikus módszer

## B. függelék

# A pontosabb termodinamikai modell által okozott változások szemléltetése

A könnyebb áttekinthetőség kedvéért ide helyeztem el egy részletes ábraszorozatot, amely azt szemlélteti, milyen kihatással van a felhő-lökéshullám találkozás dinamikájára, ha a CSKA pontosabb modelljével, a H-H<sub>2</sub>-keveréssel számolunk.

### B.1. Sűrűségkontúrok

Három futtatássorozat összsűrűség-ábráit adom meg itt. A bemenő paraméterek:  $\rho_{cl} = 100 m_H/cm^3$ ,  $R_{cl} = 0.58 pc$ ,  $T_{cl} = 20 K$ ,  $\chi = 100$  és  $M = 5$ . (Ugyanazok, mint pl. a konvergenciatesztnél.)

A bal oldali sorozat  $2T_{ic}$  lépésenként tartalmazza az ideális gáz dinamikájának esetét, a középső H-H<sub>2</sub>-keverék dinamikájával számol radiatív hűlés nélkül, a jobb oldali oszlop pedig H-H<sub>2</sub>-keveréket és radiatív hűlést is tartalmaz.

Néhány technikai megjegyzés:

1. Az egymás melletti képek közt nem tökéletes a szinkron. Ez elkerülhetetlen, mert pl. a fej helyzetét követi a modellprogram, így ha más a dinamika (márpedig más) két futtatássorozat közt, az elrontja a szinkront. Ez azonban nem okoz nagy problémát.
2. A nem ideális gázok esetében a felhő peremén kicsit összekuszálódnak a sűrűségkontúrok, mielőtt a lökéshullám odaér. Ez amiatt van, hogy a peremen a közeg paraméterei (sűrűség, hőmérséklet, stb.) folytonosan simulnak bele a környezetbe, és itt a rácsfelbontás véges finomsága miatt nem lehet az egyensúlyi helyzetet tökéletesen beállítani, így kisebb sűrűség-ingadozások lépnek fel a rácsfelbontás méretskáláján. Ezek azonban nem módosítják mérhetően a folyamatokat, mert pl. az ezen instabilitások által létrehozott sebességek max. 10 m/s-osak, ami pl. a lökéshullámok sebességéhez képest elhanyagolható.

Jól láthatók a szövegben is említett különbségek, tehát az, hogy a H-H<sub>2</sub>-keverék esetén a belső lökéshullám jóval lassabban halad, így az újratágulás később kezdődik el, és főleg a hűléses esetben kisebb mértékű lesz. Ezek egyben a felhő mögött

“összecsukódó” csóvát eredményeznek, és a csóva anyagába nagyobb rész kerül bele, mint az ideális gáz esetében.

## B.2. Metszeti sűrűségeloszlások

Az áttekinthetőség kedvéért a sűrűségekről vonalmenti eloszlásokat is közlök. Három, egymással párhuzamos vonal mentén vizsgáltam a sűrűségeloszlás időbeli lefutását: a tengely mentén, attól  $0.4R_{cl}$  és  $0.8R_{cl}$  távolságyira. A sűrűségeloszlásokat a B.3 és B.4 ábrákon adom meg, ahol a vízszintes tengelyen a modell tengelye menti rácsponatok száma, a függőlegesen  $\log_{10}(\rho/m_H)$  van feltüntetve. A tengely menti metszetet folytonos vonal, a  $0.4R_{cl}$ -nél vett szaggatott, a  $0.8R_{cl}$ -eset pedig pontozott vonal jelöli.

A grafikonok elrendezése ugyanaz, mint a sűrűségkontúr-ábrákon, tehát a bal oldali oszlop jelöli az ideális gáz dinamikájával történt számításokat, a középső a H-H<sub>2</sub>-keveréket radiatív hűlés nélkül, és a jobb oldali a radiatív hűlés számolásával is.

A grafikonok értékelésekor vegyük figyelembe, hogy a kód a felhő elejét egy helyben tartja, így a legelső felhőbeli lökeshullám ( $S_1$ ) kb. egy helyben marad az ábrákon, holott valójában halad a felhő belseje felé, de ahogy a felhő eleje belapul, a vonatkoztatási rendszer fokozatosan elcsúszik.

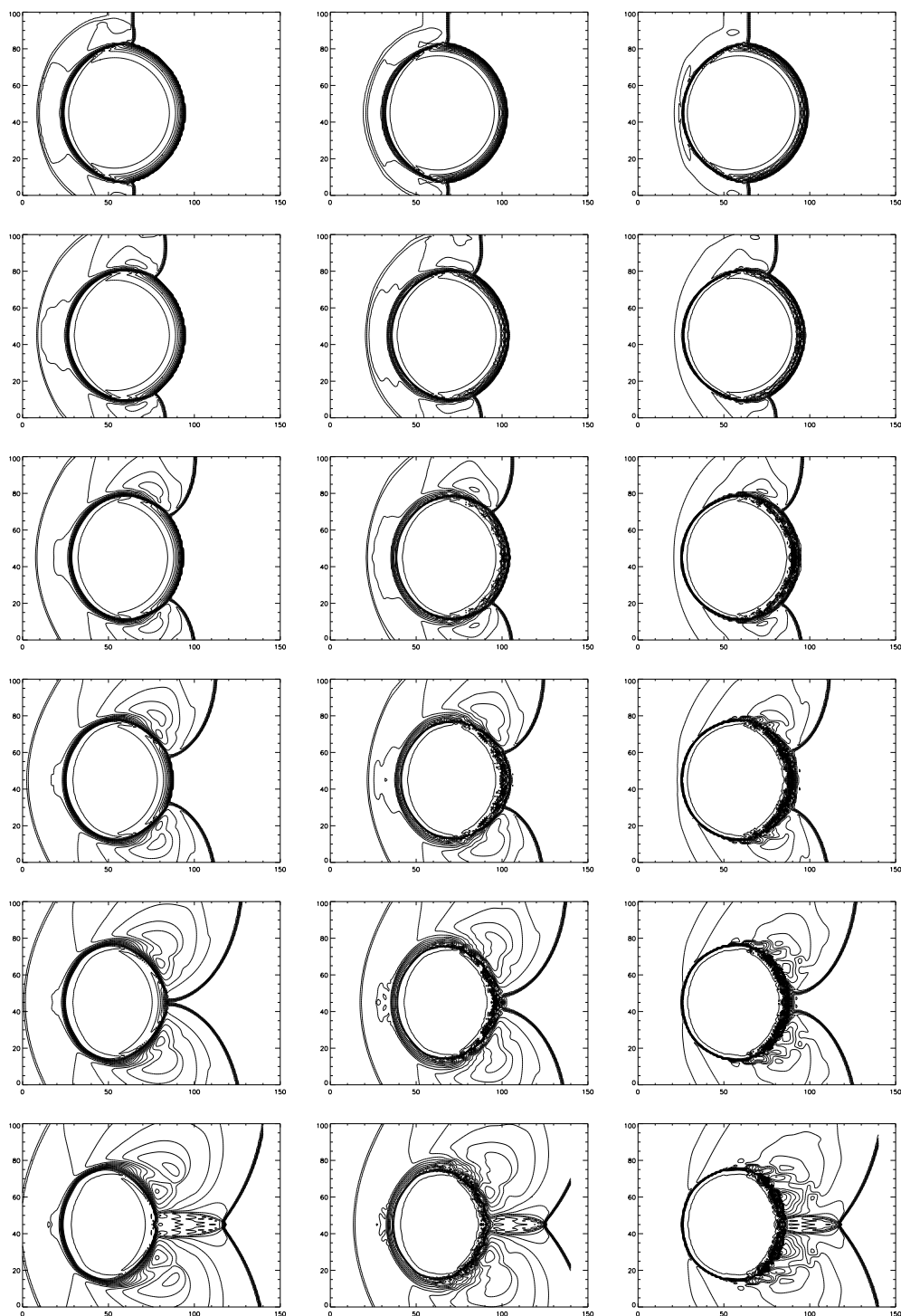
Jól megfigyelhető, hogy az első néhány grafikon közt lényegében nincs különbség, hanem csak a későbbiekben kezdenek máshogy viselkedni az egyes modellek. Az utolsó grafikonokon a tengely mentén kialakuló sűrű csóva is jól látszik. Ilyen jellegű struktúrát mutat a 2.1 és 2.2 ábrán bemutatott L1251-es felhő is, és ezt a struktúrát csak a pontosabb H-H<sub>2</sub>-termodinamikával rendelkező, és radiatív hűlést is tartalmazó modell tudja visszaadni. (Ez igaz más paraméterek esetén is: nem sikerült ideális gázdinamikával ilyen struktúrát előállítanom, de az ideális gázzal számoló korábbi munkák sem tudták ezt a szerkezetet reprodukálni.)

## B.3. A hosszabb idejű fejlődés

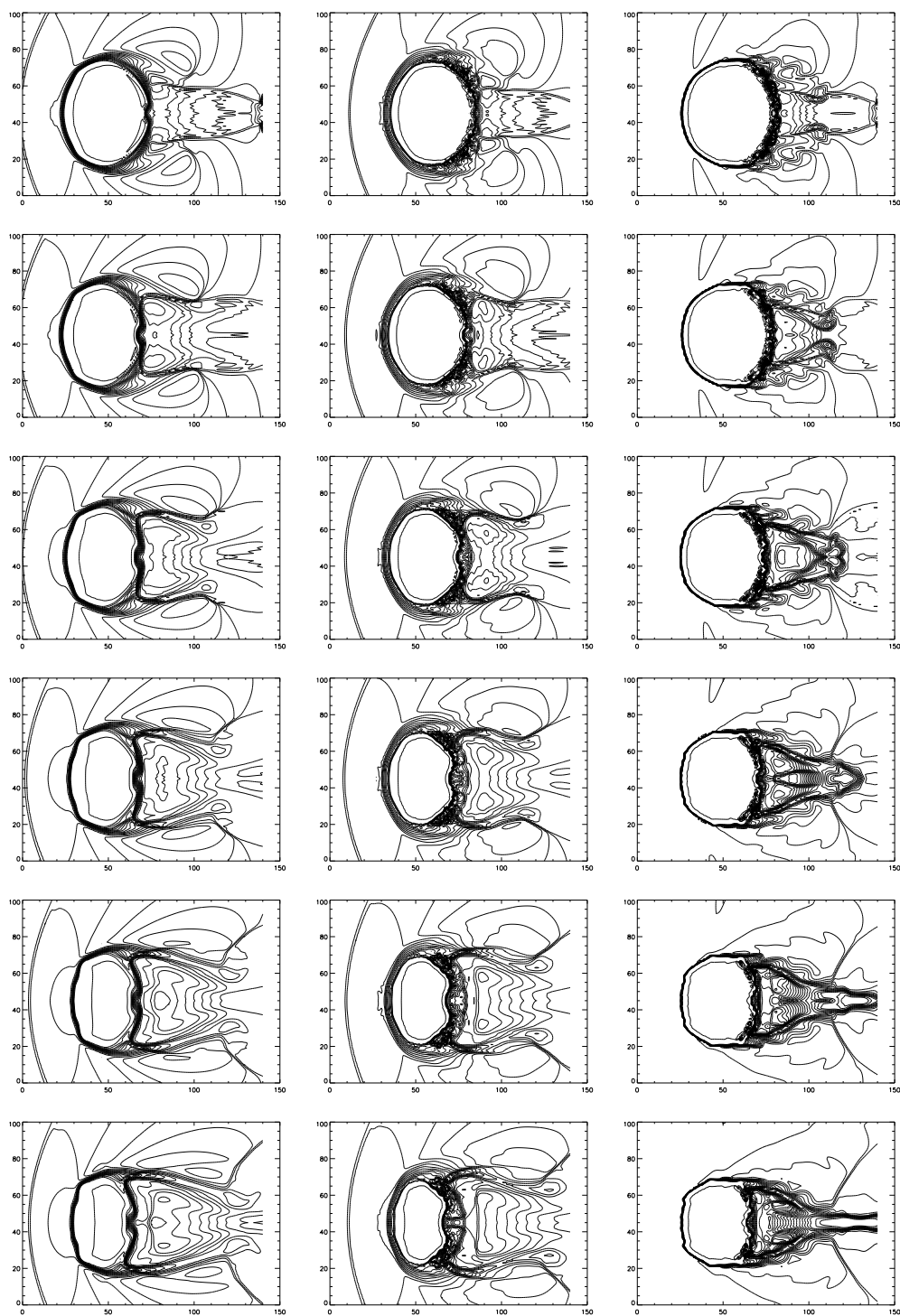
Az előzőekben csak a folyamat elejét követtük nyomon kb.  $3T_{ic}$ -ig. A következőkben megadom a hosszabb időtartamú fejlődés sűrűségkontúrjait is, ugyanezekkel a paraméterekkel és ugyanilyen módon, azaz az egyes oszlopok jelentése azonos az előzőekkel.

Megjegyzendő, hogy a radiatív hűlést is tartalmazó esetben (jobb oldali oszlop) a folyamat végén igen elvékonyodó felhőt kapunk, ami olyan értelemben irreális, hogy 3D modell esetén a hosszú vékony farok biztosan nem stabil, hanem ide-oda kitér a tengely irányából, és emiatt nem is ilyen elemi vékonyságú.

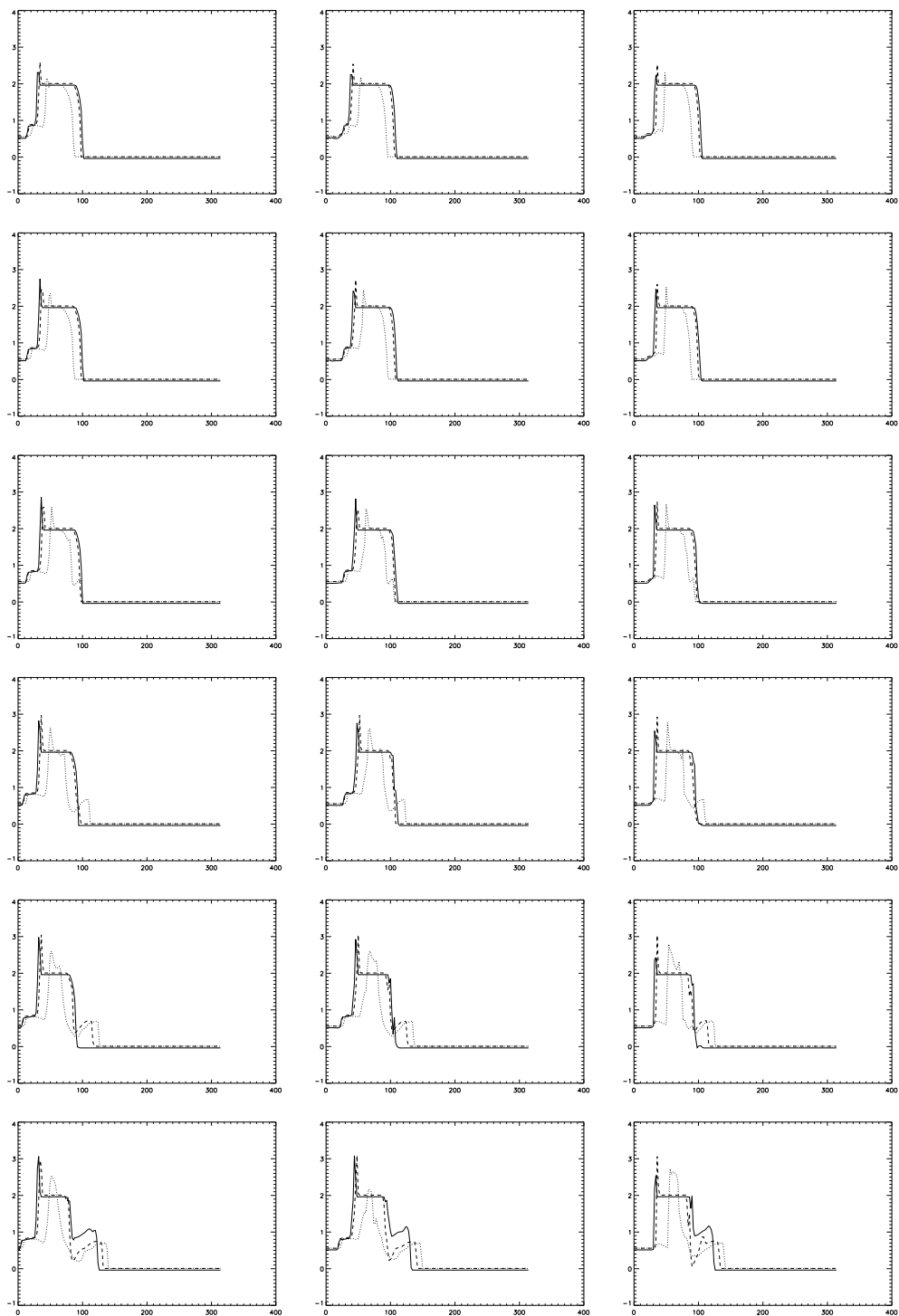




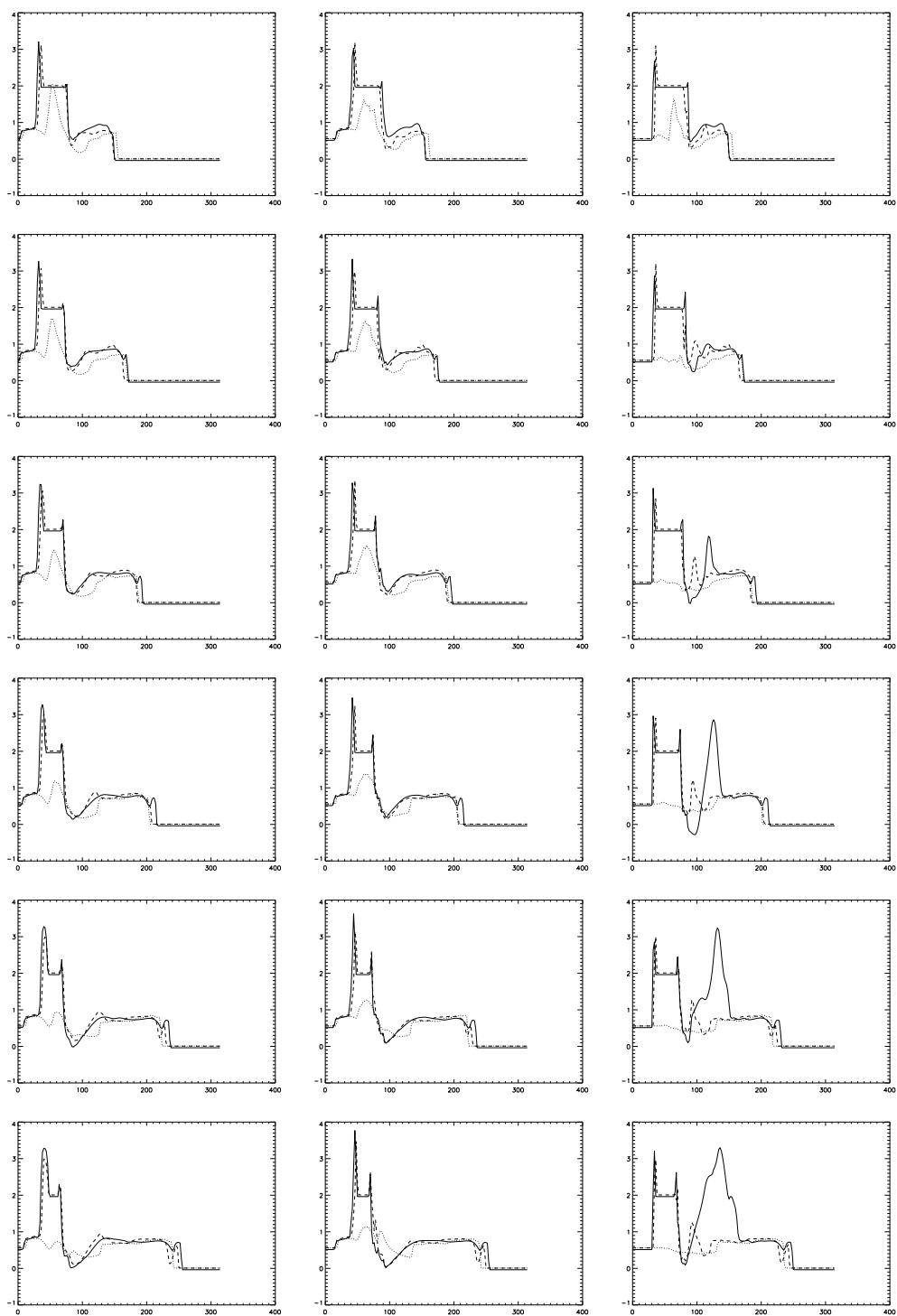
B.1. ábra: Modellszámítás azonos bemenő paraméterekkel. Bal oldalt: ideális gáz, középen: H-H<sub>2</sub>-keverék hűlés nélkül, jobb oldalt: H-H<sub>2</sub>-keverék radiatív hűléssel. Időlépés:  $2T_{ic}$



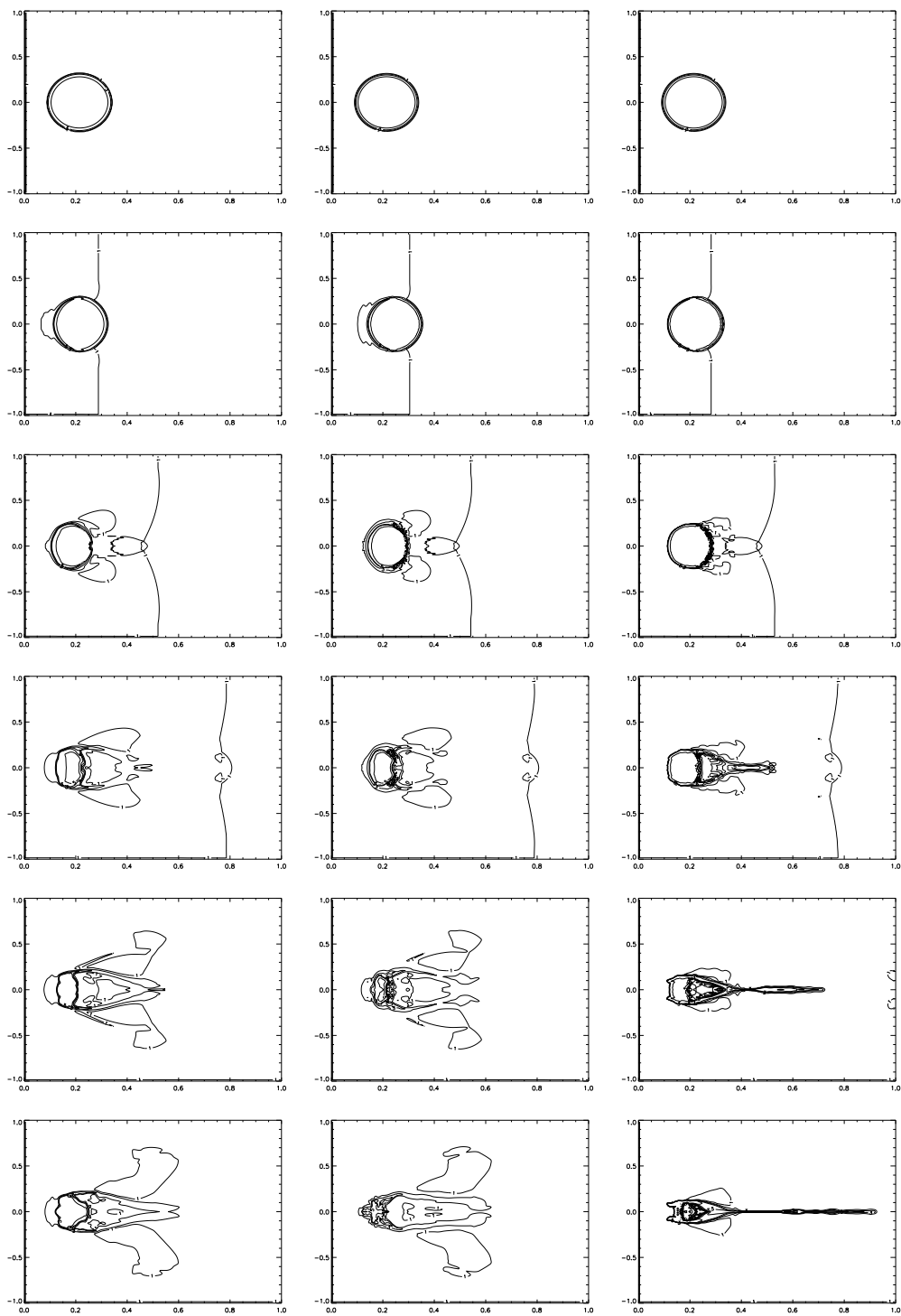
B.2. ábra: B.1 ábra folytatása



B.3. ábra: Összehasonlító ábrásor a vonalmenti sűrűségről. Magyarázatot lásd a szövegben.



B.4. ábra: B.3 folytatása.

B.5. ábra: Mint B.1 ábra, csak az időlépés  $1T_{ic}$

# Bibliográfia

- [1] R. Bedogni and P.R. Woodward. *ApJS*, 231, 1992.
- [2] J.E. Dove and M.E. Mandy. *ApJL*, 311, 1986.
- [3] B.G. Elmegreen. On the gravitational collapse of decelerating shocked layers in OB-associations. *ApJ*, 340.
- [4] W.H. Press et al. *Numerical Recipes in C, Second Edition*. Cambridge University Press, 1992.
- [5] B. Fryxell. Instabilities in supernova-explosions. In J. Franco, S. Lizano, L. Aguilar, and E. Daltbuit, editors, *Numerical Simulations in Astrophysics*. Cambridge University Press, 1994.
- [6] S.R. Heathcote and P.W.J.L. Brand. *MNRAS*, 203, 1983.
- [7] D. Hollenbach and C. McKee. *ApJS*, 41, 1979.
- [8] Zoltán Horváth. Consistency and stability for some nonnegativity conserving methods. *Applied Numerical Mathematics*, 13, 1993.
- [9] ifj. Horváth András. Csillagközi molekulafelhők vizsgálata. Master's thesis, ELTE TTK, Csillagászati Tanszék, 1992.
- [10] András Horváth Jr. and Csaba P. Kiss. An effective method for a particular stiff differential equation. előkészületben.
- [11] András Horváth Jr. and Csaba P. Kiss. Interstellar shock-cloud collisions - new methods for cooling. In *May Advanced School and Workshop on the Interaction of Stars with their Environment*, 1996.
- [12] András Horváth Jr. and L. Viktor Tóth. Low velocity shock-cloud encounters I. *AsSS*, 233, 1995.
- [13] András Horváth Jr. and Udo Ziegler. On the interaction of shock fronts and molecular clouds I. *submitted to A&A*, 1997.
- [14] R.I. Klein and C.F. McKee. The hydrodynamics of cloud interactions. In J. Franco, S. Lizano, L. Aguilar, and E. Daltbuit, editors, *Numerical Simulations in Astrophysics*. Cambridge University Press, 1994.

- [15] R.I. Klein, C.F. McKee, and P. Colella. *ApJ*, 420, 1994.
- [16] M. Kun. Star formation in L1199. *A&SS*, 224, 1995.
- [17] M. Kun, A. Obayashi, F. Sato, Y. Yonekura, L.G. Balázs, P. Ábrahám, L. Szabados, and J. Kelemen. Study of L1340: a star-forming cloud in Cassiopeia. *A&A*, 292, 1995.
- [18] A.J. Lim. A distribution function calculation of the H $\alpha$  profiles of snr filaments. In *Shocks in Astrophysics*, 1995.
- [19] Miklós Marik. *Fejezetek az elméleti asztrofizikából*. ELTE, 1984.
- [20] Miklós Marik, editor. *Csillagászat*. Akadémiai Kiadó, 1989.
- [21] C.F. McKee and L.L. Cowie. *ApJ*, 218, 1975.
- [22] C.F. McKee, Hollenbach, D.J., C.G. Seab, and A. Tielens. *ApJ*, 318, 1987.
- [23] C.F. McKee and J.P. Ostriker. *ApJ*, 218, 1977.
- [24] Gy. Molnárka, L. Gergó, F. Wettle, A. Horváth, and K. Kallós. *A Maple V és alkalmazásai*. Springer Verlag, 1996.
- [25] J.J. Monaghan and J.C. Lattanzio. *ApJS*, 41, 1989.
- [26] J. Nittmann, S. Falle, and P. Gaskell. *MNRAS*, 201, 1982.
- [27] Csaba P. Kiss. Master's thesis, ELTE TTK, Csillagászati Tanszék, 1996.
- [28] L. Pásztor, L.V. Tóth, and Balázs L.G. Searching for embedded clusters in the Cepheus-Cassiopeia region. *A&A*, 268, 1993.
- [29] A. Raga and S. Biro. *ApJ*, 420, 1994.
- [30] M. Rozycka and G. Tenorio-Tagle. *A&A*, 176, 1987.
- [31] H. Scheffler and H. Elsässer. *Physics of the Galaxy and Interstellar Matter*. Springer-Verlag, 1993.
- [32] A.G. Sgro. *ApJ*, 197, 1977.
- [33] P.R. Shapiro, H. Martel, and J.V. Villumsen. Adaptive smoothed particle hydrodynamics and galaxy formation. In J. Franco, S. Lizano, L. Aguilar, and E. Daltbuit, editors, *Numerical Simulations in Astrophysics*. Cambridge University Press, 1994.
- [34] S.A. Silich, J. Franco, J. Palous, and G. Tenorio-Tagle. 3-D models for supershells in a cloudy medium. In J. Franco, S. Lizano, L. Aguilar, and E. Daltbuit, editors, *Numerical Simulations in Astrophysics*. Cambridge University Press, 1994.

- 
- [35] L. Spitzer. *ApJ*, 262, 1982.
- [36] Lyman Spitzer Jr. *Physical processes in the interstellar medium*. Willey, New York, 1978.
- [37] J.M. Stone and M.L. Norman. *ApJS*, 80, 1992.
- [38] J.M. Stone and M.L. Norman. *ApJ*, 390, 1992.
- [39] Gisbert Stoyan, editor. *Parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei*. ELTE, 1990.
- [40] G. Tenorio-Tagle. The physics of self-propagating star formation. In J. Franco, S. Lizano, L. Aguilar, and E. Daltbuit, editors, *Numerical Simulations in Astrophysics*. Cambridge University Press, 1994.
- [41] G. Tenorio-Tagle and M. Rozycka. *A&A*, 155, 1986.
- [42] K. Tomisaka. Superbubbles and snr-s in magnetized interstellar medium. In J. Franco, S. Lizano, L. Aguilar, and E. Daltbuit, editors, *Numerical Simulations in Astrophysics*. Cambridge University Press, 1994.
- [43] Kohji Tomisaka, Satoru Ikeuchi, and Takasi Nakamura. The equilibria and evolutions of magnetized, rotating, isothermal clouds I. *ApJ*, 326, 1988.
- [44] Kohji Tomisaka, Satoru Ikeuchi, and Takasi Nakamura. The equilibria and evolutions of magnetized, rotating, isothermal clouds III. *ApJ*, 341, 1989.
- [45] G. Tóth. Instability of C-shocks in the interstellar medium. In J. Franco, S. Lizano, L. Aguilar, and E. Daltbuit, editors, *Numerical Simulations in Astrophysics*. Cambridge University Press, 1994.
- [46] L. V. Tóth, K. Mattila, L. K. Haikala, and L. G. Balázs. Factor analysis as a tool for spectral line component separation. *ASP Conference Series*, 52, 1993.
- [47] L. Viktor Tóth, András Horváth Jr., and L.K. Haikala. Low velocity shock-cloud encounters II. *AsSS*, 233, 1995.
- [48] L.V. Tóth, L. Haikala, T. Lijeström, and K. Mattila. L1780: a cometary globule associated with Loop I? *A&A*, 295, 1995.
- [49] L.V. Tóth and C.M. Walmsley. Water masers in L1251. *IBVS*, 4107, 1994.
- [50] Q.D. Wang. Exploring the interstellar matter with X-ray shadows. In *ROSAT Science Symposium*, 1994.
- [51] P.R. Woodward. *ApJ*, 207, 1976.
- [52] U. Ziegler. PhD thesis, University of Würzburg, 1995.