



Horváth András
SZE-MTK, Fizika és Kémia Tanszék

A fényterjedés és -észlelés fizikája mérnököknek

2013. március 31.

Műszaki és természettudományos alapismeretek
tananyagainak fejlesztése a mérnökképzésben
Pályázati azonosító: TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0054



IMPRESSZUM

©COPYRIGHT: Dr. Horváth András, Széchenyi István Egyetem, Műszaki Tudományi Kar

Lektor: Dr. Kránicz Balázs, Pannon Egyetem

©Creative Commons NonCommercial-NoDerivs 3.0 (CC BY-NC-ND 3.0)

A szerző nevének feltüntetése mellett nem kereskedelmi céllal szabadon másolható, terjeszthető, megjelentethető és előadható, de nem módosítható.

ISBN 978-963-7175-97-8

Kiadja: Széchenyi István Egyetem, Műszaki Tudományi Kar

Támogatás:

Készült a TÁMOP-4.1.2.A/1-11/1-2011-0054 számú, "Műszaki és természettudományos alapismeretek tananyagainak fejlesztése a mérnökképzésben" című projekt keretében.

Kulcsszavak: *radiometria; fotometria; színekép; fényforrások; fotometriai hatékonyság; fényelnyelés; fénykibocsátás; fényszórás; Rayleigh-szórás; Lambert-felület; felbontóképesség; adaptálódás a retinán; színelmélet; additív színrendszerek; gamut; gamma-korrekció*

Tartalmi összefoglaló: A jegyzet célja hogy általános képet adjon a környezet vizuális észlelésének teljes folyamatáról, azaz a fény kibocsátásáról, terjedéséről és érzékeléséről is. Az első modul a később szükséges biológiai, optikai és fotometriai ismereteket foglalja össze. Ezután a fény terjedésével kapcsolatos ismeretek modulja következik, melynek fő témái: fényforrások (színekép, hatékonyság), fényterjedés közegekben (kibocsátás, elnyelődés, szórás), és közeghatárokon (fénytörés, diffúz visszaverődés). A harmadik modul az érzékelés fizikájával foglalkozik, a felbontóképességre és a különféle megvilágítási viszonyokhoz való alkalmazkodás folyamatainak tárgyalására koncentrálva. Az utolsó modul a szintan alapjaival ismerteti meg a hallgatót, főként az elterjedt additív színrendszerek (RGB, sRGB, XYZ, CIELAB, ...) és a kapcsolódó témák (színhőmérséklet, gamma-korrekció) tárgyalásával. Az elméleti ismereteken túl a jegyzet minden témánál kitér a folyamatok mérnöki és hétköznapi gyakorlatban való megjelenésére.

I. MODUL | Alapismeretek

1. Optikai alapismeretek

1. lecke

- 1.1. A fény, mint elektromágneses hullám
 - 1.2. A fény részecske természete
 - 1.3. A lencsék képalkotása
 - 1.4. A fényelhajlás hatása
-

2. Biológiai alapismeretek

2. lecke

- 2.1. A szem vázlatos felépítése
- 2.2. A retina
- 2.3. Élesre állás
- 2.4. A térlátás
- 2.5. Alkalmazkodás a megvilágításhoz

3. A fotometria alapjai

3. lecke

- 3.1. Bevezetés
- 3.2. Fotometriai mennyiségek
 - 3.2.1. A sugárzott teljesítmény és a fényáram
 - 3.2.2. Egységnyi felületre vonatkozó mennyiségek
 - 3.2.3. Egységnyi térszögre vonatkozó mennyiségek
 - 3.2.4. A fotoreceptorokat érő inger
 - 3.2.5. Az éjszakai látás

Modulzáró

II. MODUL | A fény terjedésének fizikája

4. Fényforrások színeképe

4. lecke

- 4.1. Bevezető
- 4.2. A feketetest-sugárzás
- 4.3. Izzó gőzök és gázok színeképe
- 4.4. Fénycsövek színeképe
- 4.5. LED-ek színeképe
- 4.6. Lézerek színeképe
- 4.7. A Nap színeképe
- 4.8. Egyéb színeképek

4.9. Milyen a jó fényforrás?

5. A fény terjedését befolyásoló hatások

5. lecke

6. Fényelnyelés

- 6.1. Párhuzamos nyaláb elnyelődése
- 6.2. Széttartó nyaláb elnyelődése
- 6.3. Inhomogén közeg fényelnyelése
- 6.4. A fényelnyelés hullámhossz-függése

7. Fénykibocsátás

8. Fényszórás

6. lecke

- 8.1. A szórási hatáskeresztmetszet
- 8.2. A fényszórás hatásának számítása
 - 8.2.1. A szórás, mint iránymenti fényelnyelés
 - 8.2.2. Optikailag vékony közeg fényszórása
 - 8.2.3. Optikailag vastag közeg fényszórása
- 8.3. Szóródás nagy méretű részecskéken
 - 8.3.1. Tükröző gömbök fényszórása
 - 8.3.2. Matt felszínű gömb fényszórása
 - 8.3.3. Átlátszó gömbök fényszórása
- 8.4. Egy alkalmazás: a fényvisszaverő festék

8.5. Szórás közepes méretű részecskéken

7. lecke

8.6. Szóródás igen kicsi részecskéken

8.7. Szóródási jelenségek vizes közegekben

8.8. Légköri jelenségek

8.8.1. Az égbolt színei

8.8.2. A krepuszkuláris sugarak

8.8.3. A napkelte és -nyugta színei

8.8.4. Szivárványszerű jelenségek

9. Sima közeghatár esete

8. lecke

10. Érdes közeghatár esete

10.1. Az egyszeres visszaverődés esete

10.2. A többszörös visszaverődés esete

10.3. Diffúz visszaverődés-modellek

10.4. A valóságghű számítógépes képalkotásról

Modulzáró

III. MODUL | A fény érzékelése

11. A szem felbontóképessége

9. lecke

11.1.A véges felbontóképesség okai

11.2.A fényelhajlás hatása

11.3.A fotoreceptorok sűrűsége

12. A felbontóképesség számszerű jellemzése

13. Méretezési problémák

13.1.A változó felbontás szimulációja

14. Folyamatok az érzékelősejtekben

10. lecke

15. A receptorok matematikai modellje

15.1.A sötéthez való alkalmazkodás

15.2.Alkalmazkodás külső megvilágítás esetén

15.3.A látásérzet egyensúlyi értéke

15.4.Látásérzet hirtelen fényerő-változáskor

16. Érdekességek

16.1.A Weber-törvény

16.2.Tetszőleges fényváltozások hatásai

Modulzáró

IV. MODUL | A színlátás

17. Bevezetés a színelméletbe

11. lecke

- 17.1. Alapfogalmak
- 17.2. A színlátás kvalitatív magyarázata
- 17.3. Modellfeltevések
- 17.4. Alapegyenletek
- 17.5. A csapok spektrális érzékenységi függvényei

18. Additív színrendszerek

- 18.1. Alapötlet
- 18.2. Matematikai megfogalmazás

19. Az RGB-rendszer és leszármazottai

12. lecke

- 19.1. A CIE 1931-es RGB-rendszere
- 19.2. A színinger-megfeleltető függvény
- 19.3. Az rg-színességi diagram
- 19.4. Az XYZ-rendszer

20. A színkészlet (gamut)

21. Módosított RGB-rendszerek

21.1.A CIE 1964-es RGB rendszere

21.2.Az sRGB-rendszer színkoordinátái

21.3.Az Adobe RGB-rendszer

21.4.További RGB-rendszerek

22. A színi adaptáció

13. lecke

22.1.Alapjelenség

22.2.Visszaverő felületek színingere

22.3.A fehéregyensúly-beállítás

22.3.1. A színhőmérséklet

22.4.A színkoordináta-pixelérték függvény

22.4.1. A gamma-korrekción

22.4.2. Az sRGB-rendszer fényűrűség-karakterisztikája

23. A szemhez illesztett rendszerek

14. lecke

23.1.A Munsell-féle színrendszer

23.2.A CIELAB és CIELUV rendszerek

23.2.1. A CIELUV-rendszer

23.2.2. A CIELAB-rendszer

23.3.Egyszerűsített világosság-színezet rendszerek

23.3.1. Az YPbPr és YCbCr-rendszerek



23.3.2. A HSV és HSL-rendszerek

24. A színelmélet műszaki alkalmazásai

24.1.Színes hardverek

24.2.Számítógépes képformátumok, tömörítési eljárások

24.3.Képfeldolgozás

25. Függelék

25.1.A térszög

25.2.A Dirac-delta



Bevezető

Ez a jegyzet olyan mérnökhallgatóknak készült, akiknek a fény terjedésével és észlelésével kapcsolatos speciális fizikai tudásra van szüksége. A fény az ember számára legfontosabb információközvetítő hatás, ezért fontos ismerni a fény keletkezésének, terjedésének és észlelésének leírását.

A tárgyalt témák számtalan mérnöki területen hasznosak lehetnek, hisz pl. annak eldöntése, hogy valami adott körülmények közt látható-e vagy sem, közlekedésbiztonsági, ergonómiai és informatikai problémáknál is felmerül, vagy a színelmélet fontos lehet a multimédia alkalmazások, képfeldolgozás és az építészet területén is. Az itt tanultak a konkrét ismereteken túl tágítják az Olvasó ismeretét a minket körülvevő világról, magyarázatot adnak néhány hétköznapi jelenségre.

A jegyzet az egyetemi alapképzési matematika és alapozó fizika tárgyak ismeretét feltételezi. Amennyiben a kedves Olvasó régebben tanulta ezeket, az alábbi ismereteket célszerű felfrissíteni:

Matematika: koordináta-rendszerek, differenciál- és integrálszámítás, szétválasztható változójú differenciál-egyenletek.

Fizika: geometriai optika, hullámoptika, a fény részecske tulajdonsága.

A felsorolt területek általános ismerete tehát szükséges, de nem kell pl. nagyon bonyolult integrálokat kiszámolni vagy a kvantummechanika finomságait érteni ahhoz, hogy ezt a tárgyat fel tudja dolgozni.

A jegyzet elsősorban a Széchenyi István Egyetem többféle mérnöki és informatikai mesterszakján oktatót „A vizuális észlelés fizikája” c. tárgyának anyagához készült, de egyes részeihez más optikai témájú tárgyak is kapcsolódnak.

Technikai megjegyzések a jegyzet használatához.

Ez a tananyag egy *elektronikus jegyzet*.

2013-ban, a megjelenés évében annyira elterjedtek az elektronikus tartalomfogyasztásra alkalmas eszközök, hogy bátran feltételezhetjük: az egyetemisták túlnyomó többsége rendelkezik saját számítógéppel, tablet-géppel vagy elektronikus könyvolvasóval. A tananyag elektronikus formája sok előnnyel rendelkezik a nyomtatotthoz képest:

- **Aktív tartalmak:** az elektronikus változatban belső kereszthivatkozások, külső linkek, mozgóképek, stb. helyezhetők el. A tartalomjegyzék fejezetszámai, az egyenlet- és ábraszámok automatikusan belső linket jelentenek, így biztosítják a kényelmes és gyors belső hivatkozást, de a Szerző tetszőleges helyre tud akár a dokumentum belsejébe, akár egy külső webhelyre mutató linket elhelyezni, ami a szokásos klikkintéssel aktivizálható.
- **Rugalmasság:** a nyomtatott könyv statikus, míg az elektronikus jegyzet esetében könnyű hibajavításokat, frissítéseket alkalmazni.
- **Erőforrás-takarékosság, környezetvédelem:** az elektronikus formában való terjesztés sokkal kisebb terhelést jelent a környezetre, mint a nyomtatott. Különösen igaz ez, ha a tananyagban sok a színes ábra.

A használt fájlformátum: *PDF*.

A Portable Document Format az **Adobe** által kifejlesztett formátum, mely igen széles körben elterjedt. Sok helyről szerezhetünk be programot, mely a PDF fájlok olvasására alkalmas. Ezek egy része azonban nem tartalmazza a teljes szabvány minden elemét, ezért speciális tartalmak nem, vagy nem pontosan jelenhetnek meg, ha nem az Adobe olvasóját, az AdobeReader-t használjuk. (Letölthető **innen**.)

A legtöbb megjelenítőprogram jól fogja kezelni az alapszöveget, ábrákat és linkeket, de gondok lehetnek a speciálisabb funkciókkal, pl. a beágyazott dokumentumok kezelésével, az aktív tesztek, kérdőívek használatával.

A jegyzet *képernyőn való megjelenítésre* lett optimalizálva.

A jelenlegi általánosan elérhető könyvolvasó hardverek mérete és felbontása kisebb, mint a nyomtatott könyveké és a számítógépek monitorai általában fektetett helyzetűek. Ehhez igazítottuk a formátumot arra optimalizálva, hogy fektetett kijelzőn teljes képernyős üzemmódban lehessen olvasni. Ehhez állítottuk be a karaktertípust és -méretet valamint azt is, hogy csak kis margót hagyunk, minél több pixelt biztosítva ezzel a tartalomnak. Azért, hogy teljes képernyős üzemmódban is lehessen navigálni, a margón kis navigáló-ikonokat helyeztünk el, melyek a megszokott módon kezelhetők:

- Lapozás előre és hátra: a függőleges oldalak közepén elhelyezett, nyújtott nyilakkal.
- Címoldalra ugrás: kis házikó szimbólum a bal felső sarokban.
- Vissza és előreugrás a dokumentumban: két kicsi szimbólum a bal felső részen. Ezek nem azonosak a lapozással, hanem a web-böngészők vissza- és előrelépéséhez hasonlóan a hiperlinkeken való navigálást szolgálják.

A jegyzet *segítséget nyújt a tanulás ütemezésében.*

A megtanulandó tananyag a szokásos fejezet-alfejezet felosztáson túl leckékre való bontást is tartalmaz. A leckék különböző számú alfejezetből állhatnak, de közös bennük, hogy a Szerző megítélés szerint egy lecke „együltő helyben” megtanulható, azaz várhatóan 1–1,5 óra alatt feldolgozható.

A leckék elején rövid leírás található a tárgyalt témakörökről, a szükséges előismeretekről, a végén pedig önellenőrző kérdések, melyek sok esetben a PDF fájlban (AdobeReader-rel) aktív tartalomként jelennek meg feleletkiválasztós teszt, számszerű vagy képletszerű kérdés formájában. Érdeemes tehát leckénként haladni a tanulásban, mert ez segít az ütemezés tervezésében illetve a leckevégi ellenőrzések segítenek annak eldöntésében, tovább szabad-e haladni vagy inkább ezt vagy az előző leckéket kell újra elővenni.

Ha a tananyag indokolja, nagyobb egységeket „modulokba” szervezünk és a modulok végén a leckevégi önellenőrzéshez képest komolyabb feladatblokkot találhatunk.



I. MODUL

Alapismeretek

Ebben a modulban összefoglaljuk azokat az ismereteket, melyeken a fényterjedés fizikája alapul. Ezeket a kedves Olvasó korábban tanulhatta, így ha egy-egy rész nagyon ismerős lenne, gyorsan haladhat a feldolgozásban. Ebben az esetben is fontos, hogy a leckék végén található önellenőrzéseket elvégezze, hogy megbizonyosdjék arról, tényleg emlékszik-e az esetleg korábban tanultakra.

1. LECKE

Optikai alapismeretek

Kulcsszavak:

- *elektromágneses hullám, fénysebesség, hullámhossz, tiszta- és kevert színek*
- *foton, Planck-állandó*
- *lencsék, fókusztávolság, nevezetes sugármenetek, képalkotás, tárgytávolság, képtávolság*

A következő lecke összefoglalja az optika azon részeit, melyek szükségesek a későbbiekben. Feltehetően ezeket az ismereteket korábbi tanulmányaiból már nagyrészt tudja. Frissítse fel ismereteit, ha szükséges, vegye elő régi könyveit. (Pl. [2] vagy [3].)

1. Optikai alapismeretek

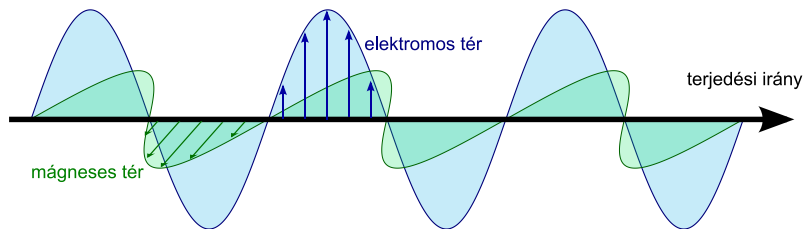
A fény igen összetett jelenség. Jelenlegi tudásunk szerint teljes leírását a kvantum-elektrodinamika segítségével adhatjuk meg, azonban ha megengedünk némi pontatlanságot, akkor a hétköznapi gondolkozás számára könnyebben felfogható leíráshoz jutunk, mely a legtöbb esetben, így az itt tárgyaltakban is, elegendően pontos.

A fény a jelenségek egy széles körében úgy viselkedik, mint egy elektromágneses hullám: terjedése során az elektromos és mágneses terek a tér egy adott pontjában rezgőmozgás-szerűen változnak. Más esetekben a fény viszont kis részecskékből, „fotonokból” álló nyalábhoz hasonló tulajdonságokat mutat. A teljes leírást adó kvantumelméletek szerint a fény sem nem tisztán hullám, sem nem részecske, hanem egy sajátos fizikai jelenség, melynek nincs pontos megfelelője a hétköznapi példák között, de az itt felmerülő értelmezési és matematikai problémák meghaladják könyvünk kereteit. Számunkra megfelelő azt a durva közelítést tenni, hogy ha a fény a makroszkopikus tárgyakkal való kölcsönhatás során (pl. egy lencsén való áthaladásakor) általában jól leírható, mint hullám, míg az atomi méretű objektumokkal való kölcsönhatás során a részecske természet dominál.

1.1. A fény, mint elektromágneses hullám

J.C. Maxwell az 1860-as években felírta az elektromos és mágneses terek változásait megadó alapösszefüggéseket. Ezek egyik igen fontos része az, hogy a változó elektromos tér mágneses-, a változó mágneses tér pedig elektromos teret kelt és e két jelenség együtteséből az **elektromágneses hullámok** létezése következik. Az elméleti számítások azt mutatták, hogy egy egyenes vonalban terjedő elektromágneses hullám terjedése során a mágneses tér, az elektromos tér és a terjedési irány kölcsönösen merőlegesek egymásra. (1.1. ábra.) Az is kiderült, hogy létezik az egyenleteknek egy igen egyszerű megoldása, amikor egy adott időpontban a térerősségek helyfüggése szinuszos függvénnyel írható le, és az idő telésével ezek a harmonikus hullámok terjednek tova a terjedési irányba. Ez az egyszerű megoldás a hétköznapi életben a „fény sugárnak”, precízebben a síkhullám formájában terjedő fénynek felel meg.

Az elektromágneses hullámok **terjedési sebességére** az elmélet mintegy $3 \cdot 10^8$ m/s-os értéket adott, ami megegyezik a fény vákuumbeli terjedési sebességével: ez volt az első fontos érv a fény elektromágneses elmélete mellett. Az is kiderült azonban a számításokból, hogy a fényhez hasonló, csak attól frekvenciában és ezért



1.1. ábra. Elektromos és mágneses tér egy fénysugárban

hullámhosszban is eltérő elektromágneses hullámok is létezhetnek. A látható fényhez közeli tartományokban erre már korábban is voltak kísérleti eredmények, így ismerték a „hősugárzást” (infravörös) és az un. „kémiai sugárzást”¹ (ultraibolya), de Maxwell elmélete rámutatott, hogy sokkal tágabb tartományokban is léteznek elektromágneses hullámok. A rádióhullámokat és a röntgensugárzást még az 1800-as években fel is fedezték és mára ezek a mérnöki gyakorlat számtalan területén fontos alkalmazást nyertek.

Kiderült tehát, hogy a fény csak egy igen szűk tartományát jelenti az elektromágneses hullámok tág családjának. Légüres térben mindegyikük a fény sebességével megegyező, $c = 299\,792\,458 \approx 3 \cdot 10^8$ m/s sebességgel terjed és csak hullámhosszuk tér el. Mivel a ν frekvencia a c terjedési sebességből és a λ hullámhosszból a közismert

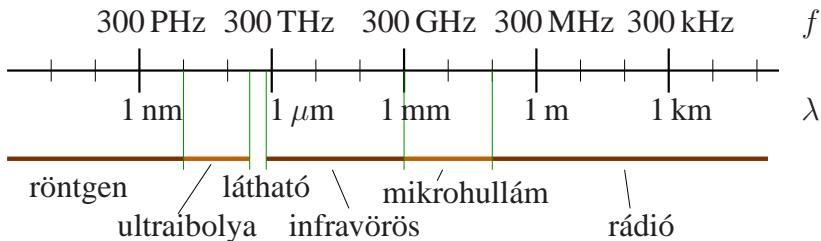
$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (1.1)$$

összefüggéssel kiszámolható, ezért az eltérő hullámhossz eltérő frekvenciát is jelent.

Az elektromágneses hullámok között a látható fény egy igen kis sávot, a $3,8 \cdot 10^{-7}$ m és $7,8 \cdot 10^{-7}$ m, azaz a 380 nm és 780 nm közötti hullámhossztartományt jelenti (ezt érzékeli szemünk). Ez a két határérték többé-kevésbé pontosan rögzített a szemünk érzékenységének adott volta miatt, de a többi tartomány határa teljesen önkényesen,

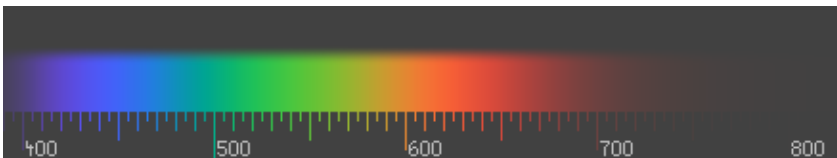
¹A ma ultraibolya sugárzásnak nevezett jelenséget először kémiai reakciókat kiváltó hatása alapján érzékelték.

csak történeti okok alapján került meghatározásra. (És sokszor ezeken belül további sávokat különböztetnek meg pl. a rádiózásban.) Az elektromágneses spektrum fő tartományait az 1.2. ábrán mutatjuk be.



1.2. ábra. Az elektromágneses spektrum

A látható tartományban a különböző hullámhosszaknak a **tiszta színek** (amiknek jó közelítését a hétköznapokból szivárvány színeiből ismerhetjük) felelnek meg: a mélyvörös a leghosszabb, az ibolya a legrövidebb hullámhossznak. Ezt szemlélteti az 1.3. ábra.



1.3. ábra. A látható spektrum és a fény hullámhossza nanométerben. (Forrás: Wikipédia)

Ez az ábra úgy készült, hogy egy átlagos monitoron a lehető leghűbben adja vissza a tiszta színek érzetét, ami természetesen nem lehet tökéletes, de jó tájékoztatást ad.

Ez az ábra egyben azt is szemlélteti, hogy a fent említett 380 és 780 nm-es határok kissé önkényesek, mert az emberi szem érzékenysége a látható tartomány széle felé fokozatosan csökken a 0-ra, így ezeken a hullámhosszakon már jóval gyengébb az észlelés mint középen, 550 nm körül.

A tiszta színek tehát folytonosan mennek át egymásba, mégis szokás ezeket hétköznapi nevekkal illetni, ami megfelel az átlagos emberi érzékelésnek. Ezt mutatja be az 1. táblázat.

szín neve	közelítő hullámhossz
ibolya	400 nm
kék	470 nm
ciánkék	490 nm
zöld	520 nm
sárga	570 nm
narancs	590 nm
vörös	630 nm

1. táblázat. A főbb tiszta színek hullámhossztartománya

A nem tiszta színek, mint pl. a lila vagy a ciklámen több hullámhossz keverékéből állíthatók elő. Ezzel az összetett jelenségkörrel a jegyzet későbbi, színelméleti fejezete foglalkozik részletesen.

Mivel a látható fény hullámhossza kisebb, mint 1 ezredmilliméter, a hétköznapi méretű tárgyak pedig ennél sokkal nagyobbak, a hullámtulajdonságból következő jelenségek, mint pl. a fényelhajlás általában elhanyagolhatók, azaz van értelme egyenes vonalban terjedő fénysugarakkal közelíteni a fényt, és a fény hullámhossza csak a szín meghatározásánál jut szerephez.

1.2. A fény részecske természete

Atomi méretskálákon a fény sokszor viselkedik úgy, mint egy kis golyó, mely jól meghatározott és csak a frekvenciától függő energiával, lendülettel és tömeggel rendelkezik. A fény ilyen elemi részeit **fotonnak** nevezzük.

A fotonok paramétereit a szokásos jelölésekkel az alábbi formulák alkalmazásával tudjuk meghatározni.

A foton energiája:

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \quad (1.2)$$

ahol $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Js a Planck-állandó.

A foton tömege:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} \quad (1.3)$$

A foton lendülete:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{E}{c} \quad (1.4)$$

A látás esetén a fény részecske természete csak ritkán játszik szerepet, ezért a téma részletes tárgyalását mellőzzük.

Természetesen van kivétel: a receptorokban történő elnyelődéskor a fény egyes molekulákkal lép kölcsönhatásba és ilyenkor a részecske-természt lényeges szerepet játszik.

1.1. feladat. Zöld fény esetén kb. mekkora a fotonok hullámhossza, energiája, tömege és lendülete?

Megoldás: A fenti 1. táblázat szerint az 520 nm megfelel egy tipikus zöld színnek, tehát $\lambda = 5,2 \cdot 10^{-7}$ m-rel számolunk.

(1.1) szerint a frekvencia:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = 5,77 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

(1.2) szerint:

$$E = h\nu = 3,68 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

(1.3) alapján:

$$m = \frac{E}{c^2} = 4,25 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$$

(1.4) szerint pedig a lendület:

$$p = \frac{h}{\lambda} = 1,27 \cdot 10^{-27} \text{ kg m s}^{-1}$$

Ezek az értékek mind a közvetlenül érzékelhető tartományon kívül esnek. A rezgések túl gyorsak, az energia, tömeg és lendület túl alacsony ahhoz, hogy érzékszerveinkkel egyetlen fotont ahhoz hasonlóan érzékeljünk, mint pl. egy porszemet vagy egy muslicát.

←1.1. feladat

1.2. feladat. Egy fényforrás az előző példabeli zöld fotonokat sugározza $P = 0,1 \text{ W}$ teljesítménnyel. Másodpercenként hány foton hagyja el? Hány foton jut be másodpercenként egy szemünkbe, ha pupillánk 8 mm átmérőjű, merőlegesen nézünk a fényforrásra és tőle $r = 100 \text{ m}$ -re állunk?

Megoldás: A teljesítmény számszerű értéke megadja az 1 s alatt kibocsátott energiát, így az 1 s alatti fotonok száma:

$$N = \frac{P}{E} = 2,62 \cdot 10^{17}.$$

Ha a lámpa egyenletesen sugároz a tér minden irányába, akkor úgy vehetjük, mintha fotonjai egyenletesen oszlanának el egy r sugarú gömb felszínén, és ebből a nagy gömbből egy kicsi, 8 mm átmérőjű, kör alakú rész az, amin keresztül a fény a szemünkbe jut. Ezért az előző N értéknek annyiad része jut szemünkbe, ahányad része a 4 mm sugarú kör felülete az $r = 100 \text{ m}$ sugarú gömb felszínének:

$$n = N \cdot \frac{(4 \text{ mm})^2 \pi}{4\pi (100 \text{ m})^2} = 1,05 \cdot 10^{10}.$$



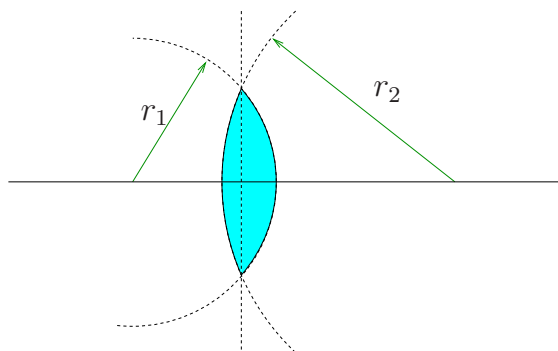
Meglepő, hogy még ilyen kis teljesítmény esetén és nagy távolság esetén is ilyen nagy a fotonszám. Ez a magyarázata annak, hogy szemünkkel nem érezzük közvetlenül a fény darabosságát.

←1.2. feladat

1.3. A lencsék képképzése

A lencsék képképzésének tárgyalása minden alapozó optika kurzus tananyagában benne van, így itt csak a legfontosabb ismereteket foglaljuk össze bizonyítás nélkül.

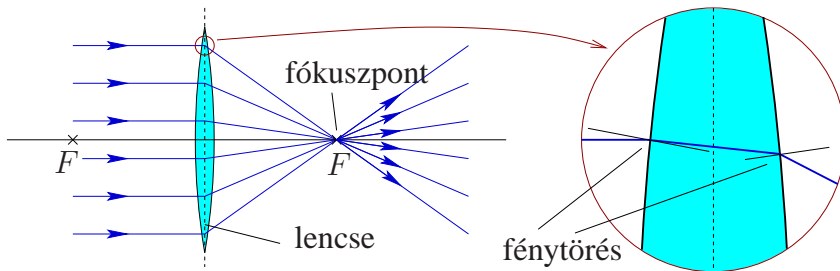
A hétköznapi lencsék általában sokkal nagyobb méretűek a fény hullámhosszánál, így működésük fő jellemzői megérthetők a geometriai optika alapján, azaz úgy, hogy a fényt olyan sugarakból állónak képzeljük, melyek homogén közegben egyenes vonalban mozognak és csak közeghatáron verődnek vissza vagy törnek meg a Snellius-Descartes-törvény szerint.



1.4. ábra. Domború lencse görbületi sugarai

Első közelítésben a lencsék olyan átlátszó anyagból készült testek, melyeket két gömbsüveg határol, ahogy azt az 1.4. ábrán láthatjuk. Leggyakoribbak a mindkét oldalukon domborodó lencsék, és ezek a töréstörvény miatt könnyen beláthatóan úgy törnek meg a beérkező párhuzamos fénysugarakat, hogy azok összetartóak lesznek. Ezt szemlélteti az 1.5. ábra.

A számítások szerint a domború lencsék a tengelyükkel párhuzamosan beérkező fénysugarakat a túloldalon egy jól meghatározott pontba, a fókuszpontba gyűjtik össze. A lencse fontos paramétere a fókusz távolság, ami a



1.5. ábra. Domború lencse fénygyűjtő képességének magyarázata

fókuszpont és a lencse távolsága. Ez a paraméter a lencse környezethez viszonyított n törésmutatójából és a lencsét határoló két göbbsüveg görbületi sugarából határozható meg:

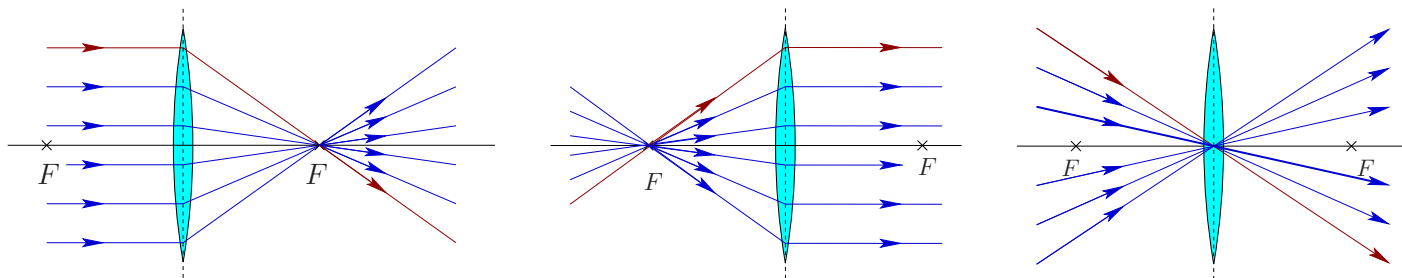
$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (1.5)$$

Ez az összefüggés az un. „vékony lencsékre” igaz, azaz akkor, ha a lencse vastagsága elhanyagolható az átmérőjéhez képest. Vastag lencsékre hasonló jellegű, de bonyolultabb összefüggések igazak.

A tengellyel párhuzamosan érkező sugarak tehát a fókuszpontban találkoznak, de azt is tudjuk, hogy egy pontszerű fényforrásból kiinduló, és a lencsét elérő sugarak a törés után vagy újra egy pontban találkoznak (valódi képalkotás), vagy úgy mennek tovább, mintha egy pontból indultak volna (látszólagos képalkotás).

A képalkotás szerkesztésére az elemi optika a **nevezetes sugármenetek** fogalmát vezeti be. Gyors ismétlésként álljon itt ezek szöveges ismertetése és szemléltető ábrája. (Lásd az 1.6. ábra.)

1. A gyűjtőlencse tengelyével párhuzamosan érkező fénysugarak a lencse után a fókuszponton fognak áthaladni.



1.6. ábra. Gyűjtőlencse nevezetes sugármenetei.

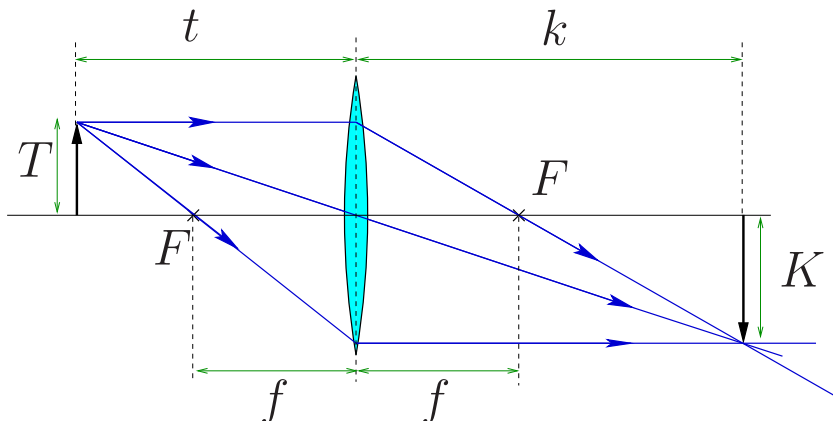
2. A gyűjtőlencse fókuszpontjának irányából érkező (a fókuszponton átmenő) fénysugarak a lencse után a tengellyel párhuzamosan fognak haladni.
3. A gyűjtőlencse középpontján áthaladó fénysugarak az eredeti irányban haladnak tovább.

Az 1.7. ábrán egy olyan tárgy képét szerkesztettük meg, amely távolabb van a lencsétől, mint a fókusz távolság: ilyenkor valódi képet kapunk. Itt az alábbi jelöléseket használjuk:

- **fókusz távolság:** f ; a fókuszpontok és a lencse távolsága,
- **képtávolság:** k ; a kép és a lencse távolsága,
- **tárgytávolság:** t ; a tárgy és a lencse távolsága,
- **képméret:** K ; a kép mérete,
- **tárgyméret:** T ; a tárgy mérete.

Bebizonyítható, hogy

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t} \quad (1.6)$$



1.7. ábra. Domború lencse valódi képalkotása, szokásos jelölések.

és

$$\frac{K}{T} = \frac{k}{t}. \quad (1.7)$$

Szokás az $N = K/T$ hányadost a rendszer **nagyításának** is nevezni.

A valódi képet alkotó eset adja több optikai rendszer működésének elvét. Így működik pl. a vetítógép és a fényképezőgép. Mindegyik esetben a tárgyról lencse segítségével alkotunk valódi képet, a vetítógépnél ez egy vásznon történik meg, mely szétszórja a fényt, hogy minden irányból látható legyen a kép, a fényképezőgépnél pedig a kép egy fényérzékeny területre jut, ahol a hagyományos filmek esetén kémiai változásokat, a digitális fényképezőgépek esetén elektromos változásokat hoz létre, amit aztán a megfelelő módon fényképpé alakítunk. Szemünkben pedig a szemlencse alkot valódi képet, amit a szemünk hátsó részén levő ideghártya (retina) alakít agyba menő elektromos impulzusokká.

Amennyiben $t < f$, látszólagos képet kapunk, mely az előzőhöz hasonló módon megszerkeszthető, de ez az eset nem fontos a látás fizikájában, ezért itt nem tárgyaljuk.

1.3. feladat. Egy fényképezőgép objektívje 35 mm fókusz távolságú, objektívátmérője 10 mm. Először egy távoli hegyet fényképezünk le, melyről teljesen éles képet kapunk. Ehhez a helyzethez képest mennyivel kell az objektív lencsét eltávolítani a fényérzékelőtől (film vagy CCD), ha egy 2 m-re levő tárgy éles képét szeretnénk előállítani? Mekkora foltba kenődik szét a 2 m távolságra levő pontszerű fényforrás képe, ha ezt az élesre állítást elfelejtjük megtenni és gépünk a végtelenre fókuszálva marad?

Megoldás: A „végtelen távoli”, pontosabban a fókusz távolságnál több nagyságrenddel messzebbi tárgyak képe épp fókusz távolságban képződik, azaz kezdetben az objektív épp $f = 35$ mm-re van a filmtől (vagy CCD-től).

$t = 2$ m esetén viszont a kép olyan k távolságra képződik, melyre (1.6) teljesül, így

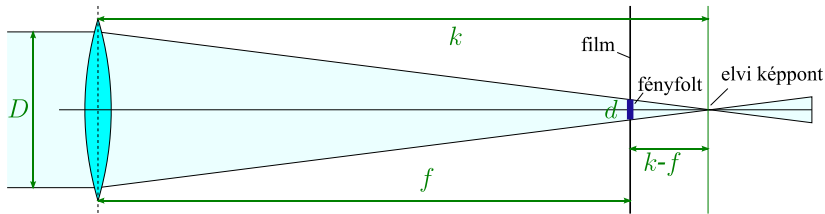
$$k = \frac{1}{1/f - 1/t} = 0,03562 \text{ m} = 35,62 \text{ mm}$$

Ez 0,62 mm-rel nagyobb, mint f , tehát az első kérdésre a válasz: 0,62 mm-nyit kell az objektívet eltávolítani a végtelenre fókuszált helyzethez képest, ha a 2 m-re levő tárgy éles képét karjuk előállítani.

A második kérdés megválaszolásához azt kell meggondolnunk, hogy a film helyzetétől függetlenül az előző $k = 0,03562$ m távolságban képződne a kép a lencsétől, de a film nem itt van, hanem pontosan $f = 0,035$ m-nyire, azaz itt még nem tudtak találkozni a sugarak.

Az 1.8 ábra szerint az elvi képpont (ami a film mögött van) két, egymáshoz hasonló egyenlő szárú háromszög csúcsa, melyek alapjai a filmen illetve a lencsénél vannak. Ezek hasonlóságát felírva megkaphatjuk a filmen képződő folt d méretét: ($D = 0,01$ m, az objektív átmérője.)

$$\frac{d}{D} = \frac{k - f}{k} \quad \Rightarrow \quad d = D \frac{k - f}{k} = 0,000175 \text{ m}$$



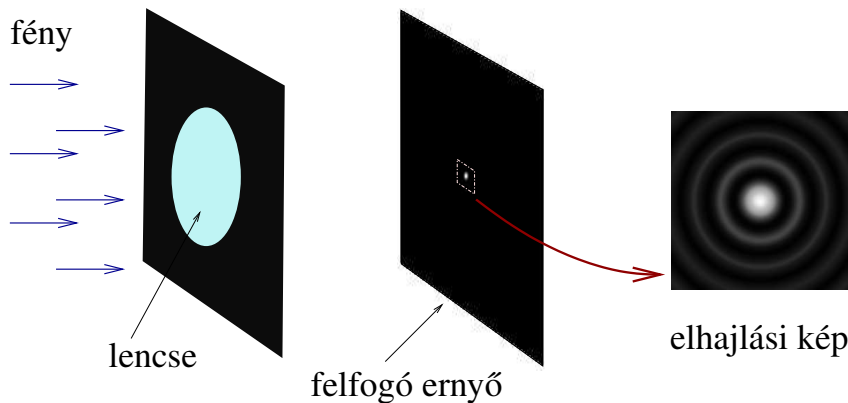
1.8. ábra. Életlen kép keletkezése „végtelenre állított” fényképezőgépben.

A filmen tehát az életlen beállítás miatt majdnem 0,2 mm-es foltta mosódik el egy pont képe. Ez igen jól látható lesz, amikor a képet megjelenítjük (felnagyítjuk a filmet vagy monitoron nézzük a digitális képet), hisz ez a foltméret olyan α látószögnek felel meg, melyre $\tan \alpha = d/f$, azaz $\alpha = 0,29^\circ$, ami majdnem a telehold szögmérete.

1.4. A fényelhajlás hatása

Mint fentebb említettük, a fény hullámtulajdonságából fakadó fényelhajlás viszonylag kis szerepet játszik a látás fizikájában. Mégis röviden meg kell említeni ennek hatását.

A hullámok egy része a rések szélén eltér eredeti irányától, ami egy lencse esetén azt eredményezi, hogy még tökéletesen pontosan csiszolt forma esetén sem teljesül, hogy a párhuzamos fénysugarak teljesen a fókuszpontba gyűlnek össze. Ehelyett egy, a fókuszpont környékén elkent alakzatot kapunk, melyben a fény túlnyomó többsége a középpont körüli kis korongba, az ún. **Airy-korongba** koncentrálódik, melyet egyre halványodó koncentrikus körök vesznek körül, ahogy azt az 1.9. ábra mutatja.



1.9. ábra. Lencse szélén létrejövő fényelhajlás hatása.

Ezt a jelenséget azzal a szöggel szokás jellemezni, amely az eredeti iránytól való eltérést mutatja meg: esetünkben erre azt a szöget választják, amely a lencse közepéből az elhajlási kép első sötét köréhez (az Airy-korong széléhez) és a kör középpontjához húzott egyenesek szöge. A számítások szerint erre a φ szögtávolságra igaz,

hogy

$$\sin \varphi = 1,22 \frac{\lambda}{D}, \quad (1.8)$$

ahol D a lencse átmérője, λ a fény hullámhossza.

Mivel szinte mindig 1 radiánál sokkal kisebb szögekkel dolgozunk, ezért a számítások egyszerűsítésére alkalmazhatjuk a $\varphi \approx \varphi$ közelítést.

A gyakorlatban jó közelítés, ha azt tételezzük fel, hogy a fényelhajlás a lencsén átmenő fényt az előbbi formulából számolható φ szöggel szórja szét. (Azaz a halvány, koncentrikus körök hatását elhanyagoljuk.) E szög szokásos elnevezése: **felbontóképesség**.

A felbontóképesség szerepe igen könnyen belátható: ha a lencsétől nézve két fényforrás iránya ennél kisebb szöggel tér el, Airy-korongjaik összeérnek, így a képen a két fényforrás képe összemosódik. Ezt a jelenséget a szem esetén a későbbiekben részletesen tárgyaljuk.

1.4. feladat. Egy digitális fényképezőgéppel 2 megapixelés képeket szeretnénk alkotni, 4:3 oldalarányal. Legalább mekkora objektívátmérő szükséges, ha azt akarjuk, hogy a fényelhajlás hatása ne életlenítse el a képet, azaz az Airy-korongok mérete a pixelméretnél kisebb legyen, ha a látómező nagyobbik mérete 50° -os?

Megoldás: Legyen a kép hosszabbik oldala mentén R_x , rövidebbik mentén R_y pixel. Tudjuk, hogy $R_y = 3/4R_x$ és hogy $R_x \cdot R_y = 2\,000\,000$. Ezekből könnyen kiszámolható, hogy:

$$R_x \approx 1633$$

Ha a gépünk nem torzít, akkor az 50° -os látómező erre az 1633 részre van felosztva, azaz egy pixelnek $50/1633 = 0,0306^\circ$ felel meg.

A lehető legkisebb objektív esetén a (1.8) szerinti φ szög ennek fele, mert ekkor lesz az Airy-korong épp egy pixelnek megfelelő méretű. Így:

$$\sin 0,0153^\circ = 1,22 \frac{\lambda}{D} \quad \Rightarrow \quad D = 4565,9\lambda$$

Akkor nem lesz látható az életlenedés, ha ez minden hullámhosszra teljesül, azaz a legnagyobbra is, amit a látható tartomány széléből 780 nm-nek vehetünk.

A minimális objektívátmérő így:

$$D = 0,0035 \text{ m}$$

azaz kb. 3,5 mm.

Tehát kb. 3,5 mm a minimális objektívátmérő egy 2 megapixeles fényképezőgép esetén. Ez nagyjából a mobil telefonokba beépíthető kamerák esete.

⇐ 1.4. feladat

Önellenőrzés

1. Mit nevezünk tiszta színnek?

Azt, amiben minden hullámhossz egyenlő mértékben van jelen.

A három alapszín: a vörös, zöld és kék színeket.

Az olyan színt, amiben csak egy hullámhossz van jelen.

Azt, aminek a hullámhossza a látható tartomány közepe felé esik.

2. A kék fény a vörös fény fotonjai nagyobb energiájúak?

A kéké.

A vörösé.

Átlagosan egyforma energiájúak.

Ennyi adatból nem mondható meg, ismerni kellene a frekvenciákat a kérdés eldöntéséhez.

3. Ha egy írásvetítőt közelebb viszünk a vászonhoz, akkor mit kell csinálni a lencsével, hogy a kép éles maradjon?
- Távolítani kell a kivetítendő fóliától.
 - Közelíteni kell a kivetítendő fóliához.
 - Nem kell semmit sem csinálni a lencsével.
 - Csökkenteni kell az átmérőjét.
4. Kb. hány nanométer a legkisebb hullámhossz, amit szemünk még fényként érzéklni képes?
5. Egy 20 cm fókusztávolságú lencsétől 25 cm-re egy 3 mm-es izzószál található. A lencsétől hány cm-re képződik éles, valódi kép az izzószálról?
6. Hány mm lesz az előző feladatban az izzószál képe?

2. LECKE

Biológiai alapismeretek

Kulcsszavak:

- szemlencse, ideghártya, retina, szivárványhártya
- élesre állás, térlátás, pupillaméret, fotoreceptorok, rodopszin

Ebben a leckében a szükséges biológiai ismereteket foglaljuk össze. Ezek egyrészt szűkebbek, mint a középiskolai biológia-anyag vonatkozó része, másrészt néhány olyan speciális ismeretet is tartalmaznak, melyek a szokásos oktatásban nem kapnak hangsúlyt. Ezért kérjük, gondosan olvassa át az egész leckét, még akkor is, ha emlékszik a régen tanultakra.

2. Biológiai alapismeretek

2.1. A szem vázlatos felépítése

Az emberi szem szerkezete igen összetett. A legfontosabb részek vázlatát a 2.1. ábra tartalmazza. Sok része lát el kifejezetten biológiai jellegű funkciót, mint pl. a vérerek. Ezek *könyvünk szempontjából* nem érdekesek, így nem térünk ki rájuk. Az érdeklődő olvasónak [1] és [7] irodalmakat ajánljuk tanulmányozásra.

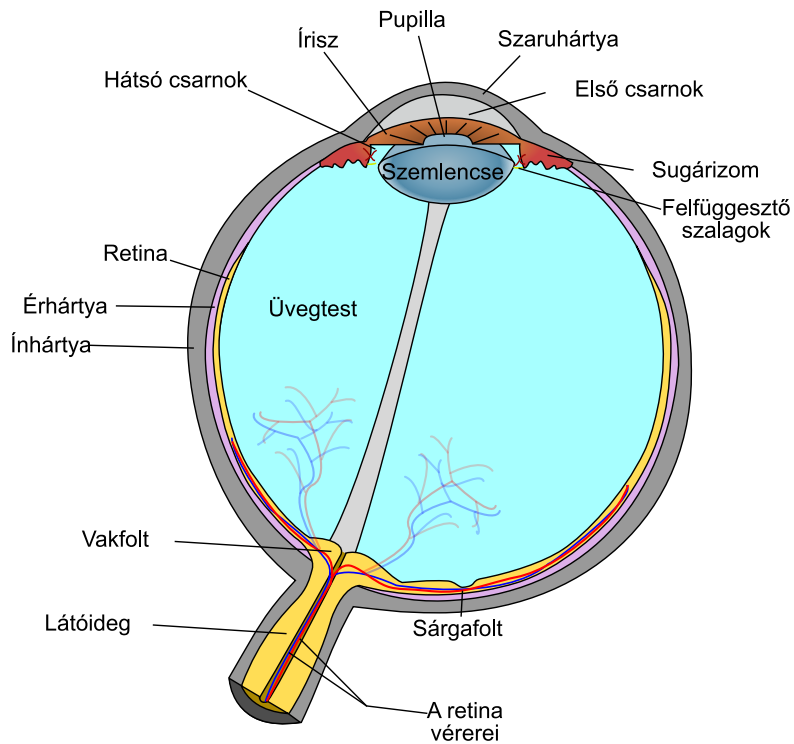
A képképzés szempontjából legfontosabb részek a következők:

- **Leképező rendszer:** szaruhártya, szemlencse, csarnokvíz, üvegtest.
A szaruhártya és a szemlencse domború lencserendszerként viselkedve valódi képet alkot a fókusztávolságánál távolabb levő tárgyakról. E kép vetül a szemgolyó „hátsó” részén levő ideghártyára (retina), ahol idegi impulzusokká alakul.
- **Ideghártya (retina)**
A retina vagy ideghártya tele van fényérzékelő idegvégződéssel. Itt nemcsak a fényjelek idegi elektromos impulzusokká való átalakítása zajlik, hanem a többrétegű hártában bizonyos előfeldolgozás is megtörténik.
- **Szivárványhártya (írisz)**
A szemlencse előtt egy változtatható méretű nyílást hoz létre, amit **pupillának** nevezünk. A nyílás méretének változtatása a fényességhez való alkalmazkodás egyik legfontosabb eszköze: világosban kisebb, sötétben nagyobb a pupilla átmérője.²

A szem leképezési rendszere tehát igen hasonlít egy fényképezőgéphez: a szaruhártya és a szemlencse az objektívnek, a retina a CCD-nek³, a szivárványhártya a rekesznek (blende) felel meg. Ez a hasonlat egy műszaki ember számára segíthet a megértésben, de a különbségek jelentősek:

²A szivárványhártya az a körgyűrű, aminek színe alapján jelentjük ki egy szemről a hétköznapiakban, hogy kék vagy barna.

³CCD = Charge Coupled Device; ez alakítja elektromos jellé a képet a digitális fényképezőgépekben.



2.1. ábra. A szem vázlatos szerkezete

- a szemlencse rugalmas anyagból van, és az azt felfüggesztő izmok feszítettségével annak fókusztávolsága szabályozható, hogy a vizsgált tárgy képe a retinán éles legyen;
- a retinán az érzékelősejtek nem egyenletes sűrűséggel helyezkednek el;
- az érzékelősejtekben speciális kémiai reakció zajlik, ami lassabb válaszidejű, mint egy elektronikus érzékelőbeli folyamat, de sokkal tágabb tartományban képes működni.

Ezekről könyvünkben részletesen szólunk.

A szemgolyó hosszmérete a legtöbb felnőtt esetében 24 mm körüli.

2.2. A retina

A szemlencse által alkotott képet a **retina** alakítja idegi elektromos jellé, ami aztán az agyba jut. Ez a folyamat igen összetett és sok részlete tisztázásra vár még. Az biztos, hogy a retina működésének fő vonásait ismerjük és ez elegendő könyvünk szempontjából.

A retina szerkezete többrétegű, mely a legfelső részébe felnyúló **fényérzékeny sejteket**, un. **fotoreceptorokat**, a mélyebb rétegekben pedig ezeket több irányban összekötő idegi kapcsolatokat tartalmaz. (És természetesen sok, az életműködéshez szükséges dolgot, pl. vérereket.) A beérkező fotonok a fotoreceptorokban kémiai reakciót váltanak ki, ami a mélyebb rétegekben több lépcsőben idegi impulzussá alakul, és ezek az itt levő idegi kapcsolatok által egy előfeldolgozáson mennek keresztül, és az így keletkező jel jut el az agyba.

A fotoreceptorok két fő fajtája a **pálcikák** és a **csapok**.

A csapoknak köszönhetjük a színes látást, mert 3 fajtájuk van és ezek a különböző hullámhosszakra máshogyan érzékenyek. A csapok a halvány fényeket nem érzékelik, viszont elég nagy megvilágításig működőképesek maradnak. Látómezőnk közepén sűrűsödnek és a nappali látást lényegében ezeknek köszönhetjük. Az átlagos emberi szemben mintegy 5–6 millió található belőlük.

A pálcikákból ezzel szemben egy típusuk van, így színinformációt nem adnak. Viszont igen nagy hatékonysággal észlelik a kis intenzitásokat is, de nappali megvilágításnál jelük telítésbe megy át. A pálcikák nem a látómező

közepén, hanem annak 5–15°-os környezetében helyezkednek el a legsűrűbben. Alacsony megvilágítás mellett dominál a hatásuk. Számuk lényegesen nagyobb, mint a csapoké: 120 millió körül van.

A csapok és pálcikák jelei nem közvetlen jutnak el az agyba: ehhez kicsi a közvetítő idegköteg és az agy feldolgozó kapacitása is. Ezért a retina maga is egy kis előfeldolgozást végez: pl. a mélyebb rétegeiben a keresztirányú összeköttetések képesek észlelni a szomszédos területek intenzitás-különbségét és így egy egyszerű „élkeresést” megvalósítani, ami azt eredményezi, hogy a nagy, egybefüggő, egyszínű területek által generált jelek nagy része már el sem jut az agyba, míg az erős intenzitásváltozások helyéről (amik a gyakorlatban sokszor a tárgyak szélén találhatók) részletes információt kap agyunk. Hasonlóképp a mozgásra is érzékenyek ezek a kapcsolatok. E területen még sok felfedezni való van a biofizikusok előtt, de a digitális képfeldolgozás is profitálhat az itt folyó kutatásokból.

2.3. Élesre állás

Akkor kapunk éles képet egy tárgyról, ha egy pontjáról kiinduló fénysugarak a retina egy pontjában gyűlnek össze. Mivel a szemgolyó geometriája adott, azaz a lencse és a retina közti k képtávolság rögzített érték, a lencsék leképezési törvénye, azaz (1.6) szerint a szemlencse f fókusztávolságát kell megváltoztatni, hogy a különböző t távolságra levő tárgyakról éles képet kapjunk. Ez úgy történik meg, hogy a rugalmas anyagú szemlencsét felfüggesztő izmok, az ún. **sugárizmok** változtatják feszítettségüket, ez által a szemlencse oldalainak görbületi sugarát, ami (1.5) szerint a fókusztávolság változtatását eredményezi.

Az átlagos, egészséges felnőtt emberi szem esetén $t_{min} = 25$ cm az a legkisebb távolság, amelyre levő tárgyról éles képet tudunk kapni. Ezt az értéket szokás a **tisztánlátás távolsága** nevezni. Jó szem esetén a tárgytávolságnak nincs maximuma, azaz $t > t_{min}$ esetén képesek vagyunk éles képet alkotni.

A szemlencse előregedése, az felfüggesztő izmok saját vagy vezérlési problémái oda vezethetnek, hogy a kis vagy nagy távolságok esetén lehetetlenné válik az élesre állás. Ezek a leggyakoribb szemproblémák, és ezek megfelelően választott gyűjtő- vagy szórólencse, mint szemüveg segítségével egyszerűen korrigálhatók.

Az élesre állás nem egyszerű folyamat: csecsemőkorban történik meg az ehhez tartozó reflexek kialakulása, mely lehetővé teszi, hogy a látott kép, a két szem tengelyének állása és részben szándékaink alapján feszüljenek meg sugárizmaink.

Ezek a mindennapi életben jól bevált reflexek néha azt eredményezik, hogy számunkra újszerű optikai műszerbe belenézve az első pár alkalommal nem látunk élesen. Előfordulhat ugyanis, hogy mondjuk egy két benéző nyílású műszerben a látszólagos kép viszonylag közel van a szemhez, szemtengelyünket mégis párhuzamosan kell állítani, ahogy az normál esetben az igen távoli tárgyaknál szükséges. Kis gyakorlással az ilyen helyzetekhez is könnyen alkalmazkodhatunk, de első pillantásra néha zavaró lehet a látvány.

2.1. feladat. Egy ember szemlencséje 24 mm-re van retinájának közepétől. Mekkora a szem leképező részének (szemlencse, szaruhártya) eredő fókusztávolsága, ha nagyon távolra, illetve ha a fenti $t_{min} = 0,25$ m-re áll élesre?

Megoldás: Nagyon távolra való fókuszáláskor a képtávolság épp a fókusz­távolság, így ekkor a szemlencsének 24 mm-es fókusz­távolságúnak kell lennie.

Mivel a szem esetén $k = 0,024$ m rögzített, ezért a minimális tárgy­távolságnál a fókusz­távolságnak ennél kisebbnek kell lennie. (1.6) szerint:

$$\frac{1}{f_{min}} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t_{min}} \quad \Rightarrow \quad f_{min} = \frac{1}{1/k + 1/t_{min}} = 0,0219 \text{ m}$$

A nagyon közeli tárgyak esetén tehát a 24 mm-ről mintegy 21,9 mm-re kell csökkenteni a szemlencse fókusz­távolságát.

←2.1. feladat

2.4. A térlátás

A retinán keletkező kép kétdimenziós, az agyunk mégis három dimenziós képet alkot a látottakról. Ebben a következő fő hatások játszanak szerepet:

- A két szem által alkotott képek közti eltérés.

Ez a legfontosabb hatás: egy szemmel csak sokkal pontatlanabb távolságbecslés végezhető. E jelenség magyarázata igen egyszerű: a szemeink közti távolság miatt kicsit más irányból nézzük a tárgyakat, így a közeli és távoli tárgyak egymáshoz képest kicsit más helyen látszanak a két retinán. Ebből a különbségből a távolságinformáció tapasztalati úton visszanyerhető.

A jelenséget ki is lehet használni térhatású képek készítésére: ha egy megfelelő szerkezet gondoskodik róla, hogy a két szembe olyan, kicsit eltérő kép jusson, mint amit valódi tárgyak esetén látnánk, agyunk térbeli képet érzékel.

- A szemlencse fókusz­távolsága.

A fentiek szerint a tárgyak távolságához szemlencsénk alkalmazkodik, hogy éles képet kapjunk a retinán. Ezt is felhasználja az agy a távolság becslésére, bár ez lényegesen pontatlanabb, mint az előző hatás.

- A szemtengelyek iránya.
Közeli tárgyak esetén a szemtengelyek erősebben összetartanak, igen távoliak esetén lényegében párhuzamosak, hogy a megfigyelt tárgy képe a két retina azonos helyére essen.
- Az agy által alkotott modellek.
Élettapasztalatunk alapján agyunk a látottakat egyből értelmezi, és ebből is születik távolságinformáció. Pl. vezetéskor tapasztalatból tudjuk, mekkora egy átlagos személyautó szélessége, így ha szembe jön egy jármű, látszó szögmérete alapján megbecsülhető a távolsága. Ezek az értelmezésen alapuló távolság-bebecslések sokszor jól működnek, de igen megtévesztőek lehetnek új helyzetekben.

2.2. feladat. Becsüljük meg, milyen távolságig működik a két szemmel való térlátás, ha a szemek távolságát 6,5 cm-nek vesszük és azt feltételezzük, hogy a két kép közti különbség meglátáshoz elegendő 1' szögeltérés is.

Megoldás: Merőleges rálátás esetén egy olyan egyenlő szárú háromszög magasságát kell meghatározni, melynek alappal szemközti szöge 1', alapja 6,5 cm.

Elemi geometriai megfontolásokkal:

$$h = \frac{3,25 \text{ cm}}{\tan(1'/2)} = 223 \text{ m}$$

A térlátás határa természetesen nem köthető egy pontos értékhez, az azonban ebből látszik, hogy 200–250 m körüli tárgyak azok, melyeket még épp térbelinek láthatunk.

2.5. Alkalmazkodás a megvilágításhoz

A megvilágításhoz való alkalmazkodás jól látható módszere a **pupillaméret** változtatása. Egy átlagos felnőtt szeme 2 és 8 mm között automatikusan állítja ezt. Az átállás ideje nem szimmetrikus: az összehúzódás néhány másodperc alatt végbemegy, a kitágulás eleinte gyors, de később lelassul és a nagyon sötétbe való teljes alkalmazkodás több percet is igénybe vehet.

A jelenség igen jól megfigyelhető: világos szobában álljunk szembe egy tükörrel, majd egyik szemünket csukjuk le és tenyerünkkel is takarjuk le, hogy egy kis fény se érje. 10–20 s várakozás után hirtelen kinyitva és kitakarva szemünket, a tükörben jól megfigyelhető, hogy a pupillaméret fokozatosan összeszűkül.

A környezeti fénysűrűséghez való adaptáció kevésbé nyilvánvaló eszköze a **fotoreceptorok** belsejében rejlik. Ennek lényege, hogy szervezetünk egy speciális molekulát, **rodopszint** termel, ami megvilágítás nélkül a fotoreceptorokban felhalmozódik, de fény hatására a molekulák bomlanak, elindítva azt a folyamatot, aminek végén elektromos idegi jel indul a retinánk mélyebb rétegeibe.

Szervezetünk közel állandó rodopszin-termelése és a rodopszin-molekulák spontán bomlása azt eredményezi, hogy erős külső megvilágításnál egy alacsony, sötétben pedig egy magasabb egyensúlyi értékre áll be fotoreceptoraink rodopszin-szintje. Ez viszont azt is jelenti, hogy pl. sötétben sok a rodopszin retinánk sejtjeiben, így érzékenyebb a szemünk, világosban a kevés rodopszin kis érzékenységet jelent.

A fotoreceptorok itt említett alkalmazkodásáról könyvünk egy későbbi fejezetében részletes modellt adunk. méretet?

Önellenőrzés

1. Milyen megvilágítási viszonyok mellett lesz az átlagember pupillája 2 mm átmérőjű?

Ha éjszaka teljesen hozzászokott a sötétbe.

Csakis erős kábítószeres vagy alkoholos befolyásoltság hatása alatt.

Erős napsütésben a szabadban.

Átlagos megvilágítás mellett, pl. este egy szobában, felkapcsolt lámpa mellett.

2. Az egyik gyakori szemhiba az, hogy szemlencsénk nem tud kellően lapos formát felvenni. Milyen tárgyak élesre állását nehezíti ez meg?

A nagyon távoliakét.

A gyengén megvilágítottakét.

Az erősen megvilágítottakét.

A nagyon közeliakét.

3. Éjszaka, igen gyenge megvilágítás mellett nem látunk színeket. Miért?

Mert az agynak túl sok időbe telne a kis fényerősség mellett a színinformációt is feldolgoznia.

Mert az éjszakai látásért felelős pálcikák egyformán érzékenyek a különböző hullámhosszakra, így nem színérzékenyek.

Mert az éjszakai látásért felelős csapok egyformán érzékenyek a különböző hullámhosszakra, így nem színérzékenyek.

Mert ilyenkor a pupillánk túlzottan kitágul, a szivárványhártya kicsi lesz, így nem tudja megszínezni a bejövő fényt.

4. Egy kisgyerek szemében a szemlencse és a retina távolsága 20 mm és ez a gyerek egy 10 cm-re levő tárgyat is élesen tud látni. Hány mm kell legyen szemlencséjének legrövidebb fókusz távolsága?

3. LECKE

A fotometria alapjai

Kulcsszavak:

- *fényérzet, spektrális érzékenység*
- *sugárzott teljesítmény, fényáram*
- *besugárzás, megvilágítás*
- *sugárerősség, fényerősség*
- *sugársűrűség, fénysűrűség*
- *éjszakai látás*

Ez a lecke a fotometriai alapfogalmakkal ismerteti meg az Olvasót. Ez a rész a legtöbb alapozó fizika kurzus anyagában nincs benne, ezért ha korábban nem tanult kifejezetten a témáról, nagyon gondosan kell olvasni. Különösen vigyázni kell a hasonló nevű de eltérő jelentésű fogalmak közti különbségtétellel. Ezek megértését igen megkönnyítheti, ha a szövegben gyakran felbukkanó megjegyzésekre is figyel, melyek a mindennapi élettel való kapcsolatra utalnak. (Pl. mit jelent, hogy egy lámpa 500 lumenes?)

Ajánlott irodalom: [1], [6]

3. A fotometria alapjai

3.1. Bevezetés

A fény erősségéről mindenkinek vannak tapasztalatai szobák megvilágítása, esti, szabadban történő séta és hasonló események kapcsán. Fényképezés során pedig bizonyos számszerű értékkel is találkozhat mindenki. Ebben a fejezetben megismerjük, hogyan lehet a fény erősségét számszerűen jellemezni. Kiderül, hogy a téma nem is olyan egyszerű, mint gondolnánk, mert egyrészt bonyolult leírni a fény állapotát egy adott helyen, másrészt gyakorlati szempontok miatt nem csak a fény által szállított összenergiára lehetünk kíváncsiak, hanem arra is, milyen erős **fényérzetet** okoz ez az emberi szemben.

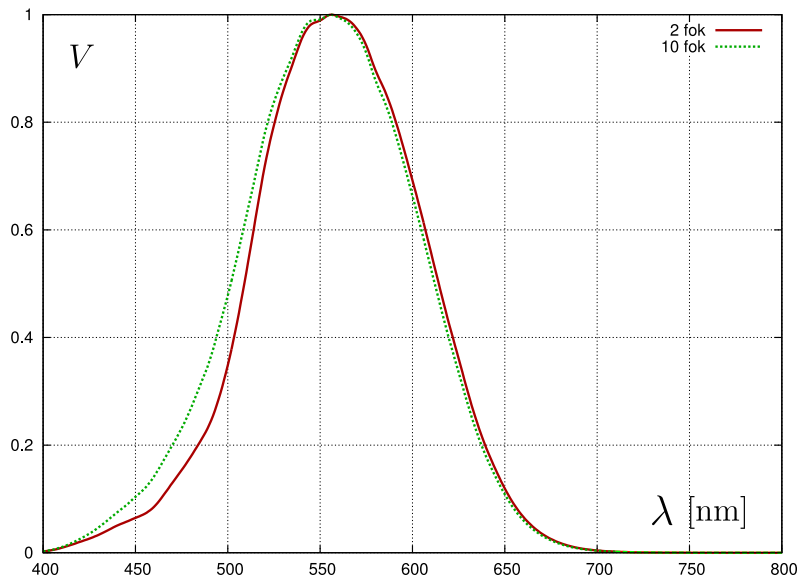
Vannak esetek, amikor a fény által szállított össz energia jellemzői az érdekesek, ekkor **radiometriáról** beszélünk, míg ha a fényérzetet leíró fogalmakat a **fotometria** gyűjtőnévvel jelöljük. A továbbiakban a radiometriai mennyiségeket e , a fotometriaiakat v indexszel fogjuk jelölni.

Az emberi szem fényérzetének számolásához szükséges, hogy a ismerjük, mennyire érzékeny szemünk az egyes hullámhosszakra. Jelölje $V(\lambda)$ az ezt meghatározó, ún. **láthatósági függvényt**. Tehát $V(\lambda)$ megmutatja, mennyire érzékeny szemünk az adott hullámhosszágú fényre: láthatjuk a 3.1. ábrán, hogy pl. nappali fényben az 550 nm környékén a legérzékenyebb a látásunk, 450 nm alatt és 650 nm felett pedig már kevesebb, mint tizedrésze az érzékenység, mint a egnagyobb érszékenység.

A fényérzékelő sejtek sűrűségének és típus szerinti megoszlásának helyfüggése miatt $V(\lambda)$ kicsit függ a látómezőtől is, amit a 3.1. ábrán azzal mutatunk be, hogy a 2 és 10 fokos látómező esetén is feltüntetjük a görbéket.

A biológiai rendszerek természetéből fakadóan ezek a görbék egyéni függőek, ezért a CIE szabványosnak tekintett átlagértékeket tesz közzé az egységesség kedvéért: ilyen szabványos értékeken alapul az itt közölt ábra.

Nyilvánvaló, hogy $V(\lambda)$ egy szorzó erejéig bizonytalan, mert nem tudjuk fizikai skálán mérni a bennünk képződő „fényérzetet”. Ezt a bizonytalanságot a mértékegység-rendszer rögzíti, de ennek pontos megadására csak az alapfogalmak tárgyalása után tudunk kitérni.



3.1. ábra. A szem spektrális érzékenysége nappal 2 és 10 fokos látómező esetén.

A fejezet végén tárgyaljuk a fényforrások színeképének témakörét is. Az eddig elmondottak alapján ugyanis nyilvánvaló, hogy a fényérzetet jelentősen befolyásolja, milyen a fényforrás fényének színeképe, azaz milyen hullámhosszakon sugároz erősen illetve gyengén. Pl. két, egyenként 1 W teljesítményű fényforrás közül sokkal világosabbnak észleljük a zöld színűt, mint a mélyvöröset, mert a fenti $V(\lambda)$ függvény a zöldnek megfelelő tartományban sokkal nagyobb értékeket vesz fel.

3.2. Fotometriai mennyiségek

3.2.1. A sugárzott teljesítmény és a fényáram

A fotometria legegyszerűbb fogalma az **energiaáram**. Egy felület energiaáramának nevezzük az adott felületen az elektromágneses hullámok által szállított energia és az idő hányadosát:

$$\Phi_e = \frac{dW_e}{dt}. \quad (3.1)$$

Itt „felület” alatt nem valami szilárd tárgy felületét kell érteni, hanem egy geometriai fogalmat: azt a kétdimenziós tartományt, amin keresztül a fényt vizsgáljuk.

A radiometriában az általános „energiaáram” fogalom helyett a „sugárzott teljesítmény” elnevezést szokás használni.

Az sugárzott teljesítmény mértékegysége a watt (W), és szemléletes jelentése könnyen felfogható: megmutatja, hogy az adott felületen keresztül másodpercenként hány joule-nyi energiát szállít a fény (ill. általában az elektromágneses hullámok.)

Ne keverjük a watt 'W' jelét a munka 'W'-jével. A nyomdai szabványnak megfelelően a mértékegységeket egyenes, a mennyiségek jeleit dőlt betűvel írjuk.

Sokszor érdekes azonban, hogy ismerjük a szállított energia hullámhossz szerinti eloszlását is, ne csak annak össz mértékét. Itt gondosan kell fogalmakat alkotnunk, mert pl. annak, hogy „Mennyi energiát szállít a fény 723,4 nm-es hullámhosszon?” nincs értelme, mert *teljesen pontosan* ilyen hullámhosszúságú fotonból alig-alig lesz, de sok foton lesz e hullámhossz *kis környezetében*. Ezért bevezetjük a „spektrális teljesítményeloszlás” fogalmát az alábbi módon: két hullámhossz között a spektrális teljesítményeloszlás integrálja megadja az e hullámhosszak közé eső sugárzott teljesítményt:

$$\Phi_e(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \Phi_{e,\lambda}(\lambda) d\lambda. \quad (3.2)$$

Szokás ezt úgy is megfogalmazni, hogy a szállított energia egy kicsit $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ intervallumon belül épp $\Phi_{e,\lambda}(\lambda) \cdot d\lambda$.

Ugyanahhoz az sugárzott teljesítmény-értékhez teljesen más spektrális teljesítmény-eloszlás függvények tarthatnak: például egy asztallapra két fényforrás mindegyike 50 W teljesítménnyel esik, de az egyik kék, a másik vörös, akkor előbbinek a rövidebb, utóbbinak a hosszabb hullámhosszokon lesz a $\Phi_{e,\lambda}(\lambda)$ értéke magasabb. Az is lehet, hogy az egyik közelebb áll szemünk érzékenységi görbéjéhez, így az több fényérzetet okoz, bár azonos a szállított teljesítmény.

A fényérzet mérésére ezért bevezetjük **fényáram** fogalmát az alábbi módon:

$$\Phi_v = \int_0^{\infty} \Phi_{e,\lambda}(\lambda) V(\lambda) d\lambda, \quad (3.3)$$

ahol $V(\lambda)$ az emberi szemet jellemző láthatósági függvény.

A fényáram mértékegysége a **lumen**, rövidítése „lm”.

A fényáram tehát az emberi szem számára érzékelhető hatást méri, azaz a mindennapi szóhasználatban ez a mennyiség az, ami a lámpa „fényességének” feleltethető meg.

A mindennapi élet szempontjából nagyon fontos a fényforrások hatékonyságának vizsgálata. Általában azt szeretnénk, ha adott felhasznált teljesítmény esetén maximális lenne a fényáram. Egy fényforrás ugyanis a működésére fordított P teljesítmény egy részéből generál csak sugárzást, és ez a sugárzás sem feltétlen az ideális hullámhossz szerinti eloszlást mutatja az emberi érzékelés szempontjából. Ezeket a hatékonysági paramétereket az alábbi számokkal szokás jellemezni:

- fényhasznosítási tényező: $\eta_1 = \Phi_v / P$
- a sugárzás fényhasznosítása: $\eta_2 = \Phi_v / \Phi_e$
- sugárzási hatásfok: $\eta_3 = \Phi_e / P$

Praktikusan, felhasználói oldalról a fényhasznosítási tényező a legfontosabb, hisz ez mondja meg, hogy pl. egy izzó 1 W felvett teljesítményből hány lumen fényáramot „állít elő”.

A 2. táblázat a tájékozódás kedvéért néhány egyszerű esetben megmutatja a hozzávetőleges értékeket. Ezek magyarázatát a későbbiekben adjuk meg.

Fényforrás	η [lm/W]
gyertya	0,3
petróleum lámpa	2
hagyományos izzók	5–25
fénycsővek	50–100
fehér LED-ek	10–150
ívlámpák	50–100

2. táblázat. Közelítő fényhasznosítási tényező értékek.

3.2.2. Egységnyi felületre vonatkozó mennyiségek

Az előző alfejezet fogalmai tetszőleges nagyságú felületre vonatkoztak. Néha ez a hasznos, máskor viszont egyfajta „intenzitás” jellegű mennyiség az érdekesebb, ami nem függ a választott felület nagyságától. Ezért érdemes bevezetni a következő két fogalmat:

Besugárzásnak nevezzük az sugárzott teljesítmény és a felület hányadosát:

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{dA}. \quad (3.4)$$

A „besugárzás” itt definiált fogalma megfelel az általános „energiaáram-sűrűség” mennyiségnek.

Megvilágításnak nevezzük a fényáram és a felület hányadosát:

$$E_v = \frac{d\Phi_v}{dA}. \quad (3.5)$$

A besugárzás mértékegysége a W/m^2 , a megvilágításé a **lux**. (A definíció következménye, hogy $lux = lumen/m^2$.)

A lux értékkel találkozhatunk pl. videokamerák feliratán ilyesmi formában: „Ez a kamera 1 lux megvilágítás esetén is képes színes felvételt készíteni.”

Néhány tájékoztató adatot a hétköznapokban előforduló megvilágítás-értékekről a 3. táblázat tartalmaz. Ez alapján meggyőződhetünk arról, hogy szemünk meglepően tág tartományban működőképes.

Körülmények, fényforrások	Megvilágítás [lux]
A legfényesebb csillag (Szíriusz)	10^{-5}
Borult éjszaka csillagokkal	10^{-4}
Tiszta ég csillagokkal	0,002
Tiszta ég teliholddal	0,3–1
Polgári szűrökület határa	3,4
Nappali szoba	50
Erősen borult nappali idő szabadban	100
Irodai megvilágítás ajánlott értéke	300–500
TV-stúdió	1000
Derült ég nem direkt napfényben	10 000–25 000
Direkt napfény	32 000–130 000

3. táblázat. Közelítő megvilágítás-értékek tipikus hétköznapi helyzetekben.

A 3. táblázat értékeit azon a helyen kell érteni, ahol az ember többnyire tartózkodik, tehát pl. a szabadtéri esetekben a talaj szintjén, beltérben a munkaterületen, azaz pl. az asztallapon.

3.1. feladat. Egy szoba méretei közelítőleg $4 \times 6 \times 3$ m-esek. Ha irodai munkára akarjuk használni, akkor mekkora fényáramra van szükség? Becsüljük meg, hány watt összteljesítményű hagyományos gyertyával, hagyományos izzóval illetve fénycsóvel lehet ezt elérni? Tételezzük fel, hogy a lámpák fénye a többszörös visszaverődésnek köszönhetően közel egyenletesen oszlik el a belső felületeken.

Megoldás: A szoba belső felülete $A = 2 \cdot (4 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot 3) = 108 \text{ m}^2$.

A 3. táblázat szerint irodában 300–500 lux megvilágítás az ajánlott. Egy közepes $E_v = 400 \text{ lux}$ -os értékkel számolva az össz szükséges fényáram:

$$\Phi_v = A \cdot E_v = 43\,200 \text{ lm.}$$

A fenti, 2. táblázat alapján a gyertya hatékonysága közel $\eta_{gy} = 0,3 \text{ lm/W}$, ezért gyertyával ezt

$$P_{gy} = \frac{\Phi_v}{\eta_{gy}} = 144\,000 \text{ W}$$

teljesítménnyel lehetne elérni. Ez irreálisan nagy: ha össze is lehetne egy szobába ennek megfelelő mennyiségű gyertyát hordani, a termelt hő elviselhetetlen lenne.

Hagyományos izzó esetén, 2. táblázat alapján egy közepes $\eta_i = 15 \text{ lm/W}$ értéket feltételezve

$$P_i = \frac{\Phi_v}{\eta_i} = 2880 \text{ W}$$

szükséges, ami már reális (de meglehetősen drága és feleslegesen sok hőt termel).

Fénycső esetén $\eta_f = 75 \text{ lm/W}$ -tal számolva a szükséges teljesítmény:

$$P_f = \frac{\Phi_v}{\eta_f} = 576 \text{ W,}$$

ami mind a költség, mint a hulladék hő szempontjából elfogadható érték.

Az előző számításban sokszor kellett a tájékoztató értékek alapján becsült közepes értékekkel számolni. Valós helyzetben ezek a számítások a pontos adatokkal ugyanígy elvégezhetők, és a konkrét fényforrások adatai, a megvilágítás koncentráltsága és egyéb paraméterek változása miatt az itt közölttől akár 2-szeres eltérés is előfordulhat.

3.2.3. Egységnyi térszögre vonatkozó mennyiségek

Az előzőekben tárgyalt mennyiségek nem tartalmaztak információt arról, milyen irányból érkező fényről beszélünk, pedig sokszor ez igen fontos. Ahhoz hasonlóan, ahogy a hullámhossz szerinti eloszlás tárgyalásakor sem beszélhettünk egy konkrét hullámhosszon mérhető sugárzásról, az irányfüggés figyelembe vételekor is csak egy adott irány kis környezetét alkotó irányokból érkező sugárzás tárgyalásának van értelme.

Ehhez fel kell használnunk a **térszög** fogalmát, ami egy térbeli irányhalmaz nagyságának mérőszáma. A térszöggel kapcsolatos alapismereteket a Függelék 25.1. alfejezetében összefoglaltuk, ha a kedves Olvasónak szüksége van rá, kérjük lapozzon oda a tovább olvasás előtt.

Annak mértékéül, milyen erős elektromágneses hullám illetve látható fény érkezik a tér egy adott irányából az alábbi fogalmakat vezetjük be:

Sugárerősségnek nevezzük az sugárzott teljesítmény és a térszög hányadosát:

$$I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega}. \quad (3.6)$$

Fényerősségnek nevezzük a fényáram és a térszög hányadosát:

$$I_v = \frac{d\Phi_v}{d\Omega}. \quad (3.7)$$

A sugárerősség mértékegysége a W/sr, a fényerősségé a lm/sr, aminek külön neve van: **kandela**, rövidítése: **cd**.

Akkor beszélünk tehát 1 cd fényerősségről, ha egységnyi térszögben 1 lm a fényáram. Így pl. egy fényforrás, mely 100 lm fényáramot bocsát ki a tér minden irányába egyenletesen $100 \text{ lm}/4\pi \approx 7,96$ cd fényerősségű, de ha ugyanezt a fényt egy burával egy 0,1 sr térszögű kúpba koncentráljuk, 1000 cd fényerősséget kapunk.

A kandela a nemzetközi mértékegység-rendszer (SI) alapegysége, definíciója:

„1 kandela annak az $540 \cdot 10^{12}$ Hz ($\lambda \approx 555$ nm) frekvenciájú monokromatikus sugárzást kibocsátó fényforrásnak a fényerőssége adott irányban, amelynek sugárerőssége ebben az irányban $1/683$ W/sr.”

Ez a definíció rögzíti a szemre vonatkozó mennyiségek (lux, lm) skálázását is, amit fentebb még szabadon hagytunk. Például ha egy 555 nm hullámhosszúságú fényforrás összteljesítménye 1 W, akkor az ez által keltett fényáram épp 683 lm. Más hullámhosszakra ugyanez a fent megadott V spektrális érzékenységi függvénnyel arányosan változik, de csak ennél kisebb lehet, mert a csapokra vonatkozó V értékek épp 555 nm-nél van maximuma.

Ez azt is jelenti, hogy az elvileg elérhető legnagyobb fényhasznosítási tényező 683 lm/W és ezt egy 555 nm hullámhosszúságú, zöldes fényt kibocsátó fényforrás éri el. Ez a 683 lm/W sokkal nagyobb, mint a 2. táblázat összes értéke, ezért azt hihetnénk: a leghatékonyabb lámpa egy 555 nm-es fényt kibocsátó szerkezet. Ez azonban egyszínűsége miatt a legtöbb esetben igen zavaró lenne, fényénél a színérzékelést is elvesztenénk, ezért csak speciális helyeken, pl. műszerfalak megvilágításánál alkalmazzák.

Az előbb bevezetett sugárerősség és fényerősség fogalmak egy pontszerű fényforrásra vagy egy egész sugárzó felületre vonatkoznak. Ha kiterjedt testek felületének sugárzását vizsgáljuk, akkor érdekes lehet az egységnyi felület sugárerősségének és fényerősségének vizsgálata. Itt azonban egy pontosítást kell tenni: ha egy A nagyságú sík felületelem sugárzását vizsgáljuk, akkor az legerősebben a felület normálvektorának irányában történik és ezzel α szöget bezáró irányban $\cos \alpha$ -val arányosan csökken a felület sugárzás irányába eső vetülete pusztán geometriai okokból. Ezért, hogy ezt a geometriai jelenséget figyelembe vegyük, ezt a $\cos \alpha$ -s tagot is számításba kell vennünk:

Sugársűrűségnek nevezzük a sugárerősség és a kibocsátó felület sugárzásirányú vetületének hányadosát:

$$L_e = \frac{I_e}{dA \cos \alpha} = \frac{d^2 \Phi_e}{d\Omega dA \cos \alpha}. \quad (3.8)$$

Fénysűrűségnek nevezzük a fényerősség és a felület sugárzásirányú vetületének hányadosát:

$$L_v = \frac{I_v}{dA \cos \alpha} = \frac{d^2 \Phi_v}{d\Omega dA \cos \alpha}. \quad (3.9)$$

A sugársűrűség mértékegysége a $\text{W}/\text{sr}/\text{m}^2$, a fénysűrűségé a cd/m^2 . Ezeknek külön neve nincs.

3.2. feladat. 8 mm átmérőjűre nyílt pupillánkat 555 nm-es monokromatikus fény éri. Hány foton jut szemünkbe ha a megvilágítás 0,1 lux?

Megoldás: A fent elmondottak szerint 1 lux 555 nm-es fény esetén $1/683 \text{ W/m}^2$ -es besugárzott teljesítménynek felel meg, tehát 0,1 lux $Q_e = 1/6830 \approx 1,46 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2$ -et jelent.

Egy 555 nm-es foton energiája (1.2) szerint $E = hc/\lambda = 3,58 \cdot 10^{-19} \text{ J}$, így az 1 s alatti fotonok száma 1 m^2 -es felületen: $n = Q_e/E = 4,09 \cdot 10^{14}$.

Pupillánk felülete: $A = (4 \text{ mm})^2 \pi \approx 5,03 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$, ezért a szemünkbe jutó fotonok száma: $N = n \cdot A = 2,06 \cdot 10^{10}$.

←3.2. feladat

Az előzőekben bevezetett új fogalmak áttekintéséhez a 4. táblázat hasznos lehet. Ebben könyvünkben először használjuk a radiometria és fotometria szavakat, amik közül az első az energia alapú, a második a látásérzet-alapú mennyiségek gyűjtőfogalma.

Radiometria			Fotometria		
név	jel	mértékegység	név	jel	mértékegység
sugárzott teljesítmény	Φ_e	watt = W	fényáram	Φ_v	lumen = lm
besugárzás	E_e	W/m^2	megvilágítás	E_v	$\text{lm/m}^2 = \text{lux}$
sugárerősség	I_e	W/sr	fényerősség	I_v	$\text{lm/sr} = \text{candela} = \text{cd}$
sugársűrűség	L_e	W/sr/m^2	fénysűrűség	L_v	$\text{lm/sr/m}^2 = \text{cd/m}^2$

4. táblázat. A radio- és fotometria alapmennyiségei

A 4. táblázat minden sorához hozzárendelhetünk egy olyan mennyiséget is, mely megmondja, hogy az adott mennyiség hogy oszlik el hullámhosszak szerint. Ezt már az első sor kapcsán fentebb megtettük ((3.2) egyenlet), és ennek mintájára a többi mennyiség spektrális sűrűsége is definiálható. Például az egységnyi térszöghöz, egységnyi felülethez és egységnyi hullámhossz-tartományhoz tartozó energiáram olyan $l(\lambda)$ men-

nyiség, melyre:

$$L_e(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} l(\lambda) d\lambda. \quad (3.10)$$

A nevezési szokásokat követve $l(\lambda)$ -t a sugársűrűség spektrális eloszlásának vagy spektrális sugársűrűségnek nevezhetjük.

A fényforrásokat legteljesebben a spektrális sugársűrűség jellemzi, ezért ezt fogjuk a továbbiakban megadni, amikor a színeképekről beszélünk.

3.2.4. A fotoreceptorokat érő inger

Felmerül a kérdés: az előző mennyiségek közül melyik az, ami a látásérzettel kapcsolatos?

Egy fotoreceptor mindig egy adott irány környékét, azaz egy kis térszög-tartományt érzékel, ezért biztos, hogy a szemünkben képződő inger az egységnyi térszögre vonatkozó mennyiségek valamelyikével lesz kapcsolatos. Tegyük még ehhez hozzá, hogy receptorainkra a változó méretű pupillán keresztül érkezik a fény. Így könnyű kikövetkeztetni, hogy a receptorokban képződő ingert a fénysűrűség és a pupilla felület nagyságának szorzata határozza meg. Formulával:

$$T = L_v p, \quad (3.11)$$

ahol T az ún. „retina-megvilágítás”, melynek szokásos egysége a „Troland”, amit akkor kapunk, ha L_v -t cd/m^2 -ben p -t pedig mm^2 -ben mérjük.

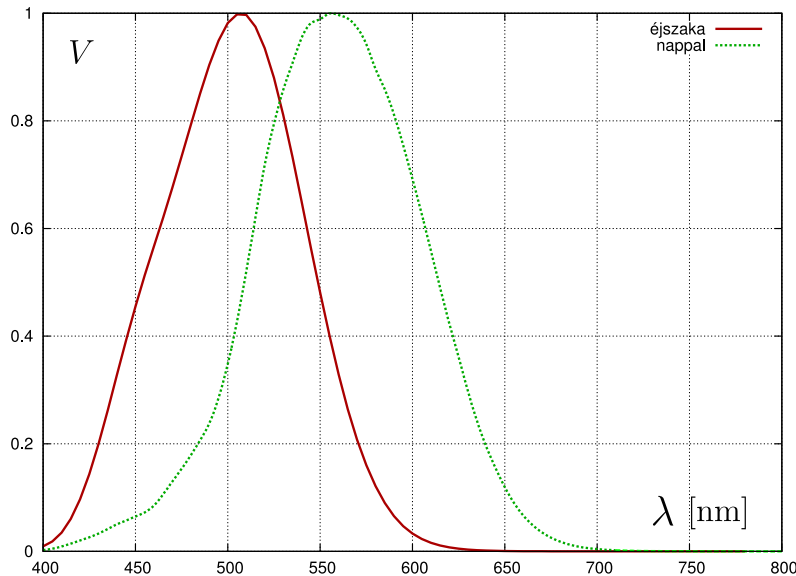
A látás szempontjából tehát a retina-megvilágítás számít, ez határozza meg a receptorokban meginduló kémiai folyamatokat.

3.2.5. Az éjszakai látás

Ez eddig elmondottak a nappali látásra vonatkoznak, tehát főként a csapok működését tükrözik. Éjszaka a pálcikák segítségével látunk, de a pálcikák érzékenységi maximuma máshol, 507 nm-nél van és itt $1700 \text{ lm}/\text{W}$ -

ot érnek el, amíg a fényerősség olyan kicsi, hogy a pálcikák normál működési körén belül maradunk.

Meg kell jegyezni, hogy az éjszakai és nappali fényerősség nem teljesen feleltethető meg egymásnak. Ez az 1700 lm/W csúcserték úgy értendő, hogy ha a nappali és éjszakai látás spektrális érzékenységi görbéjét 555 nm-en azonos magasságra skálázzuk, a nappali látás csúcsertéke pedig 683 lm/W, akkor az éjszakai csúcserték 1700 lm/W lesz.



3.2. ábra. A szem spektrális érzékenysége nappal és éjszaka.

A nappali és éjszakai látás eltérő hullámérzékenységet szemlélteti a 3.2. ábra. Láthatjuk, hogy éjszaka a látásunk erősen a kék felé tolódik el.

A nappali és éjszakai látás eltérő spektrális érzékenysége miatt néhány érdekes hatás lép fel, amikor az ember félhomályban vagy éjszaka nézi környezetét.

- A vörös színű tárgyak félhomályban sokkal sötétebbnek tűnnek, mint azok a kékes színűek, melyek nappali fényben kb. azonos világosságúak. (Purkinje-effektus.)
- 650 nm-nél nagyobb hullámhosszakon lényegében csak a nappali látást adó csapok érzékenyek, a pálcikák nem. Ezért a sötétbe alkalmazkodott szem pálcikákkal történő látását nem zavarja az ilyen hullámhosszúságú, tiszta vörös fény jelenléte. Így olyan helyeken, ahol a sötétben látás fontos (pl. a csillagászok) mélyvörös színű megvilágítást alkalmaznak a jegyzetfüzet, műszerfal, stb. megvilágítására.

A korábbi fejezetekben csak annyit tudtunk mondani, hogy alacsony megvilágításnál a pálcikák, magas esetén a csapok működése dominál. Most, a fotometriai foglamak ismeretében ezt a kérdést pontosabban is tárgyalhatjuk. Az emberi látás vizsgálata során az adódott, hogy olyan fényforrások esetén, melyek színképében nincsenek túl nagy ugrások, a látás típusa fényssűrűség szerint az alábbi 3 tartományra osztható:⁴

- **Szkotopos látás:** 10^{-6} és 10^{-3} cd/m² között; ez az éjszakai látás, amikor csak a pálcikák működnek; ekkor nem érzékelünk színeket.
- **Mezopos látás:** 10^{-3} és 3 cd/m² között; ez egy átmeneti állapot, amikor a csapok és pálcikák egyaránt működnek, ezért érzékelünk színeket, de azok torzítottak.
- **Fotopos látás:** 3 és 10^6 cd/m² között; ez a nappali látás, amikor a csapok működnek, de a pálcikák már telítésbe mentek és nem adnak értékelhető információt; ekkor jól érzékeljük a színeket.

Önellenőrzés

⁴Természetesen a közölt határértékek nem merevek: az egyes látástípusok közt folytonos az átmenet.

1. Csillárunkba keresünk új fényforrást. Két lámpa akad a kezünkbe a boltban. Az egyik dobozán „100 W és 600 lm” a másikon „50 W és 2000 lm” felirat van. Melyiket érdemes megvenni, ha a cél az, hogy minél jobban lássunk a fényénél és a fogyasztás nem annyira lényeges? Miért?

A másodikat. Mert ennek nagyobb a fényárama és ez az, ami számít.

Az elsőt. Mert ennek nagyobb a teljesítménye és ez az, ami számít.

Mindegy. Az ár a döntő: az olcsóbbat kell megvenni.

Az elsőt, mert annál jobb, minél kevesebb a lumen-érték.

2. A legnagyobb hatékonysága a monokromatikus zöld fényforrásoknak van. Miért nem használunk mégis mindenütt ilyen fényt kibocsátó lámpákat?

Azért, mert nem lehet ilyen lámpát előállítani.

Azért, mert elő lehet ilyen lámpát állítani, de igen drágák.

A lámpagyárak titkos kartellje megállapodott az energiaszektoral, hogy nem fognak túl nagy hatékonyságú fényforrásokat előállítani, hogy az energiaszektor ne essen vissza.

Azért, mert az egyszínű fényben elveszne a színinformáció és nagyon fárasztó lenne az emberi szemnek.

3. Mekkora a térszöge az égboltnak egy nyílt óceánon hajózó ember számára?

4π

360 négyzetfok

1

2π

4. Becsüljük meg, hogy egy 100 W-os hagyományos izzóval kb. hány négyzetméternyi asztalfelületet világíthatunk meg, hogy elérjük az ajánlott 300 luxos átlagos megvilágítási értéket? (Számoljunk 20 lm/W hatékonysággal és vegyük úgy, hogy a lámpabura belseje tökéletes fényvisszaverő.)

5. Egy reflektorral 100 m távolságra úgy akarunk elvilágítani, hogy ott 50 lux megvilágítás jöjjön létre egy 10 m átmérőjű, kör alakú folton. Legalább hány lumenes izzót kell használnunk?

6. Hány kandela az előző feladatbeli reflektor fényerőssége?

MODULZÁRÓ

Start.▷ Az alábbi kérdések megválaszolására 30 perce van:

1. Egy gyűjtőlencse egy tárgyról valódi képet alkot. A tárgy lassan távolodni kezd a lencsétől. Hogyan változik a kép mérete és lencsétől mért távolsága eközben?

Mindegyik csökken.

A kép mérete csökken, a képtávolság nem változik.

Mindegyik nő.

A kép mérete nem változik, a távolság nő.

2. Melyik fizikai hatás okozza, hogy a legtökéletesebb lencse sem tudja egy pontba fókuszálni a párhuzamos fénysugarakat?

A fényelhajlás.

A színszórás.

A lencsében levő buborékok.

A lencse felszínéről történő visszaverődés.

3. Miért érdemes alacsony megvilágítás esetén nem egyenesen ránézni a vizsgálandó tárgyra, hanem kicsit mellé?

Az állítás hamis. Természetesen mindi egyenesen rá kell néznünk arra, amit vizsgálni szeretnénk.

Így pupillánk jobban kitégyül, ami több fényt enged bejutni.

Azért, hogy a fény egy része a csapokra is ráessen, így azok is segítsék az össze foton begyűjtését.

Azért, mert az alacsony megvilágításnál működő pálcikák nem a látómező közepén, hanem attól 10-15 foknyi távolságban helyezkednek el a legsűrűbben.

4. Hogyan lehetséges, hogy két fényforrásból azonos sugárerősségű fény jön ki, az elsőt mégis világosabbnak észleljük, mint a másodikat?

Úgy, egyéni eltérések lehetségesek: az ideális esetben mindenképp azonos világosságot észlelnénk, de az egyéni eltérések miatt lehet, hogy az egyiket mégis világosabbnak észleljük.

Sehogy. Mindenképp azonosnak kell őket érezni, ha a sugárerősség azonos.

Úgy, hogy az első színeképének nagyobb része esik az ember által érzékelt hullámhossz-tartományba.

Úgy, hogy az első nagyobb felületű.

5. Tudjuk, hogy az 555 nm-es monokromatikus sugárzást kibocsátó fényforrás 683 lm/W fényhasznosítási tényezőjű. A 3.1 ábra felhasználásával becsülje meg a 650 nm hullámhosszúságú monokromatikus fényforrás fényhasznosítási tényezőjét. (lm/W-ban.)
6. Egy ember látóterének közepén 150 000 csap található mm^2 -enként. Szabályos háromszöghálót feltételezve ez hány mikrométeres távolságot jelent a szomszédos csapok esetén?
7. Hány mikrométer lesz az Airy-korong átmérője retinánkon, ha a szemlencse 24 mm-re van tőle, a vizsgált hullámhossz 600 nm és pupillaméretünk 4 mm?

II. MODUL

A fény terjedésének fizikája

Ebben a modulban a fény keletkezésével és terjedésével kapcsolatos fontos ismereteket tanulhat. Felhasználjuk az előző modulban tanult ismereteket, ezért különösen fontos, hogy azokkal tisztában legyen.

4. LECKE

Fényforrások színeképe

Kulcsszavak:

- *fényforrások, vonalas- és folytonos színekép*
- *feketetest-sugárzás, LED, lézer, Nap színeképe*
- *fényforrások hatékonysága*

Ez a lecke a fény keletkezéséről szól. Tárgyalni fogjuk a különböző típusú fényforrások színeképét, ami a későbbiekben a színelmélet szempontjából lesz kiemelten fontos. Több érdekes, a hétköznapi életben is hasznosítható ismeretet is megtanulhatunk az optimális fényforrás-választásról.

4. Fényforrások színeképe

4.1. Bevezető

Egy fényforrás színeképén az (3.10) egyenletben felbukkanó **spektrális sugársűrűségnek** függvényt értjük, aminek egyik szemléletes jelentése: megmutatja, hogy a vizsgált hullámhossz kis környezetében mennyi teljesítmény sugárzódik egységnyi térszögbe, egységnyi felületről. Ezt a fogalmat szokás röviden **spektrumnak** vagy **színeképnek** nevezni.

A fényforrás színeképe igen fontos fogalom. A fentiekből nyilvánvaló pl., hogy ha egy fényforrás színeképe jelentős értékeket vesz fel ott, ahol a szem **spektrális érzékenységi függvénye** ($V(\lambda)$) alacsony, a fényforrás fényhasznosítási tényezője kicsi lesz, azaz 1 W befektetett teljesítményből kevés lumen fényáramot hoz létre.

A fizikából tudjuk, hogy két, alapvetően eltérő színeképtípus van:

- Vonalas színekép:** Ekkor a legtöbb λ értékre $I(\lambda) = 0$, csak néhány hullámhossz kis környezetében, az ún. **színeképvonalaknál** van ettől eltérés.
 Vonalas színekép jellemző az egymástól lényegében függetlenül sugárzó atomokra, azaz az izzított gőzök és gázok fénykibocsátására: ekkor az atomok energiaszintjeinek különbsége határozza meg, milyen hullámhosszakon történik a fény kibocsátása, és e hullámhosszak listája egy ujjlenyomat-szerű jellemzője az adott atomnak.
- Folytonos színekép:** Ekkor $I(\lambda)$ folytonos függvény, ami a vizsgált tartomány nagy részén 0-tól különböző értékeket vesz fel.
 Folytonos színekép általában akkor keletkezik, amikor az egymással kölcsönható atomok környezetében az energiaszintek száma annyira megszorodik, hogy a lehetséges sugárzási hullámhosszak „egybefolytnak”, azaz közelebb vannak egymáshoz, mint a színeképvonalak természetes kiszélesedése. Leginkább az izzított szilárd testek valósítják ezt meg ezért ezek színeképe folytonos.

Természetesen e két alapeset sokszor keveredve jelenik meg a gyakorlatban. Pl. a molekulák színeképében folytonos és vonalas tartományok váltják egymást, vagy egy összetett szerkezetű lámpa belseje folytonos

színképpel sugároz, de erre ráakódik a töltőgáz néhány színképvonala, vagy a burkolat hullámhosszfüggő elnyelése.

4.2. A feketetest-sugárzás

Egy tárgy színképének vizsgálatakor zavarhat, ha a tárgy a környezetről ráeső fény egy részét visszaveri. A saját kibocsátott fény tanulmányozásához ezt kerülni kell, ezért a szilárd testek sugárzását fekete testeken tanulmányozzák. Az ideális eset az **abszolút fekete test** esete, amről akkor beszélünk, ha a test a ráeső sugárzást teljes mértékben elnyeli (azaz semmit sem ver vissza).

Az elmélet szerint az abszolút fekete test által kibocsátott sugárzás **spektrális sugársűrűsége**:

$$l(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}, \quad (4.1)$$

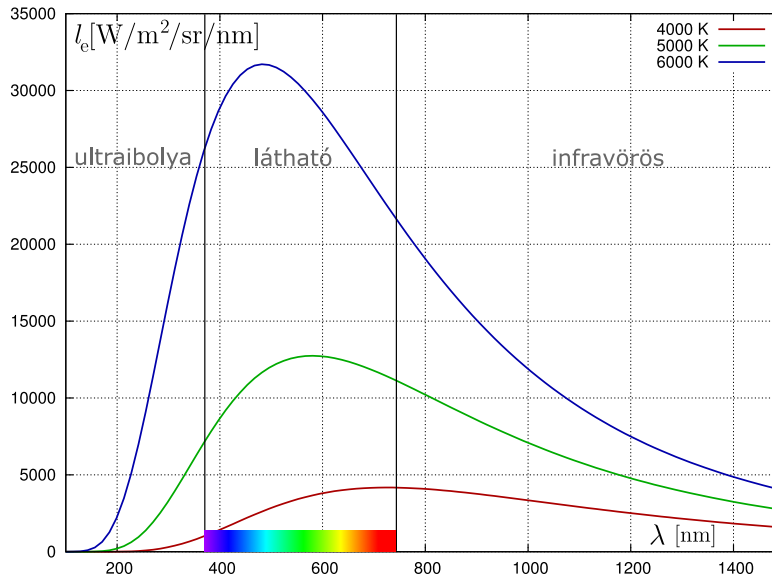
ahol $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js, az úgynevezett **Planck-állandó**, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K, a **Boltzmann-állandó**, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s a **fény sebessége** vákuumban.

Ez az l mennyiség tehát megmondja, hogy λ hullámhossz elemi környezetében milyen sugársűrűségű a fekete test sugárzása, azaz mennyi energiát bocsát ki idő-, térszög- és felületegységenként a fekete test.

A 4.1. ábrán 3 különböző hőmérséklet esetén ábrázoltuk az előbbi l mennyiséget. (Áttekinthetőségi okokból a hullámhosszat mindkét tengelyen nm-ben adjuk meg.) Az itt látható görbéket elméleti vizsgálójuk neve alapján **Planck-görbéknek** nevezzük.

Látható, hogy magasabb hőmérsékleten a sugárzás sokkal erősebb és a Planck-görbék maximuma a kisebb hullámhosszak felé tolódik el. Utóbbi jelenség a hétköznapokból is ismert: a 800–1000°C-os testek izzása már látható, mert a Planck-görbéjük a vörös oldalról belenyúlik a látható tartományba, a 2000 K-es testek már narancssárgán izzanak, a 3000 K-esek sárgák (pl. hagyományos izzó), míg az 5000–6000 K-es testek (pl. a Nap felszíne) fehér–kékesfehér fényű, mert sugárzási maximuma a látható tartomány közepére esik.

Az előbbi $l(\lambda)$ mennyiség részletesen megadja a fekete testek sugárzását. Gyakran azonban csak arra vagyunk



4.1. ábra. Az abszolút fekete test spektrális sugársűrűsége 3 különböző hőmérséklet esetén.

kíváncsiak, hogy egy nagy sík felület milyen energiaáram-sűrűséget produkál, azaz 1 m^2 hány wattal sugároz. E fogalom szabványos elnevezése „kisugárzott teljesítmény” vagy „felületi kisugárzás”.

Ez viszont l -ből könnyen megkapható: hullámhossz szerinti integrálással megkapjuk a sugárerősséget, majd azt figyelembe véve, hogy egy sík lap egy féltér irányába, azaz 2π sr térszögbe minden irányban egyenletesen

sugároz, egy 2π -vel való szorzás után a kisugárzott teljesítmény megkapható:

$$M_e(T) = 2\pi \int_0^{\infty} l(\lambda, T) d\lambda.$$

Maga az integrálás technikailag bonyolult, ezért itt csak a végeredményt közöljük:

$$M_e(T) = \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} T^4 = \sigma T^4. \quad (4.2)$$

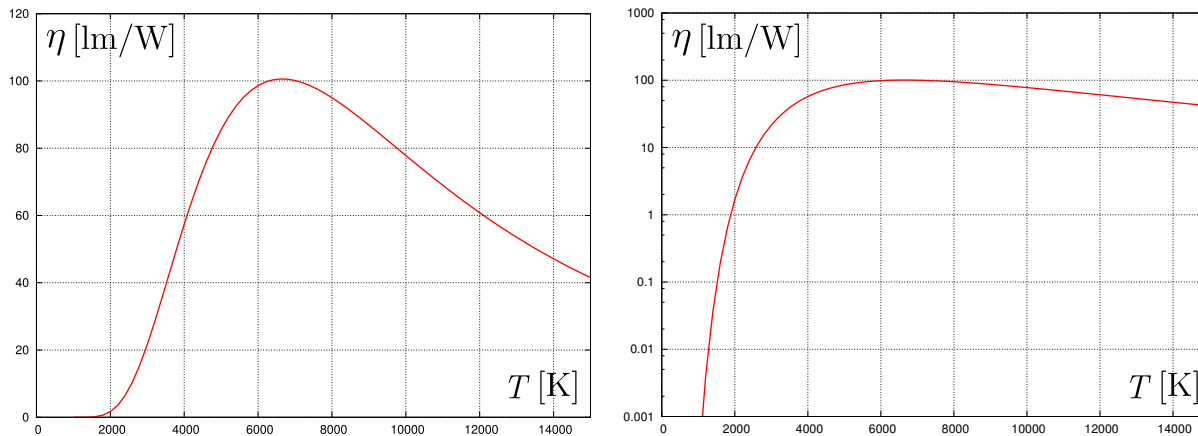
σ szokásos elnevezése: **Stefan-Boltzmann-állandó**, számszerű értéke: $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$, és (4.2)-t **Stefan-Boltzmann törvény**, szokás hívni.

A Stefan-Boltzmann törvény tehát megadja a fekete testek energiaáram-sűrűségét, azaz a radiometria mennyiséget, de a fotometriai mennyiségek, pl. a kisugárzott felületi fényáram meghatározásához a $V(\lambda)$ spektrális érzékenységi függvénnyel súlyozott integrálásra van szükség:

$$M_v(T) = 2\pi \int_0^{\infty} l_e(\lambda, T) V(\lambda) d\lambda.$$

Mivel $V(\lambda)$ csak táblázattal adott, ezért ezt nem tudjuk analitikusan meghatározni, csak numerikus, közelítő módszerekkel. Ezt számítógéppel könnyű megtenni és az ebből származtatható $\eta = 683 E_v(T)/E_e(T) \text{ lm/W}$ hatékonysági függvény is könnyű kiszámolni. Az eredményt a 4.2. ábrán mutatjuk be.

Látható, hogy a Planck-görbék nagy relatív félérték-szélessége miatt mindig elég sok sugárzás esik a szem alacsony érzékenységi területeire, ezért a feketetest-sugárzás fotometriai hatékonysága elég kicsi: 6500–7000 K környékén a legjobban, itt kb. 100 lm/W, ami mintegy hetede az elméleti maximum 683 lm/W-nak. A 7000 K-es hőmérsékleten azonban szilárd testek nem léteznek. A hagyományos izzókban használt wolfram olvadáspontja kb. 3600 K, itt az elvi hatékonyság 30 lm/W körüli, de az olvadásponthoz közel üzemeltetve a lámpát, igen



4.2. ábra. A feketetest-sugárzás fotometriai hatékonysága.

rövid élettartamot kapunk. Így már érthető az, hogy a fentebb közölt 2. táblázatban a hagyományos izzók neve mellett miért 5–25 lm/W érték áll. (Ráadásul a feketetest-sugárzásból adódó alacsony hatékonyság mellett egyéb veszteségek is felléphetnek.) Az is érthető, hogy a gyertya és a petróleumlámpa miért oly kis hatásfokú: ezek üzemi hőmérséklete 1000–1500 K.

4.3. Izzó gőzök és gázok színe

Az izzó gázokban főként atomi állapotban találjuk az anyagot. A különálló atomok sugárzása viszont vonalas: az energiaszintjeik közti különbségnek megfelelő energiájú fotonokat sugározzák. Így a kisugárzott fény frekvenciája néhány, hullámhossz kicsiny környezetében lesz 0-tól különböző.

Az, hogy ezek a színeképvonalak egyáltalán rendelkeznek egy kis szélességgel, az energiaszintek kvantum-

mechanikából adódó bizonytalanságából, az atomok mozgása által okozott Doppler-effektusból, illetve nagyon sűrű gázok esetén a közeli atomok kölcsönhatásából adódik: a látás fizikája szempontjából azonban ezek hatása oly kicsi, hogy tekinthetjük a színeképvonalakat 0 szélességűnek. Nem hanyagolhatjuk el azonban a színeképvonalakban található sugárzás által szállított energiát, tehát a matematikai leíráshoz olyan eszközt kell választani, mely segítségével egyszerűen lehet az elhanyagolhatóan kis helyen nem 0 értékű, de nem elhanyagolható integrálú függvényeket kezelni.

Az ilyen problémák leírása a matematika „disztribúcióelmélet” c. fejezetének része. A disztribúcióelmélet ismertetése meghaladná könyvünk kereteit, de számunkra elegendő ebből egyetlen kis részt ismerni, még hozzá a **Dirac-delta függvényt**. A Dirac-delta függvénnyel a mérnöki alkalmazások más területein is találkozhatott már a kedves olvasó, mint pl. a jelfeldolgozás vagy folyamatirányítás témák esetében. Azoknak, akik most hallanak először erről, a függelék 25.2. fejezetét ajánljuk olvasásra.

Egy tisztán vonalas színekép tehát a látás fizikájában szükséges pontossáig Dirac-delták súlyozott összegeként írható le:

$$I(\lambda) = \sum_{i=1}^N F_i \cdot \delta(\lambda - \lambda_i), \quad (4.3)$$

ahol az i . színeképvonal hullámhossza λ_i , energiaárama F_i .

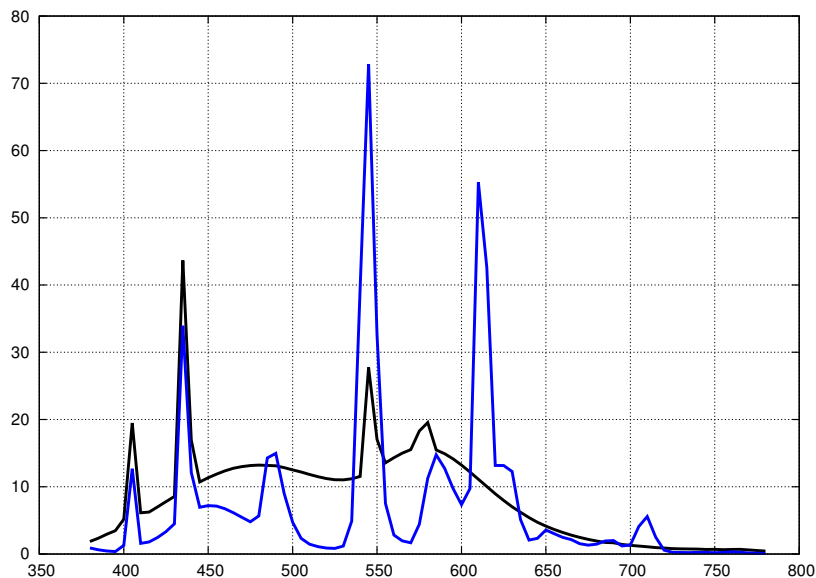
A színeképvonalak helyét megadó λ_i értékek tehát csak a sugárzó atom energiaszintjeitől függenek, de a vonalak erősségét jellemző F_i értékek nagysága már sokkal összetettebb: ezek függenek a hőmérséklettől, de a hozzájuk tartozó energiaszintek bizonyos kvantummechanikai jellemzőitől is. Számunkra azonban nem érdekesek a részletek: aki nem az izzó gázok fénykibocsátásának fizikájával szeretne foglalkozni (pl. fényforrás-tervezési célokból), az elég ha azt tudja, hogy a vonalak erősségének hőmérséklet-függése hasonlít az előzőekben tárgyalt feketetest-sugárzására, azaz egy adott hőmérsékleten általában azok a színeképvonalak a legerősebbek, melyek az ehhez tartozó Planck-görbe maximuma környékén található. Ez azt jelenti, hogy ha nagy spektrális hatékonyságú fényforrást szeretnénk, akkor annak kell legyen színeképvonala az 500–600 nm tartományban és üzemi hőmérséklete 5000–8000 K legyen, hogy az ide eső vonalak legyenek erősek.

Izzó gázokkal számtalan fényforrás-fajta működik. Közismert példa az utcai nátrium-lámpák esete. Ezek

színképében 2 közeli narancs árnyalatú színkép vonal dominál.

4.4. Fénycsővek színképe

A fénycsővekben a fényt alapvetően izzó gázok vagy gőzök adják, de a felületükön elhelyezkedő speciális réteg ezek sugárzását nagyrészt elnyeli, és más, hullámhosszakon sugározza vissza. Így a színkép több vonalból és egy folytonos részből áll, ami a hagyományos izzó gázos megoldásokhoz képest annyival jobb, hogy közelebb áll a természetben előforduló színképekhez. Ilyen színképet mutat be a 4.3. ábra.

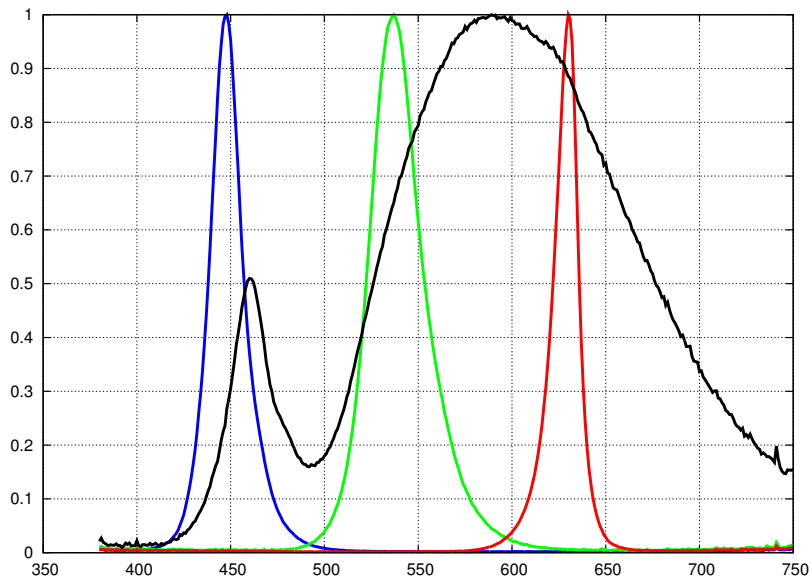


4.3. ábra. Két tipikus fénycső-színkép

4.5. LED-ek színe

A LED (= Light Emitting Diode) elterjedt fényforrás-fajta. A félvezetőik sávjai közt „közlekedő” elektronok bocsátják ki a fényt, és mivel e sávok nem élesen meghatározott energiaszintűek, a színek szétterjedtebb, mint egy vonalas színek, de nem olyan széles, mint a Planck-görbék.

A hagyományos LED-ek szűkebb tartományban sugároznak, de az újabb fejlesztésű, ún. „fehér LED”-ek szinte a teljes látható tartományt befogják. Ezt szemléltetik a 4.4. ábra görbéi.



4.4. ábra. Három hagyományos („egyszínű”) és egy ún. „fehér LED” színe

4.6. Lézerek színe

A lézerek színe abban a felbontásban, ami minket érdekel, egyetlen színekvonalból áll, ezért ilyen ábrát nem mutatunk. (Egyetlen függőleges vonal lenne, ha a teljes látható spektrumot feltüntetnénk.)

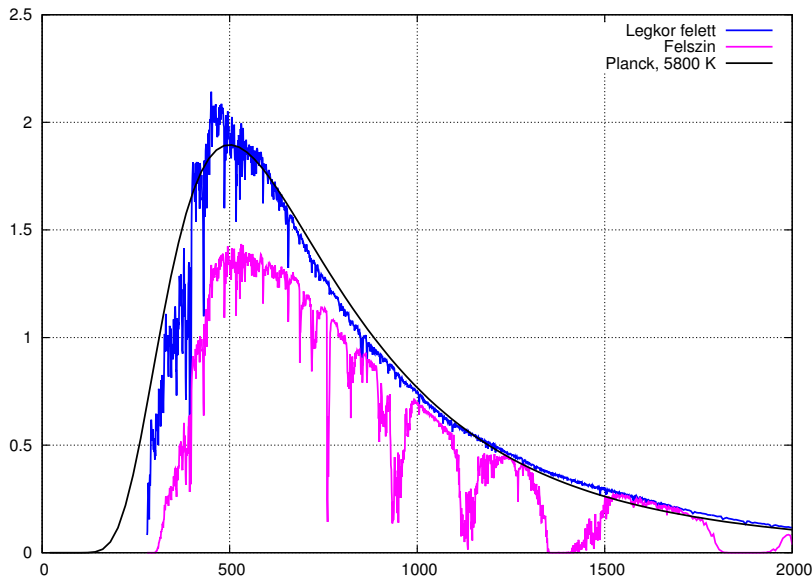
Ez a monokromatikus jelleg sok speciális alkalmazási lehetőséget rejt magában, pl. nem lép fel a diszperzió jelensége, ha lézert használunk vagy erős, változatos megvilágítású környezetben is ki tudjuk választani a lézert megvilágított fénypontot, ha keskeny sávú színszűrőt alkalmazunk.

4.7. A Nap színe

A Nap „felszíne” közelítőleg egy 5800 K-nek megfelelő feketetest-sugárzásnak megfelelő fényt bocsát ki, de ebbe a folytonos színekvonalba a Nap légkörében és a földi légkörben is elnyelési színekvonalak kerülnek bele. Így végül elég bonyolult színekvonal (4.5. ábra) kapunk, ami sokszor jól közelíthető az 5800 K-es Planck-görbével, de vannak alkalmazások, amikor pontosabb, mérési adatokon alapuló számítások szükségesek.

A Nap színekvonalának látható tartományba eső részén többnyire igen keskeny színekvonalakat találhatunk, melyek atomokon belüli elektronállapot-átmeneteknek felelnek meg. Ezzel szemben az infravörös tartományban szélesebb elnyelési sávok is feltűnnek, melyek a légkör molekuláinak forgási átmeneteivel kapcsolatosak.

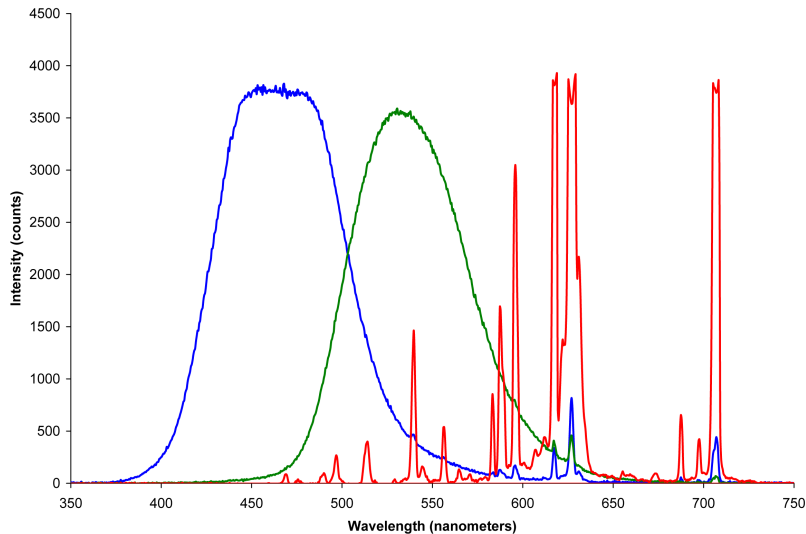
Ezek az infravörös tartományba eső elnyelési sávok a felelősek a manapság oly gyakran emlegetett „üvegházhatásért”. Ezek ugyanis azt jelentik, hogy az infravörös tartomány egy jelentős részén a légkör átlátszatlan, ezért a Föld felszínének hőmérsékleti sugárzását kisebb hatékonysággal engedi át a légkör. Eközben a Napból a felszínre eső sugárzás nagyrészt a látható tartományba esik, ahol nincsenek ilyen elnyelési sávok. A légkör tehát sokkal kisebb mértékben akadályozza a sugárzási hőtranszportot a felszín felé, mint a felszín kisugárzását, ami nagyobb felszíni hőmérsékletet eredményez, mint légkör nélkül lenne.



4.5. ábra. A Nap színe a Nap felszínén, a föld légkör határán és a földfelszínen.

4.8. Egyéb színek

Érdekes, és a színelméleti megfontolásaink szempontjából igen fontos színes képmegjelenítő eszközeink színeképét megvizsgálni. A 4.6. ábrán egy hagyományos, képcsöves monitor (CRT) 3 fényórának színeképét mutatjuk be.



4.6. ábra. Egy CRT-monitor színes komponenseinek színeképe

4.9. Milyen a jó fényforrás?

Ennek vannak objektív és szubjektív elemei is. A legfontosabbak:

- nagy határfokú,
- színeképe folytonos, maximuma 500–600 nm közt van.

Hatásfok szempontjából a legjobb a monokromatikus 550 nm-es zöld lézer lenne. Ez azonban a színérzékelést teljesen lehetetlenné tenné és a szem számára nagyon fárasztó lenne ennek használata.

A feketetest-színképű fényforrások, mint pl. a hagyományos izzólámpák széles spektrumban sugároznak, ami kellemes a szemnek, de a hatékonyságot igencsak rontja: túl nagy rész esik az alacsony érzékenyséű részekre, vagy olyan hullámhossz-tartományba, ahol nem is látunk.

A két szélsőség közti átmenet lehet a legjobb: a jó fényforrás színképe kiterjed az emberi látás teljes tartományára (380–760 nm), színképe folytonos, de nagy értékeket 550 nm környékén vesz fel.

Ezt a mai fényforrások közül legjobban a „fehér LED”-ek és a jól megtervezett fénycsövek ill. kompakt fénycsövek valósítják meg.

A nagy hatékonyságú és jó színvisszaadó képességű lámpák kérdése aktív kutatás tárgya, amit megnehezít, hogy az egyes emberek színérzékelése eltérő. Ezért olyan megoldás, ami mindenkinek egyaránt optimális, nem fog születni, a „legjobb” lámpa választása kissé ízlés dolga marad.

4.1. feladat. A Nap sugárzása a Föld felszínén 1368 W/m^2 energiaáram-sűrűségű. Becsülje meg, hány luxnak felel ez meg, ha a Nap színképe egy 6000 K-es feketetest sugárzásával közelíthető!

Megoldás: A 4.2. ábráról leolvasható, hogy a 6000 K-es feketetest fotometriai hatékonysága kb. 100 lm/W , ezért a m^2 -enkénti 1368 W beeső teljesítmény $1368 \cdot 100 = 136\,800 \text{ lm}$ -nek felel meg.

Így a napsugárzás elvi megvilágítása kb. $140\,000 \text{ lux}$.

Ezt természetesen a légköri fényelnyelés és fényszórás csökkenti.

←4.1. feladat

4.2. feladat. Hányszor halványabbnak látnánk a Napot, ha mérete megtartása mellett hőmérséklete 4000 K-re csökkenne?

Megoldás: A 4.2. ábra szerint a 4000 K-es feketetest fotometriai hatékonysága kb. 57 lm/W , ami az előző feladatbeli hatékonyság 0,57-szerese. A hőmérséklet csökkenése azonban nemcsak a fotometriai hatékonyságot csökkenti, hanem a kibocsátott sugárzási teljesítményt is, méghozzá a Stefan-Boltzmann törvény szerint T^4 -nel arányosan, azaz $(4000/6000)^4 \approx 0,20$ -szorosra.

Így összességében $0,2 \cdot 0,57 = 0,114$ -szeresre, azaz az eredeti érték mintegy 11%-ára csökkenne a Nap fényessége.

A Napfoltok felszíne kb. 4000 K hőmérsékletű. Ebből a példából világos, miért is látszanak sötétnek a Nap felszínének nyugodt területei mellett, holott abszolút hőmérsékletük csak 33%-kal kisebb náluk.

←4.2. feladat

Önellenőrzés

1. Mikor mondjuk egy fényforrásról, hogy színeképe folytonos?

Ha legalább 24 óráig képes egyfolytában világítani.

Ha legalább 1 évig képes egyfolytában világítani.

Ha spektrális sugársűrűsége a vizsgált hullámhossz-tartomány nagy részén nem 0.

Ha spektrális sugársűrűsége a hullámhossz függvényében jól közelíthető Dirac-delták súlyozott összegével.

2. Ha egy fekete test hőmérséklete nő, akkor színeképeinek maximumhelye...

... a nagyobb frekvenciák felé tolódik el.

... a nagyobb hullámhosszak felé tolódik el.

... nem változik. (Csak a maximum értéke nő.)

... Egyre nagyobb frekvenciájú rezgéseket kezd végezni.

3. Mi a fő elméleti oka annak, hogy nem lehet igazán hatékony fekete-test sugárzó fényforrást készíteni?

Az, hogy a feketetest-sugárzás színeképe igen széles tartományon vesz fel jelentős értékeket, így az emberi szem érzékenységi tartományából mindenképp jelentősen kilóg.

A kérdés hibás: valójában 7000 K-es fekete testtel meg lehet közelíteni az elvi hatékonysági maximumot.

Az, hogy magas hőmérsékleten minden szétolvad. 7000 K-nél melegebb fekete test igen nagy hatékonyságú lenne, csak ilyet nem tudunk készíteni.

A fény kvantumos volta (fotonok) nem engedi, hogy a hatékonyság egy bizonyos értéknél nagyobb legyen.

4. Kb. mennyi a feketetest-sugárzás fotometriai hatékonyságának elvi maximuma lm/W-ban?
5. A fejezetben tanultak alapján határozza meg, hány lm fényáramot bocsát ki egy 2000 K hőmérsékletű, 1 dm² felületű teljesen fekete lap.

5. LECKE

Fényterjedés I. Keletkezés és elnyelődés

Kulcsszavak:

- fényelnyelés, -kibocsátás, és -szórás
- hatáskeresztmetszet
- fénynyalábok elnyelődése, optikai vastagság, színszűrők

*Ebben a leckében először azt vizsgáljuk általánosságban, mi történik a fénnel, amikor közegek belsejében halad. A sokféle folyamat közül a két egyszerűbbet, a fény keletkezését és elnyelődését részletesebben is meg-
nézzük, a bonyolultabb jelenség, a fényszórás tárgyalása a következő két lecke témája.*

Ajánlott irodalom: [1], [3].

5. A fény terjedését befolyásoló hatások

A légüres térben utazó fénnel nem történik semmi jelentős: megtartja irányát, hullámhosszát, sebességét, energiáját. Egyedül a geometriai okból bekövetkező szétszóródás csökkenti a fényerősséget: nagyobb felületre széteszolva ugyanaz az összenergia kisebb energiaáram-sűrűséget (és megvilágítást) eredményez.

Elméleti fizikai szempontból kiemelten fontos kérdés a fény viselkedése igen hosszú távolságok megtétele során. A jelenlegi vizsgálatok szerint légüres térben haladva még millió fényéves távolságokon sem történik semmi különös a fénnel: nem változik meg hullámhossza az utazástól, nem bomlanak a fotonok, nem válnak szét hullámhossz szerint, stb.

Ezzel ellentétben kiterjedt közeg, pl. levegő vagy füstfelhő belsejében bonyolult folyamatok is lejátszódnak, amiket az alábbi három csoportba szokás beosztani:

Fényelnyelés: Ez akkor áll fenn, ha a közegben olyan részecskék vannak, melyek elnyelik a fényt és energiáját mássá, általában hővé alakítják. Ilyen pl. a füst vagy porfelhő esete: a sok kis részecske a ráeső fény egy részét elnyeli. Tiszta gázok is el tudják nyelni a fényt ha a fotonok energiája épp megfelel egyik energiaátmenetüknek.

Fénykibocsátás: A közegek sugározni is képesek. Ez akár a bennük levő kicsi részecskék hőmérsékleti sugárzása, de magának a térfogatot kitöltő gáznak a sugárzása is lehet. Mindkét eset előfordul például lángok fénykibocsátása esetében.

Fényszórás: Ennek során a bejövő fény nem nyelődik el, csak irányt változtat. Por, köd esetében (a fényelnyelés mellett) ez a folyamat is lejátszódik, de pl. a levegőben a molekulák véletlenszerű mozgásából statisztikus sűrűség-ingadozások is kiváltják.

A fenti három eset ritkán jelentkezik önmagában, általában legalább kettő közülük lényeges szerepet játszik a folyamatokban. Például a fénykibocsátó közegek számottevő fényelnyeléssel is rendelkeznek, vagy a levegőbe jutott finom por fényszórást és fényelnyelést is megvalósít. Először mégis érdemes sorra venni őket, egymástól függetlenül tárgyalva működésüket.

Mindhárom jelenség esetén nagy pontossággal igaz a **linearitás**, azaz kétszer akkora radiometriai paraméter kétszeres erősségű folyamatot eredményez, tehát pl. kétszeres energiaáram-sűrűség esetén az elnyelődő energia adott térfogatban és adott idő alatt kétszeres lesz.

A nemlineáris optikai viselkedést mutató anyagok elég ritkák, alkalmazásuk köre viszonylag szűk, de bizonyos területeken nagyon ígéretesnek mutatkozik. A mi általunk tárgyalt esetekben azonban nem ilyen anyagokról lesz szó.

6. Fényelnyelés

A fényelnyelést kiváltó fő okok:

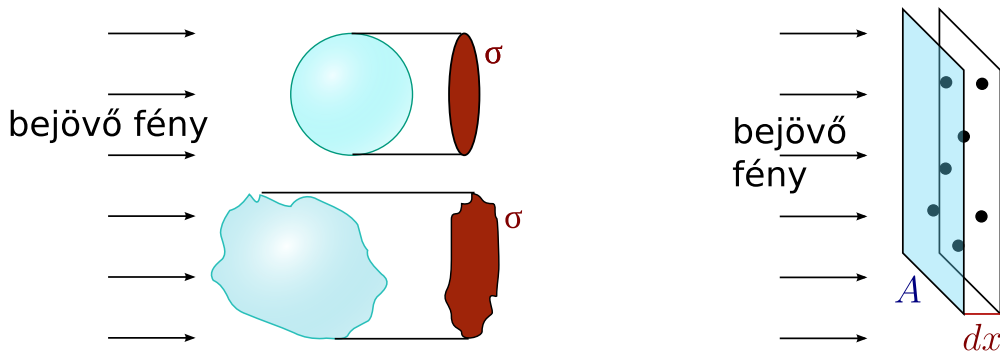
- Hullámhossznál nagyobb szilárd részecskékben való hővé alakulás.
- Atomok, molekulák energiaszintjének gerjesztése.

Foglalkozunk először az első esettel. Tétélezzük fel először, hogy olyan részecskéink vannak elszórva a közegben, melyek minden rájuk eső fényt elnyelnek. Ekkor egy részecske elnyelési hatékonyságát az a keresztmetszet-nagyság mutatja, amit a fény felé fordít. Ennek neve: **hatáskeresztmetszet**.

A 6.1. ábra bal oldalán láthatjuk a hatáskeresztmetszet fogalmának szemléltetését. Egyszerű alakokra ez könnyen számolható, pl. gömbre nyilván $\sigma_g = \pi R^2$, bonyolultabb esetekben csak összetett számítással vagy kísérlettel lehet meghatározni ezt.

Ha részecskéink mégsem tökéletes fényelnyelők, azaz csak a ráeső fény energiájának a -ad részét nyelik el, akkor a számítások ugyanilyenek lesznek, csak σ nem egyezik meg a geometriai keresztmetszettel, hanem annak a -szorosa lesz.

Atomok, molekulák esetén pedig a hatáskeresztmetszet elveszti szemléletes jelentését, de matematikai szempontból érdemes ekkor is használni, ekkor hatáskeresztmetszet alatt az olyan tökéletesen elnyelő részecske geometriai keresztmetszetét értjük, amely a vizsgált atommal vagy molekulával azonos hatékonysággal nyeli el a fény energiáját.



6.1. ábra. Elnyelő részecskék hatáskeresztmetszetének szemléltetése (balra) és egy elemi rétegben levő részecskék számának számítása (jobbra)

6.1. Párhuzamos nyaláb elnyelődése

Milyen hatással van sok kicsi elnyelő centrum jelenléte a fényre? Ennek számításához tételezzük fel, hogy az elnyelő részecskék koncentrációja n , azaz egy ΔV térfogatban $\Delta N = n\Delta V$ van belőlük és hatáskeresztmetszetük egyenként σ nagyságú.

Vizsgáljunk először egy elemi vastagságú réteg hatását párhuzamos fénynyalábra. (6.1. ábra, jobb oldal.) Tegyük fel tehát, hogy egy A nagyságú felületre merőlegesen esik a fénysugár és nézzük meg, hogyan változik az általa szállított energiaáram egy dx vastagságú rétegen való áthaladás után. Elnyelő részecskék nélkül az energiaáram nem változna, elnyeléssel viszont csökkenni fog, méghozzá a csökkenést nyilván a részecskék össz hatáskeresztmetszetének és az A felületnek az aránya adja meg:

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = -\frac{\sigma dN}{A}. \tag{6.1}$$

Ez az egyenlet azt a feltételezést tartalmazza, hogy a részecskék átfedése elhanyagolható, tehát dN részecske dN -szer annyi felületet takar ki, mint 1. A feltételezés vékony rétegekre jogos, és esetünkben erről van szó, mert a dx jelölés egy 0-hoz tartó rétegvastagságot fejez ki.

A fentiek szerint $dN = n \cdot dV = n \cdot A dx$, ezért

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = -n\sigma dx, \quad (6.2)$$

aminek megoldása egyszerűen megkapható:

$$\Phi(x) = \Phi_0 e^{-n\sigma \cdot x}. \quad (6.3)$$

Mint sok más, lineáris fizikai problémánál, a jól ismert exponenciális lecsengéssel találkozunk itt is.

Érdeemes lehet a szemléletesség kedvéért bevezetni a

$$h = \frac{1}{n\sigma} \quad (6.4)$$

jelölést. h egy távolság dimenziójú mennyiség, mely jellemzi az elnyelés hatékonyságát, nevezhetjük a fényelnyelés karakterisztikus távolságának. Nyilván:

$$\Phi(x) = \Phi_0 e^{-x/h}, \quad (6.5)$$

azaz h az a távolság, ami alatt az energiaáram $1/e$ -részt csökken. Így h -nak jól érzékelhető szemléletes jelentése van.

Sokszor n és σ külön-külön nem határozható meg, de h egyszerű intenzitásméréssel megkapható.

6.1. feladat. Egy V térfogatú szobában V_0 össz-térfogatú anyagot kicsiny r sugarú gömbökre osztunk fel és azt szétosztatjuk. Ha a gömböcskék tökéletesen fényelnyelőek, mekkora lesz a h karakterisztikus távolság?

Megoldás: Egy gömböcske hatáskeresztmetszete: $\sigma = r^2 \pi$.

Egy gömb $V_1 = 4/3 \cdot \pi r^3$ térfogatú, így $N = V_0/V_1 = 3V_0/(4\pi r^3)$ részecske van összesen a szoba levegőjében. Ez

$$n = \frac{N}{V} = \frac{V_0}{V} \cdot \frac{3}{4\pi r^3} \quad (6.6)$$

koncentrációt jelent.

Így a keresett karakterisztikus elnyelési távolság:

$$h = \frac{1}{\sigma n} = \frac{4}{3} \cdot \frac{V}{V_0} \cdot r \quad (6.7)$$

Érdekes eredmény adódott: ugyanolyan mennyiségű anyagot kisebb részekre darabolva erősödik az elnyelés! Ezért jó fényelnyelő még kevés füst is.

←6.1. feladat

6.2. feladat. 100 m³ térfogatú szobában valaki füstöl. A füst részecskéinek átlagos sugara 0,001 mm. Mennyi a füst részecskék össz térfogata, ha a karakterisztikus távolság 10 m?

Megoldás: A fentiekből:

$$V_0 = \frac{4}{3} \cdot \frac{V}{h} \cdot r = 1,33 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 13,3 \text{ cm}^3 \quad (6.8)$$

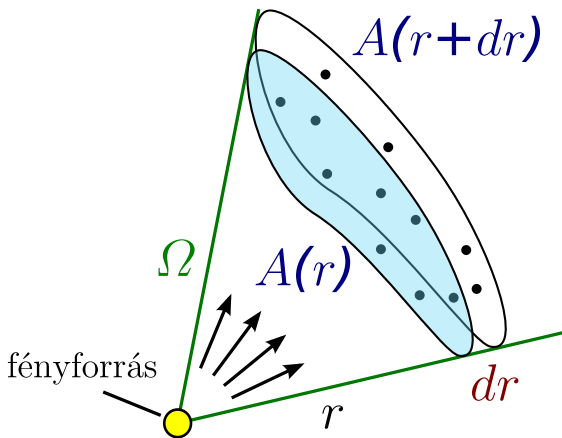
Egy maroknyi anyag kellően kis méretű füstté válása tehát egy nagy szoba levegőjében jól érezhetően csökkenti a láthatóságot.

←6.2. feladat

6.2. Széttartó nyaláb elnyelődése

Fontos tény, hogy (6.3) általánosan igaz, nemcsak az előbb tárgyalt párhuzamos fénynyaláb esetére. Nyilvánvaló ugyanis, hogy egy Ω térszögbe széttartó nyaláb esetén is hasonló a helyzet. A térszögbe eső tartományon belül, a fénykibocsátás pontjától távolodva ugyan nő a besugárzott felület, de ugyanaz lesz minden r értéknél

a Φ energiaáram, ha elnyelés nem történik. (Lásd 6.2. ábra.) Az elnyelés hatása pedig egy dr vastagságú réteg elnyelésével írható le, és a fentihez hasonló gondolatmenettel belátható, hogy (6.2)-hez nagyon hasonló egyenlethez jutunk, csak x helyett r a változó.



6.2. ábra. Széttartó nyaláb elnyelődése

Ezért széttartó nyalábra:

$$\frac{d\Phi}{\Phi} = -n\sigma dr, \tag{6.9}$$

aminek megoldása:

$$\Phi(r) = \Phi_0 e^{-n\sigma r} = \Phi_0 e^{-r/h}. \tag{6.10}$$

Az energiaáram-sűrűség (besugárzás) viszont a felület nagyságával arányosan csökken:

$$E_e(r) = \frac{\Phi}{A(r)} = \frac{\Phi}{\Omega r^2} = \frac{\Phi_0}{\Omega} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot e^{-r/h}. \tag{6.11}$$

Az egységnyi felületre jutó energia tehát $1/r^2$ -tel arányosan csökken egy egyszerű geometriai okból és erre még egy $e^{-r/h}$ -val megadható exponenciális csökkenés rakódik rá a közeg elnyelése miatt. Az exponenciális és a -2 . hatványfüggvény tulajdonságai miatt kis r értékekre a geometriai ($1/r^2$ -es), a forrástól távol viszont az exponenciális lecsengés fog dominálni.

6.3. feladat. Egy műhelyben a levegő poros, ezért jelentős a fényelnyelés hatása. Egy itt levő lámpától 1 m-re annak fényét 12 W/m^2 besugárzásúnak mérjük (merőleges beesés esetén), a műhely túoldalán, a lámpától 15 m-re már csak $0,035 \text{ W/m}^2$ -es. Mekkora a műhely levegőjében a fényelnyelés karakterisztikus távolsága?

Mennyi lenne a besugárzás a két vizsgált pontban, ha a por levegőbeli sűrűsége megduplázódna?

Megoldás: Jelölje 1-es index az 1 m-re, 2-es a 15 m-re mért paramétereket. (6.11) szerint:

$$12 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = E_e(r_1) = \frac{\Phi_0}{\Omega} \cdot \frac{1}{r_1^2} \cdot e^{-r_1/h} \quad (6.12)$$

és

$$0,035 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = E_e(r_2) = \frac{\Phi_0}{\Omega} \cdot \frac{1}{r_2^2} \cdot e^{-r_2/h}.$$

E két egyenlet elosztásával:

$$342,86 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \cdot e^{(r_2-r_1)/h} = 225 \cdot e^{14/h}.$$

Innen:

$$h = 33,2 \text{ m}.$$

Kétszer olyan sűrű por fele akkora h értéket jelentene (6.4) szerint. A megváltozott értékek meghatározásához viszont meg kell határozni a lámpa Φ_0/Ω értékét. Ezt pl. (6.12) alapján lehet megtenni, hisz $r_1 = 1 \text{ m}$ ismert:

$$\frac{\Phi_0}{\Omega} = 12r_1^2 \cdot e^{r_1/h} = 12,37 \frac{\text{W}}{\text{sr}}.$$

Innen a sűrűbb közeg esetére érvényes értékek:

$$E'_e(r_1) = \frac{\Phi_0}{\Omega} \cdot \frac{1}{r_1^2} \cdot e^{-r_1/(h/2)} = 11,65 \frac{\text{W}}{\text{m}^2},$$

$$E'_e(r_2) = \frac{\Phi_0}{\Omega} \cdot \frac{1}{r_2^2} \cdot e^{-r_2/(h/2)} = 0,022 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Érdekes, hogy a lámpához közel állva a kétszer sűrűbb por csak pár százalékos változást jelent, távolról nézve viszont harmadával csökkenti a besugárzást. (És adott színekép esetén a megvilágítást is.) Ezt valóban tapasztaljuk ilyen helyzetekben: a poros, párás levegő közelre nézve alig vehető észre, kissé távolabbra tekintve azonban jelentős változást jelent.

← 6.3. feladat

6.3. Inhomogén közeg fényelnyelése

Az előzőekben ismertetett levezetések könnyen megismételhetők akkor is, ha n nem konstans, hanem x -től vagy r -től függ. Ekkor a párhuzamos nyaláb esetének megoldása:

$$\Phi(x) = \Phi_0 e^{-\sigma \cdot \mu(x)}, \quad \text{ahol } \mu(x) = \int_0^x n(x') dx'. \quad (6.13)$$

Ehhez hasonló módon módosul (6.10) és (6.11) is.

$$\Phi(r) = \Phi_0 e^{-\sigma \mu(r)}, \quad E_e(r) = \frac{\Phi_0}{\Omega} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot e^{-\sigma \mu(r)}, \quad \text{ahol } \mu(r) = \int_0^r n(r') dr' \quad (6.14)$$

A $\mu(x)$ mennyiség neve: **oszlopsűrűség**. Az oszlopsűrűség szemléletes jelentése: ennyi részecske esik a sugárzás irányába eső egységnyi felületre.

Változó részecske-koncentráció mellett természetesen a fenti karakterisztikus távolság nem értelmezhető.

Egy másik fogalom viszont gyakran szemléletes és több helyen alkalmazzák: egy fényelnyelő közegben egy pont **optikai mélységének** hívjuk a következő mennyiséget:

$$\tau(x) = \sigma \int_0^x n(x') dx'. \quad (6.15)$$

Ez a fogalom jellemzi, mennyire átlátszatlan is a közeg egy adott része, hisz a fényelnyelést egy $e^{-\tau(x)}$ -es szorzó írja le. Ennél fogva:

- $\tau \ll 1$ esetén az elnyelés hatása elhanyagolható, ekkor a közeget **optikailag vékonynak** nevezzük.
- $\tau = 1$ egy közepesen vastag rétegnek felel meg, hisz az eredeti sugárzás $1/e$ -részére csökken.
- $\tau \gg 1$ azt jelenti, hogy alig van átjutó fény. Ekkor **optikailag vastag** közegről beszélünk.

6.4. A fényelnyelés hullámhossz-függése

A hatáskeresztmetszet függhet a vizsgált fény hullámhosszától. Elnyelő részecskéknél lehet saját színük (pl. vízben oldott festékszemcsék esetében). Az atomok és molekulák elnyelő-képessége, azaz hatáskeresztmetszete is erősen hullámhossz-függő, mert csak olyan hullámhosszakon nyelnek el sugárzást, amelyeknek megfelelő energiához tartozik a részecskén belül lehetséges energiaátmenet. Ezért az atomok és molekulák jól meghatározott hullámhosszak kis környezetében hatékonyan nyelik el a sugárzást, a színképben jellegzetes **elnyelési színeképvonalakat** hozva létre. Kis szilárd részecskék esetén ez a hullámhossz-függés gyenge, azaz az a elnyelési együttható λ függvényében csak lassan változik.

A fényelnyelés hullámhossz-függését a hatáskeresztmetszeten keresztül lehet formulákba foglalni. Legyen $\sigma(\lambda)$ a hatáskeresztmetszet, mint a hullámhossz függvénye. Ekkor a fentiek szerint homogén közeg karakterisztikus elnyelési távolsága: $h(\lambda) = 1/(\sigma(\lambda)n)$, Az egyes hullámhosszak tehát más és más mértékben nyelődnek el, azaz

a teljes energia elnyelődéséről közvetlenül nem tudunk semmit sem mondani, csak a színekép változásáról. Azaz ha az eredeti színekép $l_0(\lambda)$, akkor x vastagságú rétegen való áthaladás után a színekép:

$$l(x, \lambda) = l_0(\lambda)e^{-x/h(\lambda)} = l_0(\lambda)t(x, \lambda), \quad (6.16)$$

ahol $t(x, \lambda)$ neve: az x vastagságú réteg áteresztő képessége a λ hullámhosszon.

Ez a jelenség az alapja a színszűrők működésének. Olyan anyagból, mely átereszt a fényt, de az áteresztőképesség hullámhossz-függő, adott hullámhossz-tartományt viszonylagosan jobban kiemelő egyszerű szerkezet hozható létre. Ezek általában színes üvegek néznek ki (bár nem biztos, hogy üvegből vannak) és valamilyen keretük van a kényelmes használat érdekében.

Az áteresztő képesség a rétegvastagságtól erősen nemlineárisan függ. Ez azt jelenti, hogy rétegvastagság-változással nehéz pontosan követni a szűrés hatását. Ezt bemutatandó a 6.3. ábrán $l_0(\lambda) = \exp(-(\lambda - 600)^2 / (2 \cdot 100^2))$, $h(\lambda) = (400/\lambda)^4$ függvényekkel, $x = 0,0; 0,1; 0,2; 0,5$ esetekben felrajzoltunk a fenti formulából számolható $l(x, \lambda)$ függvényeket. (És a szemléletesség kedvéért $h(\lambda)$ -t is.)

Látszik, hogy egyre vastagabb és vastagabb rétegek után a színekép mindinkább eltolódik a kék irányba, hisz a karakterisztikus távolság ott nagyobb, azaz ott átlátszóbb az anyag.

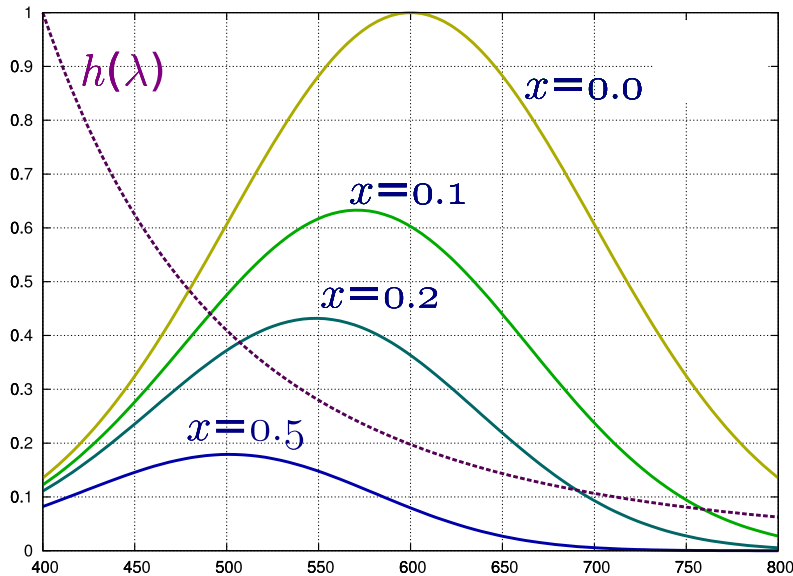
A színekép hullámhossz szerinti integrálja az L_e sugársűrűség (lásd (3.10)), amiből a térszöggel és a felülettel való szorzással megkapható a szállított teljesítmény, de látható, hogy nincs egyszerű összefüggés $L_e(x)$ -re, hisz az előzőek szerint:

$$L_e(x) = \int_0^\infty l_0(\lambda)t(\lambda, x)d\lambda \quad (6.17)$$

Ez az integrál nem egyszerűsíthető, ha $h(\lambda)$ -ról nem tudunk semmit. Ha véletlen épp $h(\lambda) = h = \text{állandó}$, akkor természetesen $L_e(x) = L_e(0)e^{-x/h}$, azaz a sugársűrűség (és a szállított teljesítmény is) a szokásos exponenciális lecsengést mutatja, általános esetben azonban nem mondhatunk semmit $L_e(x)$ csökkenésének módjáról.

Ehhez hasonlóan a fotometriai mennyiségek változását is csak az előzőhöz igen hasonló integrálokkal lehet kiszámítani:

$$L_v(x) = \int_0^\infty l_0(\lambda)V(\lambda)t(\lambda, x)d\lambda, \quad (6.18)$$



6.3. ábra. Egyszerű teszt számítás színszűrő hatásának bemutatására.

ahol $V(\lambda)$ az emberi szem spektrális érzékenységi függvénye, az így kiszámolt mennyiség pedig a fénysűrűség, ami azt jellemzi, milyen fényesnek látszik a fényforrás.

Általános esetben (6.18) nem egyszerűsíthető. Nyilvánvaló azonban, hogy ha egy adott $t(\lambda, x)$ áteresztőképességű közegünk van, úgy kapjuk a legnagyobb fénysűrűséget, ha $l_0(\lambda)V(\lambda)$ maximuma ott van, ahol az áteresztőképesség maximuma is található.

Később látni fogjuk, hogy sok közegben a nagyobb hullámhosszak esetén nagyobb az áteresztő képesség, ezért ha olyan lámpát szeretnénk készíteni, aminek fénye messzire világít, nagy hullámhosszú, azaz vörös színű fényforrást kell választanunk.

Olyan alkalmazásoknál, amely igényli (6.18) kiértékelését nem triviális színeképekre és spektrális áteresztési tényezőre, általában az integrál numerikus közelítésére vagyunk utalva, hisz pl. $V(\lambda)$ csak táblázattal adott.

7. Fénykibocsátás

Közeg belsejében levő kis szilárd részecskék vagy a közeg atomjai és molekulái nemcsak elnyelni, hanem kibocsátani is képesek a fényt. A fizikából tudjuk, hogy a kibocsátásnak két fő fajtája van: a spontán és az indukált, de utóbbi csak igen speciális körülmények között, a lézerek esetén játszik számottevő szerepet, így a hétköznapi gyakorlatban feltételezhetjük, hogy spontán kibocsátásról van szó.

Ez viszont azt jelenti, hogy a kibocsátást egy $F(\lambda)$ **forráserősséggel** jellemezhetjük, ami az egységnyi térfogatú közeg által kibocsátott sugárzás spektrális sugársűrűsége.

Elnyelődés nélkül nyilvánvaló, hogy a spektrális sugársűrűsége vonatkozó egyenlet:

$$\frac{dl(x, \lambda)}{dx} = F(\lambda), \quad (7.1)$$

azaz

$$l(x, \lambda) = l_0(\lambda) + F(\lambda)x. \quad (7.2)$$

Ez azt jelenti, hogy a rétegvastagsággal arányosan növekszik a közeg járuléka.

A gyakorlatban azonban igen ritka a tisztán fénykibocsátó közeg: az esetek többségében a fény elnyelődése és kibocsátása együtt jár, azaz egy adott hullámhosszon sugárzó közeg általában elnyelni is képes azt. Ezért a gyakorlathoz sokkal közelebb állunk, ha egyszerre számolunk fénykibocsátással és -elnyeléssel, akkor homogén közegben:

$$\frac{dl(x, \lambda)}{dx} = F(\lambda) - \frac{l(x, \lambda)}{h(\lambda)}. \quad (7.3)$$

Ennek megoldása:

$$l(x, \lambda) = l_e(\lambda) + (l_0(\lambda) - l_e(\lambda))e^{-x/h(\lambda)}, \quad \text{ahol } l_e(\lambda) = F(\lambda)h(\lambda). \quad (7.4)$$

Ez tehát azt jelenti, hogy az induló $l_0(\lambda)$ színeképről exponenciális lecsengéssel vált át a színekép az $l_e(\lambda) = F(\lambda)h(\lambda)$ egyensúlyi színeképre.

Ezt úgy látjuk megnyilvánulni a gyakorlatban, hogy vékony izzó közegen (kis láng) keresztül nézve a mögöttes tárgyak még látszanak, de igen vastag réteg esetén a kibocsátó közeg (vastag lángoszlop) saját ($l_e(\lambda)$) színét észleljük. Érdekes, hogy ez az egyensúlyi színekép ugyanaz, mint az 1 optikai mélységű tisztán fénykibocsátó közegé.

(7.4)-t néha célszerű ebbe az alakba átírni:

$$l(x, \lambda) = l_e(\lambda) \cdot \alpha + l_0(\lambda) \cdot (1 - \alpha), \quad \text{ahol } \alpha = 1 - e^{-x/h(\lambda)}. \quad (7.5)$$

Ez az alak bizonyos szempontból jobban kifejező: a 0 és 1 között változó α tényező mutatja, hogy a közeg hatása milyen erős: $\alpha \ll 1$ esetén vékony közegünk van, és javarészt a közeg mögötti források fénye érvényesül, $\alpha \approx 1$ esetén pedig a köztes fénykibocsátó- és elnyelő anyag saját sugárzása dominál.

Az egymásra helyezett, részben átlátszó rétegek esetén ez a forma terjedt el számítógépes grafikai alkalmazásokban: ha egy alakzatnak megadjuk a színét (mondjuk RGB-ben) és hozzá az α értéket is, akkor azzal az áttetsző, színes rétegek modellezhetők. Pl. $\alpha = 0,2$ esetén a tárgy saját színe csak 0,2, míg a mögöttes szín 0,8 súllyal számít bele a kialakított színbe, míg $\alpha = 1$ esetén a tárgy mögötti részek nem befolyásolják a színt.

A számítások általánosíthatók helyfüggő esetre is, azaz $F(x, \lambda)$, $h(x, \lambda)$ esetekre, ezek kezelésével azonban nem foglalkozunk, mert túlmenne könyvünk keretein.

1. Ha két részecske térfogata azonos, akkor feltétlen azonos-e hatáskeresztmetszetük?

Igen.

Nem.

2. Két szobában poros a levegő. Mindegyikben köbméterenként ugyanannyi gramm por van, de az elsőben kisebb a látótávolság. Mit mondhatunk a porszemcsék méretéről, ha azt tudjuk, hogy alakjuk azonos?

Az első szobában nagyobbak a porszemcsék.

Ez lehetetlen! Ha azonos a por sűrűsége és anyaga, akkor azonos látótávolságnak kellene lennie.

Ez a jelenség nem jelent semmit a porszemcsék méretére vonatkozóan.

Az első szobában kisebbek a porszemcsék.

3. Nagy optikai mélységű fénykibocsátó közegen áthaladó fényt vizsgálva a színekép...

... lényegében meg fog egyezni a közeg saját sugárzásának színeképével.

... kb. fele-fele arányban lesz a fényforrás és a közeg saját színeképének keveréke.

... kimérhetetlenül kis intenzitású lesz.

... lényegében meg fog egyezni a fényforrás eredeti színeképével.

4. Milyen optikai mélység esetében fogja egy fényelnyelő közeg az eredeti energiasűrűséget tizedére csökkenteni?

5. Egy fényforrástól 10 m-re állunk. Ekkor a fényforrás által okozott megvilágítást 300 luxnak, 20 m-ről viszont már csak 55 luxnak mérjük. Feltételezve, hogy a lámpát körbevevő közeg minden hullámhosszon azonos fényelnyelő hatású, hány méter fényelnyelést jellemző karakterisztikus távolság?

6. Hány lux megvilágítást okoz az előző feladatbeli lámpa 100 m távolságból? (Azonos közegben?)

6. LECKE

Fényterjedés II. Fényszórás nagy részecskéken.

Kulcsszavak:

- szórási hatáskeresztmetszet
- iránymenti fényelnyelés, optikailag vékony és vastag közeg
- fényszórás porszemeken, fémrészecskéken, vízcseppeken

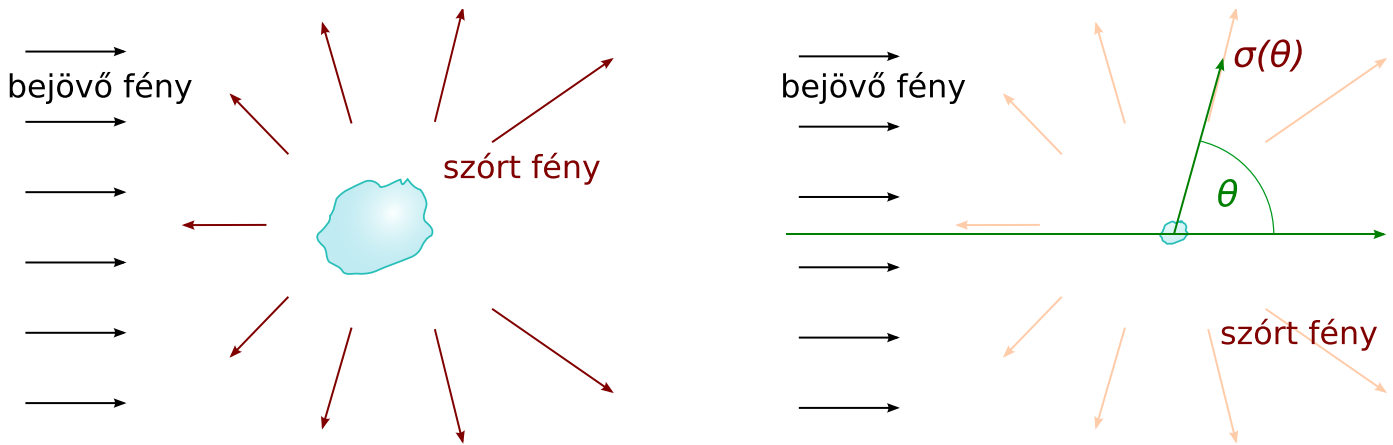
A fényterjedésről tanultak folytatásaként a „nagy”, azaz a fény hullámhosszánál sokkal nagyobb részecskék fényszóró hatásának leírásával foglalkozunk e leckében. Ilyen jelenség pl. a porfelhőn vagy vízcseppeken történő fényszórás. Mindegyikkel találkozhatunk a hétköznapokban mint látótávolság-csökkentő hatással, de speciális körülmények közt olyan szép jelenségekhez is vezethetnek, mint a szivárvány vagy a vékony felhőrétegek elszíneződése.

A jelenségek leírását az elemi geometriai ismeretek alapján meg tudjuk tenni, bár a levezetések néhol elbonyolódnak. Célszerű első olvasáskor a részletszámításokat csak felületesen megnézni, és csak amikor a teljes anyagról kialakult egy kép, akkor térni vissza rájuk.

8. Fényszórás

8.1. A szórási hatáskeresztmetszet

Fényszórásnak nevezzük azt a jelenséget, amikor a fény a közeg kis részecskéin csak irányt változtat. Az elnyelődéssel és a keletkezéssel ellentétben tehát itt nem változik a rendszerben levő fotonok száma, csak az irányuk. Könnyű belátni, hogy a fényszórás az előzőekben tárgyalt fényelnyelésnél és -kibocsátásnál sokkal összetettebb és matematikailag is nehezebben megfogható probléma. Nehéz pl. leírni a szórt fény irány szerint eloszlását.



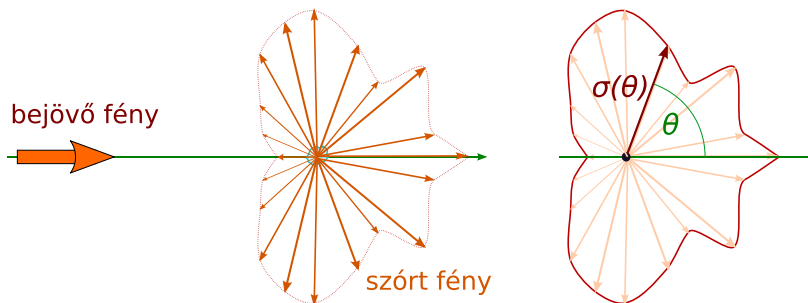
8.1. ábra. Fény szóródása kis részecskén; az irány szerinti eloszlás leírása

A szórt fény irány szerinti eloszlását a 8.1. ábra alapján az egyenes továbbhaladáshoz képest mért θ szöggel fogjuk jellemezni, azaz megmondjuk, ebbe az irányba mennyi fény szóródik. A bejövő párhuzamos fénysugár erősségét a radiometriában tanultak alapján az egységnyi felületre eső teljesítményt kifejező E_e besugárzással (energiaáram-sűrűséggel), míg a szórt fényt az egységnyi térszögbe jutó I_e sugárerősséggel jellemezhetjük. Így

a szóródást az alábbi **szórási hatáskeresztmetszet** mennyiséggel jellemezzük:

$$\sigma(\theta) = \frac{I_e(\theta)}{E_e}. \quad (8.1)$$

Igen jól áttekinthető ábrát kapunk, ha $\sigma(\theta)$ -t polárkoordinátákkal ábrázoljuk, ahogy azt a 8.2. ábrán mutatjuk. Ilyen ábráról jól látszanak azok az irányok, melyekbe sok szórt fény megy, így számítások nélkül is információt nyújtanak a szórásakor fellépő jelenségekről. Ezért a továbbiakban ezt az ábrát használjuk az egyes esetek szemléltetésére.



8.2. ábra. A szórási hatáskeresztmetszet polárkoordinátás ábrázolása.

Teljes általánosságban feltételezhetnénk egy olyan φ szögtől való függést is, mely a beeső fényvel párhuzamos tengely körüli elforgatást írja le. A gyakorlati esetek többségében a szóró részecskék vagy gömbszimmetrikusak, vagy véletlenszerű orientáltságúak, így a szórt fény átlagában nincs ilyen irányú függés.

A szórási hatáskeresztmetszet fogalma tehát kicsit hasonlít a fenti elnyelési hatáskeresztmetszetére, de itt a szögtől való függés elbonyolítja a helyzetet.

Néha nem vagyunk kíváncsiak a szórt fény irányára, csak azt akarjuk tudni, mennyi fény szóródik összesen. Ekkor nyilván összegezni kell $\sigma(\theta)$ -t az összes irányra:

$$\sigma_{tot} = \int_{\Omega} \sigma(\theta) d\Omega = 2\pi \cdot \int_0^{\pi} \sigma(\theta) \sin \theta d\theta. \quad (8.2)$$

Felhasználtuk a $d\Omega/d\theta = 2\pi \sin \theta$ összefüggést, amit pl. (25.2) egyenletből lehet egyszerűen levezetni. (Amit itt θ -nak nevezünk, az ott α volt.)

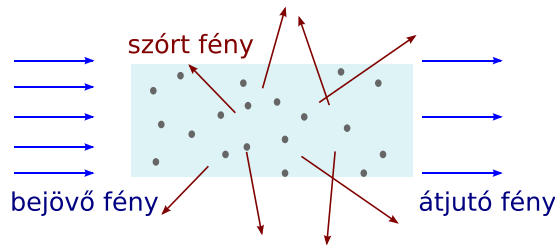
8.2. A fényszórás hatásának számítása

Teljes általánosságban igen összetett számítással lehet csak követni, mi történik egy szóró közegben, mert a szórt fény újra és újra szóródhat, mindig a szóródási hatáskeresztmetszetnek megfelelő eloszlással, de véletlenül választva irányt. Az ezt leíró egyenletek önmaguk is igen bonyolultak, általános megoldásuk pedig többnyire nem lehetséges. Ezért az alábbiakban néhány olyan speciális esetet nézünk meg röviden, melyek olyan egyszerűek, hogy kezelhetők, és legalább közelítőleg megoldhatók.

8.2.1. A szórás, mint iránymenti fényelnyelés

Egy eredetileg párhuzamos nyaláb számára a szórt fény gyakorlatilag teljes veszteséget jelent, mert kicsi az esélye, hogy a szóródás épp az eredeti irányban történik. Ezért az eredeti irányú sugarak számára az előbbi σ_{tot} mennyiség ugyanazt a szerepet játssza, mint az elnyelési hatáskeresztmetszet, így azonos formulák (exponenciális lecsengés, stb.) vonatkozik rájuk.

A szél által felkavart homokszemcsék például a fény nagy részét nem nyelik el, hanem szórják, egy homokfelhőn keresztül nézve mégis jelentősen csökken a fényforrások fényereje. Valójában a fény ilyenkor nem elnyelődik, hanem oldalra szóródik, de a látóirány szempontjából ez veszteség.



8.3. ábra. Iránymenti szóródás

8.2.2. Optikailag vékony közeg fényszórása

A gyakorlatban sokszor áll elő olyan eset, amikor egy domináns fényforrás világít meg egy ritka fényszóró közeget, ami a forrás fényének csak kis részét szórja.

Ilyenkor kicsi az esélye, hogy egy foton kétszer is szóródik, ezért jó közelítést kapunk a folyamatokról, ha az alábbiakat tesszük:

- σ_{tot} -ot, mint fényelnyelési hatáskeresztmetszetet használva, kiszámoljuk az energiasűrűség (besugárzás) térbeli eloszlását megadó $E_e(\underline{r})$ függvényt.
- Az előbbi $I_e(\underline{r}, \theta) = E_e(\underline{r})\sigma(\theta)$ írja le az egyszeresen szóródó fényt. Ezt úgy tekintjük, mint egy fényforrási tagot, és a fentieknek megfelelően irányok mentén integráljuk.

Természetesen ez csak egy közelítés, ami akkor mondható jogosnak, ha a σ_{tot} -ból számolható optikai mélység sokkal kisebb 1-nél, azaz ha $\sigma_{tot}n \ll d$, ahol d a fényszóró közeg vastagsága, n a részecskék koncentrációja.

Ilyen eset pl. a légköri poron, párán szóródó fényé. Éjszaka erős, közel párhuzamos nyalábot kibocsátó lámpa nyalábja jól látható oldalról, köszönhetően a fényszóródásnak.

8.2.3. Optikailag vastag közeg fényszórása

Az előző eset ellentéte az, ha a közeg paraméterei olyanok, hogy benne igen sokszor szóródik a fény, mielőtt áthaladna. Sok szóródás a fény irányának véletlenszerűvé válását jelenti, azaz közel izotrop (irányfüggetlen) lesz a sugárzás. Érdekes, hogy ez az eset a diffúzióra hasonlít, azaz pl. arra a jelenségre, amikor a levegőbe kerülő idegen molekulák a hőmozgás miatt mozogva, de az ütközések igen gyakori volta miatt állandóan irányt váltva lassan terjednek.

Ilyen esettel pl. sűrű köd belsejében találkozhatunk. Ha süt is a Nap, irányát nem tudjuk megmondani, mert a köd tetején még irányítottan belépő fotonok a sokszori fényszórás miatt szinte teljesen egyenlő valószínűséggel érkeznek minden irányból.

8.3. Szóródás nagy méretű részecskéken

A fény szempontjából „nagy méretűnek” a hullámhossznál sokkal nagyobb részecskék számítanak. Ebben az esetben a geometriai optika törvényei szerint kiszámíthatjuk a beeső fénysugarak irányváltozását és ebből a szórási hatáskeresztmetszetet.

8.3.1. Tükröző gömbök fényszórása

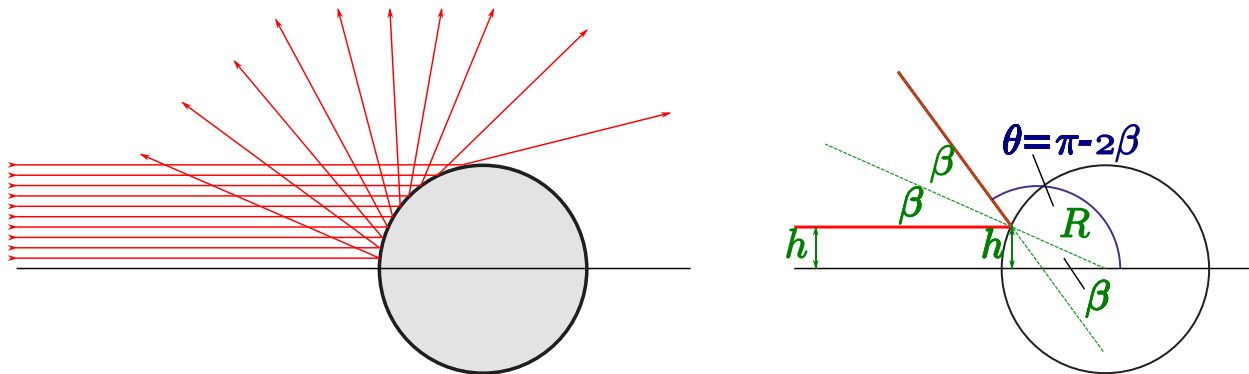
Vegyük először a teljesen tükröző gömb esetét. Ekkor a szóródó fénysugarak útja egyszerűen szerkeszthető a visszaverődési törvény alapján.

Használjuk a 8.4. ábra jelöléseit! A sok beeső fénysugár közül lesz, ami épp a középpont felé tart, ez az ábra szimmetriatengelye. Ettől h távolságra menő fénysugár úgy éri a felszínt, hogy β beesési szögére nyilván igaz:

$$\sin \beta = \frac{h}{R}. \quad (8.3)$$

A visszaverődési törvény alapján ez úgy verődik vissza, hogy egyenes továbbhaladáshoz képesti szöge:

$$\theta = \pi - 2\beta = \pi - 2\arcsin(h/R) \quad (8.4)$$



8.4. ábra. Fény szóródása tükröző gömbön

lesz.

Ahhoz, hogy a szórási hatáskeresztmetszet (8.1) definíciója ki tudjuk értékelni ebben az esetben, tudnunk kell a θ irányba továbbmenő fény sugárerősségét. Ehhez meg kell határozni, hogy h és $h + dh$ közti tartományban mekkora teljesítményű sugárzás esik be, és ez a szóródás után mekkora térszögbe szóródik szét.

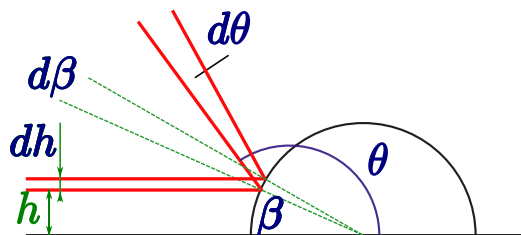
Az előbb említett h és $h + dh$ közti sugarak egy ilyen sugarakkal jellemezhető körgyűrű területét metszik ki a beeső fénysugárból. (8.4. és 8.5. ábrák csak metszetek, igaziból ezeket a vízszintes tengely körül meg kell forgatni.) Ezért összesen

$$dA = \pi(h + dh)^2 - \pi h^2 = \pi(2hdh + dh^2) \approx 2\pi h dh \quad (8.5)$$

felületre eső, E_e besugárzást okozó sugárzás szóródik θ irány közelébe. ($dh \ll h$, ezért a dh^2 -es tagot elhanyagolhatjuk.)

Ez

$$d\Phi_e = E_e dA = E_e 2\pi h dh \quad (8.6)$$



8.5. ábra. Szemléltető rajz tükröző felületű gömb szórási keresztmetszetének számításához

sugárzott teljesítményt jelent, ami $\theta = \pi - 2\arcsin(h/R)$ szög kis $d\theta$ környezetébe szóródik. Nyilván:

$$\frac{d\theta}{dh} = -2 \frac{1}{\sqrt{1 - (h/R)^2}} \frac{1}{R} = -2 \frac{1}{R \cos \beta}. \quad (8.7)$$

Mekkora térszöget jelent a θ és $\theta + d\theta$ közti tartomány? (25.2) alapján ez meghatározható, csak azt vegyük észre, hogy az itt szereplő θ szög az általános eset $\pi - \alpha$ szögének felel meg. Így viszont $\Omega = 2\pi(1 - \cos(\pi - \alpha)) = 2\pi(1 + \cos \theta)$, ezért

$$\frac{d\Omega}{d\theta} = -2\pi \sin \theta, \quad (8.8)$$

azaz

$$d\Omega = -2\pi \sin \theta d\theta = \frac{4\pi \sin \theta}{R \cos \beta} dh \quad (8.9)$$

Ezt (8.6) egyenlettel összevetve a kérdéselt szögtartományba menő sugárerősség:

$$I_e(\theta) = \frac{d\Phi_e}{d\Omega} = E_e \frac{hR \cos \beta}{2 \sin \theta} \quad (8.10)$$

(8.4) alapján:

$$\sin \theta = \sin(\pi - 2\arcsin(h/R)) = \sin(2\arcsin(h/R)) \quad (8.11)$$

Elemi összefüggések felhasználásával ez egyszerűsíthető:

$$\sin \theta = 2 \sin(\arcsin(h/R)) \cos(\arcsin(h/R)) = 2 \frac{h}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{R}\right)^2} = 2 \frac{h}{R} \cos \beta. \quad (8.12)$$

Ezt (8.10) egyenletbe beírva:

$$I_e(\theta) = E_e R^2 / 4 \quad (8.13)$$

Ezért a tükröző felületű gömb szórási hatáskeresztmetszete:

$$\sigma(\theta) = \frac{I_e(\theta)}{E_e} = \frac{R^2}{4}. \quad (8.14)$$

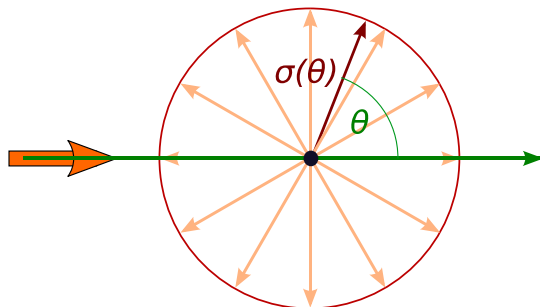
Ez a meglepően egyszerű eredmény azt jelenti, hogy a tükröző gömbön szóródó fény minden irányban azonos sugárerősségű, azaz a szórt fény izotrop. A 8.6. ábrán ezt az egyszerű esetet is bemutatjuk, hogy a későbbi, bonyolultabb esetekhez viszonyítási alapul szolgáljon.

Számításunk hihetőségének ellenőrzésére (8.2) alapján egyszerűen kiszámolható a teljes hatáskeresztmetszet, ami $R^2\pi$ -nek adódik, azaz visszaadja a gömb fény felé fordított keresztmetszetét.

Természetesen ha a tükröző réteg nem tökéletes, hanem csak a -ad részt ver vissza, akkor a szórási hatáskeresztmetszet is ezzel arányosan kisebb lesz:

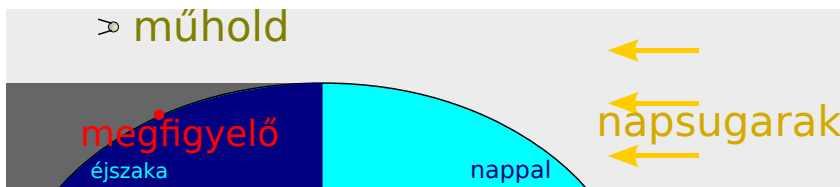
$$\sigma(\theta) = \frac{I_e(\theta)}{E_e} = a \frac{R^2}{4}. \quad (8.15)$$

8.1. feladat. Az első műhold, a Szputnyik-1 egy 58 cm átmérőjű alumínium gömb volt (néhány antennával). Előfordult, hogy a Föld felszínének egy pontján éjszaka volt, de a felette 250 km-rel elhaladó Szputnyik-1-et a



8.6. ábra. Tükröző felszínű gömb szórási hatáskeresztmetszetének szögfüggése.

Nap még megvilágította. Feltéve, hogy a felszíne a fény 90%-át visszatükrözte, hány lux megvilágítást okozott az alatta levő területeken a rajta szétszóródó napfény, mely merőleges beesés esetén 130 000 lux megvilágítást okoz? Látható lehetett a Szputnyik-1 szabad szemmel ideális körülmények között?



8.7. ábra. A megfigyelő láthatja a műholdról szóródó napfényt.

Megoldás: (8.15) nyilván nemcsak a radiometriai, hanem a fotometriai mennyiségekre is igaz, hisz az alumínium

jó közelítéssel hullámhossz-függetlenül tükröz. Ezért:

$$\sigma(\theta) = \frac{I_v(\theta)}{E_v} = a \frac{R^2}{4},$$

ahol $R = 0,29 \text{ m}$, $E_v = 130000 \text{ lux}$, $a = 0,9$.

A Szputnyik-1 tehát egy

$$I_v = E_v \cdot a \cdot R^2/4 = 2460 \text{ cd}$$

fényerősségű fényforrásként viselkedve szórja a fényt minden irányban.

Ha mi $h = 250\,000 \text{ m}$ távolságban vagyunk, akkor ez a fényerősség nyilván

$$E_f = I_v/h^2 = 3,9 \cdot 10^{-8} \text{ lux}$$

megvilágítást okoz.

Ez kisebb, mint a 10^{-6} -os, átlagos szemre vonatkozó határérték, tehát nem lehetett szabad szemmel megpillantani a Szputnyikot.

A néhány méternél nagyobb átmérőjű műholdak viszont már láthatóak a Föld felszínéről szabad szemmel is. Derült éjszakákon 10-15 perc várakozással általában megfigyelhetünk olyan, csillagnak kinéző, de lassan mozgó fényforrásokat az égen, melyek nem repülőgépek (nem villognak színesen). Ezek 1-2 perc alatt a teljes égbolton áthaladnak, és fényességüket csak lassan változtatják annak megfelelően, hogy mekkora felületet fordítanak felénk, belépnek-e a Föld árnyékába, stb. A legnagyobbak, pl. a Nemzetközi Űrállomás a legfényesebb csillagokkal vetekedő fényességűek.

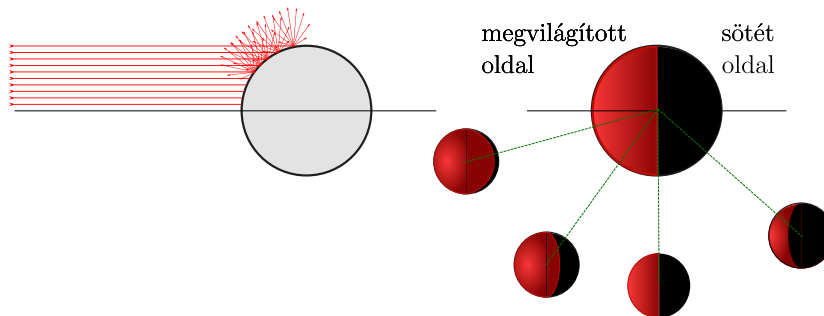
←8.1. feladat

8.3.2. Matt felszínű gömb fényszórása

Bizonyos szempontból az előző példa ellentéte az olyan egyenetlen felszínű gömb esete, mely teljesen szét-szórja a fényt. Ezt részletes számításokkal nem követjük, mert a felület egyenetlenségei miatt igen összetett

számításokra lenne szükség. Az előző esettel ellentétben ugyanis minden pontban azt kell feltételezni, hogy a fény szétszóródik a részecske felszínéről, így egy adott θ irányba a felület megvilágított részének sok pontjából érkezik fény.

Könnyű az esetet elképzelni, ha egy olyan pingponglabdára gondolunk, mely csak az egyik oldaláról van megvilágítva vagy a Holdra, ami a Naptól kapja a fényét, de egyetlen felszíne szétszórja azt.



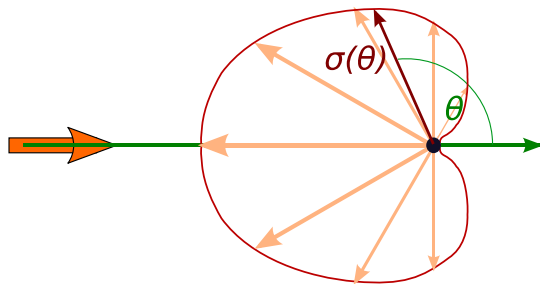
8.8. ábra. Matt felszínű gömb fényszórása

Ezt az esetet szemlélteti a 8.8. ábra. Látható, hogy adott irányhoz elég egyszerű megmondani, mekkora részét látjuk a megvilágított félgömbnek, de ez nem adja meg a szórási hatáskeresztmetszetet, mert a felszín egyes részei nem egyforma megvilágítást kapnak a különböző beesési szög miatt, és a szóródásnak is speciális irányfüggése van. (Lásd később.)

Számítással tehát nem tudjuk követni az esetet, de az biztos, hogy visszafelé sokkal több fény szóródik, mint előre. Ez a **visszaszórás** esete.

A valóságban a teljesen tükröző és a teljesen matt esetek közti problémákkal találkozunk. Ezért általánosságban azt mondhatjuk, hogy egy átlátszatlan, a fény hullámhosszánál sokkal nagyobb részecske fényszórása visszafelé

nagyobb, mint előre. A teljesen szimmetrikus eset csak a tökéletesen tükröző esetben valósul meg. Egy tipikus, matt gömbön való szórás hatáskeresztmetszetének szögfüggését szemlélteti a 8.9. ábra.



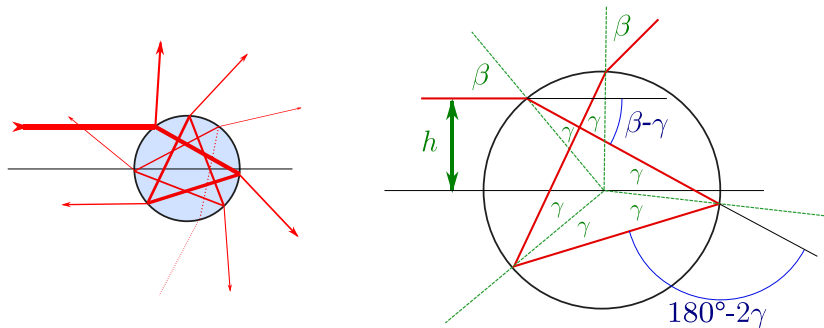
8.9. ábra. Matt felszínű gömb szórási hatáskeresztmetszetének szögfüggése.

8.3.3. Átlátszó gömbök fényszórása

A szabadon eső vízcseppek a felületi feszültség hatására gömb alakot vesznek fel, amit csak nagyon erős, turbulens szél tud számottevően eltorzítani. Ezért eső, vízpára esetén az átlátszó gömbök fényszórásának esete áll fenn.

A fénysugarak átlátszó gömbön való szóródását mutatja be a 8.10. ábra. Itt bal oldalon azt láthatjuk, hogy egy fénysugár minden közegetárral való találkozáskor 2 részre oszlik, a visszavert és a megtört fénysugárra, de az energiamegmaradás miatt ezek fokozatosan gyengülnek. A jobb oldalon egy esetet, azt, amikor a fénysugár a gömb belsejében épp kétszer verődik vissza, külön kiemeltünk.

Számoljuk ki a beesési β szög függvényében a kijövő fénysugár θ irányszögét! Az irányszög számítása legyen



8.10. ábra. Fényszórás átlátszó gömbön. A sok lehetséges sugármenet (balra) és a belül kétszer visszaverődő eset áttekintése (jobbra).

a szokásos, azaz 0° az eredeti továbbhaladásnak feleljen meg és az óramutató járásával ellentétes irány legyen a pozitív. A 8.10. ábra alapján a közeghatár-váltáskor az irányszög mindig $(\gamma - \beta)$ -nyit, míg a belső visszaverődésekkor $(180^\circ - 2\gamma)$ -nyit változik. Ezért ha k -szor verődik vissza belül, akkor az irányszöge:

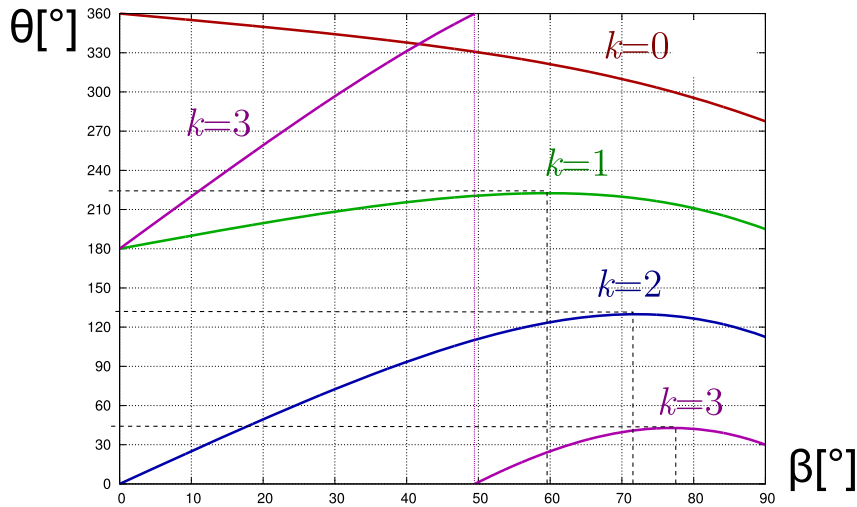
$$\theta_k(\beta) = 2(\gamma - \beta) + k \cdot (2\gamma - 180^\circ) = 2 \left((k + 1) \arcsin \frac{\sin \beta}{n} - \beta \right) - k \cdot 180^\circ. \quad (8.16)$$

(Ide a Snellius-Descartes törvény alapján $\gamma = \arcsin(\sin \beta/n)$ -et beírtuk.)

Ezt a függvényt $k = 0, 1, 2, 3$ esetekre a 8.11. ábrán mutatjuk be, a víz $n = 1,33$ -as törésmutatójára számolva és a szögértékeket 0° és 360° közé átszámolva.

Látható, hogy egy adott k esetén $\theta_k(\beta)$ nem veszi fel az összes lehetséges értéket, hiába futja be β a teljes, 0° és 90° közti tartományt. Ez azt jelenti, hogy egy adott k esetén nem az összes irányba lesz szórt fényt.

Másrészről $k = 0$ kivételével a $\theta_k(\beta)$ -nak helyi maximuma van bizonyos szögeknél, ami azért különleges jelenség, mert ekkor a maximumhoz közeli β értékekhez tartozó összes fénysugár körülbelül ugyanabba a $\theta_{b,max}$



8.11. ábra. Vízgömbből kijövő fénysugár iránya k számú belső visszaverődés után, a beesési szög függvényében.

irányba megy, így ezekben az irányokban különösen erős fényszórást kapunk. Hogy melyek ezek az irányok, azt $\theta_k(\beta)$ deriváltjából kaphatjuk meg:

$$\frac{d\theta_k}{d\beta} = 2 \left((k+1) \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta / n^2}} \cdot \frac{\cos \beta}{n} - 1 \right). \quad (8.17)$$

A maximumhelyek ebből $d\theta_k/d\beta = 0$ alapján egyszerűen kifejezhetők. A számítás végeredménye:

$$\cos \beta_{k,max} = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{k(k+2)}}. \quad (8.18)$$

Ez alapján β_k meghatározható, és így (8.16) alapján az a szög is, amerre igen sok fénysugár szóródik.

k	$\beta_{k,max}$	$\theta_{k,max}$
1	59,6°	222,5°
2	71,9°	129,9°
3	76,9°	42,8°

5. táblázat. A maximális fényszórás iránya vízgömbök esetében.

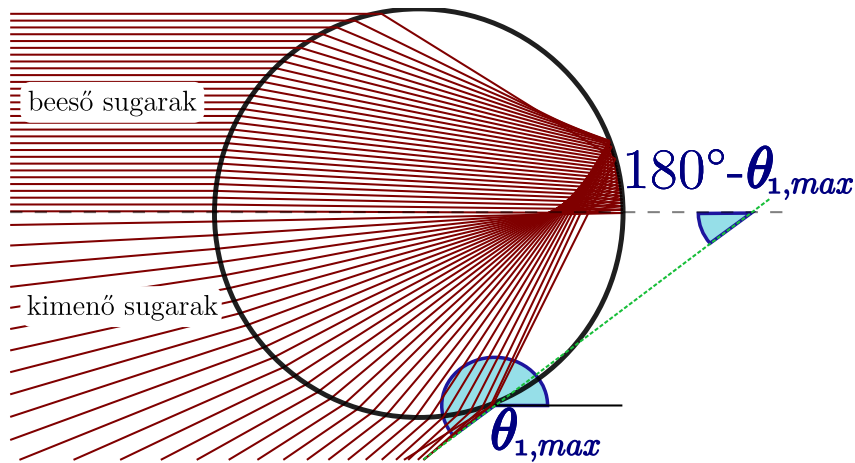
A $k = 1$ esetben a 8.12. ábra mutatja be, hogy mutatkozik meg ez a maximális hatáskeresztmetszet-irány a sugármenetekben. Itt azt láthatjuk, ahogy a sok bemenő sugár két törés és egy visszaverődés után mindenképp csak egy bizonyos szögtartományba verődik vissza, ennek széle felé pedig sűrűsödnek a sugarak.

Ha tehát a hátunk mögül érkező fény apró vízgömbökre esik, a $k = 1$ -es esethez tartozó fénysugarak egy $\theta_{1,max} - 180^\circ = 42,5^\circ$ fél-nyílásszögű kúp mentén igen sok fénysugár fog koncentrálni, azaz látómezőnkben egy $42,5^\circ$ sugarú tartományból erős visszaszórt fényt fogunk tapasztalni. Ez a jelenség kicsit hullámhossz-függő is, mert a víz törésmutatója pár százalékkal eltér a vörös és ibolya színek esetén, így az egyes színek erősítési iránya kissé eltérő lesz, azaz a fényforrás színét felbontva, koncentrikus körök mentén elrendezve fogjuk látni. Ez a **szivárvány** jelensége.

A $k = 2$ eset is egy szivárványnak felel meg, ami kb. $180^\circ - \theta_{2,max} = 50,1^\circ$ sugarúnak látszik, és ezt másodlagos szivárványnak szokás nevezni. (Szemben a $k = 1$ -hez tartozó elsődleges- vagy fő szivárvánnyal.)

A másodlagos szivárvány színeinek sorrendje fordított, mint az elsődleges esetben. Ezt a fenti egyenletekből csak hosszás számolással lehet belátni, ezért ettől eltekintünk.

A $k = 3$ esetnek nem felel meg szivárvány, mert $180^\circ - \theta_{3,max} < 90^\circ$, így ez az erősítési irány az esőfüggönyön keresztül, közel a Nap irányába nézve lenne megfigyelhető, és ráadásul ez igen gyenge jelenség, így csak nagyon speciális körülmények közt pillantható meg. A még magasabb rendű erősítések közt van ugyan olyan, amely visszaszórást jelent, de ezek már annyira gyengék, hogy csak igen-igen ritkán láthatóak.



8.12. ábra. A $k = 1$ eset sugármenetei.

A $k = 0$ esetben pedig nincs is ilyen erősítési irány. A 8.11. ábra szerint ez az eset előreszórást jelent, méghozzá majdnem 90° -os tartományban, azaz ez nem szivárványszerű jelenséget produkál, hanem egy általános szórt fényt jelent a fényforrás irányának tág környezetéből.

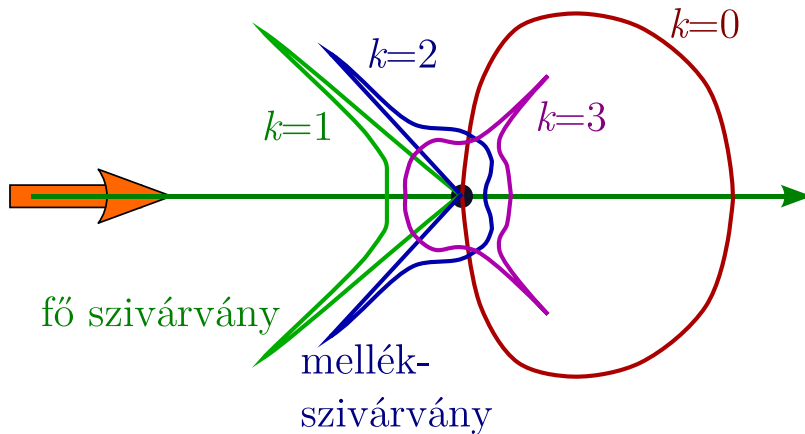
Az itt tanultak nemcsak a szivárvány okát, hanem annak részleteit is felfedik. Például a 8.11. ábra szerint a $k = 1$ eset egy kb. 42° fél-nyílásszögű kúpon belül, míg a $k = 2$ eset egy kb. 50° fél-nyílásszögű kúpon kívülre jutó sugarakat mutat. Ezért az elsődleges szivárvány belseje, a másodlagos szivárvány külseje irányából kapunk észlelhető szórt fényt, a kettő közti körgyűrű pedig sötét. (Legalábbis a vízcseppekről szórt fény nem érkezik a szemünkbe innen.)



8.13. ábra. Kettős szivárvány. [Forrás: Wikipédia]

Most csak az erősítési irányokat állapítottuk meg. A fényes gömbhöz hasonló, de annál jóval bonyolultabb számításokkal a teljes hatáskeresztmetszet-függvény is megkapható lenne, de ez igen bonyolult számításokat jelentene, hisz azt is számolnunk kellene, hogy a közegetárral való találkozásokkor hányadrész verődik vissza, és mennyi megy tovább, ... Könyvünk keretein túlmenne egy ilyen számítás, ezért csak hozzávetőlegesen rajzoljuk fel a vízgömb szórási keresztmetszetének irányfüggését a 8.14. ábrán. Itt a 8.12-nak megfelelő színekkel a $k = 0,1,2,3$ eseteket tüntettük fel.

A szivárvány egy igen szép és érdekes természeti jelenség, melynek rengeteg változata és kísérőjelensége van. Például a fő szivárvány belső felén sűrű színes sávok láthatók, mely a fény hullámtulajdonságának hatására jön létre, vagy vízfelszínről visszaverődő napfény képes igen magas szögállású szivárványt létrehozni. Igen szép gyűjteményt találhatunk ilyen és hasonló jelenségekről [8]-ban.



8.14. ábra. Vízcsepp szórási hatáskeresztmetszetének közelítő irányfüggése.

8.2. feladat. Milyen lenne az elsődleges, másodlagos és harmadlagos szivárvány sugara (fokban), ha nem víz-cseppek, hanem 1,5 törésmutatójú üveggömbök hullanának az égből?

Megoldás: (8.16) és (8.18) alapján a válasz egyszerű behelyettesítéssel megadható.

←8.2. feladat

Így üveggömbök esetén az elsődleges szivárvány sugara $\theta_{1,max} - 180^\circ = 22,8^\circ$, a másodlagosé $180^\circ - \theta_{2,max} = 86,87^\circ$ lenne. Az elsődleges szivárványt így meg tudnánk figyelni, de elég speciális beállítás kellene ahhoz, hogy a majdnem 90° sugarú másodlagosat megpillantsuk.

k	$\beta_{k,max}$	$\theta_{k,max}$
1	49,80°	202,8°
2	66,72°	93,13°
3	73,22°	350,9°

6. táblázat. A maximális fényszórás irányai üveggömbök esetében.

A harmadlagos pedig ugyanúgy megfigyelhetetlen tartományban van, mint víz esetében.

8.3. feladat. Milyen törésmutatójú gömb esetében lenne az elsődleges szivárvány 0° sugarú?

Megoldás: A fenti jelölésekkel: $\theta_{1,max} = 180^\circ$, ami csak úgy lehet, ha $\beta_{1,max} = 0^\circ$. (8.18)-t erre az esetre alkalmazva:

$$\cos 0 = \sqrt{\frac{n^2 - 1}{1(1 + 2)}}$$

ahonnt egyszerű átrendezéssel $n = 2$ adódik.

A 2-es törésmutató esetén tehát a bejövő sugár egy jelentős része pont ellentétes irányban, a fényforrás felé verődik vissza.

←8.3. feladat

8.4. Egy alkalmazás: a fényvisszaverő festék

Az előző példák alapján megérthetjük a közlekedési táblákon, ruhadarabokon, és sok egyéb helyen alkalmazott „fényvisszaverő festék” működését. Ez nem más, mint egy áttetsző festékréteg, melybe nagy törésmutatójú, apró üveggömböket kevernek. Ha az üveggömbök törésmutatója épp 2 lenne, akkor a fény egy jelentős része (ami belül egyszer szenved el visszaverődést) épp a fényforrás felé fordul vissza. Ha autónk fényszórója egy

ilyen felületet világít meg, akkor annak fénye nem véletlenszerű irányokba verődik vissza, hanem az elsődleges szivárványnak megfelelő sugarak visszajönnek, így mi, akik a fényszóró közelében vagyunk, „ragyogni” látjuk a táblát vagy a láthatósági mellény csíkját.

Az ideálisnak tűnő 2-es törésmutatót nem szokták elérni, mert ilyen törésmutatójú üveget nehéz gyártani, és felesleges is. Pl. 1,8-as törésmutató esetén az elsődleges szivárvány sugara kb. $4,5^\circ$ lesz, azaz a visszavert fény épp csak annyira szóródik szét, hogy a fényszóró közelében, de nem pont ott levő sofőr szemébe is jusson belőle, de azért még koncentrált maradjon.

Mivel az ilyen üveggömbök esetén is fellép a diszperzió, ezért ez a visszaverés is kissé színfüggő lesz, de ezt a kis nyílásszög és az üveggömböcskék kis pontatlansága miatti elmosódás nagyrészt elmossa.

Kevésbé ismert jelenség viszont, hogy az ilyen, 1,8-as törésmutatójú gömböcskék esetén a $k = 3$ -a szivárvány sugara mintegy 68° , és megfelelő szögben nézve egy ilyen fényvisszaverő felületre, azon is egy színes szivárványt pillanthatunk meg, ámbar ez csak a harmadlagos szivárvány, így elég halvány.



8.15. ábra. Kresztábla fényvisszaverő rétegének hatása

Önellenőrzés

1. Miért tekinthetjük közelítőleg egy fényelnyeléssel egyenértékűnek a fényszórás hatását optikailag vékony közegben a terjedés eredeti irányában?

Az állítás nem is igaz: ez optikailag vastag közegekben teljesül.

Azért, mert az oldalra kiszórt fotonok energiája csökken, így könnyebben elnyelődnek a vékony közegben is.

Azért, mert a szórást elszenvedő fotonok igen kis eséllyel fognak még egyszer szóródni és épp az eredeti irányba visszaverődni.

Az állítás nem is igaz: a fényszórás sosem közelíthető fényelnyeléssel.

2. Milyen típusú szóró részecskék esetén lesz a szórási hatáskeresztmetszet irányfüggetlen?

Tükröző felületű gömbök esetén.

Átlátszó anyagú, fénytörő gömbök esetén.

Matt felszínű gömbök esetén.

A fény hullámhosszánál sokkal kisebb gömbök esetén.

3. Mi okozza, hogy kedvező körülmények között két szivárvány ívet is láthatunk?

Az, hogy két szemmel nézünk, és ezek kicsit eltérő képet adnak erről a szokatlan jelenségről.

A vízcseppeken bekövetkező fényelhajlás.

Az elsődleges szivárvány tükröződése az esőfüggönyön.

Az, hogy a vízcsepp belsejében kétszer visszaverődő sugarak is kirajzolnak egy szivárványt.

4. Hány méter sugarú, tökéletesen tükröző gömb kellene ahhoz, hogy 300 km magasról is úgy szórja a napfényt, hogy alatta a felszínen 1 lux megvilágítást hozzon létre?

7. LECKE

Fényterjedés III. Fényszórás közepes és kisméretű részecskéken.

Kulcsszavak:

- *Mie- és Rayleigh-szórás*
- *polarizáció*
- *speciális légköri jelenségek*

Ebben a leckében azt vizsgáljuk, hogy a fény hullámhosszával összevethető ill. annál sokkal kisebb részecskéken hogyan történik a fényszóródás. Az elmélet bonyolultsága miatt részletes számításokat nem tudunk végezni, ezért inkább a szemléltetéshez folyamodunk speciális számítógépes programok kimenetét használva.

Az itt tárgyalt jelenségeknek köszönhető pl. az ég kékje vagy a napnyugta vöröse.

8.5. Szórás közepes méretű részecskéken

A fényszóródás szempontjából közepesnek a fény hullámhosszának nagyságrendjébe eső részecskéket nevezhetjük. Ezek szóráselmélete elég bonyolult, mert már mindenképp szerepet kap a fény hullámtulajdonsága. Érdekes, hogy ebben a tartományban minden részecskét átlátszónak kell vennünk, a fény ugyanis hullámhosszának nagyságrendjében behatol az anyagba.

Ezen részecskékre vonatkozó szóráselmélet **Gustav Mie** nevéhez fűződik, aki a fény Maxwell-féle elektromágneses elmélete alapján sorfejtés formájában adta meg, mi történik, amikor a fény kis, n törésmutatójú gömbökön szóródik. Sajnos az elmélet, bonyolultsága miatt meghaladja könyvünk kereteit, ezért csak az eredményekből mutatunk be néhányat. Ezeket olyan számítógépes programok készítették, melyek Mie szórási elméletéből adódó formulákat értékelik ki.

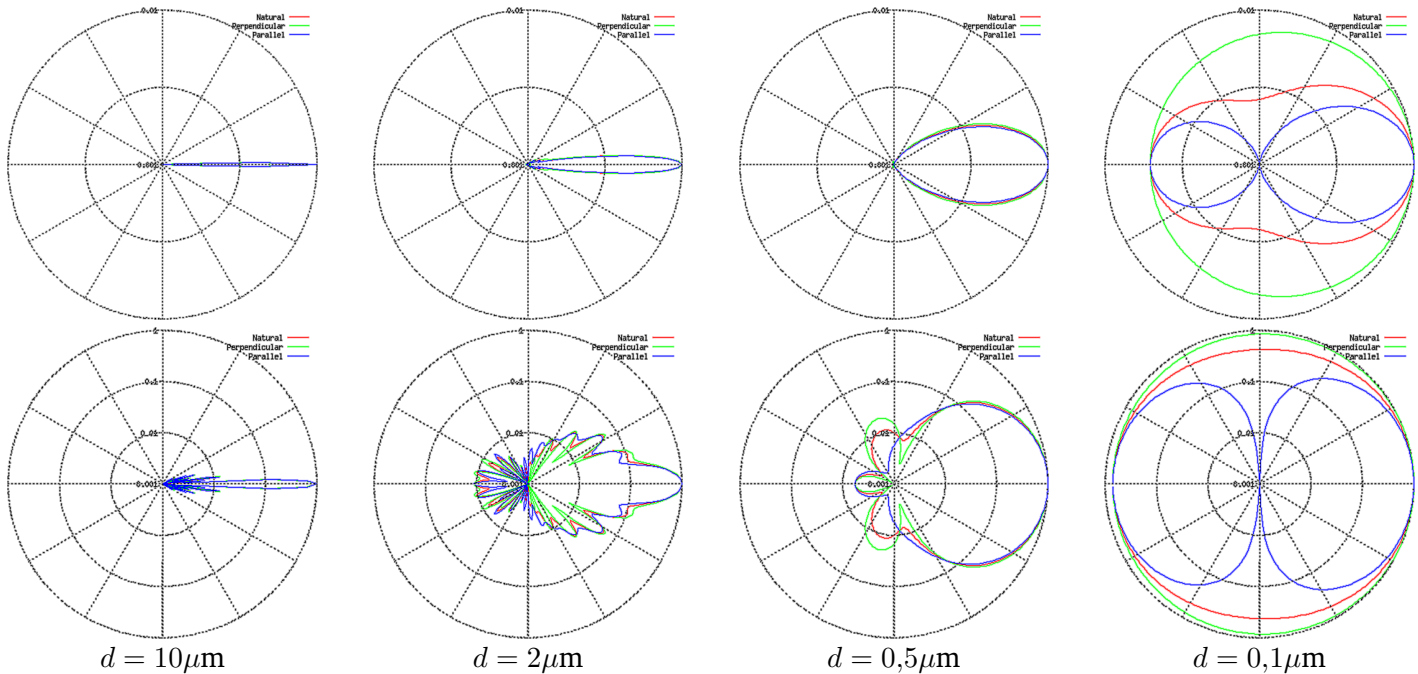
Először egy sorozat ábrán a szóródási hatáskeresztmetszetet mutatjuk be $n = 1,33$ törésmutatójú gömbre, $\lambda = 500 \text{ nm} = 0,5 \mu\text{m}$ hullámhosszra. (Az ábrákat a [12] helyen elérhető szolgáltatással generáltuk.) A 8.16. ábrán a hullámhossz húsz-szorosa és ötödrésze közti tartományban mutatjuk be a Mie-szórás hatáskeresztmetszetét.

Az ábrák balról bejövő fény esetén ábrázolják a szórt fény irány szerinti eloszlását. A különböző színű görbék a különböző polarizációs irányoknak felelnek meg: a kék az ábra síkjával párhuzamos, a zöld az arra merőleges polarizációt, a piros ezek egyenlő súlyú átlagát jelzi, hisz a természetben általában kevert polarizációjú fényforrásokkal találkozunk. Mindegyik esetet lineáris és logaritmikus skálán is ábráztunk, mert bár a lineáris tükrözi az intenzitásviszonyokat, ezen a kis erősítési irányok teljesen eltűnnek a nagyok mellett, míg a logaritmikusan ezek is láthatók.

Megfigyelhetjük, hogy nagy részecskék főként előre szórják a fényt, de sok kicsi mellék-erősítési irányuk is van. Ezek közelítőleg megfelelnek a szivárvány fent tárgyalt esetének. Ahogy csökken a méret, úgy szélesedik és rövidül az előre menő fő nyaláb és csökken a mellék-erősítési irányok élessége. A hullámhossznál sokkal kisebb részecske esetén pedig majdnem teljesen szimmetrikus lesz a szórás.

Mie elméletéből a teljes σ_{tot} is megkapható. Ezt mutatja be a 8.17. ábra.

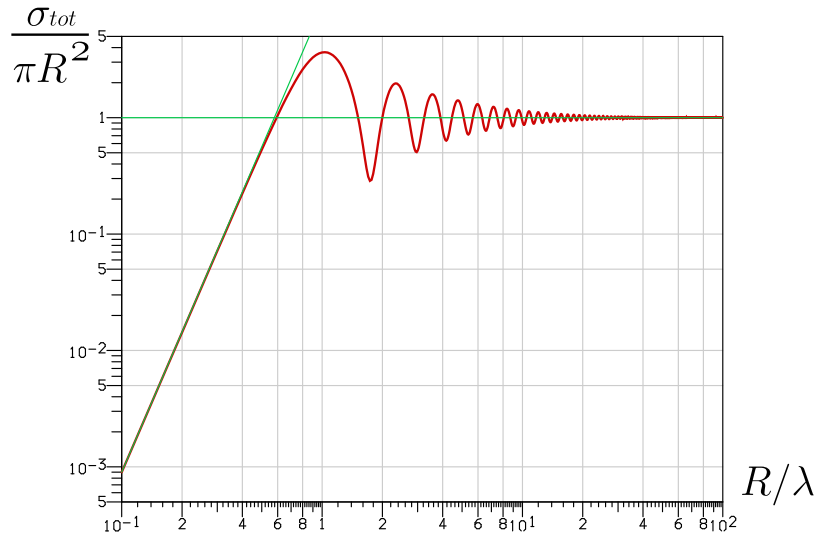
Láthatjuk, hogy a hullámhossznál nagyobb részecskék teljes szórási hatáskeresztmetszete közel megegyezik a



8.16. ábra. Mie-szórás hatáskeresztmetszete lineáris (fent) és logaritmikus (lent) skálán, különböző átmérőjű gömbökre. ($\lambda = 0,5\mu\text{m}$, $n = 1,33$.)

geometriai $R^2\pi$ értékkel, pontosabban e körül oszcillál egyre jobban, ahogy közeledünk a hullámhosszhoz. Ezzel szemben a hullámhossznál kisebb részecskék esetén a hatáskeresztmetszet rohamosan esik, $R \ll \lambda$ estén aszimptotikusan $(R/\lambda)^4$ -nel arányosan.

Ez azt is jelenti, hogy a hullámhossznál nagyobb részecskék esetén a Mie-szórás csak enyhén függ a hullámhossztól, míg kis részecskékre $1/\lambda^4$ -nel arányos.



8.17. ábra. Gömb teljes szórási hatáskeresztmetszete a sugár függvényében. [Forrás: Wikipédia]

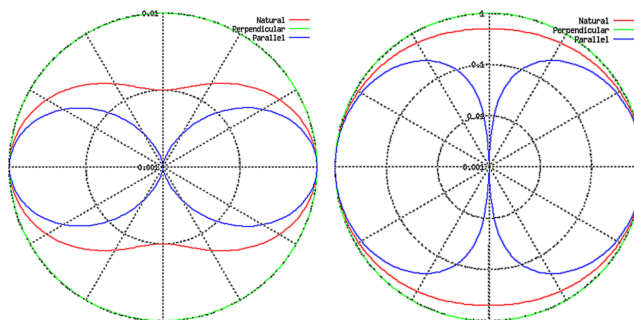
A közepes, tehát a hullámhossz néhányszorosa méretű részecskék így nagyjából hullámhossz-függetlenül, főként előre szórják a fényt, közelítőleg geometriai méretükkel megegyező össz hatáskeresztmetszettel.

Ez a helyzet a levegőben levő finom por és kis szemcsés pára esetén. Látni fogjuk, hogy ez több légköri fényjelenség oka.

8.6. Szóródás igen kicsi részecskéken

Mie előbb említett elmélete ezt az esetet is tartalmazza, a gyakorlati megnyilvánulás különböző jellege miatt azonban külön szokták tárgyalni, és részletes vizsgálójáról **Rayleigh-szórásnak** nevezni ezt az esetet.

Az előzőekben már leírtuk, hogy a hullámhossznál sokkal kisebb részecskék lényegében szimmetrikusan szórják a fényt, de a szórási hatáskeresztmetszet erősen hullámhossz-függő: λ^{-4} -nel arányos. Utóbbi jól látszik a 8.17. ábrán, előbbi teljes bemutatásához $0,01\mu\text{m}$ esetre is kiszámoltuk a hatáskeresztmetszet szögfüggését, amit a 8.18. ábrán mutatunk be.

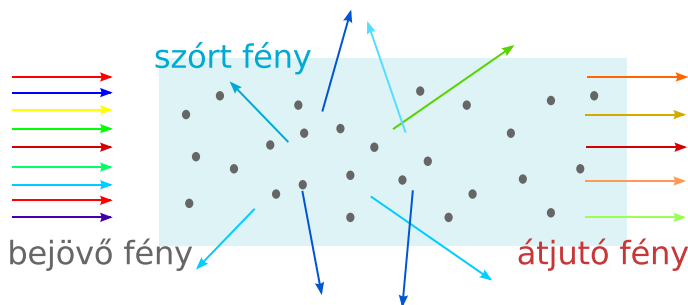


8.18. ábra. Rayleigh-szórás hatáskeresztmetszete lineáris (balra) és logaritmikus (jobbra) skálán. ($\lambda = 0,5\mu\text{m}$, $n = 1,33$, $d = 0,01\mu\text{m}$.)

Látható, hogy a hullámhossznál sokkal kisebb részecske előre és hátra szimmetrikusan szórja a sugarakat, az egyik polarizációs irányt szögfüggetlenül, a másikat viszont $\theta = 90^\circ$ esetén egyáltalán nem. Kevert polarizációjú fényt tehát a Rayleigh-szórás az eredeti irányra merőlegesen fele akkora fénysűrűséggel szór, mint előre vagy hátra.

Ez a jelenség okozza pl. az égbolt kék színét. A levegő molekuláin, illetve a molekulák véletlenszerű mozgásából adódó ideiglenes sűrűség-ingadozásokon bekövetkező Rayleigh-szórás a kisebb hullámhosszakot

sokkal erősebben szórja, mint a nagyokat, így a Nap fehér fényéből főként a kék komponens szenved el ezt a jelenséget. Ez tehát egyrészt a szórt fény kék színét okozza, másrészt a sok szórás után maradt fény vörösödését is, hisz a Rayleigh-szórás „kiszórta” oldalra kék komponens nagy részét. Ez okozza a naplemente vörös színét. (Lásd egy kicsit később.)



8.19. ábra. Rayleigh-szórás hatása: oldalra a kék erősebben szóródik, az eredeti terjedési irányban jobban megmarad a vörös komponens.

8.7. Szóródási jelenségek vizes közegekben

A tiszta víz javarészt a Rayleigh-szórás miatt a kék fényt erősebben szórja a vörösénél. Ez a jelenség azonban csak nagy méretek esetén válik jól érzékelhetővé. Néhány cm-es távolság alatt is jelentőssé válhat ezek hatása, ha a vízben kis részecskék vannak: ha ezek a fény hullámhossz nagyságrendjébe esnek vagy nagyobbak, akkor a lényegében hullámhossz-független Mie-szórás, sokkal kisebb részecskék esetén pedig a Rayleigh-szórás fog dominálni.

Igen nehéz azonban tisztán Rayleigh-szórást mutató közeget létrehozni, mert óhatatlanul lesznek nagyobbacska részecskék is a vízben, ha valamit bele keverünk. Sok hétköznapi folyadék azonban mutatja a kevert Mie és

Rayleigh-szórásokat, azaz fehér fénnel megvilágítva azokat, enyhén kékes árnyalatúnak tűnnek. Ilyen pl. a tej esete, de sok más kolloid állapotú közeg is így viselkedik.

A 8.20. ábrán ezt mutatjuk be citromlé esetében. Bal oldalon a diffúz fénnel való megvilágításkor csak az enyhe kékes színezet látszik. (Hasonlítsuk össze a palack színét a háttérben levő fehér faléval.) Jobb oldalon pedig egy, alulról felfele irányuló reflektort használtunk. Ekkor is jól látható, hogy a palack aljáról kékes színű fény szóródik a szemünkbe, de a folyadék teteje már vöröses árnyalatú, mert addigra az alsóbb rétegek nagy arányban kiszórták oldalra a kék komponenst és felülre szinte tiszta vörös fény érkezik. (Ez látszik is, ha a citromlén keresztül nézünk a lámpára.)

Egy másik kísérletben egy edényben olyan kémiai reakciót hoztunk létre, mely kis kolloid-részecskéket kezdett növesztetni az edényben. A folyamat során 2-3 perc alatt a részecskék száma és mérete fokozatosan növekedett, amíg nem vált teljesen átlátszatlanná a közeg. Az addig eltelt időben azonban jól megfigyelhető a szórt fény kékes színe, illetve az átjutó fény elvörösödése. A kísérletről szóló képeket a 8.21. ábrán mutatjuk be.

Látható a szórt fény enyhén kékes árnyalata és az átjutó fény narancsvörös színe, ami erősödik, ahogy a szórás egyre nagyobb mértékűvé válik.

Sajnos, e kísérletek nem tudnak tiszta Rayleigh-szórást mutatni, mivel mindig kerül a folyadékba sok nagy részecske is, és ezek Mie-szórása lényegében hullámhossz-független.

8.8. Légekori jelenségek

Az előzőekben megismert jelenségeket gyakran figyelhetjük meg a mindennapokban a szabad ég alatt. Az érdekességen és szépségen kívül gyakorlati jelentősége is van mindennek. Pl. a légkör Rayleigh-szórása okozza az ég kékjét, ami a legfontosabb fényforrás nappal árnyékban, vagy az itt tanultak alapján érthetjük meg a füst és por fénygyengítő, látási távolság csökkentő hatását.

Vegyük sorra, milyen komponensek találhatók meg a légkörben, és ezek milyen hatást okozhatnak:

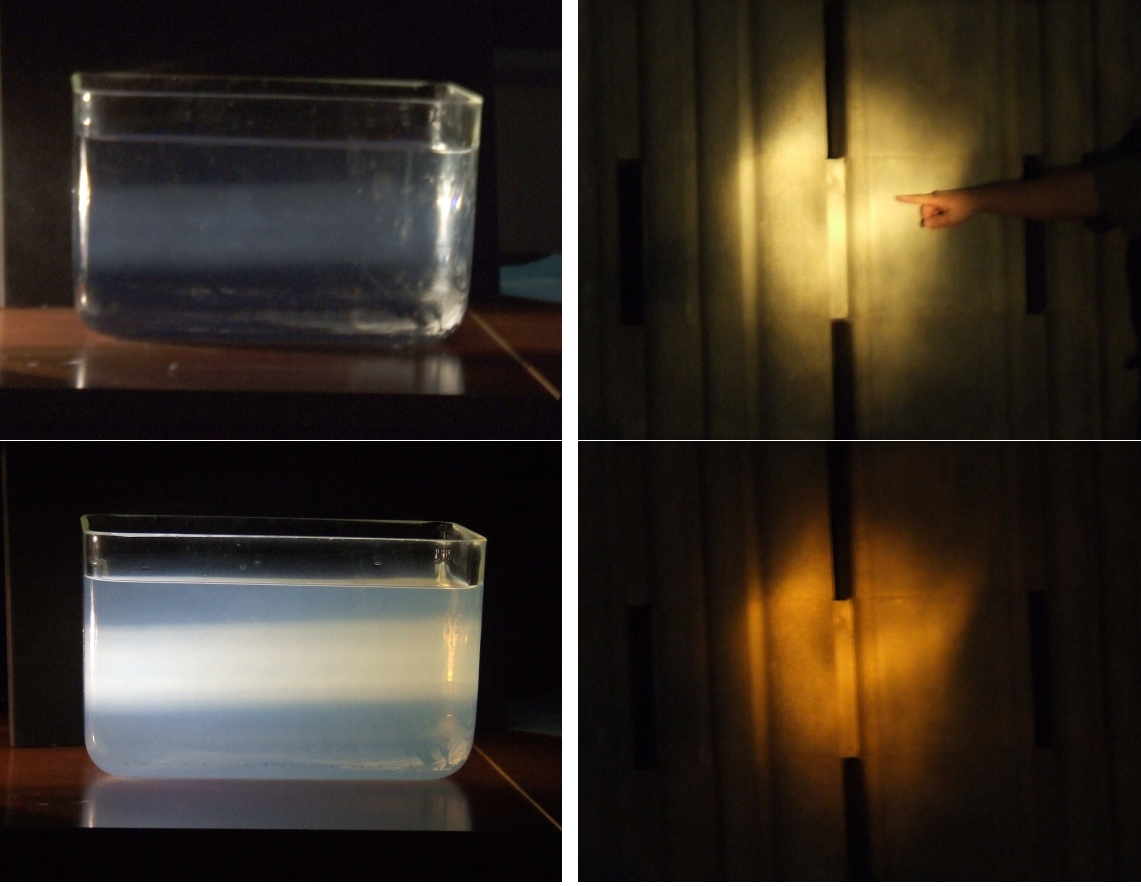
Gázok. Közismert, hogy a levegőt főként nitrogén és oxigén molekulák alkotják, de nemesgázok, széndioxid,



8.20. ábra. Fényszórás citromlé esetén szórt fényben (bal oldal) és egy alulról jövő fénysugár (jobb oldal) esetében.

víz-molekulák és sok egyéb is található itt. Ezeknek a látható tartományba csak néhány színeképvonala esik, így fényelnyelésük és kibocsátásuk jelentéktelen, de főként a víz és a széndioxid infravörös tartományban már jelentős elnyelő. (Ez hozza létre a klíma szempontjából igen fontos üvegház-hatást.)

A látható tartományban tehát optikailag vékonynak tekinthető a légkör gáz komponense, és az előbb tárgyalt Rayleigh-szórás a legjelentősebb effektus, ami a gázoknak köszönhető.



8.21. ábra. Fényszórás növekvő méretű és számú kolloid részecskék tartalmazó tartályban. Bal oldalon a szórt, jobb oldalon az átmenő fény fényképe.

Por, füst. Természetes és emberi tényezők is juttatnak számottevő mértékű port a levegőbe. Ha a szilárd részecskék sokkal nagyobbak, mint a fény hullámhossza, akkor közel hullámhossz-függetlenül szórják a fényt, méghozzá a fentiek szerint főként visszafelé. A részecskék fajtájától függően a fényelnyelés is jelentős szerepet játszhat.

Kisebb részecskék esetében (amelyek a hullámhossz nagyságrendjébe eső átmérőjűek) a Mie-szórás fog dominálni, azaz főként előre szóródó fényt kapunk.

Vízcseppek. A hullámhossznál sokkal nagyobb vízcseppek (pl. esőcseppek) a fentebb tárgyalt módon hozzák létre a szivárvány és vele rokon jelenségeket. A cseppméret csökkenésével a hullámtulajdonság hatása jelentőssé válik és ez eleinte a szivárvány ívek elmosódását eredményezi, majd egész kis részecskeméretnél a Mie-szórás klasszikus esetét kapjuk (ez a köd és a felhők esete)

Jégkristályok. A magasabb légrétegekben a hőmérséklet jóval fagyponthoz alacsonyabb, így nyugodt légkörben szabályos kristályok tudnak növekedni. Ezek speciális, erősen irányfüggő szórási hatáskeresztmetszettel rendelkeznek, mely enyhén hullámhossz-függő (mivel a jég törésmutatója hullámhossz-függő). A jégkristályokon való fényelnyelés speciális, sokszor színes jelenségekhez vezet, amit általában vékony, magasan levő fátyolfelhő esetén tapasztalhatunk.

A légköri jelenségeket létrehozó fő fényforrások: (közvetlen és közvetett)

A Nap. A legfontosabb fényforrás. Színképe közelíthető egy 5800 K-es feketetest-színképpel, mely sok helyen (elnyelési színképvonalak) egy szűk tartományban csökkentett értéket vesz fel.

A Hold. Mivel a Nap fényét veri vissza, színképe hasonlít ahhoz, de intenzitása sokkal kisebb. A Hold felszíne a nagyobb hullámhosszúságú fényt kissé erősebben veri vissza, mint a rövidet, ezért a spektrum maximuma a vörös felé tolódik el, az izzólámpákhoz hasonló színképet alakítva ki. Ami a Nap fénye esetében lejátszódik, pl. szivárvány, az a Holdnál is megtörténhet, csak sokkal kisebb intenzitással, ezért nehezebben észlelhető.

Földi fényforrások. Az emberi tevékenység sokszor jár fénykibocsátással. Legjellemzőbb példa a városi világítás fénye, ami a légköri poron, párán, felhőkön szóródni képes, jól látható fényjelenségeket okozva. Például még viszonylag tiszta időben is észrevehető, hogy a városok fénye 20–50 km távolságból is egy „fénykupolát” rajzol az ég aljára, ami a közvilágítás fényeinek szóródásából adódik.

Visszavert fények. Például nyugodt vízfelszínről visszavert napfény elég erős lehet jól látható hatások kiváltására.

Szórt fények. Az ég kékje szórt fény, és ez fontos fényforrás is egyben. Pl. ez világítja meg a vastag felhők Nappal ellentétes oldalát, de bizonyos körülmények között a felhőkön Mie-szórást szenvedő fény szolgál fényforrással.

Szűrt fények. Hullámhossz-függő szűrés esetén a maradék fény más fényforrásként viselkedik, mint az eredeti fényforrás. Tipikus esete a lenyugvó Nap vörös fénye, mint fényforrás. Ez pl. a légköri poron szóródva, létrehozza a jól ismert alkonypír jelenségét.

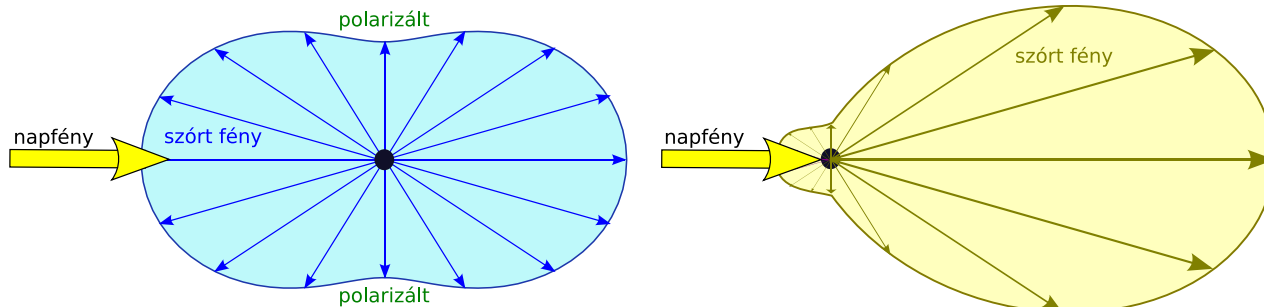
A sok-sok jelenség közül álljon itt néhány kicsit részletesebben bemutatva.

8.8.1. Az égbolt színei

Tiszta égbolton a levegő Rayleigh-szórása és a finom por illetve pára Mie-szórása a legfontosabb jelenség. Ezek különböző természetét fentebb részletesen tárgyaltuk, de az átláthatóság kedvéért a 8.22. ábrán a leglényegesebb vonásokat be is mutatjuk.

Az ábrán a Rayleigh-szórás irányfüggését pontosan tudjuk ábrázolni, mert az nem függ a részecskéktől, a Mie-szórás ábrája azonban csak egy tipikus, átlagos diagram. Fentebb a Mie-szórás esetén sok kis mellék-maximum volt megfigyelhető, de ezek a légkörben kiátlagolódnak a sok különböző méretű részecske miatt.

Ez alapján a 8.23. ábra mutatja be, milyen jelenségekhez is vezet e két szórás. A Rayleigh-szórás az ég általános kék színét okozza, míg a Mie-szórás elsősorban a Nap iránya közelében figyelhető meg, mivel erősen dominál benne az előre szórás.

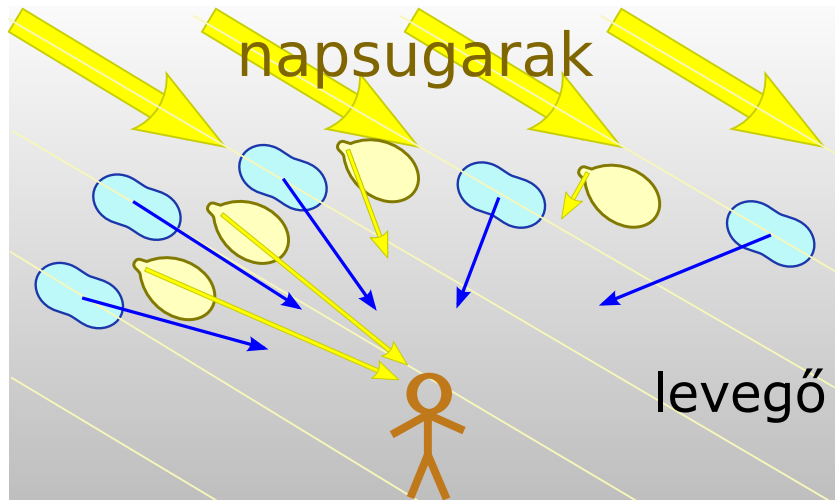


8.22. ábra. A Rayleigh- (balra) és a Mie-szórás (jobbra) fő jellemzőinek bemutatása.

Abból, hogy a Rayleigh-szórás hatáskeresztmetszete $1/\lambda^4$ -nel arányos, kiszámolható az égbolt közelítő színe. Ezt mutatja be a 8.24. ábra, ahol bal oldalon egy 5800 K-es feketetest-színkép, jobb oldalon ennek $1/\lambda^4$ -szerese, valamint a két színképnek megfelelő színű négyzet (vastag fekete keretben) látható. A számításokat a későbbi, Színtan c. fejezetben leírtak alapján végeztük, 6500 K színhőmérsékletet gondolva a könyvet megjelenítő eszköz színhőmérsékletéül.

A légkör a Föld felszínén egy, a Föld sugarához képest igen vékony réteget képez. Ezért az égbolt jelenségeinek a felszín egy pontjáról történő vizsgálatakor úgy vehetjük, hogy a Föld lapos és a légkör komponenseinek paraméterei egy függőleges z koordináta függvényei, azaz csak a magasságtól függ a légkört alkotó gázok sűrűsége. Porból már kialakulhatnak kisebb felhők, de átlagosan ezek sűrűsége is erősen csökken a magasság növekedésével. Könnyű belátni, hogy ha a gázok és a por sűrűsége csak z -tól függ, akkor a függőlegessel α szöget bezáró irányban $\mu(\alpha) = \mu(0)/\cos \alpha$ oszlopsűrűséget észlelünk, hisz $1/\cos \alpha$ -val arányosan egyre vastagabb légrétegen nézünk keresztül. (Lásd 8.25. ábra.)

A légköri szóródási jelenségek első közelítésben tehát úgy foghatók fel, hogy konstans megvilágítást tételezünk fel, az így létrejövő konstans szórás egy fénykibocsátó közeg forrástagjaként szolgál, azaz a szórt fény sugárerőssége egy irányban $1/\cos \alpha$ -val is és az adott irányban vett szórási hatáskeresztmetszettel is arányos lesz.

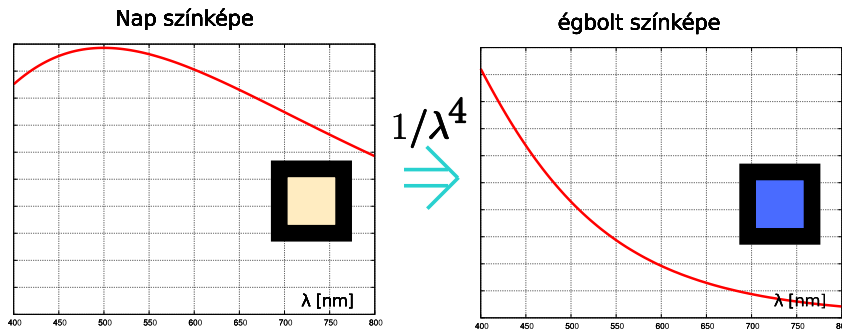


8.23. ábra. A légkör Rayleigh- illetve a finom por és pára Mie-szórása az égbolton.

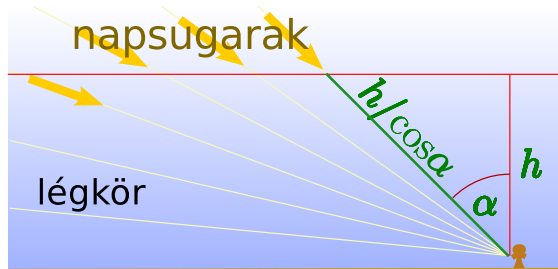
Ezért az ég kékje (Rayleigh-szórás) a fejünk felett sötétebb, mint más irányokban és erre az irányfüggésre rakódik rá a Rayleigh-szórás irányfüggése, ami a Napra merőleges irányban fele akkora intenzitást jelent, mint a Nap közeli vagy azzal épp ellentétes irányok. Ezért pl. alacsony napállás mellett a zenit közelében nagyon kis intenzitású az ég kékje és a Nap irányára merőlegesen átfutó sötét sáv is megfigyelhető.

A por által okozott Mie-szórás viszont hatáskeresztmetszetének jellege miatt főleg a Nap kis szögtávolságú környékén lesz jelentős, illetve nagyon alacsonyan a horizont felett, ahol a látóirány miatt megnő az oszlop-sűrűség.

Ezért a látóhatár környéke többnyire sárgás színezetű, hasonlóképp a napkorong egy bizonyos környéke is míg az ég többi része kék.



8.24. ábra. A Nap közelítő színe és az ez alapján létrejövő Rayleigh-szórás spektruma és közelítő színe.



8.25. ábra. A légkör oszlopsűrűségének irányfüggése.

Természetesen a pillanatnyi légköri állapot ezt módosíthatja. Ha például sok a por a levegőben, az egész égboltról számottevő Mie-szórás juthat a szemünkbe, így az ég tiszta kék színéhez sárgás komponens keveredik hozzá, ami a kéktől a piszkosszürkén keresztül a sárgáig terjedő árnyalatot okoz a keveredés arányának megfelelően.

8.8.2. A krepuszkuláris sugarak

Az égbolt fénysűrűsége a fentiek szerint lassan változik, ha a látóirányt változtatjuk. Egész más a helyzet, ha valamilyen nagy tárgy árnyéka a légkör egy nagy darabja elől kitakarja a napfényt, így ott nem történik meg a fenti két szórás egyike sem. Ekkor az adott irányból az ég kisebb fényerejűnek, sötétebbnek látszik.

A jelenség leggyakrabban a felhők árnyékának hatásaként figyelhető meg. Egy egyenetlen szélű felhő árnyéka egy szabálytalan körvonalú, ferde hasáb alakú térrészt jelöl ki a légkörben, és itt a napsütötte részekhez képest elhanyagolható mennyiségű szórt fény keletkezik. Legerősebben akkor látjuk e jelenséget, ha a hasáb (a felhő árnyéka) belsejében vagyunk, mert ilyenkor egyrészt a Nap fénye nem kápráztat el minket, másrészt a Napot eltakaró felhő irányába nézve közel párhuzamosan nézünk a hasáb alkotóival, így hosszú szakaszok mentén árnyékos vagy nem árnyékos levegő-részeket nézünk keresztül, ezért a jelenség kontrasztos lesz. Ilyen esetet mutat a 8.26. ábra.

Ritkábban figyelhető meg ugyanez a jelenség repülő által húzott vastag, egyenes kondenzcsík esetében, ami tulajdonképpen egy igen hosszúságú felhő. Ebben az esetben is a krepuszkuláris sugarak megpillantására akkor van esély, ha mi az árnyékban vagyunk, azaz tőlünk nézve a kondenzcsík átmegy a napkorongon. Ekkor benne vagyunk a kondenzcsík hosszú, lapos árnyéksávjában, így a kondenzcsík irányába nézve az ég kékje sokkal sötétebb lesz, ezért a csík közvetlen közelében, azzal párhuzamosan egy sötét sávot láthatunk húzódni.

Néha már lenyugodott Nap esetében is láthatjuk e sugarakat, ha abban az irányban a látóhatár alatt magas hegyek találhatók. Ekkor a hegycsúcsok árnyéka rajzolódik sötét sávként az égre.

A krepuszkuláris sugarak egyszerű geometriai oknál fogva a Nap irányából látszanak jönni és így azt a látszatot keltik, mintha a felhő mögött megbújó Napból fénynyalábok mennének minden irányba szét.

Talán ez az alapja a Nap szokásos (kör, sugarakkal) való ábrázolásának.

8.8.3. A napkelte és -nyugta színei

A lenyugvó Nap vöröse az alapján érthető meg, hogy a Rayleigh-szórás főként a kék sugarakat szórja ki, így a maradékban több vörös komponens marad.

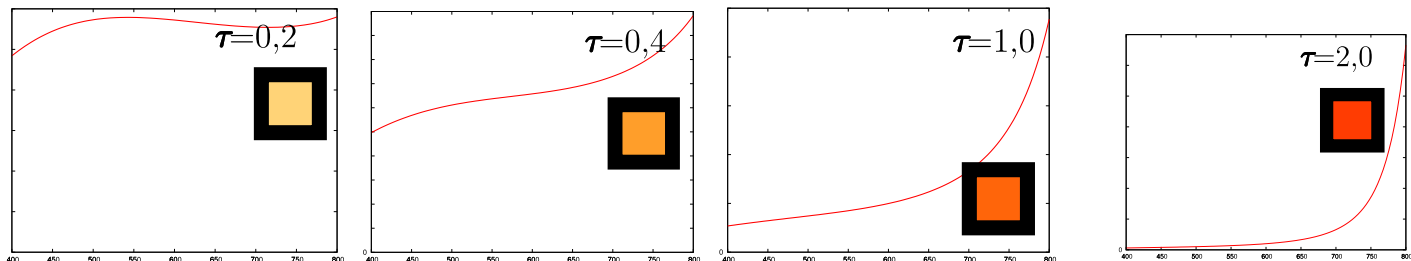


8.26. ábra. A krepuszuláris sugarak egy felhő árnyéka esetében

A 8.27. ábrán különböző τ optikai mélységek esetén ábrázoltuk a Nap színképének torzulását ha tisztán Rayleigh-szórást tételezünk fel. (Az optikai mélység a 400 nm-es fényre vonatkozik.)

Láthatjuk, hogy az 5800 K-es induló feketetest-színképből (8.24. ábra bal oldal) kiindulva (6.16) alapján számolva egyre vörösödő színképet és a valóságoshoz hasonló színeket kapunk. (A színhűség természetesen monitor-ill. nyomtató-függő, de a sárgásból indulva a narancson át a vörösig jutunk el, ugyanúgy, mint a valóságban.)

Az itt vázolt jelenségek kombinációja is létrejöhet: ahová már csak az elvörösödött napfény jut el, onnan a



8.27. ábra. A Nap fényének elvörösödése tiszta Rayleigh-szórás esetén különböző optikai mélységek esetében.

por és a felhők is vörösés fényt fognak szórni, így nemcsak a Nap, hanem ez ég alja is vörös napkeltekor vagy -nyugtakor. Ilyen esetet mutat a 8.28. ábra.

8.8.4. Szivárványszerű jelenségek

A „közönséges szivárvány” esetét a 8.3.3. fejezetben tárgyaltuk. Ott részletesen megnéztük, milyen egy átlátszó, hullámhossznál sokkal nagyobb átmérőjű gömb fényszórása és a helyi erősítési irányok jelölték ki a szivárvány-íveket.

Az égbolton sok hasonló jelenség figyelhető meg, melyek lényege, hogy víz- és jég részecskék szórási hatáskeresztmetszete bizonyos irányokban erősítést mutat, de a részletek esetről esetre változnak. Ezeket szokás **halo-jelenségeknek** nevezni. A következőkben a teljesség igénye nélkül említünk meg párat ezek közül.

A 22 fokos gyűrű. A Nap és a Hold körül látszik, ha fátyolfelhőn keresztül világítanak, és a felhőben hatszög alakú jégkristályok vannak. Véletlenszerű orientáció esetén a hatszög alakúak által prizmaként megtört fény iránya nem lesz véletlenszerű, hanem $\theta = 22^\circ$ esetén maximumot mutat. A jelenség hullámhossz-függő, így ideális körülmények között színesnek láthatjuk.

A gyűrűhöz gyakran különböző érintők mentén fényes ívek csatlakoznak, különösen ha a Nap horizont feletti



8.28. ábra. A felhők vörös színe napnyugtakor

magassága kicsi. Ezeket is az előbb említett jégkristályok okozzák.

Hamis Nap és Hold. Az előzőhöz hasonlóan hatszöglapú jégkristályok által okozott jelenség, csak itt a jégkristályok bizonyos térbeli rendezettséget mutatnak, ezért a fényjelenség nem körszimmetrikus, hanem a Naptól vagy Holdtól jobbra és balra, velük azonos horizont feletti magasságban tűnik fel egy-egy fényfolt, ami ideális körülmények között színes. A térbeli rendezettség pl. akkor jön létre, ha a felső légkör nyugodt és a

kis jégkristályok lassan esnek lefelé. Ilyenkor a leejtett papírlaphoz hasonlóan a kristály-lapok legnagyobb felületüket nagyjából vízszintesbe fordítva hullanak.

A hamis Nap és Hold jelensége gyakran együtt jár a 22° -os ívvel: a nem rendezett kristályok okozzák utóbbit, a rendezettek az előbbit. Így ideális körülmények közt a Nap körül egy 22° sugarú körív látszik, melynek vízszintes átmérőjének végpontjainál egy-egy fényesebb, esetleg szivárványszínű folt van.

A jelenség hazánkban is gyakran megfigyelhető, ha tudjuk, milyen légköri viszonyok között és milyen irányban érdemes keresni.

Előfordulhat, hogy a felkelő Nap esetén a hamis Nap igen fényes és ha mondjuk a valódi Napot egy hegy takarja tőlünk, a hamis Napot nézhetjük valódinak.

Fehér szivárvány vagy ködszivárvány. Kialakulása hasonló a klasszikus szivárványéhoz, csak itt a fény hullámhosszát megközelítő méretű cseppeken a fényelhajlás miatt összekeverednek a színek és csak egy fehér ívet látunk. Ezt gyakran akkor figyeljük meg, ha mi ködmentes helyen állunk, de közelünkben éles határvonalú ködfoltra süt a Nap.

Önellenőrzés

1. Mikor lesz a gömb szórási hatáskeresztmetszete sokkal kisebb, mint az πR^2 -es érték?

Akkor, ha a hullámhossz sokkal kisebb a gömb sugaránál.

Akkor, ha a hullámhossz sokkal nagyobb a gömb sugaránál.

Akkor, ha a hullámhossz és a gömb sugara kb. megegyezik.

A felsorolatok közül egyik esetben sem.

2. Egy edényben folyadék van. Fehér lámpával megvilágítva a szórt és az átmenő fényt is kék színűnek látjuk. Milyen részecskék lehetnek a vízben?
 - A hullámhossznál sokkal kisebb méretű részecskék.
 - A fény hullámhosszánál kissé nagyobb koromszemcsék.
 - Ilyen eset nem fordulhat elő.
 - Kicsiny, kék festékszemcsék.

3. Egy edényben folyadék van. Fehér lámpával megvilágítva a szórt fényt kékesnek az átmenőt vörösnek látjuk. Milyen részecskék lehetnek a vízben?
 - A hullámhossznál sokkal kisebb méretű részecskék.
 - A fény hullámhosszánál kissé nagyobb koromszemcsék.
 - Ilyen eset nem fordulhat elő.
 - Kicsiny, kék festékszemcsék.

4. Szabad ég alatt, derült időben az alábbiak közül melyik esetben láthatunk a természetben erősen polarizált fényt?
 - A Nap fénye erősen polarizált.
 - Az égbolt kékjét nézve, a Nap irányával derékszöget bezáró irányban.
 - A fűszálakról visszavert fény polarizált.
 - A természetben nem fordul elő erősen polarizált fény.

5. Miben lenne más a naplemente látványa, ha sokkal sűrűbb lenne a légkör, mint a mostani?
 - Minden ugyanúgy nézne ki, csak sokkal halványabb lenne.
 - A napkorong halványabb és vörösebb lenne, az égbolt fényesebb, de kb. ugyanilyen színű.
 - A napkorong halványabb és vörösebb lenne, az égbolt sötétebb, és még kékebb.
 - A napkorong halványabb lenne, de azonos színű a mostanival, az ég viszont fényesebbnek látszana.

8. LECKE

A fény viselkedése közeghatárokon.

Kulcsszavak:

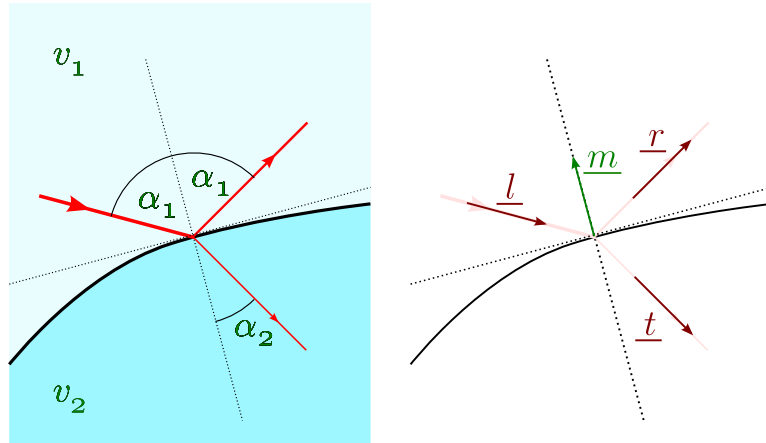
- *Snellius-Descartes törvény, visszaverődési törvény, Fresnel-féle visszaverődési törvény*
- *diffúz visszaverődés modellje, Lambert-féle felület, visszaverődési modellek*

Ebben a leckében azt az esetet tárgyaljuk, amikor a fény közeghatárra érkezik. Ennek legegyszerűbb esetét, a teljesen sima felületeket az elemi optika kurzusok tárgyalják (Snellius-Descartes törvény és a visszaverődési törvény).

A nem sima felszínű közeghatárok viszont leírása sokkal bonyolultabb. Itt a fényszóráshoz hasonló, statisztikai jellegű leírást alkalmazunk.

9. Sima közegethatár esete

A sima közegethatárokról való visszaverődést és törést egyszerű szabályokkal írhatjuk le. A fénysugár beesési pontjában legyen \underline{m} a felület kifelé mutató egységnyi hosszúságú normálvektora, \underline{l} pedig a beeső fénysugár irányvektora. (9.1. ábra.)



9.1. ábra. Fénysugár törése és visszaverődése sima közegethatáron.

Az elemi optikából tudjuk, hogy a visszavert fénysugár a beesési merőleges és a beeső fénysugár által meghatározott síkban van és a visszavert fénysugár ugyanakkora szöget (α_1) zár be a beesési merőlegessel, mint a beeső. Ezt formulával is elég egyszerű megadni:

$$\underline{r} = \underline{l} - 2 \cdot (\underline{ml})\underline{m} \quad (9.1)$$

A közegbe behatoló, megtört fénysugár esete kicsit bonyolultabb: ez, a visszaverődéshez hasonlóan szintén \underline{l} és \underline{m} által meghatározott síkban van, de a felületi normálvektor egyenesével bezárt α_2 szöge az alábbi egyenletből kapható meg:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{2,1}, \quad (9.2)$$

ahol v_1 és v_2 a két közegbeli fénysebesség-értékek, $n_{2,1}$ neve pedig: a 2. közeg 1.-re vonatkozó **törésmutatója**.

(9.1)-nek megfelelő vektoros kifejezés meglehetősen bonyolult, és nem használnánk a későbbiekben, ezért itt nem szerepeltetjük.

A fejezet eddigi tartalma ismerős lehetett korábbi optikai tanulmányainkból. Az, hogy a fénysugár energiasűrűségének hányadrésze verődik vissza, azaz mekkora a felület **reflexiós tényezője**, már jóval kevésbé ismert, mert ezt csak a fényhullám részletes elemzésével, a Maxwell-egyenletek megoldásával lehet meghatározni, ami kívül esik könyvünk témakörén, így itt csak a végeredményt közöljük. Eszerint a reflexiós tényező függ a polarizációtól is, máshogy alakul a felülettel párhuzamos és az erre merőleges irány esetében.

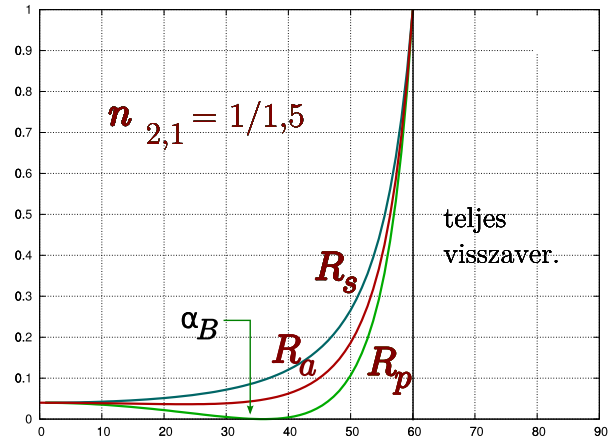
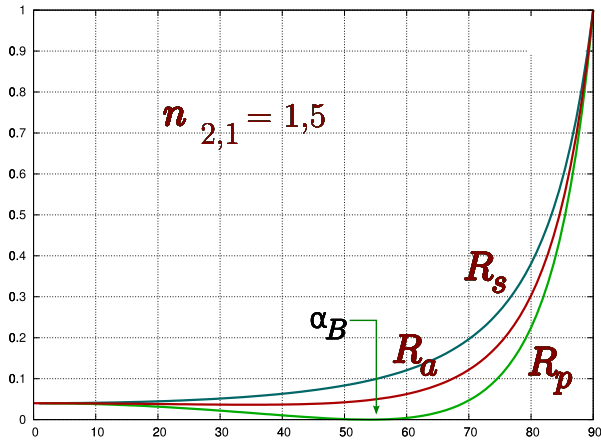
Amennyiben az elektromos térerősség vektora párhuzamos a felülettel, a reflexiós tényező:

$$R_s = \left(\frac{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{\sin(\alpha_2 + \alpha_1)} \right)^2 = \left(\frac{\cos \alpha_1 - \sqrt{n_{2,1}^2 - \sin^2 \alpha_1}}{\cos \alpha_1 + \sqrt{n_{2,1}^2 - \sin^2 \alpha_1}} \right)^2 \quad (9.3)$$

Az erre merőleges polarizáció esetén pedig:

$$R_p = \left(\frac{\tan(\alpha_2 - \alpha_1)}{\tan(\alpha_2 + \alpha_1)} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{n_{2,1}^2 - \sin^2 \alpha_1} - n_{2,1} \cos \alpha_1}{\sqrt{n_{2,1}^2 - \sin^2 \alpha_1} + n_{2,1} \cos \alpha_1} \right)^2 \quad (9.4)$$

A gyakorlatban többnyire olyan fényel találkozunk, mely egyenlő arányban tartalmazza a polarizációs irányokat. Ekkor természetesen $R_a = (R_s + R_p)/2$ -vel kell számolnunk.



9.2. ábra. A Fresnel-féle reflexiós tényezők 1,5 és 1/1,5-ös relatív törésmutatók esetén. (Átlagos levegő-üveg közeghatár mindkét irányból.)

Felfedezőjük neve alapján a (9.3) és (9.4) egyenleteket **Fresnel-egyenleteknek** nevezzük.

A Fresnel-félre reflexiós tényezők szögfüggését mutatja be a 9.2. ábra egy átlagos üveg-levegő közeghatár esetére. Levegőből üvegbe lépve $n_{2,1} = 1,5$, fordított irányban ennek reciprokával számoltunk, ami tipikus törésmutató-érték. Láthatjuk, hogy kis szögekre $R_p \approx R_s \approx R_a$. Ezt a fenti formulák alapján könnyen beláthatjuk, és az is kiszámolható, hogy $\alpha_1 \rightarrow 0$ határértékben $R_s = R_p = R_a = (1 - n_{2,1})^2 / (1 + n_{2,1})^2$, ami a mi példánk 1,5-ös törésmutatója esetében 0,04-es értéket ad.

A mindennapi életben általában R_a a lényeges, hisz kevert polarizációjúak a fényforrásaink, ezért a grafikon alapján jó közelítésnek mondhatjuk, hogy üveg-levegő határon a fény mintegy 4–5%-a verődik vissza, ha a beesési szög 40° alatt van. Egy ablaküveg két oldala együtt így kb. 8–10%-ot ver vissza átlagos körülmények között. (Nem számolva a többszörös, belső visszaverődésekkel.)

A reflexiós tényező szögfüggésében még az alábbi jellegzetességek vehetők észre:

- R_s monoton nő, de R_p -nek van zérushelye, könnyen beláthatóan az $\alpha_B = \tan^{-1} n_{2,1}$ szögnél. Ekkor a visszavert sugárból az egyik polarizáció teljesen hiányzik, azaz a visszavert fény síkban poláros lesz. Ezt a nevezetes beesési szöget tanulmányozójáról **Brewster-szögnek** nevezzük.
- 1-nél nagyobb relatív törésmutató esetén 90° -hoz közelítve mindegyik reflexiós tényező 1-hez tart. Ez azt jelenti, hogy a laposan beeső fénysugarak szinte teljesen visszaverődnek.
- 1-nél kisebb relatív törésmutató esetén az elemi optikából ismert teljes visszaverődés eset következik be a $\sin^{-1} n_{2,1}$ határszögnél. E felett minden fénysugár visszaverődik, de ehhez alulról közelítve folytonosan tart 1-hez a reflexiós tényező.

Az, hogy az átlátszó felületeken való visszaverődés polarizáció-függő, sokszor kihasználható. Például egy nyugodt víztükörről visszaverődő, eredetileg nem polarizált fény a visszaverődés után több vízszintes polarizációjú komponenst fog tartalmazni, mint függőlegesen, a Brewster-szög esetében pedig teljesen polarizált lesz. Így ha fényképezőgépünk vagy szemünk elé egy megfelelően beállított polárszűrőt teszünk, a víz „csillogása” nagymértékben csökkenthető. Ilyen fogásokat a fényképezészek is szoktak alkalmazni, de néhány halászmadar esetén a természetben is találkozhatunk vele: ezen madarak szaruhártyája polárszűrőként viselkedik és ennek segítségével a madár csökkentheti a csillogás hatását, azaz jobban észre tudja venni a felszín alatt úszó halat.

Az elmondottakból látszik, hogy a fényvisszaverődés esetét számszerűen követni radiometriai vagy fotometriai számításokban meglehetősen összetett probléma és általában csak számítógépes szimulációs programok segítségével lehetséges elvégezni, ha az elrendezés nem nagyon egyszerű.

Fentebb, a 8.3.3. fejezetben ezeket a Fresnel-formulákat kellene használnunk, ha az átlátszó gömbök szórási hatáskeresztmetszetét pontos számításokkal akarnánk követni, azaz pl. a szivárvány számszerű modelljét akarnánk meghatározni. E számítások bonyolultsága azonban aránytalanul nagy a belőle várható eredményhez képest: csak akkor éri meg végigvinni ezeket, ha egy alkalmazásban valamiért tényleg a pontos szórási hatáskeresztmetszetekre szükség van. Az alap jelenségeket, pl. a szórás erősítési irányainak helyzetét ezek nélkül is meghatározhattuk.

9.1. feladat. 1,5-ös törésmutatójú üvegre 45° beesési szöggel fénysugár érkezik. A kétféle polarizációs irányú komponens hányadrész verődik vissza a felületről? Mennyire lesz polarizált a visszavert fény és mennyire az üvegbe behatoló?

Megoldás: A Snellius-Descartes törvényből könnyű kiszámolni, hogy $\alpha_1 = 45^\circ$ beesési szög és $n = 1,5$ -ös törésmutató esetén a megtört fénysugár szöge:

$$\alpha_2 = \sin^{-1} \frac{\sin \alpha_1}{n} = 28,1^\circ.$$

Ekkor (9.3) szerint a felülettel párhuzamos polarizációjú komponensre vonatkozó reflexiós tényező:

$$R_s = \left(\frac{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{\sin(\alpha_2 + \alpha_1)} \right)^2 = 0,092, \quad (9.5)$$

míg (9.4) szerint a felületre merőlegesé:

$$R_p = \left(\frac{\tan(\alpha_2 - \alpha_1)}{\tan(\alpha_2 + \alpha_1)} \right)^2 = 0,0085. \quad (9.6)$$

Az így visszavert fény tehát gyenge lesz: ha a két polarizációs irány a bemenő sugárban egyforma intenzitású volt, akkor átlagosan $(R_s + R_p) = 2 \approx 0,050$ -d része, azaz 5%-a verődik vissza, de ennek több, mint 90%-a a felülettől párhuzamos polarizációjú.

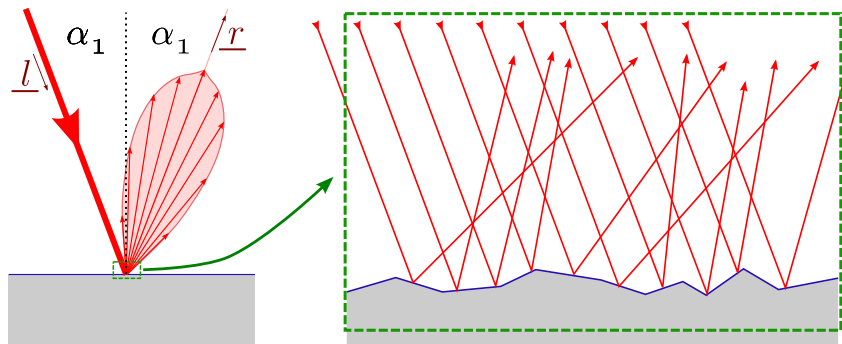
Ezzel szemben az üvegbe behatoló fény a teljes intenzitás 95%-át tartalmazza, de alig polarizált, hisz az egyik komponens $1 - R_s = 0,918$, a másiknak pedig az $1 - R_p = 0,9915$ -öd része hatol be, ami csak kb. 10%-ban eltérő intenzitást jelent.

←9.1. feladat

10. Érdes közeget határ esete

Az előzőeknél sokkal bonyolultabb a helyzet, ha a visszaverő felület egyenetlen. Az optika törvényeinek ismeretében ilyenkor részletesen követni kell a felület egyes pontjain bekövetkező változásokat, azaz ha a

felületi struktúrák mérete a fény hullámhosszának nagyságrendjébe esik, akkor hullámoptikai, nagyobb léptékű egyenetlenség esetén geometriai optikai számításokat kell végeznünk. Ezeket a gyakorlatban nem lehet mindig teljes részletességgel kivitelezni, ezért a szóráshoz hasonló makroszkopikus helyettesítő képet alkalmazunk, azaz megmondjuk, milyen irányban milyen sugárerősség jut, ha adott energiaáram-sűrűségű párhuzamos nyaláb esett a felület egy pontjára és ezt a szórt visszaverődést a szórási hatáskeresztmetszethez hasonló ábrán szemléltetjük, ahogy azt a 10.1. ábrán láthatjuk.



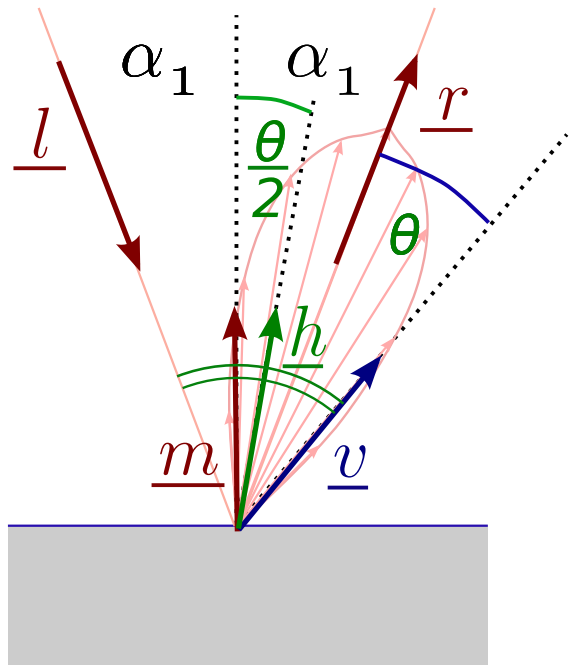
10.1. ábra. Visszaverődés érdes felületről: nagyléptékű és mikroszkopikus szemlélet.

Viszonylag egyszerűen tárgyalható az az eset, amikor a felület csak enyhén hullámos, ezért a felülettel találkozó fénysugarak egy visszaverődést szenvednek el.

10.1. Az egyszeres visszaverődés esete

A felület érdességének hatását teljes pontossággal nehéz kiszámítani, hisz az érdes felület egyes pontjai különféle magasságban vannak és felületi normálvektoruk is össze-vissza változik. Azt könnyű belátni, hogy ha csak a visszavert fény nagyléptékű szórása érdekes számunkra, akkor a normálvektor-változás a lényegesebb hatású,

hisz egy felület-elem párhuzamos eltolása csak ugyanilyen nagyságrendű eltolódást okoz a visszavert fénysugárban, míg a normálvektor változása a visszavert sugár elfordulását jelenti, ami a felszíntől való távolsággal egyenes arányban növekvő eltérést eredményez. Első közelítésben tehát úgy vehetjük, hogy csak a felület normálvektorának megváltozása miatt más a visszavert sugár iránya, mint a teljesen sima felület esetén. Ennek számszerű jellemzésére használjuk a 10.2. ábra jelöléseit.



10.2. ábra. Az érdes felületről való visszaverődés jellemzésére használt vektorok.

Az ábrán (a fentiekhez hasonlóan) \underline{l} a beeső fénysugár egység hosszúságú irányvektora, \underline{r} a visszavert sugáré,

\underline{m} pedig a felület átlagos normálvektora. Tökéletesen sima felület esetén a visszavert sugár \underline{r} irányba menne, de az érdesség miatt ettől eltérő \underline{v} irányba is jut fény, méghozzá az, amelyik esetén a fénysugarak épp egy \underline{h} normálvektorú felület-elemről verődtek vissza. A visszaverődési törvény miatt \underline{h} az ábrán látható módon épp \underline{l} és \underline{v} egyenesei által bezárt szög szögfelezője irányában mutat. Ez a \underline{h} „felező-vektor” igen fontos szerepet játszik a további számításokban, és könnyen megkapható \underline{l} -ből és \underline{v} -ből, azaz a beérkező fény irányából és a vizsgált továbbhaladási irányból:

$$\underline{h} = \frac{\underline{v} - \underline{l}}{|\underline{v} - \underline{l}|}. \quad (10.1)$$

Az érdes felületről visszavert fény esete a közeg belsejében szórtéhoz hasonlít. Itt nyilván a sima felületről való visszaverődés irányát, azaz \underline{r} -et kell alapiránynak felvennünk és az ehhez képest mért θ eltérési irány függvényében lehet a szórást, tehát itt a diffúz visszaverődést jellemezni. A 10.2. ábra szerint θ nem lesz más, mint \underline{v} és \underline{r} szöge, de \underline{h} definíciója szerint \underline{h} és \underline{m} bezárt szöge $\theta/2$ lesz, azaz

$$m\hbar = \cos(\theta/2). \quad (10.2)$$

Az határozza meg tehát, hogy mennyi fény szóródik \underline{v} irány kis környezetébe, hogy mennyi a (10.1) egyenletből számolható \underline{h} -hoz közel álló normálvektorú felület-elemek száma. Így az érdes felületről való diffúz visszaverődés irányfüggésének meghatározásához a felület-elemek normálvektorainak eloszlását kell ismernünk.

- Amennyiben a felület-elemek normálvektorai valami egyszerű szabálynak tesznek eleget, egyszerűen nyomon követhető a szórt fény eloszlása. Pl. ha a felület egy szabályosan barázdált, „fűrészfog”-keresztmetszetű, akkor összesen 2-féle normálvektor fordul elő a felületen, azaz a visszavert fény két nyalábra oszódik szét.
- A gyakoribb eset, hogy a felület-elemek bizonyos mértékig véletlenszerűen helyezkednek el. Ekkor azok eloszlásának statisztikai jellemzői alapján lehet modellt adni a diffúz visszaverődésre. Jellemző a véletlenszerű folyamatokban gyakran felbukkanó normális eloszlás feltételezése, de ezt közelítő, ámde kisebb számításigényű, egyszerűbb modellek is használatosak.

10.2. A többszörös visszaverődés esete

Mélyen barázdált felület esetén gyakori, hogy a beérkező fény többször is irányt vált a felszínen, mielőtt elhagyná azt. Az ilyen esetek részletes végigszámolása bonyolult, ezért többnyire közelítő, tapasztalati modelleket szokás alkalmazni rájuk. Az azonban biztos, hogy ilyenkor általában sokkal nagyobb szögben szóródik a fény, mint az előző alfejezetben tárgyalt egyszeres visszaverődés esetén. Ez analógiában van az optikailag vastag közegbeli fényszórás esetével, ahol a többszörös szóródás miatt közel izotrop módon oszlik el a fény.

A többszörös visszaverést mutató felületek szélsőséges esete az, amikor a visszavert fény teljesen véletlenszerű irányban megy tovább, teljesen függetlenül a beeső sugárzás irányától. Az ilyen felületet hétköznapi szóhasználatnál tökéletesen **matt** felületnek nevezzük, az optikában pedig **Lambert-féle felületnek**.

A Lambert-felületek sajátossága, hogy kibocsátott (visszavert) sugársűrűségük irányfüggetlen. Ez azt jelenti, hogy rögzített távolságból nézve azonos besugárzás (és fényáram) jut a szemünkbe a felület egy adott térszögnek megfelelő darabjáról.

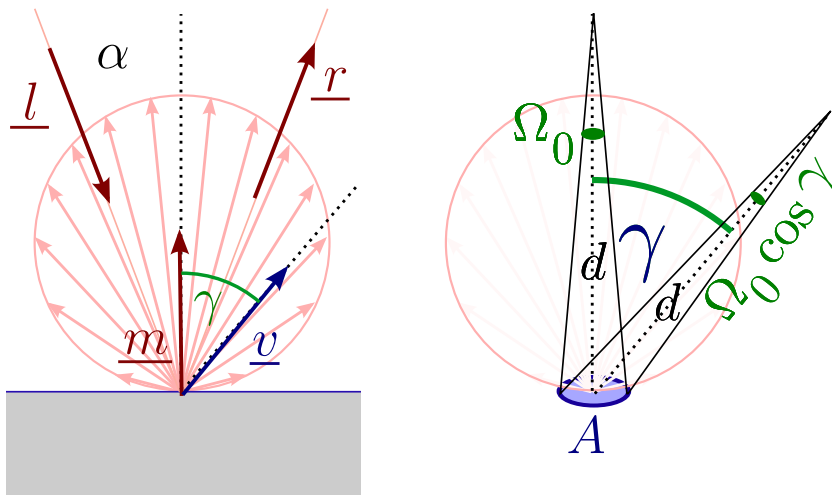
Ezzel szemben igen könnyű belátni, hogy a térszög és ezért a sugárerősség is a felületi normálvektor és a látóirány által bezárt γ szög koszinuszával lesz egyenes arányosságban:

$$I_{e,refl}(\gamma) = I_0 \cos \gamma \quad (10.3)$$

Ezt az irányfüggést mutatja be a 10.3. ábra.

Tehát egy tökéletesen matt, azaz Lambert-féle felület kis sík darabkájának *kibocsátott* sugárerőssége \underline{v} irányban \underline{m} \underline{v} -vel, azaz a vizsgált irány és a felületi normális által bezárt γ szög koszinuszával lesz egyenesen arányos. Itt tehát nem szerepel a beeső fény \underline{l} irányvektora vagy a sík felületre vonatkozó \underline{r} visszaverési irány, ami azt mutatja, hogy a felület tényleg matt, tehát a fényforrások irányának változása semmilyen változást nem eredményez a visszaverésben, tehát semmilyen halvány kép sem tükröződik a fényforrásokról.

A gyakorlatban tökéletesen matt, azaz ideális Lambert-felület nem létezik, de elég jól közelítik bizonyos anyagok a koszinuszos törvényt. Ilyen felületekre van szükség pl. egyenletes megvilágítás létrehozásához.



10.3. ábra. Lambert-felület visszaverési hatáskeresztmetszete.

Határozzuk meg a fenti (10.3) egyenletbeli I_0 állandót! A fényforrásból egyedül az számít, hogy a visszaverő felület egységnyi felületére mennyi energiát szállít, a Lambert-felületnek meg csak az R visszaverési tényezője fontos. Ha tehát a beeső fény energiaáram-sűrűsége E_e , akkor egy A nagyságú felületemre a ferde beesés miatt $\Phi_e = E_e \cdot A \cdot \cos \alpha$ energiaáram jut. Ennek R -szerese verődik vissza a $\cos \gamma$ -val arányos sugárerősséggel, azaz

$$I_{e,r}(\gamma) = E_e R A \cos \alpha \cdot C \cdot \cos \gamma. \quad (10.4)$$

Itt a C konstans úgy kell meghatározni, hogy a teljes visszavert energiaáram a bejövő energiaáram R -szerese legyen. Fentebb, a 99. oldalon, a (8.8) egyenletnél már találkoztunk hasonló problémával. Az ottanihoz hasonló megfontolásból tudjuk, hogy γ és $\gamma + d\gamma$ szögek közti tartomány $d\Omega = 2\pi \sin \gamma$ térszöget jelent, így a visszavert

össz energiaáram:

$$\Phi_{e,r} = \int I_e d\Omega = \int_0^{\pi/2} I_{e,r}(\gamma) 2\pi \sin \gamma d\gamma = E_e R A \cos \alpha C 2\pi \int_0^{\pi/2} \cos \gamma \sin \gamma d\gamma = E_e R A \cos \alpha C \pi \quad (10.5)$$

A fentiek szerint $\Phi_{e,r} = R\Phi_e = R \cdot E_e A \cos \alpha$, tehát az előző, eddig ismeretlen C állandó értéke $1/\pi$, azaz E_e besugárzással jellemezhető sugárzás α szög alatti beesése esetén R visszaverési tényezőjű, A nagyságú Lambert-felület a normálvektorral γ szöget bezáró irányban

$$I_{e,r}(\gamma) = \frac{1}{\pi} E_e R A \cos \alpha \cos \gamma \quad (10.6)$$

sugárerősséggel veri vissza a fényt.

Ezt átalakítva:

$$L_{e,r}(\gamma) = \frac{I_{e,r}(\gamma)}{A \cos \gamma} = \frac{1}{\pi} E_e R \cos \alpha \quad (10.7)$$

10.3. Diffúz visszaverődés-modellek

A valóságban előforduló felületek nagy része átmenet a teljesen sima tükröző és a szélsőségesen rücskös Lambert-féle felület között. A probléma precíz megközelítése olyan számításokat igényel, melyek a felület „rücskösségét” és az erről történő fényvisszaverődést részletesen modellezik, így meghaladják e könyv kereteit.

Beckmann-modell. Egy sok helyen elfogadott közelítés a Beckmann-modell, ami feltételezi, hogy a felület kis síklapokból áll, melyek irányszöge normális eloszlás szerinti. Ebben a modellben a felület durvaságát egy s paraméter jellemzi, ami a négyzetes közepe a felületet alkotó kis lapkák meredekségének. Ebben az esetben a szóródást az alábbi függvény jellemzi:

$$I_{e,refl}(\theta) = C \frac{1}{\pi s^2 \cos^4(\theta/2)} \exp \left[-\frac{\tan^2(\theta/2)}{s^2} \right] = C \frac{1}{\pi s^2 (\underline{mh})^4} \exp \left[-\frac{1 - (\underline{mh})^2}{(\underline{mh})^2 s^2} \right], \quad (10.8)$$

ahol C egy alkalmasan választott normálási faktor, mely biztosítja, hogy a teljes visszavert energiaáram megegyezzen a bejövővel.

Látható, hogy ez egy izotróp szórást ír le: a tükröződés irányához képesti θ szögtől függ csak a visszaverés hatékonysága. A megfigyelések szerint ez a Beckmann-modell jól közelíti a valóságban megfigyelt szórást, ha a felület érdességét jellemző s szám nem túl nagy, azaz a felületen nem következnek be többszörös visszaverődések.

A Beckmann-modell hátránya viszont a nagy számításigény, ami akkor válik nagyon fontossá, amikor egy nagy felület modellezésekor képpontról képpontra más szögek esetére kell kiértékelni ezt a formulát. Ezért közelítő számításokhoz sokféle modellt szoktak alkalmazni, melyek ugyan pontatlanabbak, de kevesebb számításba kerül kiértékelésük.

Gauss-eloszlás. Ekkor

$$I_{e,refl}(\theta) = C \exp \left[-\frac{\theta^2}{q^2} \right], \quad (10.9)$$

ahol q egy 0 és 1 közötti szám, ami jellemzi a felület érdességét.

Phong-modell. Ebben a közelítésben:

$$I_{e,refl}(\theta) = C \cos^n \theta = C(\underline{rv})^n, \quad (10.10)$$

ahol n az úgynevezett „Phong-kitevő”, aminek semmi fizikai jelentés nincs, csak ezzel szabályozzuk, mennyire gyorsan csengjen le a szórt fény a tükrözés irányától távolodva.

Blinn-Phong-modell. A Phong-modellhez hasonló, de kissé pontosabb eredményt adó közelítés:

$$I_{e,refl}(\theta) = C \cos^n(\theta/2) = C(\underline{mh})^n. \quad (10.11)$$

A Beckmann-modellen kívül a többiek nem fizikai megfontoláson, hanem a pontos eloszlás matematikai közelítésén alapulnak, ezért a bennük szereplő paraméterek nem rendelkeznek fizikai jelentéssel. Kiértékelésük viszont egyszerű, ezért lehetővé teszik a szórt fények nagyjából valóságghú szimulációját akkor is, ha azt egy összetett geometriájú helyszínen, többszörösen visszaverődő fények esetén kell megtenni.

Az említettekén kívül sok modell létezik még, vannak közöttük pl. olyanok is, melyek erezett felületekről történő anizotrop visszaverődést modelleznek, ezek tárgyalása azonban meghaladná könyvünk kereteit.

10.4. A valóságghú számítógépes képalkotásról

Az ebben a modulban tanultak képezik a valóságghú számítógépes képalkotás alapjait, aminek itt csak néhány sajátosságát említjük meg. Ezek a módszerek külön tantárgyak keretében lennének oktathatók, de különösebb elméleti képzettség nélkül is neki lehet állni a velük való ismerkedésnek, ha letöltünk egy ingyenes szoftvert és dokumentációját a témában. Az érdeklődőknek ajánljuk pl. a **PovRay** és a **Blender** programokat. Előbbi főként állóképek valóságghú készítésében erős, és a használt fényszórási, fényvisszaverési stb. modellek részletes finomhangolását teszi lehetővé, utóbbi pedig egy 3D animációkészítésre kihegyezett program, ami a fényterjedési modelleket jobban elrejtja a felhasználó elől, de látványosabb kimenetet tesz lehetővé.

Az ilyen és hasonló programok alapötlete, hogy a megjelenítendő helyszínek egy matematikai leírását adjuk (pl. egy „(1, 0, 0) középpontú, 0.3 sugarú gömbünk van, melynek felülete $n = 10$ -es Phong-modellel jelenítendő meg, ilyen és ilyen színnel, ...”), specifikáljuk a fényforrások helyzetét, színét, és a kamerát, majd a program milliószámra végigköveti azokat a fénysugarakat, melyek a fényforrások valamelyikéből végül is eljutottak a kamerába. E folyamat során a fénysugarak mindazt elszenvedhetik, amiről itt tanultunk: szóródhatnak közeg belsejében, visszaverődhetnek egy tükröző vagy matt felületről akár többször is, lángok belsejében új fénysugarak keletkeznek térben elosztva, stb. A valóságghú megjelenítés nagy számítógépidőt igényel, de ez ma már rendelkezésre áll és nemcsak 3D animációs filmek készülnek így, hanem a valóságostól alig megkülönböztethető részletek illeszthetők bele valódi filmfelvételekbe is.

1. Milyen beesési szög esetén következik be, hogy egy átlátszó közegbe behatoló fénysugár mindenképp tökéletesen polarizált lesz?
 - Nincs ilyen beesési szög.
 - A Brewster-szög esetében.
 - A teljesen visszaverődés határszöge esetén.
 - 0 fokhoz közeli beesési szög esetén.
2. Milyennek mondjuk hétköznapi szóval a Lambert-féle felületeket?
 - Ideális tükörnek.
 - Tökéletesen mattnak.
 - Feketének.
 - Fehérnek.
3. Vezesse le a (10.2) összefüggést! (Nem adható rövid megoldás.)

MODULZÁRÓ

Start. Az alábbi kérdések megválaszolására 30 perce van:

1. Mit értünk abszolút fekete test alatt?

Olyan testet, melynek felszíne a ráeső sugárzásokat teljesen elnyeli.

Olyan testet, melynek irányából semmilyen sugárzást nem észlelünk.

A fekete lyukakat, amiről az általános relativitáselmélet szól.

Olyan testet, mely a környezetében levő összes többi tárgynál kevesebb fényt sugároz.

2. Milyen jellegű a fénycsövek színeképe?

A kibocsátó gáz energiaszintjeinek megfelelően csak bizonyos hullámhosszak kis környezetében sugároznak.

Nagyjából olyan, mint a fekete testeké, csak kicsit zajos.

Több erős vonal mellett egy kisebb, de nem elhanyagolható folytonos résszel is rendelkeznek.

Semmi jellegzetességük nincs, lényegében mindenféle színekép előfordulhat.

3. Mennyi egy R sugarú gömb hatáskeresztmetszete, ha $R \gg \lambda$?

$$4\pi R^2$$

$$2\pi R^2$$

$$\pi R^2$$

$$\pi/2R^2$$

4. Az alábbiak közül melyik mennyiség adja meg az „oszlopsűrűség” fogalmát?



A sugárzás irányával párhuzamos alkotójú, egységnyi felületű egyenes hasábra eső részecskék száma. Egy egységnyi alapterületű egyenes hasáb belsejében levő részecskék számának és a hasáb térfogatának hányadosa.

A fényszóró közeg átlagsűrűségét a vizsgált pont feletti függőleges oszlopban.

A fényszóró közeg átlagsűrűségét a vizsgált pont alatti függőleges oszlopban.

5. Egy forró csillag színeképe jó közelítéssel egy 15 000 K-es feketetest-sugárzásnak felel meg. Hány milliárd lument bocsát ki közelítőleg 1 m^2 -nyi a felszínéből?
6. Egy pontszerűnek tekinthető fényforrás 5000 lm fényáramot bocsát ki a tér minden irányába egyenletesen. Hány lux lesz a megvilágítás tőle 500 m-re merőleges beesés esetén, ha a köztes térrészben átlagosan 120 millió, $6 \mu\text{m}$ átmérőjű, gömb alakúnak tekinthető porszemcse található egy köbméter levegőben?
7. Hogyan módosul az előző feladat eredménye, ha a levegő teljesen kitisztul a portól és nem kell elnyeléssel vagy szórással számolnunk?

Stop.

III. MODUL

A fény érzékelése

Jegyzetünk utolsó modulja a fény érzékelésének fizikai aspektusaival foglalkozik. Igen fontos szerepet játszanak a biológiai folyamatok ebben a jelenségben, amiket csak olyan mélységig tárgyalunk, hogy céljaink irányába vigyen, tehát megérthessük, milyen korlátai vannak a szem érzékelőképességének és milyen tulajdonságokkal kell rendelkeznie azoknak a berendezéseknek, melyekkel az ember számára feldolgozható képi információt szeretnénk előállítani.

9. LECKE

A szem felbontóképessége

Kulcsszavak:

- *felbontóképesség, fényelhajlás, érzékelősejtek a retinán*
- *hardvereszközök felbontóképessége*

Ez a lecke azt vizsgálja, milyen közeli részleteket tudunk szemünkkel elkülöníteni. A téma nyilvánvalóan kiemelt fontosságú pl. feliratok olvashatósága, alakok felismerhetősége szempontjából, azaz az élet számtalan területén nyer alkalmazást.

Ajánlott irodalom: [1], [4], [7].

11. A szem felbontóképessége

11.1. A véges felbontóképesség okai

Szemünkkel nem tudunk tetszőlegesen kis részleteket megpillantani. Ennek okai:

- a pupilla szélén fellépő fényelhajlás;
- a szemlencse geometriai hibái;
- az érzékelő sejtek közti távolság.

Egy átlagos szem esetén ezek nagyjából egyensúlyban vannak és mindegyik azt eredményezi, hogy közel 1 ívperces távolság kell két pontszerű forrás megkülönböztetéséhez (a látómező közepén, nappali látásnál).

Ezeket túl a tökéletes fókuszálás eleve csak adott hullámhosszon lehetséges (diszperzió) és csak egy távolságra (mélységélesség).

Mint fentebb említettük, a fotoreceptorok sűrűsége nem egyenletes a retinán, így pl. nappali látás esetén a látómező közepén egy kis területen láthatunk teljes élességgel, ettől távolodva az receptorok sűrűsége erősen csökken, így a felbontóképesség is romlik. Erről azért nem veszünk mindig tudomást, mert mihelyt érdekesnek látunk valamit látómezőnk széle felé, automatikusan „odakapjuk tekintetünket”, azaz az érdekes részt a látómező közepére hozzuk.

Érdekesség: Ha kis önfegyelemmel legyőzzük a tekintet automatikus odafordításának kényszerét, könnyű megfigyelni a látómező széle felé csökkenő felbontóképesség hatását. Nézzünk például egy nyomtatott oldalon egy sor elejére egy szemmel, majd nagyon ügyelve, hogy szemünk ne változtassa meg helyzetét, próbáljuk a betűket olvasni a sor távolabbi részein. Távolodva a látómező közepétől, egyre életlenebb betűket látunk, végül csak a sorok futása vehető ki.

11.2. A fényelhajlás hatása

Tökéletesen kör alakú pupilla esetén a fényelhajlás az **Airy-korong** jelenségét hozza létre retinánkon. Ez azt jelenti, hogy még tökéletes lencse-alak esetén is egy pontszerű fényforrás képe elkenődik: a fény túlnyomó többsége egy $\varphi = 1,22\lambda/D$ átmérőjű korongba koncentrálódik.

Egy átlagos emberi szem esetén D legalább $D_0 = 2$ mm (nappali, erős fényre jellemző érték), így az Airy-korong sugara az emberi szem által legjobban érzékelt 550 nm-es hullámhosszon:

$$\varphi_0 = 1,22 \frac{5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{0,002 \text{ m}} = 0,000336(\text{rad}) = 0,0192^\circ \approx 1,15' \quad (11.1)$$

Az aposztróf jel az ívperc, azaz a fok 60-ad részének jele. $1^\circ = 60'$. Ezt ma már egyre kevesebb helyen használják, mert a tizedes jelölés kiszorítja, de még találkozhatunk vele.

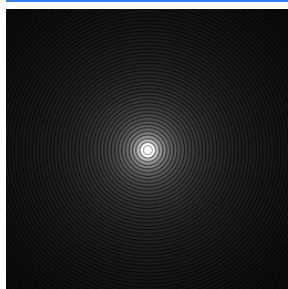
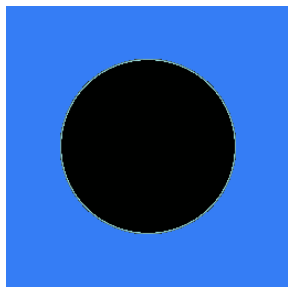
Gyengébb megvilágításnál D ennél nagyobb, így az Airy-korong sugara ennél kisebb lesz, pl. egy félhomálybeli $D^* = 5$ mm-es érték esetén $\varphi_0^* = 0,46'$.

A fényelhajlás az Airy-korongon kívülre is szór fényt. Ez azonban sokkal kisebb intenzitású, mint a korong maga, így ennek hatása csak akkor észlelhető, ha egy fényes tárgy mellett sötét környezet van így a fényes tárgy halvány szórt fénye a sötét háttér előtt észlelhetővé válik. Különösen jelentős ez, ha a pupilla kicsit szabálytalan körvonalú: ekkor a fényelhajlás egy sugaras szerkezetet hoz létre.

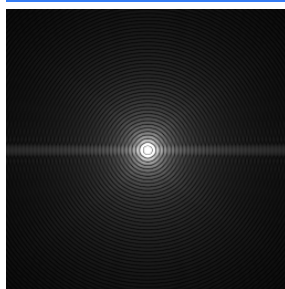
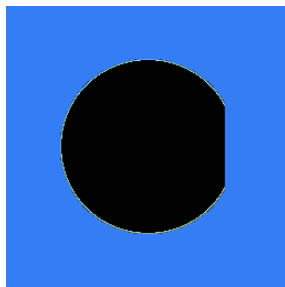
Az e mögött levő elmélet tárgyalása meghaladja kereteinket, csak annyit említünk meg, hogy ha egy irányban csökken a pupilla mérete, abban az irányban és a 180° -kal eltérőben is megjelenik egy „sugár”. Ezt szemlélteti a 11.1. ábra. Itt középen erősen túlexponáltan láthatjuk az Airy-korongot. A teljes diffrakciós képeken az Airy-korong méretének 30-szorosa átmérőjű terület látszik.

Az átlagos ember pupillájának hibája nem olyan mértékű, hogy nappali fényviszonyok közt észrevehetően jelentkezne ez a sugaras szerkezet. Éjszaka, kis kiterjedésű fényforrások közelében azonban jól észlelhető.

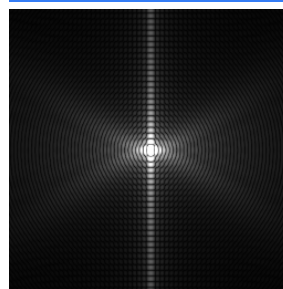
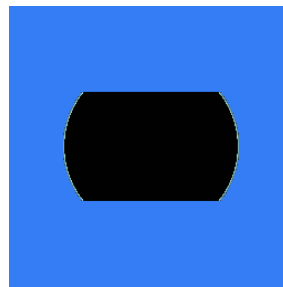
szabályos pupilla



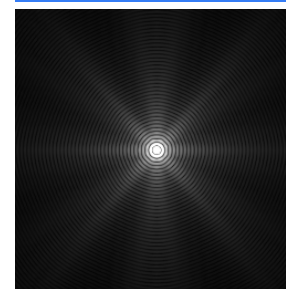
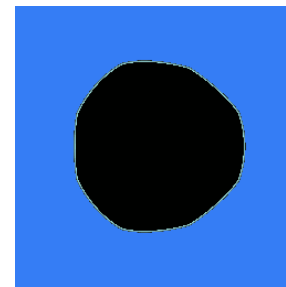
„behorpadás”



résnyire szűkített



hullámos szél



11.1. ábra. Pupilla alakok és diffrakciós képek.

Érdekesség: Legfeltűnőbb jelenség, hogy a fényelhajlás miatt a valójában pontszerű csillagokat „sugarasnak” látjuk. Innen származik a csillagok szokásos ábrázolási módja. Érdeemes kipróbálni ezt éjszaka külön-külön mindkét szemünkkel.

11.3. A fotoreceptorok sűrűsége

Nappali fényben a csapokkal érzékeljük a fényt. Mint fentebb elmondtuk, ezek sűrűsége a látómező közepén átlagosan $200\,000$ csap/ mm^2 . Szabályos háromszöghálós elrendeződést feltételezve ez a szomszédos csapok közt $0,003\text{ mm} = 3\ \mu\text{m}$ -es távolságot jelent. A szem átmérőjét 24 mm -nek véve az ennek megfelelő látószög: $\tan^{-1}(0,003/24) = 0,0072^\circ = 0,42'$.

Ez tehát megfelel az átlagos nappali látásra vonatkozó $\varphi_0^* = 0,46'$ -es értéknek, és más pupillaméreteknél is ez a nagyságrend jellemzi a fényelhajlás hatását. A kapcsolat nyilván nem véletlen: a sűrűbb receptorhálózatnak nincs értelme, mert csak az Airy-korongokat látnánk, a ritkább hálózat viszont nem használná ki a szemlencse által alkotott kép lehetőségeit.

A csapok sűrűsége a látómező közepétől távolodva gyorsan csökken. Ráadásul a retina mélyebb rétegeiben az érzékelősejtek keresztirányú kapcsolatai miatt több, egymáshoz közel elhelyezkedő sejt kapcsolódik össze un. receptív mezőkbe, melyek közös jelet küldenek az agyba.

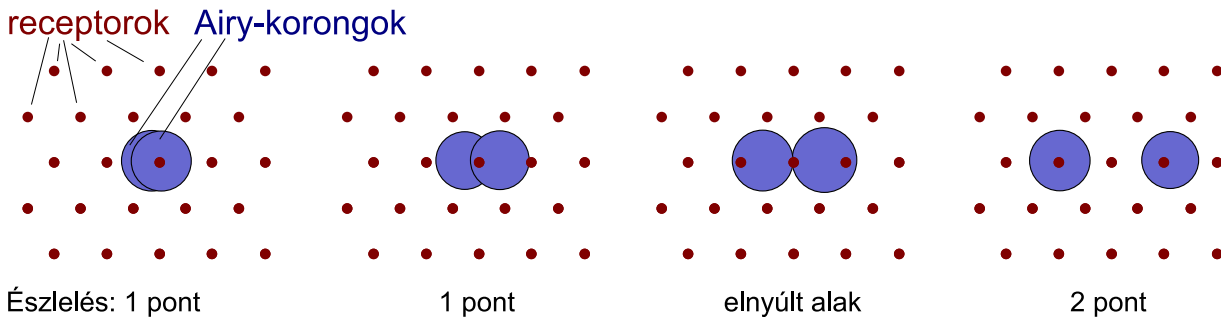
12. A felbontóképesség számszerű jellemzése

Milyen adattal lehetne jellemezni tehát az emberi szem felbontóképességét? Több választás is van, pl.:

- Milyen szögtávolságú pontokat látunk külön-külön?
- Milyen szögtávolsággal jellemezhető rácsozatban vesszük észre a külön-külön vonalakat?
- Milyen szögátmérőjű korongot látunk nem pontszerűnek?
- Milyen sugarú gyűrűt érzékelünk gyűrűnek és nem körnek? (Tehát látjuk a lyukat is a közepén.)

E lehetséges definíciók nem adják ugyanazt az értéket, hisz részben alakfelismerési vonatkozásuk is van, azaz a pontos érték agyunk működésétől is függ.

Az első esetet szemlélteti a 12.1. ábra, ahol azt láthatjuk, hogy két ha az Airy-korong sugara és a receptorok távolság kb. azonos (mint a szem esetén ez közelítőleg teljesül is), akkor kb. 2 rácstávolságra levő pontszerű fényforrások különíthetők el.



12.1. ábra. Két pontszerű fényforrás szétválasztása.

Azt mondhatjuk tehát, hogy átlagos megvilágítás esetén két pontszerű fényforrást már meg tudunk különböztetni egyentől (elnyúlnak látjuk), ha szögtávolságuk $0,4^{\circ}$ – $0,5^{\circ}$, de megbízhatóan elkülöníteni őket csak $0,9^{\circ}$ – $1,0^{\circ}$ szögtávolság esetén lehetséges.

E számításokkal összhangban levő eredményeket adnak a kísérletek is. Ezek az egyének eltéréseit is megmutatták, így tudjuk, hogy az előző értékek átlagnak elfogadhatók, de egészséges szemek esetén is akár 50%-os eltérések előfordulhatnak.

13. Méretezési problémák

Az előzőek szerint átlagos emberi szem kb. $1'$ szögtávolságra levő pontokat tud egymástól megkülönböztetni. Bár tudjuk, hogy ez egy közelítő érték, ami egyénfüggő is, közelítő számításokat lehet ez alapján végezni

monitorok, vetítőkészletnek, nyomtatványok **képének méretezésével** kapcsolatban.

Nézzünk egy képet merőlegesen h távolságból. Akkor látjuk a kép képpontjait (**pixeleit**) külön-külön, azaz akkor veszünk észre minden részletet, ha két pixel x_0 távolsága: $x_0 = h \tan \varphi_0$. ($\varphi_0 = 1'$)

Legyen a látott kép vízszintes mérete X , ez irányú pixelszáma R_x . Határhelyzetben a képméret:

$$X_0 = R_x \cdot h \tan \varphi_0 \quad (13.1)$$

Gyakorlatban fárasztó, ha a szem és az agy arra van kényszerítve, hogy a határérték körüli felbontáson dolgozzon, ezért ha nem a kép valóságossága a cél, akkor ennek $P = 1,5$ – 2 -szerese ajánlott, azaz az ajánlott méret kb.:

$$X_a = P R_x \cdot h \cdot \tan \varphi_0 = R_x \cdot h \cdot P 0,00029 \approx \frac{R_x \cdot h \cdot P}{3500} \quad (13.2)$$

Nevezzük P -t „**pihentetési faktornak**”. Ennek értékét válasszuk 1-nek vagy kisebbnek, ha azt akarjuk, hogy az átlagos szemű néző ne tudja elkülöníteni a képpontokat (pl. egy fotó megjelenítésekor), de legyen 1,5 vagy 2 az értéke, ha az a cél, hogy a kép legvékonyabb vonalai, legkisebb részletei is érzékelhetőek legyenek (pl. egy előadás anyagának kivetítésekor).

Az előző számításban több mindent elhanyagoltunk, pl. azt, hogy ha a kép közepére nézünk merőlegesen, akkor a szélére már bizonyos szög alatt látunk rá. Az egyéni különbségek, a felbontóképesség megvilágítástól való függése és több más bizonytalanság azonban eleve csak közelítő tervezést tesz lehetővé.

13.1. feladat: Milyen pixelszámot érdemes használni egy 15 colos monitoron, ha 60 cm-ről nézzük?

Megoldás: A 15 col ilyen környezetben a képátlót jelenti. A hagyományos monitorok esetén az oldalarány 4:3, azaz ha a vízszintes méret X , a függőleges pedig Y , akkor $X = (4/3)Y$. A „col” pedig egy angolszász körökben máig is gyakran használt távolságegység, értéke kb. 25,4 mm.

Ekkor az átló:

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2} = \sqrt{X^2 + \left(\frac{3}{4}X\right)^2} = X\sqrt{1 + \frac{9}{16}} = X\frac{5}{4}$$

Az előző jelölésekkel tehát: $X_a = (4/5)F = (4/5) \cdot 15 \cdot 0,0254 = 0,3048$ m.

Átrendezve a fenti (13.2) egyenletet, az ajánlott pixelszám vízszintesen:

$$R_x = \frac{3500X_a}{Ph} = \frac{1778}{P} = \begin{cases} 1185, & \text{ha } P = 1,5 \\ 889, & \text{ha } P = 2 \end{cases}$$

Ez összhangban van a gyakorlattal: Egyes emberek, akiknek vagy gyengébb a szemük, vagy egyszerűen nem szeretik a kis részleteket „bogarászni”, 15 colos monitor 60 cm-ről történő nézése esetén $P = 2$ -vel $R_x = 800$ pixelt szeretnek (vízszintesen) használni, míg élesebb szeműek $P = 1,5$ -tel 1024-et.

A $P = 1$ -nek megfelelő $R_x = 1778$ érték pedig érezhetően túl finom: ilyen felbontásnál a gyakorlatból is tudjuk, hogy a kis részletek összefolynának. A monitorok szokásos felhasználása esetén ez nem fogadható el, de egy hasonló problémára ez adja a választ: ennyi képpont kell vízszintesen, ha egy 15 col képátlójú, 4:3 oldalarányú fénykép vagy nyomtatást 60 cm-ről nézünk és nem akarjuk a pixelezettséget látni.

13.2. feladat: Egy tanteremben 4 m széles vetítővászon található, melyre 1024x768 felbontással vetítjük ki a képet. Milyen távolságból kényelmes nézni ezt? Milyen távolság esetén folynak össze a legkisebb részletek a hallgatóság előtt?

Megoldás: A fenti jelölésekkel $R_x = 1024$, $X_a = 4$ m, így a vászontól mért távolság (13.2) szerint:

$$h = \frac{3500X_a}{R_x \cdot P} = \frac{13,7}{P} = \begin{cases} 6,8 \text{ m,} & \text{ha } P = 2 \\ 13,7 \text{ m,} & \text{ha } P = 1 \end{cases}$$

A kb. 7 m-re ülőknek nem kell egy kicsit sem erőlködniük a részletek meglátásáért, de a 14 m-re levők már egyes részleteket nem tudnak kivenni a vásznon.

Érdekesség: Érdeemes ezeket a számításokat az általunk elérhető termekre alkalmazni. A szerző tapasztalata, hogy a legtöbb esetben jól vannak a méretek beállítva, de főleg nagy termék esetén a hátsó sorok gyakran túl kicsi képméretet láthatnak.

13.1. A változó felbontás szimulációja

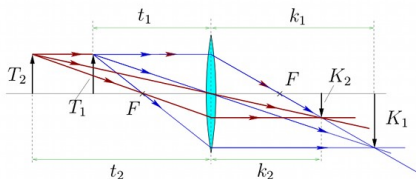
Az előző számítások csak a látómező közepén érvényes, maximális csapsűrűségre vonatkoztak. Említettük, hogy innen távolodva gyorsan csökken a csapok sűrűsége: 10 foknyira a középponttól már tizedére esik, ráadásul a periferiális területek felé haladva egyre több receptor jele kapcsolódik össze un. receptív mezőbe, egyetlen képpontot eredményezve. Mindehhez még a „vakfolt” jelensége is hozzáadódik: mindkét szemben a látómező közepétől vízszintes irányban 10-15 foknyira egy érzéketlen terület található.

A változó receptorsűrűséget és a vakfoltot agyunk meg érzi folytonossági hiánynak, hanem a receptorok által adott jeleket a kép egy szabálytalan rácson vett mintavételezésének fogja fel, a közöttük levő területet pedig a közeli receptor-jelek alapján folytonos változással kitölti.

Ez a folyamat számítógéppel kitűnően szimulálható. Ezt mutatja be a 13.1. ábra.

Az ábra egy ember bal szemének szimulációját tartalmazza, de a felbontóképességet a valódi felére állítottuk be, hogy ezen az ábrán az egyes érzékelők külön-külön feltűnjenek. Megfigyelhetjük a vakfolt és a periféria felé ritkuló érzékelők hatását, illetve azokat a lépéseket ahogy az agyunkban érzékelt kép kialakul.

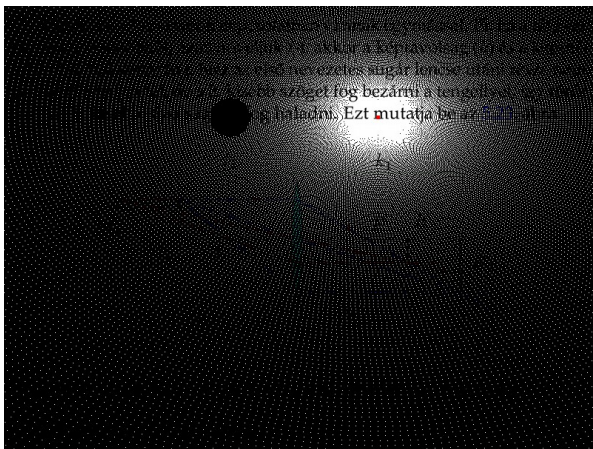
Míndezek a távolságok kapcsolatban vannak egymással. Pl. ha a tárgyat távolítjuk a lencsétől, azaz növeljük t -t, akkor a képtávolság (k) és a képméret (K) is csökkenni fog, hisz az első nevezetes sugár lencse utáni része nem változtatja helyzetét, de a 2. kisebb szöget fog bezárni a tengellyel, így törés után attól kisebb távolságban fog haladni. Ezt mutatja be az 5.23. ábra.



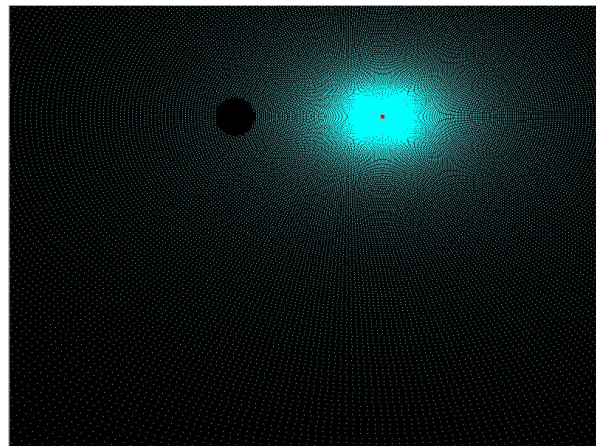
5.23. ábra. Gyűjtőlencse képképzése: a tárgy helyváltoztatásának hatása.

Ekkor bebizonyítható, hogy

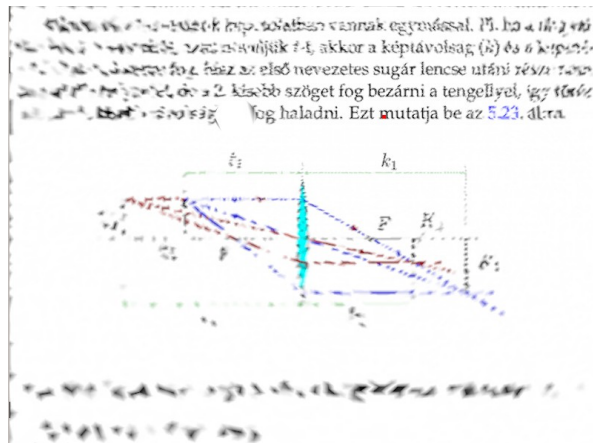
0: eredeti oldal



2: a mintavételezett pontok



1: szimulált receptor-pontok



3: interpoláció a látómezőre

13.1. ábra. Változó iránymenti felbontás szimulációja.

Természetesen ez nem tökéletes szimuláció, de látásunk jellegével sok szempontból megegyező eredményt ad. Érdekes az egyes képeket, főként a végeredményt mutató 3-as sorszámút teljes képernyőre kinagyítani. A kis piros négyzet mutatja látómezőnk közepét, és ha erre nézünk mereven, akkor a periféria elmosódottsága nem is tűnik annyira fel, mert szemünk úgymint életlenül mutatja a szélső tartományokat. (A tökéletes összehangolás a nézés látószögének és körülményeinek beállítása nélkül nem valósítható meg.)

Jól látszik ebből, miért is kell könyv olvasásakor szemünket „végigfuttatni” a sorokon: átlagos beállítás mellett egyszerre csak a sor felét-negyedét látjuk annyira élesen, hogy a betűk olvashatók legyenek. (Azért emlékezünk: ez egy, az átlagosnál fele akkor felbontású szem szimulációja.)

Az efféle számításoknak az élet sok területén lehetnek alkalmazásai. Az egyik ilyen a közlekedés-biztonsági terület: életek, de legalábbis balesetek múlhatnak azon, mennyi időt kell fordítani egy kereszteződésben a táblák értelmezésére.

Egy összetett táblarendszer láthatóságának szimulálását mutatja a [13.2. ábra](#).

Látható, hogy az átlagos szemű ember jól olvassa azt a táblát, amire néz, de elfogadhatóan éles számára a szomszédos tábla is, a másodsomszéd viszont már nem. Az enyhén tompalátó ember viszont csak azt a táblát tudja leolvasni, amire közvetlenül néz, így neki szemének irányát többször kell átállítania (fixáció), ami időigényes és fárasztó folyamat, tehát veszélyes a közlekedésre.



bal tábla, átlagos szem



bal tábla, tompalátó szem



középső tábla, átlagos szem



középső tábla, tompalátó szem

13.2. ábra. Változó felbontás szimulációja közlekedési helyzetben.

Önellenőrzés

1. Mi a fő oka annak, hogy nappali látás esetén a látómező közepétől távolodva gyorsan csökken a látás felbontóképessége?
 - A fényelhajlás növekvő szerepe.
 - Az érzékelősejtek ritkulása.
 - Az állítás nem is igaz, a felbontóképesség csak a látómező legszélén csökken érezhetően.
 - A szemlencse fókusztávolságának hullámhossz-függése.
2. Mire gyanakodhatunk, ha egyik szemünkkel a csillagokat nem pontszerűnek látjuk, hanem úgy, mintha függőlegesen felfele és lefele egy-egy sugár indulna ki belőlük?
 - A pupillánk nem szabályos alakú, mérete vízszintes irányban kisebb, mint függőlegesen.
 - A szaruhártyánkon függőleges karcok vannak.
 - A pupillánk nem szabályos alakú, mérete függőleges irányban kisebb, mint vízszintesen.
 - Retinánkon vízszintes irányban sűrűbben vannak az érzékelők, mint függőlegesen.
3. Egy fotót 270×180 mm-es méretben nyomtatunk ki, és ezt képként a falra tesszük ki. Azt szeretnénk, ha a képpontok még akkor se látszanának, ha valaki 50 cm-ről nézi a képet. Hány megapixeles kép szükséges ehhez?

10. LECKE

A fényességhez való alkalmazkodás

Kulcsszavak:

- *pupillaméret, csapok, pálcikák*
- *rodopszin termelése és bomlása, matematikai modell*
- *látás sötétben, félhomályban és erős megvilágítás esetén*
- *alkalmazkodás a fényerő-változásokhoz*

A leckében azt mutatjuk be, hogyan képes az emberi szem mintegy 13 nagyságrendet átfogó tartományban jól működni és milyen korlátai vannak a környezeti fényssűrűség-viszonyokhoz. Olyan jelenségeket érthetünk meg ez által, mint pl. a szembereflektorozáskor történő szemképrázás bizonyos fajtái. Ezek megértése alapvetően fontos a közlekedésbiztonság és ergonómia szempontjából.

Ajánlott irodalom: [1], [6], [7].

Szemünk képes a csillagok fényét érzékelni, de a nappali verőfényben is működőképes marad. Ennek a fantasztikusan széles működési tartománynak 3 fő összetevője van:

- A pupillaméret automatikus változtatása.
- A pálcikák és csapok eltérő működési tartománya.
- A pálcikákban és csapokban lezajló biokémiai folyamatok.

Mint fentebb említettük, egy átlagos felnőtt pupillájának átmérője 2 és 8 mm közt változik a megvilágítás függvényében, azaz 1:16 arány van a maximális és minimális fényérzékelő felület között. Bár ez fontos, de önmagában nem lenne elegendő az előbb említett széles működési tartományhoz.

Az éjszakai látásért felelős pálcikák és csapok érzékenységi görbéi nagyon eltérnek, ezért nehéz ezek viszonyát egyetlen adattal jellemezni. A korábban leírtak szerint (lásd a 3.2.5. fejezetben) kb. $0,001 \text{ cd/m}^2$ alatt a pálcikák, 3 cd/m^2 felett a csapok, a köztes tartományban mindkét érzékelőfajta működik.

A szem nagy dinamikai tartományáért viszont legnagyobb részt az érzékelősejtek biokémiai folyamatai felelősek, hisz láthatjuk: egy típus önmagában kb. egymilliószoros intenzitástartományt fog át. Ezt tárgyaljuk a következőkben részletesen.

14. Folyamatok az érzékelősejtekben

Az érzékelősejtekben a látás szempontjából legfontosabb szerepet egy molekula, a **rodopszin** játssza, amely a beérkező fény hatására lebomlik és ez olyan biokémiai folyamatot indít el, melynek végén egy jel indul a receptorsejtől a retina mélyebben fekvő részei, majd az agy felé.

Az érzékelőkben levő rodopszinnal három fő folyamat történik:

1. termelődés (biológiai folyamatok révén);
2. spontán bomlás (a hőmozgás hatására);

3. indukált bomlás (a beérkező fotonok hatására).

A **termelőds** a szervezet egy adott állapotában kb. állandó sebességgel történik. Ezt a sebességet befolyásolják a szervezet bizonyos paraméterei, pl. a szem vérellátásának jósága vagy a rodopszinhoz szükséges alkotó anyagok koncentrációja, de egészséges szervezetnél ezt adottnak tételezhetjük fel.

A rodopszin könnyen **bomlik** (ezért is alkalmas a fény érzékelésére), de ez azt is jelenti, hogy néha beérkező fotonok nélkül is elbomlik egy-egy molekula. Ez a folyamat semmilyen külső hatástól nem függ, így egy molekula esetén időegységenkénti valószínűsége állandónak vehető, azaz egy érzékelősejt rodopszinmolekulái között a spontán bomlások időegység alatti száma egyenesen arányos a meglévő molekulák számával.

Az **indukált bomlások** egy foton és egy rodopszinmolekula kölcsönhatását jelentik, ezért időegység alatti számuk egyenesen arányos mind az érzékelőben levő rodopszin koncentrációjával, mind a beeső fény intenzitásával. Agyunkba pedig az indukált bomlások számával közel azonos intenzitású jel indul, ezért a világosság-érszelet mind a beeső fénysűrűségtől (pontosabban a retina-megvilágítástól), mint a rodopszinkoncentrációtól függ.

E folyamatok egyensúlya a szem érzékenységének adaptációját eredményezi. Például alacsony megvilágítás mellett az indukált bomlások száma kicsi, de épp ezért a rodopszinkoncentráció meg tud nőni, ami a beeső (kis számú) fotonra nagyobb érzékenységet eredményez. Erős megvilágítás mellett pedig az indukált bomlások alacsony egyensúlyi rodopszin-koncentrációt eredményeznek, ami egyben kis érzékenységet jelent.

Érdekesség: Az érzékelősejtekben zajló folyamatok ilyen hozzávetőleges ismerete is elegendő néhány hétköznapi jelenség megértéséhez. Például világos helyről sötét helyiségbe lépve eleinte nem látunk semmit, csak sok perc után kezdünk tájékozódni tudni. Az ok nyilvánvaló: percek kellene, amíg szervezetünk fel tudja tölteni rodopszinnal receptorainkat.

Sötéthez szokott szemmel pedig világosba lépve hirtelen káprázik látásunk, mert a rodopszinkoncentráció még nagy és a fényintenzitás is magas, ezért rendkívül erős fényérzet jel megy agyunkba.

A következőkben e folyamatok egyszerű matematikai modelljét adjuk meg, amivel közelebből megérthetők a szem megvilágításhoz való alkalmazkodásának jelenségei. Természetesen több elhanyagolással, egyszerűsítéssel

is élünk, ezért tökéletes pontosság nem várható, de mindenképp közelebb kerülünk e modellel a fényességhez való adaptáció megértéséhez.

15. A receptorok matematikai modellje

Legyen p a receptorbeli rodopszin relatív koncentrációja, azaz ha a receptor a maximális számú rodopszint tartalmazza, akkor $p = 1$. (Mostani megfontolásainkhoz nem szükséges annak ismerete, hogy ez fizikailag mekkora koncentrációt, tehát mondjuk hány mol/mm³ értéket jelent.)

Nyilvánvaló, hogy p értékét a termelődés növeli, a kétféle bomlás pedig csökkenti, ezért:

$$\frac{dp}{dt} = Q_t - Q_s - Q_i. \quad (15.1)$$

(Q_t jelenti p -nek az időegységenkénti megváltozását a termelődés miatt. Hasonlóképp Q_s és Q_i a spontán és indukált bomlások hatását mutatja.)

A fent elmondottak szerint egy egészséges szervezetben Q_t konstans. Szemléletes, ha ezt $1/\tau$ -val jelöljük, mert ekkor τ egy idő dimenziójú mennyiség, melynek szemléletes jelentése van: Ha nem lennének bomlások, τ idő alatt tudná a szervezet $p = 0$ -ról $p = 1$ -re feltölteni az érzékelőket. A mérések szerint pálcikákra $\tau \approx 400$ s, csapokra $\tau \approx 120$ s. E τ értékeket szokás **karakterisztikus időnek** nevezni. Összefoglalva:

$$Q_t = \frac{1}{\tau}. \quad (15.2)$$

Érdekeség: A karakterisztikus idő nagyságrendjéből érthető, miért tart percekig a sötétbe való alkalmazkodás: még ha nem lennének bomlások, akkor is több, mint 6 percbe telne, amire pálcikáink a maximális érzékenységet jelentő $p = 1$ érték közelébe jutnak, ha $p \approx 0$ -ról indulnak.

A spontán bomlások száma egyenesen arányos a rodopszinmolekulák számával, ezért biztos, hogy $Q_s = p \cdot B$. A B állandót úgy kell megválasztanunk, hogy visszakapjuk azt, hogy megvilágítás nélkül $p = 1$ az egyensúlyi szint. Könnyű belátni, hogy ez akkor következik be, ha $B = 1/\tau$, azaz:

$$Q_s = \frac{p}{\tau}. \quad (15.3)$$

Ellenőrizzük: ha nincs indukált bomlás, azaz $Q_i = 0$, akkor (15.1) így írható: $dp/dt = 1/\tau - p/\tau$, ami valóban azt jelenti, hogy $p = 1$ esetén $dp/dt = 0$, tehát $p = 1$ egyensúlyi állapot.

A 3.2.4. fejezet szerint a szemet érő ingert a fény **retina-megvilágítása** határozza meg, ami a fénysűrűség és a pupilla felülete nagyságának szorzata és hagyományosan **Trolandban** mérünk.

Az indukált bomlásokat jellemző Q_i mennyiségről tudjuk, hogy p -vel és a beeső fény E retina-megvilágításával is egyenesen arányos. Az is biztos, hogy ez függ egy olyan mennyiségtől, ami az érzékelés hatékonyságát mutatja. Ezt az érzékenységet egy olyan E_0 retina-megvilágítással szokás jellemezni, amely esetén a spontán és indukált bomlások száma épp megegyezik, azaz:

$$Q_i = \frac{E}{E_0} \frac{p}{\tau}. \quad (15.4)$$

Biofizika mérések szerint az átlagemberben $E_0 \approx 20\,000$ Troland.

A relatív rodopszinkoncentráció időbeli változásának egyenletét tehát (15.1)–(15.4) egyenletek összevonásával kaphatjuk meg:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{\tau} - \frac{p}{\tau} - \frac{E}{E_0} \frac{p}{\tau}. \quad (15.5)$$

A fényérzet pedig az indukált bomlások számával arányos, azaz modellünkben:

$$J = D \cdot E \cdot p, \quad (15.6)$$

ahol D egy konstans, ami a rodopszin bomlásának elektromos ingerületté alakulását jellemzi. Mivel könnyünk nem a biokémiai folyamatokra koncentrálna, ennek számszerű értéke sem fontos számunkra.

Ez az egyszerű modell, miszerint az agyunk által kapott „világosság”-jel a retina-megvilágítás és a rodopszinkoncentráció szorzata, természetesen csak közelítés, de elfogadható pontosságú.

A fotoreceptorok által az agyunkba küldött fényérzet matematikai modelljét tehát az (15.5) és (15.6) egyenletek adják, amiket ki kell egészítenünk egy p -re vonatkozó kezdőfeltétellel (mekkora rodopszinkoncentráció van kezdetben) és meg kell adni, hogyan változik a beeső fény E intenzitása, azaz a modell teljességéhez szükséges még a p_0 értékének és az $E(t)$ függvénynek a megadása:

$$p(0) = p_0, \quad E = E(t). \quad (15.7)$$

15.1. A sötétbe való alkalmazkodás

Fontos és tanulságos speciális eset a sötétbe alkalmazkodás esete, azaz amikor $E(t) = 0$. Ekkor (15.5) így egyszerűsíthető:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1-p}{\tau}. \quad (15.8)$$

Ez $p(t)$ -re egy egyszerű, lineáris differenciálegyenlet, mely a változók szétválasztásával egyszerűen megoldható:

$$\frac{dp}{1-p} = \frac{1}{\tau} dt \quad \Rightarrow \quad \int \frac{dp}{1-p} = \int \frac{1}{\tau} dt \quad \Rightarrow \quad -\ln(1-p) = \frac{t}{\tau} + C.$$

Így a fenti (15.8) egyenlet általános megoldása:

$$p(t) = 1 - e^{-C-t/\tau},$$

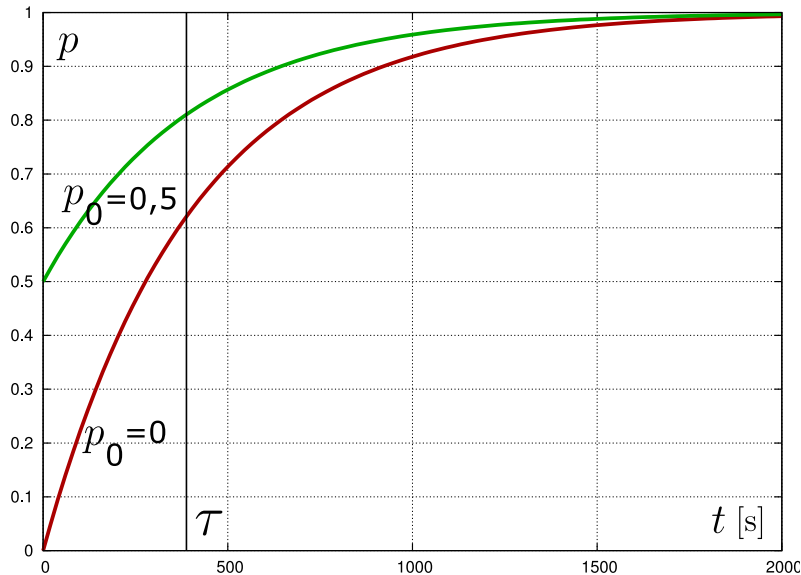
ahol C egy tetszőleges integrációs állandó, melyet a $p(0) = p_0$ kezdőfeltételből határozhatunk meg:

$$p_0 = 1 - e^{-C-0}.$$

Ezt felhasználva: ha $t = 0$ -kor p_0 a relatív rodopszinkoncentráció, és $t > 0$ esetén nincs bejövő fény, akkor

$$p(t) = 1 - (1 - p_0)e^{-t/\tau}. \quad (15.9)$$

Látható, hogy p_0 -tól függetlenül $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = 1$, azaz teljes sötétben a pigmentek mennyisége a telítődés felé tart. Ez a telítődéshez tartás egy τ karakterisztikus idejű exponenciális függvény szerint történik, azaz τ időnként $1/e$ -ad részére csökken a $p = 1$ -es egyensúlyi állapottól való eltérés. (Lásd 15.1. ábra.)



15.1. ábra. Adaptáció a sötéthez

15.1. feladat: Nagyon világos helyről teljesen sötét terembe lépünk. Mennyi idő alatt érjük el sötétben látásunk érzékenységének elvi maximumának 90%-át?

Megoldás: Sötétben látásunkért a pálcikák felelősek, melyek $\tau = 400$ s karakterisztikus idővel jellemezhetők. A nagyon világos helyen rodopszinkoncentrációnk igen lecsökken, ezért $p_0 = 0$ -t vehetünk. Az érzékenység elvi maximumának 90%-a pedig nyilván $p(t) = 0,9$ -et jelent, hisz pupillaméretünk pár másodperc alatt tökéletesen alkalmazkodik, de a rodopszin csak percek alatt gyűlik fel megfelelő mértékben.

Tehát:

$$0,9 = 1 - e^{-t/\tau} \quad \Rightarrow \quad t = -\ln 0,1\tau \approx 2,3\tau = 920 \text{ s} \approx 15,3 \text{ perc.}$$

Érdekesség: Érdekes az itt kiszámolt jelenséget kipróbálni: Este erősen megvilágított helyiségben hirtelen kapcsoljunk le minden fényforrást, és figyeljük meg környezetünket. Az egyéb fényforrások (pl. utcai lámpa vagy telihold) fényénél fokozatosan egyre több részletet meg tudunk figyelni, és még negyed óra múlva is kis javulást érhetünk el, ha tovább várunk.

15.2. Alkalmazkodás külső megvilágítás esetén

Legyen a retina-megvilágítás állandó: $E(t) = E = \text{áll.}$ Ekkor (15.5) így írható át:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{\tau} \left(1 - p \left(1 + \frac{E}{E_0} \right) \right) = \frac{1 - pb}{\tau}$$

ahol bevezettük a $b = 1 + E/E_0$ jelölést.

A b szorzótól eltekintve ez megegyezik a teljes sötétség esetével, így egyből felírhatjuk az általános megoldást:

$$p(t) = \frac{1}{b} \left(1 - e^{-tb/\tau} e^{-Cb} \right)$$

Látható, hogy $p_e = \lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = 1/b$, azaz nem a teljes telítődéshez tartunk, és ez az egyensúlyi érték mindig kisebb a sötétben érvényes 1-nél, ha $E > 0$.

A $p(0) = p_0$ kezdőfeltétel alapján a fenti C integrációs állandó is meghatározható, így egyszerű számításokkal a kezdőfeltételhez tartozó megoldás:

$$p(t) = \frac{1}{b} \left(1 - (1 - p_0 b) e^{-tb/\tau} \right). \quad (15.10)$$

Ez szintén egy olyan megoldás, mely egy egyensúlyi

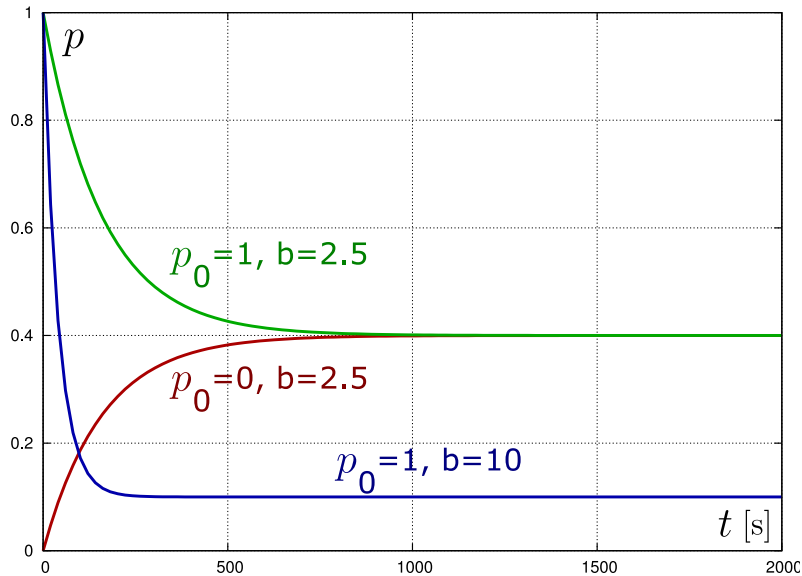
$$p_e = \frac{1}{b} = \frac{E_0}{E + E_0} \quad (15.11)$$

értékhez tart egy exponenciális függvény szerint, csak az exponenciális függvény karakterisztikus ideje $\tau/b = \tau \cdot E_0/(E + E_0)$.

Erős megvilágítás esetén $E \gg E_0$, azaz $b \gg 1$, így $\tau/b \ll \tau$, tehát az erős megvilágításhoz sokkal gyorsabban alkalmazkodunk, mint a gyengéhez. Ezt jól mutatják a 15.2. ábrán bemutatott példák.

Érdekeség: Ez egybevág hétköznapi tapasztalatainkkal: sötétből világosba lépve ugyan rövid időre un. „rontó káprázás” lép fel, ami a kép észlelését teljesen lehetetlenné teszi, ez pár másodperc múlva „zavaró káprázással” csillapodik, amikor már látunk valamelyest, végül 1-2 perc múlva adaptálódik látásunk és ilyenkor már tökéletesen észleljük a környezetünket.

Az, hogy a sötéthez alkalmazkodás egy lassú folyamat, míg a világoshoz való adaptáció gyors, számolás nélkül is érthető: előbbihez csak a szervezet lassú rodopszin-termelése segít hozzá, míg utóbbit a rodopszin külső fotonok általi lebontása vezérli, ami erős külső megvilágítás esetén gyors folyamatot eredményez.



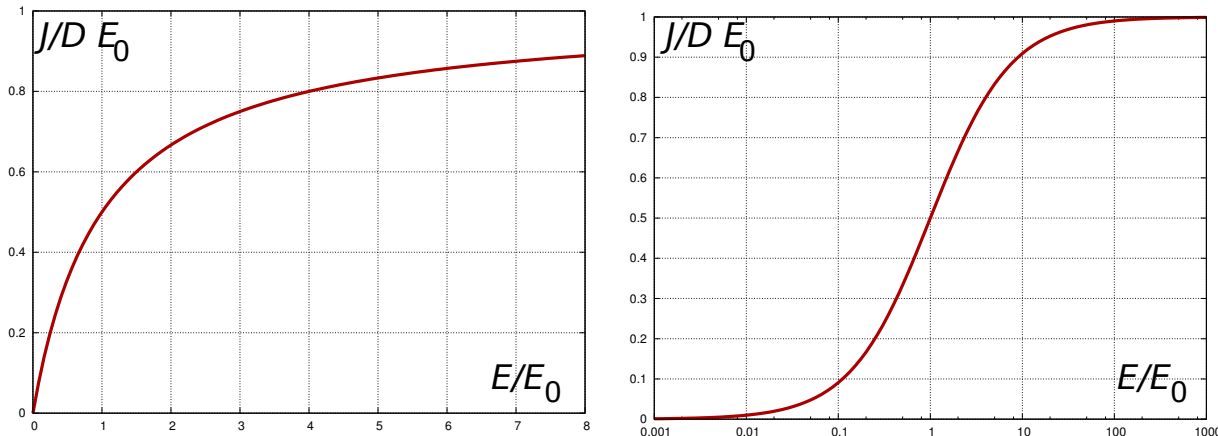
15.2. ábra. Alkalmazkodás menete megvilágítás esetén

15.3. A látásérzet egyensúlyi értéke

Az előzőekben kapott eredmények is érdekesek, de ezeknél fontosabb tudni, mit mond matematikai modellünk az egyensúlyban vett fényérzetről, azaz hogyan függ az agyunkba küldött jel J erőssége a bejövő fény intenzitásától. Erre most már könnyű megválaszolni, egyszerűen a modell felírásakor a J -t megadó (15.6) egyenletbe kell (15.11) alapján az egyensúlyi rodopszin-koncentrációt beírni:

$$J_e = D \cdot E \cdot \frac{E_0}{E + E_0} = DE_0 \cdot \frac{E}{E + E_0}. \quad (15.12)$$

Ez egyáltalán nem lineáris függvény, és ennek köszönhető nagyrészt hogy még sok nagyságrenddel eltérő megvilágítások esetén sem fog az agyunkba hasonló mértékben eltérő jel menni, bár szerencsére az a tulajdonság megmarad, hogy nagyobb megvilágításhoz nagyobb fényérzet társul. ($J_e(E)$ szigorúan monoton növekszik.) Ezt a függést mutatja be a 15.3. ábra. Itt lineáris és logaritmikus skálát is használunk a vízszintes tengelyen, hogy bemutassuk: E igen széles tartományban változhat, míg J_e változásai kicsik maradnak. Ezen alapul az, hogy egy érzékelő 6 nagyságrendnyit különböző megvilágítási viszonyok mellett is működőképes marad.



15.3. ábra. A látásérzet a retina-megvilágítás függvényében

Érdeemes néhány speciális esetet külön megvizsgálni:

- Igen kis intenzitás esete: $E \ll E_0$.
Ekkor (15.12) így közelíthető: $J_e = DE$, azaz kis megvilágításoknál fényérzet egyenesen arányos a fényintenzitással.
- Igen nagy intenzitás esete: $E \gg E_0$.

Ekkor $J_e = DE_0 = \text{áll.}$, azaz az egyensúlyi fényérzet nem lép túl egy bizonyos értéket tetszőlegesen nagy megvilágítás esetén sem.

- Közepes megvilágítás esete: $E = E_0$.

Ekkor $J_e = DE_0/2$, ami pont az előző, telítéss fényérzet fele.

Az, hogy az ember egy fotoreceptor-típussal is 5–6 nagyságrendet tud átfogni fénysűrűségben, a $J_e(E)$ függvényből érthető meg, melyet (15.12) ír le és a 15.3. ábra mutat be. Az emberi érzékelés biológiai korlátok miatt nem tud pár száznál több fokozatot megkülönböztetni az agyba menő jel esetén. Ha $J_e(E)$ lineáris lenne, akkor J_e -ben 2–3 nagyságrendnyi dinamika-tartomány E -re is ekkorát jelentene, azaz az érzékelésre és megkülönböztetésre alkalmas retina-megvilágítás értékek is a pár százszoros aránnyal jellemezhető dinamikus tartományba esnének. Ezzel szemben a jelenlegi $J_e(E)$ függvény olyan, hogy nagy fényerősségnél ellaposodik, így azokra sem ad túl nagy jelet a neuronoknak.

Megjegyzendő, hogy a pontos $J_e(E)$ függvény nem ismert, mert a neuro-biológiai mérések pontossága korlátozott. Ezért a retina-megvilágítás és a fényerősség-inger közti összefüggésre több modell is létezik. A rövidesen tárgyalt Weber-Fechner törvény szerint $J_e(E) = C \log(E)$, a CIELAB és CIELUV rendszerekben $J_e(E) = D \sqrt[3]{E}$. Ezek formulája eltér, kvalitatív viselkedése azonban megegyezik (15.12) karakterisztikájával.

15.2. feladat: Tételezzük fel, hogy J_e értékeit 500, egyenletesen elhelyezkedő fokozatban tudjuk megkülönböztetni. Milyen retina-megvilágítás értéknél érzékelünk halvány fényt? Milyen érték lesz az, aminél a fényérzet még épp érzékelhetően kisebb, mint a telítési érték?

Megoldás: Az 500 fényérzet-fokozat annak felel meg, hogy a legkisebb, 0-tól megkülönböztethető J_e érték $J_1 = DE_0/500 = 0,002DE_0$, a legnagyobb, amit még nem teljesen telítettnek veszünk: $J_2 = (1 - 1/500)DE_0 = 0,998DE_0$.

(15.12) alapján egyszerű átrendezéssel:

$$E = \frac{E_0}{DE_0/J_e - 1},$$

ami a mi két szélső esetünkben:

$$E_1 = \frac{E_0}{1/0,002 - 1} = \frac{E_0}{499} \approx 0,002E_0, \quad E_2 = \frac{E_0}{1/0,998 - 1} = \frac{E_0}{0,002} \approx 500E_0,$$

Tehát az 500 fokozatú érzékelést feltételezve az E_0 érték 2 ezreléke és 500-szorosa közti tartományban, azaz kb. 1:250 000 dinamikus tartományban vagyunk képesek érzékelni modellünk szerint.

15.4. Látásérzet hirtelen fényerő-változáskor

Ha szemünk egy E_1 megvilágításhoz már alkalmazkodott, akkor $J_1 = DE_0E_1/(E_1 + E_0)$ a látásérzet. Amikor ez egy másik, E_2 értékre áll be, akkor szemünk adaptálódik, és $J_2 = DE_0E_2/(E_2 + E_0)$ lesz az új érzet egy idő múltán, de közben egész más értékeket kaphatunk.

(15.10) szerint ugyanis a rodopszinkoncentráció fokozatosan megy át az új egyensúlyi értékbe, így az új J_2 értékhez is csak egy $\tau E_0/(E_2 + E_0)$ karakterisztikus idővel jellemezhető exponenciális függvény szerint tart az, amit észlelünk. E folyamat során az észlelés jelentősen eltérhet J_2 -től. A legnagyobb eltérés nyilván a fényerő-változás pillanatában van, azaz akkor, amikor a rodopszin-koncentráció még a régi megvilágításból eredő $p_1 = E_0/(E_1 + E_0)$, de a megvilágítás már E_2 mértékű. A fényerő-változás pillanatában tehát

$$J_v = DE_0 \frac{E_2}{E_1 + E_0}$$

lesz a pillanatnyi látásérzet.

Ez jelentősen eltérhet az egyensúlyi J_2 értéktől:

$$\frac{J_v}{J_2} = \frac{E_2 + E_0}{E_1 + E_0},$$

ami azt jelenti, hogy fényerő növekedéskor ($E_2 > E_1$) az első pillanatban szemünk kicsit „túlló a célon”, azaz az egyensúlyi fényérzetnél erősebb jelet, fényerő-csökkenéskor viszont alacsonyabbat kapunk. Nagy változásokkor e hatás igen jelentős lehet, azaz fényerő-növekedéskor irreálisan magas, -csökkenéskor pedig elhanyagolhatóan kicsi jelet kapunk egy ideig.

Különösen érdekes, ha $E_2 \gg E_0$ és $E_2 \gg E_1$. Ekkor $J_v \gg DE_0$, pedig fentebb megállapítottuk, hogy egyensúlyban J_e maximális értéke DE_0 . Ez azt jelenti, hogy sötétből igen erős fénybe lépve szemünk erősebb jelet küld agyunknak, mint bármilyen nyugalmi esetben. Ez a „szemképrázás” esete, amikor a hirtelen fényerő-növekedéstől elvakulunk és akár fizikai fájdalmat is érezhetünk.

16. Érdekességek

16.1. A Weber-törvény

Az 1800-as években kezdték tanulmányozni először, hogy milyen számszerű jellemzőkkel írható le az emberi érzékelés. Az összes érzékszervünk esetén azt állapították meg az első vizsgálatok, hogy ha a bejövő inger egységnyit változik, akkor az érzékelés nagyobbat változik, ha kisebb értékről indultunk. Pl. ha a kezünkben egy kavicsot tartunk és ehhez még egyet hozzátessz valaki, az jól érezzük, de ha kezünkben egy kavicsal telt vödör van, ugyanaz a hozzátett kavics már nem lesz érezhető.

A kezdeti megfigyelések alapján megszületett a **Weber-törvény**: az érzékelésben bekövetkező változás egyenesen arányos az érzékelt mennyiség relatív megváltozásával.

Azaz ha pl. egy m tömegű test kezünkbe téve $r(m)$ „nehézség-érzetet” okoz, akkor a kis változásokra igaz, hogy:

$$\Delta r(m) = k \cdot \frac{\Delta m}{m},$$

ahol k az adott érzékszervtől (és az embertől) függő állandó.

Elemi változásokra alkalmazva ezt a törvényt:

$$dr(m) = k \cdot \frac{dm}{m}, \quad \frac{dr(m)}{dm} = \frac{k}{m},$$

ahonnan:

$$r(m) = k \cdot \ln m + r_0.$$

A Weber-törvény tehát az inger és a kiváltott érzet közt logaritmikus kapcsolatot jelent. Ezt Ernst H. Weber és Gustav T. Fechner többféle érzékszervre, mérésekkel is igazolta. A mérések természetesen nagy hibával voltak terhelve, hisz az résztvevő emberek szubjektív érzetét kellett meghatározni.

Ez a törvény az alapja a hangérzet esetén bevezetett **decibel-skálának**: a hangérzetet (n) a hangintenzitás logaritmusával arányosnak tételezzük fel:⁵

$$n(I) = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 10 \lg I - 10 \lg I_0.$$

Hasonló okból, a Weber-törvény alapján a csillagászatban is egy logaritmikus fényesség-skála lett bevezetve, ahol a csillagok fényességére azok I intenzitása helyett az m „magnitúdó-értéket” használjuk:

$$m = -2,5 \lg I + B,$$

ahol B a műszertől és észlelési körülményektől függő konstans.

Mindezek a logaritmikus skálák hasznosak, mert jobban illeszkednek az érzékelt hang- illetve fényerősséghez, mint a W/m^2 -ben mért intenzitások, és a számításokat is sok esetben megkönnyítik a logaritmikus-függvény kedvező tulajdonságai miatt.

⁵„lg” a 10 alapú logaritmust jelöli.

Az előző fejezetben elmondottak alapján meg lehet vizsgálni, teljesül-e a látásra a Weber-törvény. Ha teljesülne, akkor $J_e = C \cdot \ln E + D$ -t kellett volna fentebb kapnunk, megfelelő C és D konstansokkal. Ehelyett (15.12) lett az eredményünk, ami ugyan nem logaritmikus, de jellegében nagyon hasonló hozzá. A 15.3. ábra bal oldalán, a lineáris grafikonon a modellünk szerinti $J_e(E)$ függvény kvalitatív tulajdonságaiban megegyezik egy logaritmusszerű függvénnyel. A szélesebb tartományt mutató, logaritmikus skálájú jobb oldali ábrán meg azt láthatjuk, hogy középen elég nagy tartományban közel lineáris a grafikon futása. Ez azt jelenti, hogy $0,1E_0$ és $10E_0$ közt a Weber-törvény jó közelítéssel teljesül a látásra.

16.2. Tetszőleges fényváltozások hatásai

A valóságban, dinamikus környezetben sokszor nem állandó a megvilágítás annyi ideig, hogy az egyensúly akár közelítőleg is be tudna állni. Ekkor a (15.5)–(15.7) egyenleteket a tetszőlegesen változó $E(t)$ függvény mellett kell megoldani. Viszonylag ritka, hogy erre az általános megoldásra analitikusan szükség lenne, ezért ezt itt nem tárgyaljuk, csak azt említjük meg, hogy numerikus módszerekkel igen könnyű jó közelítő megoldást kapni, felépítve így egy számítógépes receptor-modellt.

(15.5) ugyanis egy igen egyszerű differenciálegyenlet, amit közelítő módszerekkel hatékonyan meg lehet oldani, még akkor is, ha ezt minden képpontban, 3 színkomponensre külön-külön kell megtennünk. Ilyen számítógépes modellel szimulálható számos érdekes probléma, mint pl. az, hogy éjszakai vezetéskor a szembe-reflektorozás hogyan „iktatja ki” egy ideig látóterünk egy részét.

Önellenőrzés

1. Állandó termelődési rátát feltételezve miért nem növekszik minden határon túl a rodopszin-koncentráció érzékelőinkben?

Azért, mert a szervezetünk kifogy az alapanyagokból.

Azért, mert a rodopszin-koncentráció a retina-megvilágítás logaritmusával arányosan változik.

Azért, mert a koncentráció növekedésével együtt a bomlások száma is növekszik, így előbb-utóbb egyensúly áll be a bomlások és a termelődés üteme közt.

Azért, mert túl nagy rodopszin-koncentráció esetén a káprázás jelensége lépne fel, amit szemünk mindenképp elkerül és leállítja a további termelést.

2. Miért alkalmazkodik szemünk gyorsabban a világoshoz, mint a sötétbe?

Azért, mert a sötétbe alkalmazkodás rodopszin-termeléssel lehetséges, aminek üteme biológiailag korlátos, a lebomlást viszont egy bejövő erős megvilágítás fotonjai fel tudják gyorsítani.

Az állítás nem is igaz: sötétbe és világoshoz azonos ütemben alkalmazkodunk.

Azért, mert a pupillánk lassabban tágul a sötétben, mint ahogy összehúzózik a világosban.

Az evolúció alakította ezt ki, hogy este a lámpa lekapcsolásakor egy pár percig ne lássunk semmit, így könnyebben elaludjunk.

3. Számoljuk ki, hogy a fenti modellben, időben állandó körülmények mellett E_0 hányszorosa esetén lesz az fényesség-észlelet a maximális érték 90%-a.

MODULZÁRÓ

Start. Az alábbi kérdések megválaszolására 30 perce van:

1. Mi az értelme annak az ajánlásnak, hogy sötétben, igen halvány tárgy szemlélésekor egy kicsit a tárgy mellé nézzünk, ne közvetlen rá?

Semmi értelme nincs, ez rossz tanács.

Az, hogy így nem terheljük túl a látómezőnk közepén található csapokat, ezért amikor mégis ránézünk a tárgyra, látni fogjuk.

Az, hogy így kisebb felbontóképességű részre esik a képe, így agyunk jobban tud a kis fényerőre figyelni a kép elemzésekor.

Az, hogy ilyenkor a pálcikák segítségével látunk, azokból pedig épp a látómező közepén van kevés, 10-15 foknyira tőle viszont sok található.

2. Milyen hibát eredményez a nem pontosan kör alakú pupilla?

Erős és gyenge megvilágítás mellett egyaránt jelentősen csökken a szem felbontóképessége minden.

Meghamisítva látjuk a tárgyak vízszintes és függőleges méreteinek arányát.

A képen levő éles kontrasztok mentén hamis elszíneződést tapasztalunk.

Sötét háttér előtt kicsi fényforrások képéből „ágak” vagy „sugarak” látszanak kijönni.

3. Milyen körülmények közt léphet fel az a jelenség, hogy egy esemény után egy ideig hirtelen mindent nagyon világosnak látunk, és ez pár perc alatt elenyészik és ezután már „normálisan” észlelünk mindent, pedig az esemény bekövetkezte után a környezetünk megvilágítása nem változik?

Ez akkor lehetséges, ha világoshoz szoktatjuk a szemünket, majd hirtelen 1-2 másodpercig sötét lesz, aztán visszatér a világos.

Ez akkor lehetséges, ha világos környezethez szoktatott szemünket rövid ideig kis mértékű extra fény éri.

Ez akkor lehetséges, ha több percnyi sötéthez való alkalmazkodás során hirtelen megnövekszik a környezetünk megvilágítása.

4. Mi az Weber-féle törvény általános alakja?

Legtöbb érzékszervünk érzékelésében bekövetkező változás fordítottan arányos az érzékelt fizikai mennyiség relatív megváltozásával.

Legtöbb érzékszervünk érzékelésében bekövetkező változás egyenesen arányos az érzékelt fizikai mennyiség relatív megváltozásával.

Hallásunk esetén az észlelt „hangerő” a hangintenzitás logaritmusával egyenesen arányos.

5. Egy 24 col képátlójú, 16:9 oldalarányú monitor felbontóképessége 1920×1080 („Full HD”). Az átlagos ember hány cm távolságból kell hogy egy ilyen monitort nézzen, hogy merőleges beesés esetén a pixelezettséget észre tudja venni? (1 col = 2,54 cm.)

6. Egy szobában erős világítás van, így szemünkben egyensúlyban a telítési érték $1/20$ -ad része a rodopszinkoncentráció. Hirtelen áramszünet következik, ami 5 percig tart.

Mennyire megy fel csapjainkban a relatív rodopszin-koncentráció ez alatt? (120 s-os időállandóval számolhatunk.)

7. Az előző feladatban hirtelen visszajön a világítás. Hány másodpercig tart, amíg a relatív rodopszin-koncentráció visszasüllyed $0,1$ -re?

Stop.

IV. MODUL

A színlátás

A színlátás alapvető fontosságú volt az ember evolúciója során, de a mai életben is kiemelt szerepe van mind a praktikus alkalmazások (színes képátvitel), mind a művészetek szempontjából. Látni fogjuk, hogy a jelenség nem is olyan egyszerű, mint elsőre hinnénk és komoly matematikai és fizikai háttere van pl. annak, hogy egy monitoron olyan képeket tudunk megjeleníteni, melyek a néző tudatában a megjeleníteni kívánt tárgyhoz nagyon hasonló színűként jelenik meg.

11. LECKE

Színlátás I. Az additív színrendszerek.

Kulcsszavak:

- *színlátás, csapok érzékenységi függvénye*
- *metamerek, additív színkeverés*

A leckében megismerkedünk a színlátás alapfogalmaival és alapegyenleteivel. Kiemelten fontos, hogy az itt tárgyalt fogalmakat, pl „metamer” és „additív színkeverés” igen alaposan megértse, mert enélkül a további részek teljesen érthetetlenek maradnak.

Ajánlott irodalom: [5], [6], [7].

17. Bevezetés a színelméletbe

A színelmélet egy igen összetett tudományág, ami precízen kivitelezett kísérleteket, gondos elméleti megfontolásokat és sok, hétköznapi életből nyilvánvalónak tekintett, mégis összetett fogalom pontosítását igényli. Könyvünk hátralevő részében ebbe a témába csak betekintést tudunk adni. Az érdeklődő olvasónak ajánljuk [5] irodalmat tanulmányozásra.

17.1. Alapfogalmak

A **színlátás** a mindennapi életben, a képzőművészetekben és sok egyéb szempontból igen fontos tulajdonsága látásunknak. Az elméleti tanulmányok nélkül hajlamosak vagyunk azt hinni, hogy a **szín** objektív tulajdonság, tehát minden tárgy a nézőtől függetlenül piros, kék, türkiz esetleg valami olyan színű, amire épp szavunk nincs, de a szín maga egy adott dolog. Látni fogjuk, hogy ez nincs így: a szín az egyén biológiai adottságaitól is függ, és előfordul, hogy ugyanazt a tárgyat két ember azonos színűnek lát, másik kettő meg különbözőnek vagy hogy egy tárgyról egyesek azt mondják, hogy zöld, mások meg inkább kéknek látják. A különbségek oka az, hogy a színlátásért felelős csapjaink nem azonos módon érzékenyek az egyes hullámhosszakra.

Sokszor nemcsak kisgyerekeknek szánt könyvekben is leírva látunk ilyen gondolatmeneteket: „Mivel szemünkben a színlátást a háromféle csap okozza, ezért három szín keverésével minden szín kikeverhető.” Látni fogjuk, hogy ez hamis állítás és a valóság sokkal bonyolultabb ennél.

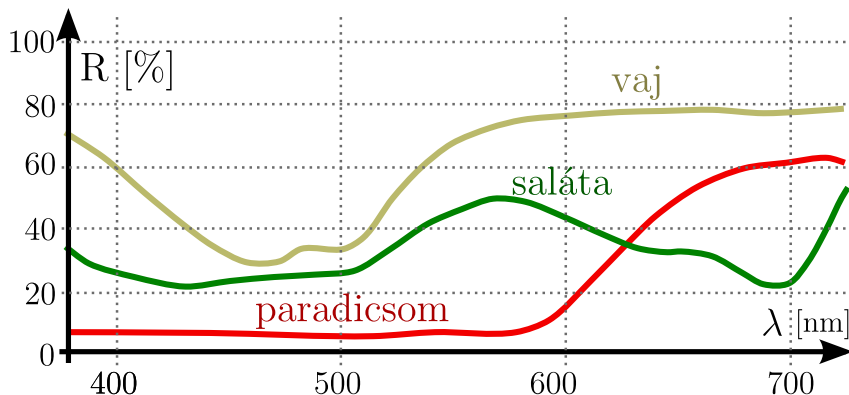
A témakör komoly, matematikai eszközöket is használó elemzése elengedhetetlen, hogy megértsük pl. azt, miért nem lehet egy monitoron a természetben előforduló összes színt megjeleníteni vagy hogy miért van az, hogy lámpafénynél két tárgy azonos színűnek tűnik, de napfényben már eltérőnek.

17.2. A színlátás kvalitatív magyarázata

A fény hullámhossz szerinti eloszlását a maga teljességében a tárgy **színképe** határozza meg, amit a 3. fejezetben bevezetett **spektrális sugársűrűség** fogalmával azonosítunk. (Lásd (3.10) egyenlet.)

A színek tehát megmutatja, milyen hullámhosszak közelében szállít sok vagy kevés energiát a szemünket érő fény. Ez nagyon sok adatot jelent, hisz a színek egy $I(\lambda)$ függvény, ami elvileg végtelen sok számmal adható csak meg. A színek bizonyos fokú érzékelése fontos volt az ember őseinek túlélése szempontjából, de látóterünk sok pontjában egy teljes, folytonos függvény érzékelése és annak feldolgozása aránytalanul nagy érzékelő- és értelmező kapacitást igényelne, ezért egy egyszerűbb, de a színekről némi információt megtartó megoldás alakult ki: háromféle csapunk van, melyek **spektrális érzékenységi függvénye** eltér, és agyunk csak ezek jeleit kapja meg, azaz azt, hogy a három érzékenységi függvénynek megfelelő hullámhossztartományokban mennyire erős a sugárzás.

Egyszerű példaként a 17.1. ábrán bemutatjuk három hétköznapi tárgy, a paradicsom, a saláta és a vaj visszaverési tényezőjét a hullámhossz függvényében. (Adatok forrása: [11]) Ez egyben a tárgyak színe is, ha fényel világítjuk meg őket.

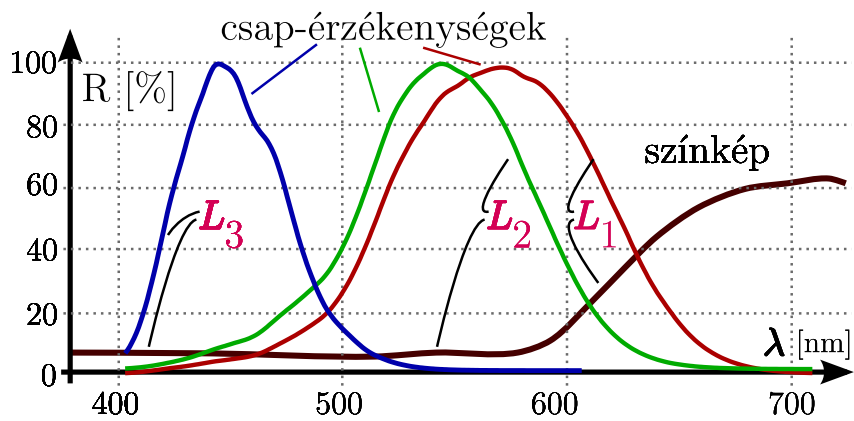


17.1. ábra. Három hétköznapi tárgy visszaverési tényezője a hullámhossz függvényében.

Az emberi látás e három, eltérő érzékenyséű csaptípusra való támaszkodása, un. **trikromatikus** jellege az elvben

csak végtelen sok számadattal megadható színek helyett egy három elemű jelvektort eredményez, ami jó középút: némi információ megmaradt a színekpről (a 3 tartomány melyikében mennyire erős a sugárzás), de az adatmennyiség jelentősen redukálódott. Ez a redukció tehát feldolgozási szempontból kedvező, de nyilvánvalóan információt veszítünk, ezért biztos, hogy teljesen különböző színek esetén is kialakulhat azonos színérzet.

E folyamatot szemléltetjük a 17.2. ábrán: a folytonos sötét grafikon mutatja a színekpet, amit ha összevetünk a három színérzékenységi függvénnyel (kék, zöld, piros grafikonok), érezhetően különböző mértékű hasonlóságot látunk. Nyilvánvaló, hogy pirosra érzékenyebb érzékelőink fogják a legnagyobb ingerületet érezni, a kék-érzékeny pedig a legkisebbet.



17.2. ábra. A színérzet keletkezése a színekpről; szemléltetés.

Igen sok állatfaj csak kétféle csappal rendelkezik, amit **dikromatikus** látásnak neveznek. Ezek az állatok az emberhez képest nagy hátrányban vannak pl. kusza növényzetben a ragadozó vagy a prédá megpillantásában vagy abban, hogy távolról megállapítsák egy gyümölcsről, hogy érett-e, tehát megéri-e megszerzéséért energiát

befektetni. A dikromatikus látás közelítő érzékeltetését mutatjuk be a 17.3. ábrán. Itt egy színes eredeti képből az egyik színcsatornát (a zöldet) töröltük és a vörös értékeivel írtuk felül. Ezáltal az összes maradék szín a kék és a sárga különböző súlyú keverékéből áll össze, ami a teljes színvakságnál több információt ad, de érezhetően kevésbé árnyalt, mint az eredeti, három színkomponenst keverő kép.



17.3. ábra. Dikromatikus látás közelítő szimulációja: a baloldali kép az eredeti, a jobb oldali kép azt szimulálja, mintha nem lenne különbség a vörös és zöld érzékelők közt.

Az emberek 2-3%-a kétszínlátó. Ők több területen hátrányban vannak a háromszín-látókhoz képest, bár vannak megfigyelések, mi szerint sok kétszínlátó ember érzékenyebb a finomabb, fényerőben bekövetkező változások mintázatainak észlelésében. Másrészről az emberek egy igen kis részének négyféle csapja van, így az ő színérzékelésük sokkal kifinomultabb az átlagénál. Ők egészen különbözőnek láthatnak két tárgyat, amire a legtöbb ember azt mondja, hogy egyforma színű.

Az eddig elmondottakból néhány egyszerű dolog számítások nélkül is következik:

- Sok különböző színekhez tartozhat azonos színérzet.
- Ha két ember szemében a csapok eltérő érzékenységi függvényűek, akkor ők azonos tárgyat eltérő színűnek láthatnak.
- Túl alacsony megvilágítás mellett a csapok nem működnek, csak a pálcikák, és mivel azokból csak egyféle van, nem látunk színeket.

17.3. Modellfeltevések

A következőkben a téma alaposabb megismerése és műszaki gyakorlatban történő alkalmazhatósága végett számításokkal is követjük a színlátás folyamatát. Könyvünk eddigi tárgyalásmódjának megfelelően a fizikai folyamatok irányából próbáljuk megérteni a jelenségeket. Fontos megjegyezni, hogy a színelmélet megalapozásához többnyire más úton szokás eljutni: nem vizsgálva a belső folyamatokat, megalapozhatók a színmérő rendszerek csupán kísérletekre, emberekkel végzet szín-egyeztetési vizsgálatokra alapozva.

A szemben, a retina rétegeiben zajló folyamatok meglehetősen összetettek, ezért azoknak csak egy egyszerű modelljét vizsgáljuk terjedelmi okokból és azért, mert a színlátás alaptulajdonságainak megértése így is elvégezhető. Aki az itt közöltekénél részletesebben szeretne a színtannal megismerkedni, [5]-t és [7]-t ajánljuk olvasásra.

Modellünkben az érzékelők $V_i(\lambda)$ spektrális érzékenységi függvényeiből ($i = 1, 2, 3$ a 3 csaptípusnak megfelelően) indulunk ki, feltételezzük, hogy ezeket valaki megmérte. Az egyszerűség kedvéért ebbe a függvénybe a teljes rendszer eredő érzékenységét beleírjuk, tehát a szemgolyó minden részének és a fotoreceptoroknak együttes, eredő érzékenységét. Ez alapján kiszámolhatjuk, hogy egy adott $I(\lambda)$ színekép esetén milyen J_i idegrendszeri jelet generálnak sejtjeink és agyunk minden területről megkapja az ezekből képezhető „ingerület-vektort”, azaz (J_1, J_2, J_3) -t.

Ez a kép ott tartalmaz egyszerűsítést, hogy egy adott csap csak az egyik típushoz tartozik, így egy érzékelő csak az egyik „színcsatornához” ad információt. A vizsgálatok szerint a színi információ a retina mélyebb rétegeiben a közeli csapok jelének kombinálásával áll elő, ez viszont egy összetett folyamat. A vizsgálatok kiderítették pl.,

hogy az agy felé nem közvetlen a csapjelek, hanem pl. az egyes jelek különbsége továbbítódik, és agyunk ebből rakja össze a színi információt.

Mégis, a csapok spektrális érzékenységi függvényéből és a csapjelek háromelemű vektorából kiinduló tárgyalásmóddal jól megérthetők a szintan alaptényei és mi ezt az utat választjuk itt.

17.4. Alapegyenletek

Essen $l(\lambda)$ színeképű fény egy i . típusú csapra. Ha a csap érzékenységi függvénye $V_i(\lambda)$, akkor a beeső fénynek az adott csaptípuson létrehozott jelerőssége az alábbi módon írható fel:

$$J_i = m_i \cdot \int_0^{\infty} l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda. \quad (17.1)$$

Itt m_i egy skálázási faktor, mely az adott körülmények közt a különféle érzékelők „hatékonyságát” méri. Az m_i súlyfaktor nyilván egyenesen arányos a pupilla területével (A_p), az adott csaptípus retinán elfoglalt relatív területével (a_i) és a receptorok kémiai adaptáció miatt változó érzékenységgel (p_i). Utóbbit 15.3 fejezetben ismertetett modell alapján az érzékelőbeli rodopszin ill. fotopigment relatív koncentrációjával arányosnak vehetjük. Egyenlettel:

$$m_i = C \cdot A_p \cdot a_i \cdot p_i, \quad (17.2)$$

ahol C egy arányossági faktor, mely a fotometriai mennyiségek és a neuronokon menő jelet jellemző erősség közti kapcsolatot adja meg. Ennek konkrét értéke nem érdekes számunkra, mert csak az ingerület-vektor komponenseinek egymáshoz viszonyított értékét kell figyelni a színi információkhoz.

Látható, hogy a teljes leírás meglehetősen bonyolult, hisz pl. a környezet általános megvilágítása befolyásolja A_p -t, a_i változik a retina különböző tartományaiban, p_i pedig a kémiai adaptáció miatt vesz fel más és más értéket az adott receptorra jutó retina-megvilágítás függvényében.

Ezért a szín-észlelési vizsgálatoknál mindig rögzíteni kell a környezet átlagos fénysűrűségét, meg kell várni, hogy a kémiai adaptáció felvegye az egyensúlyi állapotot (lásd 15.3 fejezet) és a pupillaméret is be tudjon állni az egyensúlyi szintre. A gyors átmenetekkor színészlelésünk is megváltozik, amire később mutatunk példát.

Nemcsak a gyors átmenetek, hanem az igen erős megvilágítás is érdekes hatásokat okoz. Például igen magas megvilágítás esetén a kémiai adaptáció miatt a 15.3. ábrán bemutatott telítődés következik be: növekvő megvilágítás már alig növeli tovább a J értékét. Ez a 3 csaptípus közül az 1-es és 2-esnél korábban következik be, mint a 3-asnál, hisz azokból több van a szemünkben. Ezért magas megvilágítás mellett a vörös és zöld érzékelés egybefolyik egy közös „sárga” alapszínbe, amit csak a kéktől tudunk megkülönböztetni. Nagy fényerő mellett tehát kék-sárga dikromatikus látásunk lesz a receptorok telítési effektusa miatt.

A felsorolt elhanyagolások és egyszerűsítések ellenére a legtöbb esetben (17.1) jó közelítéssel megadja, hogyan számolható ki a **színképből** a **színérzet**.

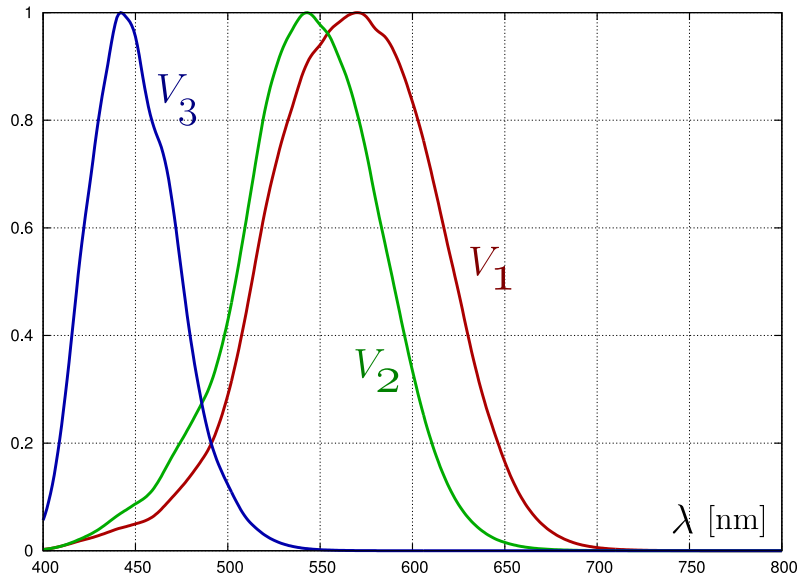
17.5. A csapok spektrális érzékenységi függvényei

A $V_i(\lambda)$ érzékenységi függvények tehát alapvetően határozzák meg színérzékelésünket. Ezeket viszont összetett optikai-biokémiai folyamatok alakítják ki, így nem lehet egyszerű közelítő formulát adni rájuk, csak mérésekből lehet megismerni őket. Mint minden biológiai paraméter, az érzékenységi függvények is egyénekenként kissé eltérnek, ezért több, hitelesnek tekintett mérés átlagából szabványosnak minősített érzékenységi függvényeket kell használni a számításokban, és e függvényeket csak közelítőleg adják meg táblázat formájában. Maguk a táblázatok túl terjedelmesek a könyvben való kinyomtatáshoz, de elektronikus formában beszerezhetőek pl. [10] weboldalról.

A szabványos érzékenységi függvényeket a 17.4. ábra mutatja.

A 17.4. ábrán az érzékenységi függvényeket 1-re normalizáltuk. Adott körülmények közt a normalizálást az (17.2) egyenlet alapján az m_i súlyokkal lehet beállítani, ami a fentiek szerint igen sok mindentől függ.

Agyunk azonban képes igen változatos körülményekhez is alkalmazkodni, ezért egy automatikus korrekciót alkalmaz J_i értékeire úgy, hogy a kép feldolgozásakor egy fehér tárgy esetén a (17.1) szerinti J_i „jelvektor”



17.4. ábra. A csapok normalizált érzékenységi függvényei

komponensei azonosak legyenek. Ezt modellünkben az itt bevezetett m_i szorzófaktorokkal biztosítjuk és ezek megfelelő megválasztásával a színérzékelés szempontjából közömbössé válik V_i -k normálásának kérdése.

A $V_i(\lambda)$ függvények normálása a színérzékelés szempontjából közömbös, de a csapok egyesített $V(\lambda)$ spektrális érzékenységi függvényének V_i -kből való származtatásakor nem. A 3.1. ábrán bemutatott, nappali látásra vonatkozó görbék az előbbi V_i -k súlyozott összegeként állnak elő, ahol a csapok számának megfelelően V_1 -nek van a legnagyobb, V_3 -nak a legkisebb súlya. Az, hogy 10 fokos látószög esetén $V(\lambda)$ kék része nagyobb, mint 2 fok esetén, annak köszönhető, hogy a látómező közepén még az átlagos alacsony számnál is kevesebb kék-érzékeny csap van, így V_3 súlya itt kisebb.

Az érzékenységi függvények grafikonjából látszik, hogy azok jelentősen átfednek, azaz nem korrekt őket pongyolán „vörös”, „zöld” és „kék” csapoknak nevezni. Ehelyett az „L”, „M” és „S” betűket szokás használni az angol „large”, „medium” és „short”, a hullámhossztartományokra utaló szavak kezdőbetűjéből.

18. Additív színrendszerek

18.1. Alapötlet

Az előzőekben elmondottak szerint szemünk az igen sok számadattal leírható $l(\lambda)$ színek helyett (17.1) alapján csak 3 számadattal megadható J_i ($i = 1,2,3$) értékeket továbbítja agyunk felé. Számítás nélkül is biztos, hogy sok különböző színekhez tartozik ugyanaz az érzékelt intenzitás-hármas. Ez a színelmélet egyik legfontosabb jelensége, és külön nevet is kapott: Két színeképet egymás **metamerjének** nevezzük, ha a hozzájuk tartozó (J_1, J_2, J_3) ingerület-vektor megegyezik.

A metamerek nagy fontosságát az adja, hogy ha egy tárgy színét az emberi szem számára utánozni akarjuk, nem muszáj a színeképet másolni, elég egy metamert keresni és azt megjeleníteni. Egy csendéleten pl. nem kell a paradicsom színeképet (lásd 17.1. ábra) kikeverni sokféle festékből, elég néhány festék kombinálásával a paradicsom színeképeknek egy metamerét megtalálni. Ezt pedig igen sokféleképp meg lehet tenni.

Legegyszerűbb ötlet az **additív színrendszerek** gondolata: vegyünk néhány alapszínt, és ezek súlyozott összegével, azaz színeképek lineáris kombinációjával állítsunk elő egy tág színekészletet, amiben remélhetően megtaláljuk a megjeleníteni kívánt tárgy színeképeinek metamerét. Ennek legegyszerűbb elvi megvalósítása az, hogy különböző színű lámpák fényét vetítjük ugyanarra a fehér felületre és mindegyik fényerejét külön-külön szabályozzuk

egy-egy szabályzógombbal. Ahova mindegyik lámpa fénye eljut, a színeképek súlyozott összegét fogjuk kapni.

A másik lehetséges színkeverési technika ötlete az átlátszó festékrétegek egymásra rakásából adódik. Egy festékrétegen áthaladó fény hullámhossz-függő intenzitás-csökkenésen megy keresztül, tehát egy bejövő, adott színeképű fény bizonyos részeit kivonja. Ez a szubtraktív színrendszerek ötlete, melyre e könyvben nem térünk ki, csak megjegyezzük, hogy főként a színes nyomtatás miatt van jelentősége.

18.2. Matematikai megfogalmazás

Az előzőekben lefektetett ötletet matematikailag így írhatjuk le:

Legyen K db. alapszínünk, melyek színeképei $A_j(\lambda)$ ($j = 1, 2, \dots, K$), és képezzük ezek súlyozott összegét s_j súlyokkal:

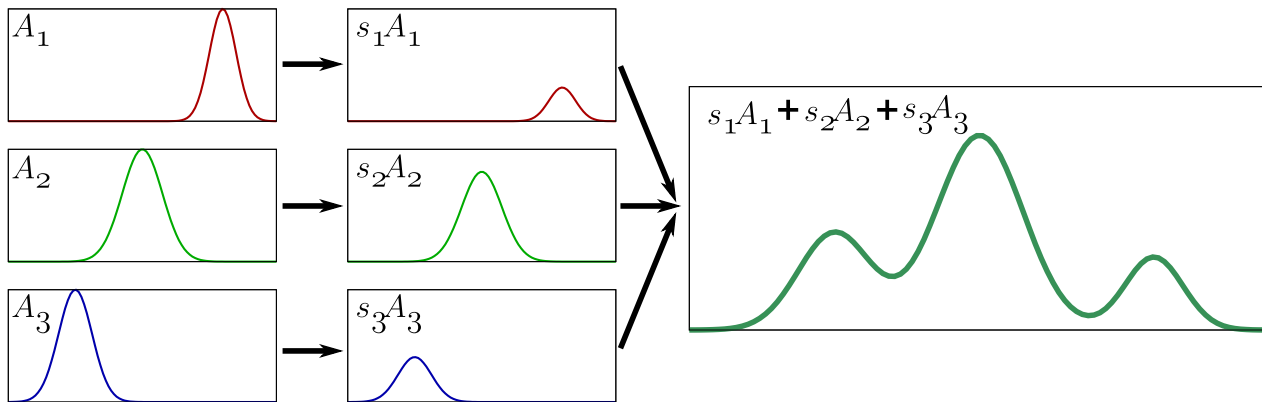
$$l_s(\lambda) = \sum_{j=1}^K s_j A_j(\lambda). \quad (18.1)$$

$K = 3$ -ra egy egyszerű szemléltetést mutatunk a 18.1. ábrán. Itt jól látszik, hogy a sok-sok lehetséges színekép közül csak egy speciális részhalmaz lesz az, ami az additív színkeveréssel kijöhet az alapszínekből.

Fizikailag csak $A_j(\lambda) \geq 0$ -nak van értelme (a színekép nem lehet negatív), hisz nem lehet olyan fényforrást gyártani, ami egy hullámhossz környezetében elszívja a fényt és nem kibocsátja. Hasonló okokból $l_s(\lambda) \geq 0$ valamint $s_j \geq 0$. Bár ezek az egyenlőtlenségek kézenfekvőek, látni fogjuk, hogy következményük igen fontos korlátokat jelent majd az ábrázolható színek halmazára.

Az additív színrendszerek alapvető problémája matematikailag megfogalmazva a következő: adott egy $l(\lambda)$ színekép és egy $A_j(\lambda)$ színrendszer. Melyek azok az $s_j \geq 0$ súlyok, melyekre l és (18.1) szerinti l_s egymás metamere, azaz teljesül a

$$\int l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda = \int \sum_{j=1}^K s_j A_j(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda \quad (18.2)$$



18.1. ábra. Színkeverés additív színrendszerben

egyenlet, az $i = 1, 2, 3$ értékek mindegyikére.

Az integrálás felcserélhető a konstanssal való szorzással és az összeadással, ezért ez átírható:

$$\int l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda = \sum_{j=1}^K s_j \int A_j(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda \quad (18.3)$$

Vegyük észre, hogy a jobb oldal valójában egy $3 \times K$ -s mátrix és a K elemű $\underline{s} = (s_1, s_2, \dots, s_K)$ súlyvektor szorzata:

$$\int l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda = \underline{\mathbf{T}} \underline{s}, \quad \text{ahol } T_{i,j} = \int A_j(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda \quad (18.4)$$

Formálisan ez egy lineáris egyenletrendszer \underline{s} -re, de vigyázni kell, mert $\underline{\mathbf{T}}$ nem feltétlen négyzetes mátrix, így az előző egyenletnek lehet akár végtelen sok megoldása, de ha nincs szerencsénk, egy sem lesz.

Például biztosak lehetünk abban, hogy ha $K < 3$, akkor az egyenlet általában nem oldható meg, azaz 1 vagy 2 szín keverésével nem állítható elő trikromatikus látásunkban az összes színeképp metamere. Ezért csak a $K \geq 3$ rendszerektől remélhetjük az összes szín megjelenítését.

Természetesen a $K = 3$ eset a legkényelmesebb, mert ekkor $\underline{\mathbf{T}}$ mátrix inverze előállítható, azaz egyértelmű megoldásunk lesz. (Természetesen csak ha $\underline{\mathbf{T}}$ nem szinguláris. (18.4) alapján viszont sejthetjük, hogy szinguláris $\underline{\mathbf{T}}$ csak igen speciális alapszínképek esetén következhetne be.)

Amennyiben $K > 3$, végtelen sok megoldást kaphatunk \underline{s} -re, azaz többféle súlyfaktor is metamert állíthat elő. Az additív színkeverés problémája tehát az alábbi lépéseken keresztül oldható meg:

1. Kiszámítjuk a színrendszerre jellemző $\underline{\mathbf{T}}$ transzformációs mátrixot, ami a színrendszer súlyai és az ingervektor kapcsolatát adják:

$$T_{i,j} = \int A_j(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda. \quad (18.5)$$

$$(j = 1, 2, \dots, K, i = 1, 2, 3.)$$

2. Kiszámoljuk a fényérzettel arányos „ingerület-vektort:”

$$J_i = \int l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda. \quad (18.6)$$

3. Megoldjuk az alábbi lineáris egyenletrendszert:

$$\underline{J} = \underline{\mathbf{T}} \underline{s}. \quad (18.7)$$

Ez a 3 lépéses eljárás tetszőleges additív színrendszerre megadja, hogyan kell egy tetszőleges $l(\lambda)$ színeképp metamerét megadó $\underline{s} = (s_1, s_2, \dots, s_K)$ súlyokat meghatározni.

Önellenőrzés

1. Melyik állítás igaz az alábbiak közül?

Adott színekhez végtelen sok színinger tartozik.

Adott színingerhez végtelen sok színkép tartozik.

Minden színingerhez egyértelműen meghatározható egyetlen színkép, ami hozzá tartozik.

A színinger és a színkép közt nem állítható semmilyen kapcsolat.

2. Mi a legvalószínűbb magyarázata annak a jelenségnek, hogy ugyanazt a tárgyat egyik ember zöldnek, másik kéknek látja azonos körülmények közt?

Ilyen igaziból nincs, az egyik ugratja a másikat.

Ez csak tévedésen alapulhat, mivel a színek egyértelműen megfeleltethetők a hullámhosszaknak. Az egyik ember rosszul tanulta meg kiskorában a színeket.

A két ember csapjainak spektrális érzékenységi görbéje eltér.

Az egyik ember pupillája nem tágul annyira, így kevesebb fény jut a retinájára, ezért a pálcikák is működni kezdenek, ami eltorzítja a színeket.

3. Mit értünk additív színkeverésen?

Azt, amikor több fényforrás fénye ugyanarra a felületre esik és az egyes források erősségének változtatásával keverünk különböző színeket.

Azt, amikor úgy hozunk léte új színeket, hogy egymáshoz adunk különböző színű festékrétegeket.

Azt, amikor egy fényforrás színképét kis lépésekben, fokozatosan hangoljuk.

Azt, amikor két lézerefény hullámhosszának az összege jelenik meg egy speciális színkeverő berendezésben.

4. Biztosak lehetünk-e benne, hogy ha két szín egymás metamere, akkor összegük is metamere lesz mindkettőnek? Miért?

Igen, mert a színek és az ingerület-vektor közti kapcsolat lineáris.

Nem, mert az emberek szemének spektrális érzékenységi függvénye eltérő.

Nem, mert az összegzés után újra kell számolni az ingerület-vektort, ami teljesen más eredményre is vezethet, mint az eredeti.

Igen, mert a metamer színek mindenben teljesen egyformák.

12. LECKE

Színlátás II. Alapvető színrendszerek.

Kulcsszavak:

- *RGB, XYZ rendszerek és színességi diagramok*
- *színínger-megfeleltető függvény*
- *gamma-korrekción*

Az előző lecke általános leírása után itt a leggyakrabban használt additív színrendszereket tárgyaljuk. Ezek megismerése igen fontos pl. a mindennap használt képmegjelenítő hardverek (TV, monitor) megértése szempontjából.

19. Az RGB-rendszer és leszármazottai

19.1. A CIE 1931-es RGB-rendszere

Az előzőekben leírtakat elolvasva természetesen adódik az, hogy próbáljuk meg a $K = 3$ -at, azaz 3 alapszínből állítsuk elő a metamereket.

Ez már a színrendszerek elméletének kidolgozása előtt felmerült, és sokáig azt hitték, hogy 3 színből minden szín kikeverhető. Látni fogjuk, hogy ez nem ilyen egyszerű.

Alapszínnek pedig válasszunk 3 monokromatikus színingert, mert egyrészt számítások nélkül is sejthető, hogy nem monokromatikus színeképből monokromatikus színeképp metamere nem keverhető ki, fordítva viszont igen. Másrészt a monokromatikus színek színeképpél Dirac-delta függvényeket választhatunk, ami (18.5) integráljainak kiszámítását leegyszerűsíti.

A 3 alapszín hullámhosszát úgy igyekeztek megválasztani, hogy egyrészt lefedjék a látható tartományt, másrészt lehetőleg egy alapszínkép egy érzékelőfajta ingereljen kiemelten.

Ez utóbbit nem lehet jól megtenni, mert az emberi szem L és M receptorainak spektrális érzékenységi görbéi igen hasonlóan futnak. (17.4. ábra.)

A CIE 1931-ben rögzített szabványra szerint az RGB-rendszer alapszíneinek hullámhosszai:

$$\lambda_1 = 700 \text{ nm}, \quad \lambda_2 = 546,1 \text{ nm}, \quad \lambda_3 = 435,8 \text{ nm}, \quad (19.1)$$

az alapszínképek pedig az ide koncentrált Dirac-delta függvények:

$$A_j(\lambda) = B_j \delta(\lambda - \lambda_j), \quad j = 1, 2, 3, \quad (19.2)$$

ahol a

$$B_1 = 72,0962, \quad B_2 = 1,3791, \quad B_3 = 1,0 \quad (19.3)$$

súlyokat úgy határozták meg, hogy $A_1 + A_2 + A_3$ együttesét fehér színeként érzékelje az emberi szem.

Ezek a szabványos értékek a színes képmegjelenítő eszközök korszakának hajnalán születtek és több érték megválasztása inkább történeti okokra vezethető vissza. Pl. λ_2 és λ_3 az akkor elterjedt higanygőz-lámpák két színeképvonalára lett beállítva, λ_1 választásában meg az játszott szerepet, hogy ebben a tartományban a színrendszer kevésbé volt érzékeny a hullámhosszban elkövetett kis hibákra. Főleg ez utóbbi döntés bizonyult később igen kényelmetlennek: ha egy RGB-rendszerű hardvert az előírások szerint építünk meg, a vörös fénykibocsátóknak igen erősen kell sugározniuk, mert 700 nm-en már alacsony a szemünk érzékenysége. Ezt tükrözi az igen magas B_1 súly.

A vonalas alapszínképek esetén igen egyszerű kiértékelni a transzformációs mátrixot:

$$T_{i,j} = \int B_j \delta(\lambda - \lambda_j) V_i(\lambda) d\lambda = B_j \cdot V_i(\lambda_j) = \begin{pmatrix} 0,5342 & 1,2767 & 0,0347 \\ 0,0331 & 1,3678 & 0,0532 \\ 0,0000 & 0,0038 & 0,9139 \end{pmatrix} \quad (19.4)$$

(A számszerű kiértékelés a CIE szabványos spektrális érzékenységi függvényei alapján készült, ugyanabból az adatsorból, amiből a 17.4. ábra.)

Ezen a \mathbf{T} mátrixon látszik annak hatása, hogy az emberi szem $V_i(\lambda)$ függvényei jelentősen átfedik egymást: a főátlón kívül is található a főátló legnagyobb elemével összemérhető nagyságú érték.

(18.7) szerint ezzel a mátrixszal definiált lineáris egyenletrendszert kell megoldani, hogy egy színeképhez megkapjuk az RGB-rendszer-beli súlyokat, azaz azokat az $(R,G,B) = (s_1, s_2, s_3)$ értékeket, melyekkel a színeképet metamérünk. Szerencsére \mathbf{T} egy invertálható, négyzetes mátrix. Inverze:

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{pmatrix} 1,9865 & -1,8543 & 0,0323 \\ -0,0481 & 0,7761 & -0,0433 \\ 0,0002 & -0,0032 & 1,0944 \end{pmatrix} \quad (19.5)$$

\mathbf{T}^{-1} negatív tagjai egy szomorú tényt jeleznek: mivel (18.7) szerint

$$\underline{s} = \mathbf{T}^{-1} \underline{J}, \quad (19.6)$$

ezért hiába nemnegatív értékek vannak az \underline{J} ingerület-vektorban, \underline{s} elemei közt lehet negatív, ami viszont az additív színrendszerek alapjainál elmondottak szerint fizikailag érvénytelen. Ez azt jelenti, hogy bizonyos színeknek nem lesz az RGB-rendszerben megvalósítható metamere, tehát nem lesz megjeleníthető pl. egy monitoron.

19.2. A színinger-megfeleltető függvény

Bár az eddig elmondottak szerint egy tetszőleges színeképhez meghatározható az RGB-rendszer-beli súlyvektor, tovább egyszerűsíthetjük a számításokat, ha (19.6)-be beírjuk (18.6)-et:

$$s_j = \sum_{i=1}^3 T_{j,i}^{-1} J_i = \sum_{i=1}^3 T_{j,i}^{-1} \int l(\lambda) V_i(\lambda) d\lambda = \int l(\lambda) \sum_{i=1}^3 T_{j,i}^{-1} V_i(\lambda) d\lambda. \quad (19.7)$$

Itt kihasználtuk az integrálás és az összegzés felcserélhetőségét, és egy helyre gyűjtöttük a \underline{T} -t és $V_i(\lambda)$ -t tartalmazó tagokat, azaz azokat, amiket a színeképtől függetlenül, csak a színrendszer alapján kiszámolhatunk. Érdekes az így felmerülő függvényt külön jelölni:

$$s_j = \int l(\lambda) \bar{V}_j(\lambda) d\lambda, \quad \bar{V}_j(\lambda) = \sum_{i=1}^3 T_{j,i}^{-1} V_i(\lambda) \quad (19.8)$$

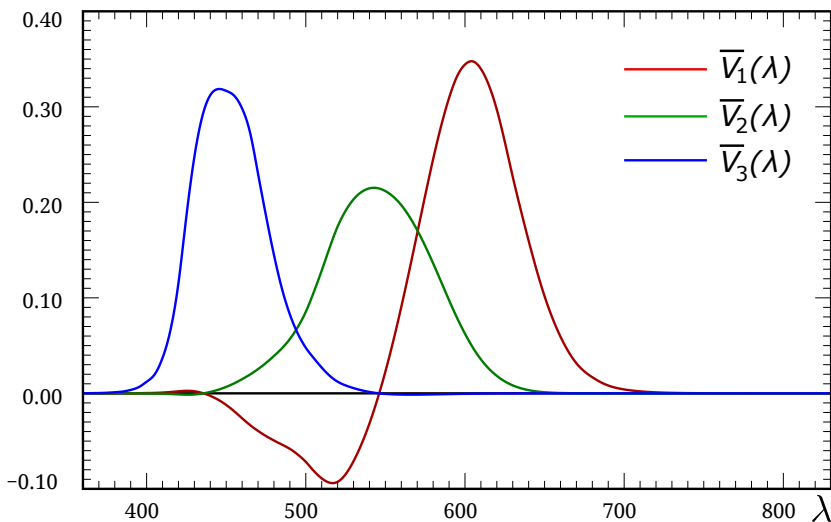
A $\bar{V}_j(\lambda)$ függvényeket az RGB-rendszer **színinger-megfeleltető függvényeinek** nevezzük. Praktikus hasznuk az előző egyenlet alapján nyilvánvaló: a színekép és a színinger-megfeleltető függvények szorzatának integrálja megadja a RGB-értékeket. Ebből egyből következik egy fontos tulajdonságuk: $l(\lambda) = \delta(\lambda - \lambda_0)$ egységnyi vonalas színeképekre alkalmazva $s_j = \bar{V}_j(\lambda_0)$ -t kapunk, azaz a színinger-megfeleltető függvények megmutatják, hogy egy adott hullámhosszú tiszta színnek mi a metamere az RGB-rendszerben.

A színinger-megfeleltető függvények annyira fontosak a színmérésben, hogy a CIE szabványai valójában ezt rögzítik, nem a spektrális érzékenységi függvényeket. Egyrészt a spektrális érzékenységi függvényeket nem

lehet közvetlenül megmérni, a színinger-megfeleltető függvényeket viszont igen, másrészt a gyakorlatban a legtöbbször azt a feladatot kell megoldani, amit (19.8) mutat: a színeképből kell az RGB-értékeket kiszámolni.

Valójában a színinger-megfeleltető függvények alapján, (19.8)-t felhasználva lehet a spektrális érzékenységi görbéket megkapni.

A számítások eredményét a 19.1. ábra mutatja.



19.1. ábra. Az RGB-rendszer színinger-megfeleltető függvényei.

Amint azt a fenti inverz mátrix negatív elemeiből sejtettük, negatív elemek lépnek fel. A színinger-megfeleltető függvények több helyen negatívvá válnak, ezek közül a legjelentősebb az, hogy $\bar{V}_1(\lambda)$ negatív kb. 440–540 nm

esetén. Ez azt jelenti, hogy az ilyen hullámhosszúságú (kékeszöld) tiszta szín nem jeleníthető meg az RGB-rendszerben. Alaposabban megfigyelve a színínger-megfeleltető függvények görbéit, máshol is láthatunk ilyen negatív tartományokat, még ha azok nem is olyan mértékűek, mint az előbb említett.

19.3. Az rg-színességi diagram

A színínger-megfeleltető függvények segítségével a színek és az RGB-értékek kapcsolatát matematikailag megadtuk. Jól megválasztott grafikus ábrázolással azonban ez a kapcsolat sokkal áttekinthetőbbé tehető.

Az ábrázolást egyszerűsítsük az által, hogy észrevevessük: a színeképtől lineárisan függenek az RGB-komponensek, tehát pl. minden hullámhosszon kétszeresére növelve a színeképet, az R, G és B komponensek mindegyike megkétszereződik. Amennyiben ez a kétszerezés még nem viszi valamelyik komponenst a telítés közelébe, ez ugyanazt a színérzetet eredményezi, csak az intenzitás fog különbözni. Ha csak a színezetre vagyunk kíváncsiak, akkor érdemes az RGB értékeket normálni egy intenzitás jellegű mennyiséggel. Legkézenfekvőbb az $R + G + B$ értékkel való osztás, azaz az alábbi mennyiségek bevezetése:

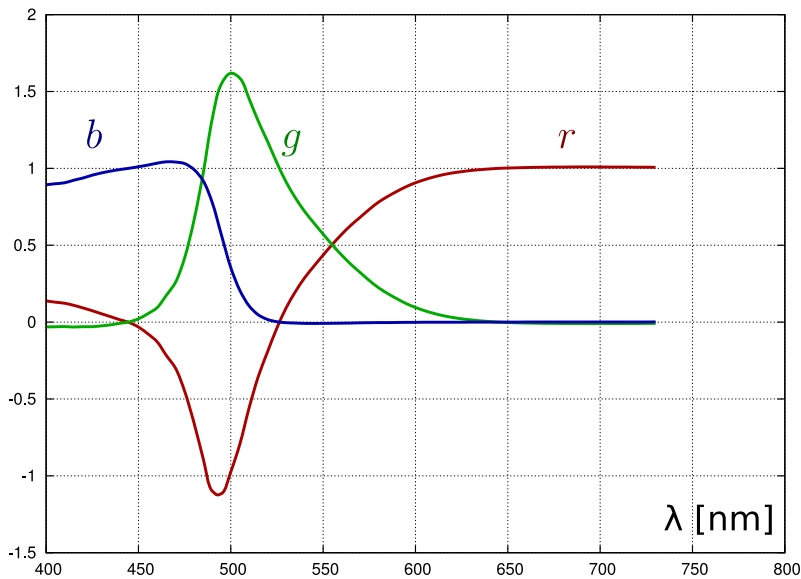
$$r = \frac{R}{R + G + B}, \quad g = \frac{G}{R + G + B}, \quad b = \frac{B}{R + G + B}. \quad (19.9)$$

Ábrázoljuk először csak a monokromatikus sugárzás (tiszta színek) esetét! A 19.2. ábrán mindhárom görbét bemutatjuk.

A színek számával szorzására ezek a mennyiségek nem érzékenyek, ezért valóban csak a színt mutatják meg. Ráadásul elég közülük kettőt megadni, mert a harmadik könnyen kiszámítható, pl.: $b = 1 - r - g$. Az tehát, hogy valami milyen színezetű, az r és g értékekkel megadható. Az összes szín ábrázolható tehát egy síkbeli $r-g$ koordináta-rendszerben. A tiszta színek esetében ez azt jelenti, hogy az $r-g$ síkban ábrázoljuk az

$$r(\lambda) = \frac{\bar{V}_1(\lambda)}{\bar{V}_1(\lambda) + \bar{V}_2(\lambda) + \bar{V}_3(\lambda)}, \quad g(\lambda) = \frac{\bar{V}_2(\lambda)}{\bar{V}_1(\lambda) + \bar{V}_2(\lambda) + \bar{V}_3(\lambda)} \quad (19.10)$$

paraméteres görbét a $\lambda \in [380 \text{ nm}, 800 \text{ nm}]$ tartományban.

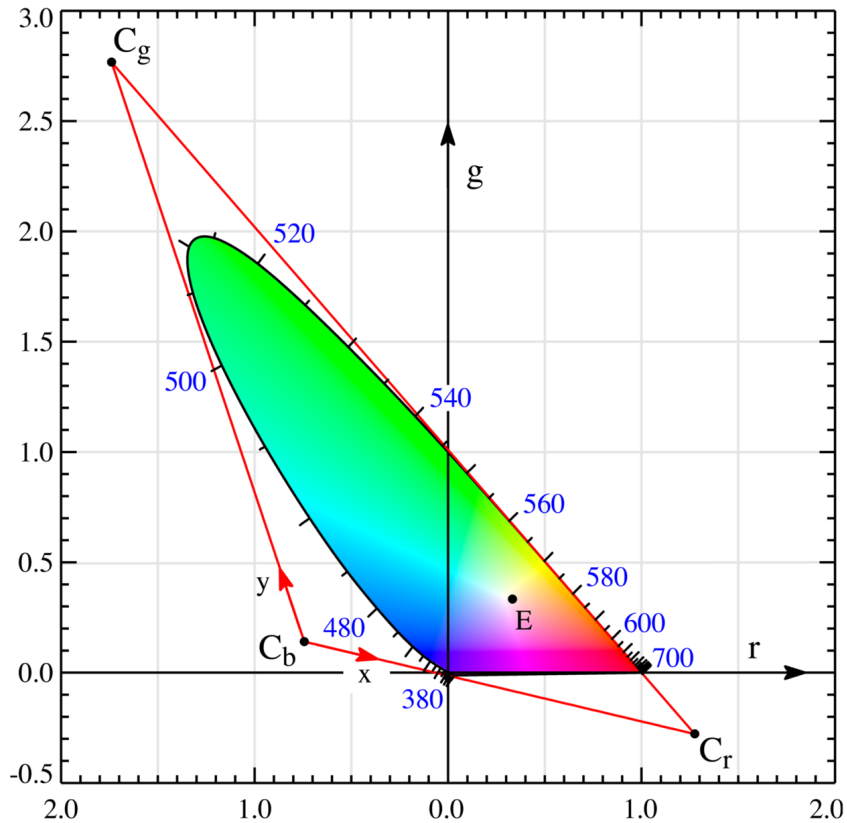


19.2. ábra. Az r , g , b függvények értékei tiszta színek esetén.

Figyeljük meg a 19.3. ábrán ezt az $(r(\lambda), g(\lambda))$ görbét! Első pillanatban feltűnik, hogy a negatív r tartománya igen jelentős része átnyúlik. Nem annyira szembeötlő, de látható, hogy a görbe a $g < 1$ tartományba is belemegy. Az pedig csak egy kis utánagondolás után derül ki, hogy az $r + g > 1$ félsíkba is belemetsz a görbe, pedig itt $b < 0$.

Jellegzetes alakja miatt ezt és a hasonló színességi diagramot szokás „színpatkó”-nak nevezni.

A 19.3. ábrán nemcsak a tiszta színeknek megfelelő görbét láthatjuk, hanem ennek belseje is ki van töltve. Ez azért van így, mert az összes szín bele kell eszen a az előző görbe belsejébe. Képzeljük el ugyanis, hogy egy



19.3. ábra. Színességi diagram az rg -síkban. [Forrás: Wikipédia]

színkép két színképvonalból áll. Ekkor az előző ábra görbéjén kikereshetjük a két tiszta színnek megfelelő pontot és ezek összekötő szakaszán, azaz valahol a színpatkó belsejében lesz eredőjük. Ha még egy színképvonalat hozzáadunk az eddigi kettőhöz, annak és az előbbi belső pontnak az összekötő szakaszán kapunk egy pontot, stb. Így akárhány színképvonalból is áll a színkép a színpatkó belső pontja fog neki megfelelni. Egy folytonos színkép pedig jól közelíthető számtalan vonalas összegével (pl. 1 nm-enkénti felosztással), így azoknak az \bar{y} -értékei is a patkó belsejében lesznek.

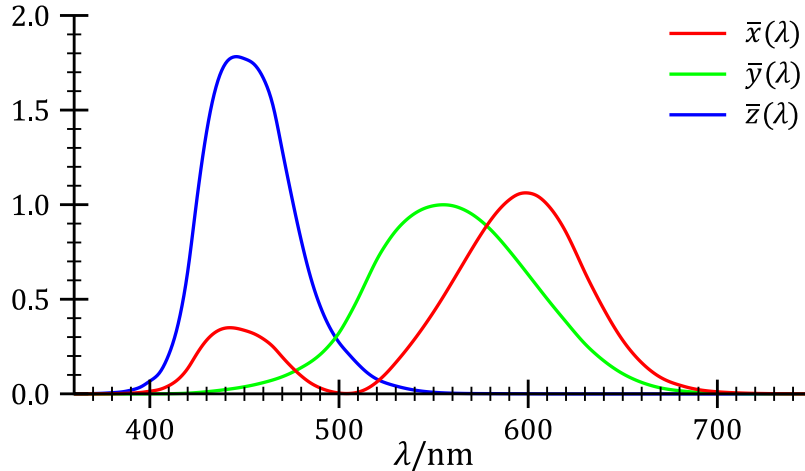
Így tehát az összes színezet (de nem az összes intenzitás) feltűnik a 19.3. ábrán. Ezekből a fentiek szerint csak az I. síknegyedbeli színek ábrázolhatóak pontosan, mert a többi esetben valamelyik színkoordináta negatív, azaz fizikailag nem megvalósítható. Ezen színeket csak közelítőleg tudtuk az ábrán is feltüntetni, a negatív komponensek nullázásával.

Minden korláta ellenére ez a színpatkó igen hasznos: látható rajt a színek „térképe”, azaz hogy melyik szín melyikhez áll közel vagy távol és tipp is adható arra, hogy az adott szín vajon milyen tiszta színekből keverhető ki.

19.4. Az XYZ-rendszer

Az RGB-rendszer negatív színínger-megfeleltető függvényei a rendszer nagy hátrányát jelzik. Egyrészt ezek miatt nem lehetséges, hogy olyan detektort készítsünk, mely illeszkedik ezekhez a színínger-megfeleltető függvényekhez, másrészt technikailag sem kellemes, hogy a számításokkor negatív értékek is fellépnek, holott fizikailag semmilyen különleges jelenség nem lép fel. Ezért a CIE olyan additív színrendszert választott a további számítások alapjául, mely egyrészt könnyen átszámolható az RGB-re, másrészt színínger-megfeleltető függvényei nemnegatívok, harmadrészt egyik komponense legyen az emberi fényérzékeléssel egyenesen arányos, azaz adja meg közelítőleg a fotometriai fényességét az adott színnek. E követelményeknek leginkább megfelelőnek az XYZ-rendszert találták, melynek színínger-megfeleltető függvényeit a 19.4. ábra tartalmazza.

E komponensek közül a középső arányos az emberi fényességérzettel, azaz $\bar{y}(\lambda)$ közel konstansszorosa a fotometriában bevezetett spektrális érzékenységi függvénynek ($V(\lambda)$).



19.4. ábra. A CIE 1931-es szabványos színinger-megfeleltető függvényei az XYZ-rendszerben. [Forrás: Wikipedia]

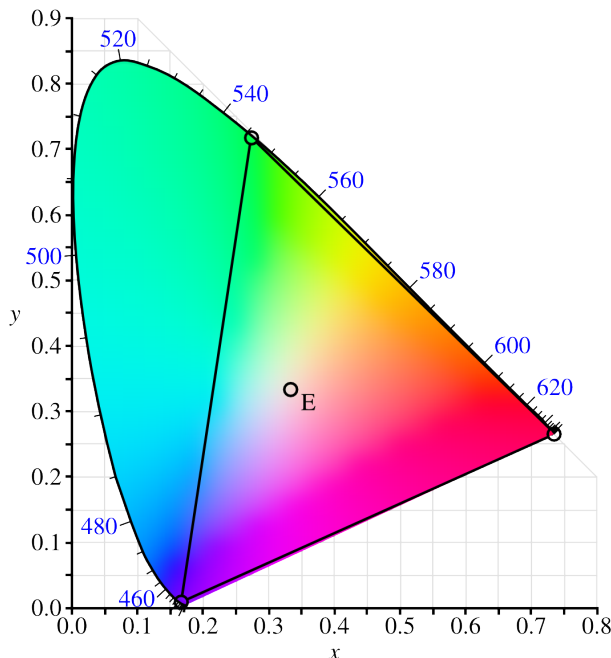
Az RGB és XYZ koordináták közti kapcsolatot a következő összefüggés adja meg:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,768892 & 1,751748 & 1,130160 \\ 1,000000 & 4,590700 & 0,060100 \\ 0 & 0,056508 & 5,594292 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} \quad (19.11)$$

Az r és g értékekhez hasonlóan érdemes bevezetni az x és y értékeket:

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}, \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z} \quad (19.12)$$

Ezzel a transzformációval a színességi diagram az I. síknegyedbe kerül, ahogy az a 19.5. ábrán láthatjuk.



19.5. ábra. A színességi diagram az xy -síkban. [Forrás: Wikipedia]

Történeti okokból a mai napig az xy -színpatkó a leggyakrabban használt színtérkép, ezért igen fontos megismerni. Az rg -színpatkóhoz hasonlóan ennek is a külső peremén a tiszta színek találhatóak, középtájon, pontosabban az $(1/3, 1/3)$ pontban pedig a fehér (szürke) szín. Az RGB-rendszer alapszínei a peremen vannak és az ezek által meghatározott háromszögben található minden olyan szín, amely RGB-rendszerben fizikailag realizálható.

20. A színekészlet (gamut)

A szintanban **színekészletnek** nevezzük az adott színrendszerben ábrázolható színek halmazát. (Magyar nyelvű írásokban a színekészlet szó angol változata, a **gamut** is gyakran használt.)

Az előzőek alapján nyilvánvaló, hogy a színekészlet igen fontos fogalom. Például az előző alfejezet végén leírtak szerint az RGB-rendszer színtere az xy -síkbán egy háromszög, mely a 19.5. ábrán jelölve is van. E háromszögön kívüli színek nem ábrázolhatók az RGB-rendszerben.

Eddigi ismereteink alapján az alábbi dolgok nyilvánvalóak:

- Egy tetszőleges additív színrendszer alap színeképei mindenképp az xy -színpatkóban vannak; ha ezek tiszta színek, akkor a külső peremen, ha nem tiszták, akkor beljebb.
- Additív színrendszerben nemnegatív súlyokkal csak az alapszínek által meghatározott háromszögeken belüli színek ábrázolhatók, ezért az alap-színeképek xy -síkbeli pontjai által meghatározott sokszög belseje lesz a színekészlet.

Ezekből látszik, hogy akárhogy is módosítanánk az RGB-rendszer alappontjait, nagyságrendi javulást a színekészlet méretében nem tudnánk elérni. Igazi növekedés csak az alappontok számának növelésével érhető el, azaz pl. egy $K = 5$ vagy 6 alapszín használó rendszerrel, de ekkor is ügyelni kell, hogy azok úgy legyenek elosztva, hogy az általuk meghatározott sokszög a színpatkó minél nagyobb részét lefedje. Igazán nagy színhűséget követelő alkalmazásoknál ezért nem 3, hanem akár 6 alapszín használnak. (Bizonyos speciális filmek és nyomdagépek rendelkeznek ennyi alapponttal, de azok nem additív, hanem szubtraktív keveréssel dolgoznak, így elméleti hátterük más.)

Természetesen a több alapszín használatának komoly hátrányai vannak: egyrészt a számítások elbonyolódnak, hisz (18.5) egyetlenben definiált \mathbf{T} transzformációs mátrix nem lesz négyzetes, azaz nem lesz inverze, így (18.7) egyetlennek általában végtelen sok megoldása lesz, melyek kezelése nagyobb körültekintést igényel. \mathbf{T}^{-1} híján a színinger-megfeleltető függvények sem definiálhatók: 3-nál több alapszín használata tehát nagyon elbonyolítja a szintani számításokat. Ezen kívül a szabványosítás és több alappontú rendszerek elterjesztése előtt

üzletpolitikai akadályok is meghúzódnak: a mai, elterjedt színes hardverek többsége az RGB-t vagy valamelyik módosított RGB-rendszert használja, és egy többszínű rendszerre való áttérés a képrögzítő berendezésektől kezdve a grafikus fájlformátumokon át a megjelenítő hardverek együttes cseréjével érné el csak a célját. Ez túl nagy teher a várható haszonhoz képest, és úgy tűnik, a közeljövőben a 3 alappontú rendszerek maradnak elterjedve széles körben.

Az is biztos, hogy a 3 alappontú rendszerek teljes elvi gamutja csak monokromatikus fényforrásokkal érhető el. Ezt leginkább a lézerek valósítják meg, azaz legnagyobb színkészlet a lézeres megjelenítőktől várható. A szokásos monitorok alap színeképei azonban elég távol vannak a monokromatikusától, ahogy azt pl. a 4.6. ábrán láthatjuk. A fentiek szerint ez azt jelenti, hogy a színkészlet sarkai nem a színpatkó peremén lesznek, hanem a belső, telítetlenebb tartományok irányába mozdulnak el, azaz az ábrázolható színek száma jóval kisebb lehet, mint amit a színrendszer elvileg biztosíthatna.

Az xy -színpatkón kívül bizonyos vizsgálatoknál magasabb dimenziós színkészlet ábrázolásoknak is van értelme. Ilyen szokásos ábrázolások:

- xyY -diagramok: Az xy -sík csak a színezetet mutatja, az emberi szem által érzékelt fényerősséggel az Y -koordináta kapcsolatos. A színes megjelenítő eszközök sajátossága, hogy nagy fényerő mellett gamutjuk szűkül. Például ha az egyes alapszíneket kibocsátó egységeik külön-külön vett maximális fényerejénél nagyobb akarunk megjeleníteni, mindenképp több alapszín-forrást kell bekapcsolni egyszerre, ami viszont nem teszi lehetővé az alapszínképekhez közeli színek előállítását, de a kibocsátók korlátai más helyeken is szűkítik a színteret.
- LMS -diagramok. Azt, hogy mit milyen színűnek érzünk, az egyes csaptípusokban ébredő ingerülettel jellemezhető a legjobban. Ezt szokás (főleg angol nyelvterületen) az L =long, M =medium, S =short betűkkel jellemezni a csapok hullámhossz-tartományának megfelelően.

Ezek valójában a (17.1) egyenletben definiált ingerület-értékek, azaz

$$(L, M, S) = (J_1, J_2, J_3) \quad (20.1)$$

Az LMS -rendszer haszná nyilvánvaló: ezek vannak a legközelebbi kapcsolatban a neurológiai folyamatokkal. Hátrányuk viszont, hogy a csapjelekből való színinger-származtatás az igen bonyolult neurológiai

folyamatokat egyszerűsíti, így sok hibával és nehezen mérhető mennyiséggel terhelt.

21. Módosított RGB-rendszerek

21.1. A CIE 1964-es RGB rendszere

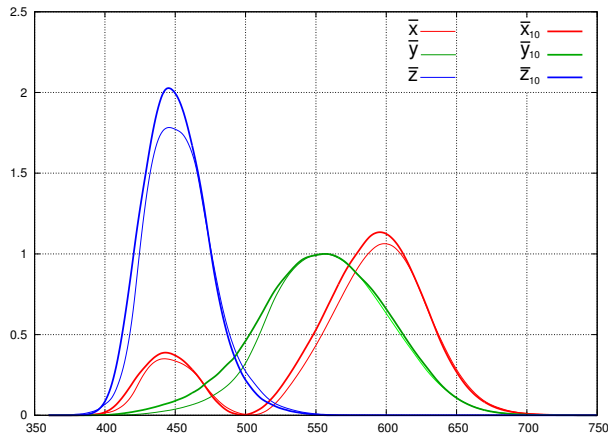
Az RGB-rendszer alapvetően jó keretet adott a színes képmegjelenítéshez. Mégis, bizonyos okokból pontosított változatok jelentek meg. A legjelentősebb ezek közül az 1964-es változat. Ennek kidolgozását motiváló tényezők:

- Több emberen elvégzett kísérletek. Így pontosabb színmegfeleltető függvényeket lehetett meghatározni.
- A korábban használt 2 fokos helyett 10 fokos látótér alkalmazása. Erre azért volt szükség, mert a látómező közepén igen kevés az S-csap, pedig a gyakorlati példák nagyobb hányadához a 10 fokos látómező használata közelebb áll, mint az igen szűk 2 fokos.
- Az RGB rendszer szélső alappontjainak a látható tartomány közepe felé való elmozdítása. Az eredeti alappontok ugyanis nehezen voltak realizálhatók az 1960-as években egyre szélesebb körben elterjedő színes hardvereken.

A vizsgálatok a színrendszer alapjait jelentő színmegfeleltető függvények késmértékű átalakításához vezettek, amit a 21.1. ábrán mutatunk be. Itt a szakirodalomban szokásos módon „10”-es indexszel jelöltük az 1964-ben definiált standard, 10 fokos látószögű megfigyelő görbéit.

Látható, hogy az eltérések viszonylag kicsik, de azért figyelembe vételük szükséges a színhelyes ábrázoláshoz. Vegyük észre \bar{y} -ban azt a változást, hogy az 1964-es görbe a rövidebb hullámhosszakon nagyobb értékeket tartalmaz, ami megfelel annak, hogy az ekkor használt 10 fokos látómezőbe relatíve több S-csap került bele, mint az 1931-es 2 fokosban volt.

Értelemszerűen az RGB-értékek is megváltoznak. Alappontokként az 1964-es rendszerben a következő hullámhosszúságú monokromatikus sugárzás szolgálnak: 645,2 nm, 526,3 nm, 444,4 nm.



21.1. ábra. Az 1931-es (vékony vonal) és az 1964-es (vastag vonal) szabványos színmegfeleltető függvények.

Emlékeztető: az 1931-es rendszerben ezek az értékek: 700 nm, 546,1 nm, 435,8 nm.

Az XYZ-RGB átszámítás mátrixa is megváltozott: (az 1931-es mátrixot (19.11) tartalmazza)

$$\begin{pmatrix} X_{10} \\ Y_{10} \\ Z_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,341080 & 0,189145 & 0,387529 \\ 0,139058 & 0,837460 & 0,073160 \\ 0 & 0,039553 & 1,026200 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{10} \\ G_{10} \\ B_{10} \end{pmatrix} \quad (21.1)$$

Természetesen a változások a színességi diagramon is meglátszanak, de ezek nem alakítják át a diagramot alapvetően, ezért itt mellőzzük ennek közlését.

	vörös	zöld	kék	fehér
x	0,64	0,30	0,15	0,3127
y	0,33	0,60	0,06	0,3290
z	0,03	0,10	0,79	0,3583

7. táblázat. Az sRGB-rendszer alappontjai

21.2. Az sRGB-rendszer színkoordinátái

A színes kamerák, TV-készülékek, monitorok terjedésével komoly problémaként merült fel, hogy az egyes hardverek jelentősen eltértek egymástól mind a spektrális érzékenység, mint az intenzitás-karakterisztika szempontjából. Ezért szükségessé vált, hogy egy egységes rendszert hozzanak létre és minden gyártó a termékéhez biztosítsa azt, hogy a szabványos rendszer és a saját készülék színkoordinátái közti átváltás megtörténjen.

Ezért született meg az sRGB-rendszer, és 1996-os indulása óta széles körben elterjedt a mai számítógépeken. Ennek színkoordinátái az 1964-es CIE rendszerhez hasonlóak, de teljesen nem egyeznek meg velük.

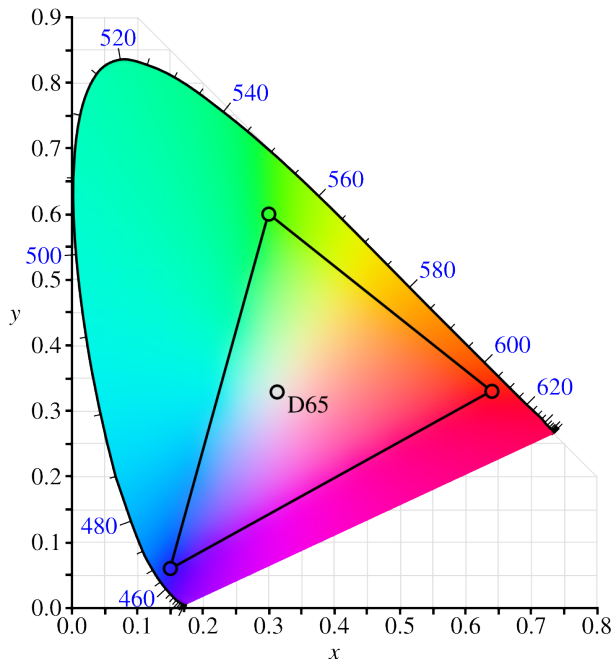
Az sRGB alappontjai nem monokromatikus fénynek felelnek meg, hanem x és y színességi értékükkel vannak megadva a 7. táblázat szerint.

Az XYZ-sRGB transzformációs mátrix is különbözik az eddigiektől:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,4124564 & 0,3575761 & 0,1804375 \\ 0,2126729 & 0,7151522 & 0,0721750 \\ 0,0193339 & 0,1191920 & 0,9503041 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{sRGB,lin} \\ G_{sRGB,lin} \\ B_{sRGB,lin} \end{pmatrix} \quad (21.2)$$

Az sRGB-rendszer gamutja szűkebb, mint az 1931-es vagy az 1964-es gamutok, ahogy azt a 21.2. ábra mutatja.

Erre a szűkebb gamutra azért volt szükség, hogy a valódi, fizikailag megvalósítható hardverelemekhez közelítsen a rendszer. Látható pl, hogy a vörös alappont jócskán eltávolodott az 1931-es 700 nm-es monokromatikus sugárzástól. Erre azért volt szükség, mert 700 nm-es monokromatikus sugárzást előállítani képalkotó hardverek



21.2. ábra. Az sRGB-rendszer gamutja az xy -síkon [Forrás:Wikipedia]

esetén igen költségesen lehet csak megoldani. (Pl. itt az emberi szem érzékenysége már igen kicsi, ezért igen sok energiát fogyasztanak a 700 nm-es sugárzást kibocsátó hardverek.)

Az sRGB specifikáció azt is meghatározza, pontosan hogyan függjön a hardver által realizált fényesség az RGB értékektől és erre egy nemlineáris összefüggést ad meg. Erre rövidesen visszatérünk.

A hardverelemek „belül”, a felhasználó elöl általában elrejtve saját RGB rendszert használnak, de az illesztőpro-

	vörös	zöld	kék	fehér
x	0,64	0,21	0,15	0,3127
y	0,33	0,71	0,06	0,3290
z	0,03	0,08	0,79	0,3583

8. táblázat. Az Adobe RGB-rendszer alappontjai

gramok ezeket igyekeznek minél pontosabban sRGB-re átváltani, illetve a felhasználói sRGB-ben értett inputot lefordítani saját rendszerükbe. Ezért felhasználói oldalról úgy vehetjük, hogy monitoraink, fényképezőgépeink az sRGB-koordinátákat használják.

Az sRGB-rendszer hasznos abból a szempontból, hogy jól illeszkedik a jelenleg elterjedt monitorok színteréhez, de sajnálatosan sok szín kimarad belőle, így főleg a kékeszöld árnyalatok. Ezért pl. nyomtatásban nem szokás használni, de sok más helyzet is van, amikor érdemes tőle eltérni.

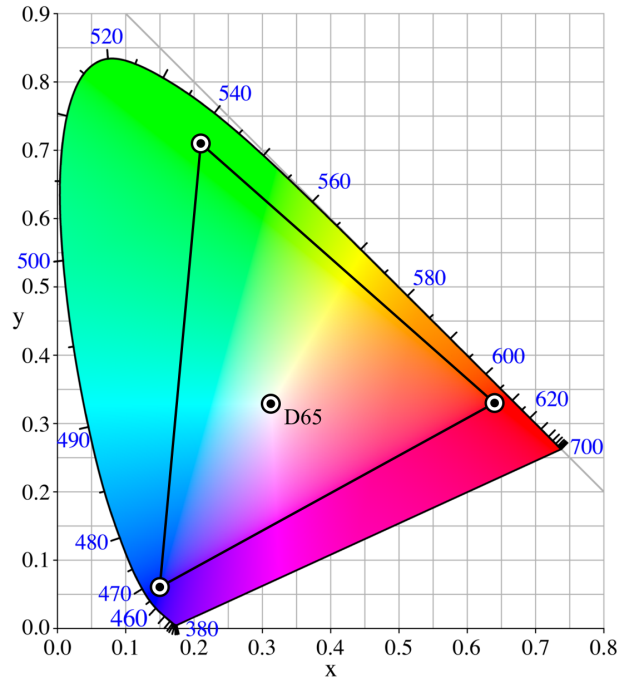
21.3. Az Adobe RGB-rendszer

Az Adobe RGB-rendszer létrehozásakor az sRGB-rendszer szűk gamutjának korrigálása volt a cél, ezért a fő különbség a középső alappont elmozdítása volt, hogy a kékeszöld tartományból több szín kerüljön bele a színekészlet-háromszögbe. (A nemlineáris intenzitás-transzformáció is változott, de ennek részletei most nem érdekesek számunkra.)

Az Adobe RGB-rendszer alappontjait és színterét az előző táblázat és a [21.3.](#) ábra mutatja be.

21.4. További RGB-rendszerek

Sok cég használ az előző fejezethez hasonlóan saját színrendszert, mert vagy jobban illeszkedik saját hardverjeikhez vagy fontosnak tartják a nagy területű gamutot. Vigyázni kell ezekkel a rendszerekkel, mert:



21.3. ábra. Az Adobe RGB-rendszer gamutja az xy -síkon [Forrás:Wikipedia]

- Ha rosszul implementálják a standard rendszerekre való konverziót, az színek meghamisításához vezet.
- Jó implementációkor is előfordulnak olyan területek, melyek csak a speciális RGB-rendszer gamutjában szerepelnek. Ekkor a belső számításokkal nincs probléma, de ha az értékeket standard sRGB-be kell konvertálni, információt veszünk a negatív, tehát nem realizálható színcsatorna-értékek miatt.

Egy érdekes gyűjteményt találhatunk különféle RGB rendszerek és az XYZ közötti transzformációra használható mátrixokra itt: [9].

13. LECKE

Színlátás III. A színi adaptáció és a színcsatorna-értékek tárolása

Kulcsszavak:

- *fehérpont*
- *színhőmérséklet*
- *átviteli karakterisztika*
- *gamma-korrekción*

Ebben a leckében folytatjuk az alapvető színrendszerek megismerését. Itt is alapvető fontosságú fogalmak lépnek fel, mint pl. a gamma-korrekción, melyek nem ismeréséből sok bosszúság fakad mondjuk a monitorok beállítása kapcsán.

22. A színi adaptáció

22.1. Alapjelenség

Az előzőekben ismertetett színrendszerekkel a fényforrások színe egyértelműen jellemezhető. A legtöbb esetben látóterünk nagy részét azonban nem fényforrások, hanem a fényt visszaverő felületek töltik ki, pl. falak, bútorok, növények. Azt, hogy milyennek látunk egy visszaverő felületet, egyaránt függ az azt megvilágító fényforrás spektrumától ($I(\lambda)$) és a felület spektrális visszaverési tényezőjétől ($\rho(\lambda)$).

Agyunk viszont értelmezi a környezetünk tárgyait, és igyekszik úgy korrigálni a látott tárgyak színét, hogy az a megvilágítástól független legyen. Pl. ha tudjuk, hogy a körülöttünk levő papírlapok fehérek, akkor napfénynél és este, a kb. 3000 K-es izzószál fényénél is ugyanúgy fehérnek fogjuk látni, holott a fehér lap irányából jelentősen különböző spektrumú fény jut a szemünkbe a két esetben.

A jelenség egyszerű (némileg pontatlan) szemléltetéseként nézzük a 22.1. ábrát. Ezen ugyanazt a jelenetet láthatjuk egyszer vakuval, egyszer hagyományos izzólámpa fénye mellett fényképezve. A képek közt természetesen számtalan különbség a megvilágítás geometriájából adódik: mivel a vaku közel van az objektívhez, jellegzetes árnyékokat vet a tárgy mögött a falon. Az izzólámpa fénye oldalról érkezik, és nem annyira egy pontból jön, ezért egész más árnyékokat vet. Itt azonban nem e geometriai eltérésekre, hanem a megvilágítás színegyensúlyának hatására koncentrálunk, ezért az A, B, ..., E kis területekről mindegyik képen leolvastuk az RGB értékeket és ezeket a 9. táblázatba írtuk be. Látható a tendenciózus eltérés: az izzólámpa fényében a vörös relatív erőssége megnő, narancsos alaptónust kölcsönözve az egész képnek.

A táblázat értékeinek feltűnő tulajdonsága, hogy A, B és E minták esetén a vakus kép RGB-értékei majdnem tökéletesen azonosak. Ez a fényképezőgép színegyensúly-beállításának köszönhető: a valóságban fehér fal (A, B) és tárgy (E) színét sikerült azonos RGB-értéknek megfeleltetni. Az izzólámpa fénye azonban túl vörösnek bizonyult, és a fehér tárgyak erősen narancsszínűek, a zöld levelek (D) inkább zöldessárgák. Figyelemre méltó azonban szemünk alkalmazkodóképessége: ha csak az izzólámpás felvételt kinagyítjuk úgy, hogy csak azt lássuk és várunk egy keveset, szemünk hozzászokik az új színekhez és ez után már nem lesz zavaró pl. a levelek zöldessárga volta.



22.1. ábra. Azonos téma vakuval (balra) és a izzólámpa fénye mellett (jobbra) fényképezve. A leolvasott színértékeket lásd a 9. táblázatban.

	vaku	lámpa
A	(0,65; 0,64; 0,64)	(0,75; 0,67; 0,45)
B	(0,74; 0,73; 0,74)	(0,91; 0,90; 0,83)
C	(0,72; 0,04; 0,06)	(0,52; 0,03; 0,02)
D	(0,36; 0,40; 0,27)	(0,27; 0,30; 0,09)
E	(0,58; 0,55; 0,54)	(0,86; 0,81; 0,63)

9. táblázat. A 22.1. ábráról leolvasható RGB-értékek táblázata.

22.2. Visszaverő felületek színingere

Az előzőekben felvázoltak szerint ha egy visszaverő felületet önmagában akarunk szín-koordinátákkal jellemezni, akkor figyelembe kell venni a megvilágító fényforrás spektrumát. Kézenfekvő, hogy erre az alábbi színinger-összetevőket használjuk:

$$X = k \int l(\lambda) \varrho(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda, \quad Y = k \int l(\lambda) \varrho(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda, \quad Z = k \int l(\lambda) \varrho(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda, \quad (22.1)$$

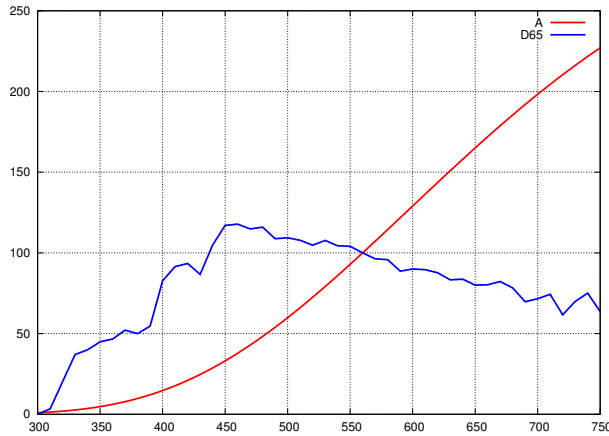
ahol a k normálási tényező:

$$k = \frac{1}{\int l(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda}. \quad (22.2)$$

A felület $\varrho(\lambda)$ spektrális visszaverési tényezőjéből ez tehát adott $l(\lambda)$ fényforrás-spektrum esetén szín-koordinátákat állít elő, de jól látható, hogy a végeredmény függ a megvilágító színképtől. Ezért visszaverő felületek színéről csak akkor van értelme beszélni, ha megadjuk, milyen fényforrást használva értendők azok. A színtanban néhány standard fényforrás valamelyikét szokás ilyen célokból használni, ezek közül két fontosat, a CIE „A” és „D65” sugárzáseloszlás színeképét mutatja be a 22.2. ábra.

Az „A” színekép közelítőleg a hagyományos, gáztöltésű izzólámpáknak felel meg, míg „D65” a nappali („természetes”) fényt szimulálja, ami szabad téren éri a testeket, átlagos, derült idő esetén.

A különféle színrendszerek rögzítik is, milyen típusú fényforrást kell használni értékeik meghatározásához. Pl. a korábban említett sRGB rendszerben a szabvány szerint a D65-ös megvilágítót kell használni, emiatt a fehérpontja nem $x = y = z = 1/3$ -nál lesz, hanem $x = 0,3127$, $y = 0,3290$, $z = 0,3583$ -nál van, ahogy azt 7. táblázatban fel is tüntettük. Vegyük észre azt is, hogy a 21.2. ábrán, ahol az sRGB-rendszer gamutját mutattuk be, már be is rajzoltuk a D65-ös megvilágítónak megfelelő fehérpontot, csak ott még nem magyaráztuk el jelentését.



22.2. ábra. A CIE A és D65 szabványos fényforrás színképe

22.3. A fehérregyensúly-beállítás

A gyakorlatban agyunk vagy egy fényképezőgép nem tudja egész pontosan, a spektrumok részletes modellezésével figyelembe venni az itt említett jelenségeket, hanem egy egyszerűbben közelíthető kalibrációs folyamatot végez. Ennek lényege, hogy ha valahonnan tudjuk, hogy egy bizonyos tárgy fehérnek tekinthető, akkor a szín-koordinátákat úgy skálázza át, hogy azok a fehér színtől elméletileg várt értékkel egyezzenek meg.

Ennek egyik, elméleti módja a színinger-megfeleltető függvények skálázása. A fent definiált $\bar{V}_j(\lambda)$ színinger-megfeleltető függvények ugyanis több lépcsőn keresztül a spektrális érzékenységi függvényekből származnak és függenek azok m_i skálázásától. (Lásd (17.2).) Ez a normálás befolyásolja $\bar{V}_j(\lambda)$ -t is, bár ezzel fentebb az egyszerűség kedvéért nem foglalkoztunk. Ki lehet azonban mutatni, hogy $V_i(\lambda)$ -k bármelyikének konstanssal való szorzása csak a $\bar{V}_j(\lambda)$ függvények konstanssal való szorzásához vezet. Mivel a gyakorlatban a számítások nagy része a színinger-megfeleltető függvényekkel történik, ezek normálását szokás rögzíteni és e nor-

málás változtatásával érni el, hogy a mi általunk fehérnek tekintett tárgy feleljen meg a fehérnek tekintett szín-koordinátáknak.

Ezért a színínger-megfeleltető függvények normálását úgy szokták végezni, hogy vesznek egy referencia-színképet, melyet „fehér”-nek nevezünk, kiszámolják ennek RGB értékeit, és ezzel leosztják az eredeti függvényeket. Így a „fehér”-nek nevezett szín azonos R, G ill. B értékekkel jelenik meg. Ezt a folyamatot nevezik a **fehérégyensúly** beállításának. Ugyanezek a számítások természetesen az XYZ rendszerben is elvégezhető.

Ez az eljárás persze néha becsaphat minket a színérzékelésben, de összességében hasznos tulajdonság, mert így egy izzólámpa és a Nap fényénél is kb. ugyanolyan színűnek érezzük a tárgyakat, holott a színek lényegesen eltér.

Ezt a folyamatot igényes fotózáskor, filmfelvételnél időről időre ismételt el kell végezni: egy lapot, amiről tudjuk, hogy fehér kell az adott megvilágítás mellett lefényképezni és az így kapott értékek szolgálnak normálási faktorul. A modern digitális fényképezőgépek ezt a funkciót automatikusan elvégzik, bár néha tévesztenek, mert rosszul mérik fel, mi is tekintendő fehérnek és akkor igen elcsúszott színekészletet kaphatunk. Ha ezt biztosan el akarjuk kerülni, kézzel kell a fehérégyensúlyt beállítani vagy egy fehér lappal végzett kalibrációval, vagy a fényforrás típusának ismeretében.

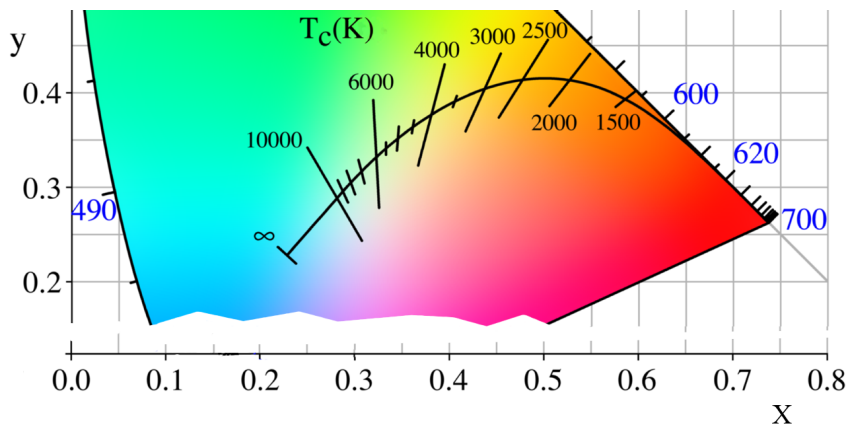
22.3.1. A színhőmérséklet

A gyakorlatban igen ritka, hogy valamelyik standard fényforrás szolgáltatja a megvilágítást. Sokszor igaz viszont az, hogy a fényforrások színeképe jól közelíti a valamilyen hőmérsékletű **abszolút fekete test** színeképét, azaz a spektrumot (4.1) alapján számoljuk.

Ekkor egy fényforrás **színhőmérsékletének** nevezzük azt a T hőmérsékletet, amihez tartozó feketetest-színkép a lehető legközelebbi szín-koordinátákat adja a megfigyelthez.

Azok a fényforrások, melyek valóban közelítőleg feketetest-sugárzást bocsátanak ki („Planck-sugárzók”), hőmérsékletüknek megfelelő színhőmérsékletet eredményeznek. Így pl. a gyertya 1500–2000 K, a hagyományos izzó 2700–3200 K körüli, a direkt napfény 5500–6000 K-es színhőmérsékletű. Más fényforrásokhoz csak számítással lehet megadni, melyik hőmérsékletű feketetest-sugárzás esik a legközelebb hozzájuk, és ennek

nem feltétlen van kapcsolata a forrás termodinamikai hőmérsékletéhez. Például minden kékes fény a napfénynél magasabb színhőmérsékletű, így mondjuk az ég kékje 6500–7500 K színhőmérsékletnek felel meg.



22.3. ábra. A feketetest-színképek és a korrelált színhőmérsékleti vonalak az xy színességi diagramon.

A 22.3. ábrán az xy színességi diagramon egy görbe adja meg a különböző hőmérsékletű fekete testek színképének helyét. Ha egy fényforrás x, y koordinátái e görbére esnek, akkor egyszerűen leolvasható annak színhőmérséklete.

A feketetest-görbe közelében levő színek esetén definiálható a „korrelált színhőmérséklet” fogalma, ami annak a hőmérsékletnek felel meg, amihez tartozó feketetest-sugárzás színe az emberi érzékelés szerint a lehető legközelebb van a vizsgált színhez. Mint a következő fejezetben látni fogjuk, az „emberi érzékelés szerint” közelinek tekintett színeket nem is olyan könnyű megtalálni, ezért a 22.3. ábrán csak magyarázat nélkül tüntettük fel az ezeket jelző, a feketetest-görbére merőlegesen induló vonalakat, melyek jelzik az azonos korrelált színhőmérsékletű helyeket.

Amennyiben olyan fényforrásunk van, melynek szín-koordinátái igen távol esnek a Planck-sugárzók görbétől, az ember számára „természetellenesnek” tűnő megvilágítást kapunk, amihez nem tudunk jól adaptálódni, így az ilyen esetek általában kerülendők.

Érdeemes kipróbálni a rendelkezésünkre álló színes hardvereken, milyen színhőmérséklet-beállítást tesznek lehetővé. Sok monitor menüjéből hangolható 2–3 érték valamelyikére; a legtöbb számítógép grafikus kimenetének paraméterei programból állíthatók; továbbá a digitális fényképezőgépeken is sokszor választható kézi színhőmérséklet-megadás. Ezekkel kísérletezve érdekes eredményeket kaphatunk és megérthetjük, hogy miért lesz néha kellemetlenül narancssárgás egy izzólámpánál készült kép.

22.4. A színkoordináta-pixelérték függvény

Nem tartozik szorosan a színelmélet alapjaihoz, de az alkalmazások szempontjából igen fontos kérdés, hogyan tároljuk a színcsatornák értékeit, azaz pl. az R , G és B komponenseket. A fentebbi módszerekkel kiszámolt színkoordináták ugyanis nem mindig a legalkalmasabbak a közvetlen tárolásra vagy adattovábbításra. Sok képmegjelenítő hardver ugyanis nemlineárisan viselkedik, ezért pl. kétszer akkora R értékből lineárisan képezett kétszer akkora vezérlőjel nem kétszeres fényssűrűséget eredményez a kijelzőn.

22.4.1. A gamma-korrekción

A több évtizedig domináns katódsugárcsővek (amik a „hagyományos” TV-készülékekben és monitorokban található) esetén pl. közelítőleg a vezérlő feszültség 2,2. hatványával arányos a képernyőn megjelenő fényssűrűség.

A számszerű érték természetesen függ a konkrét berendezéstől; 2,0 és 2,5 közötti értékek a leggyakoribbak. A „2,2” a nemzetközi gyakorlat által elfogadott közepes érték.

Ez azt jelenti, hogy ha egy színcsatorna Q értéke, helyett egy olyan gamma-kódolt értéknek felel meg a kijelző tartalma, amit ez a formula ad meg:

$$C_\gamma(Q) = C_m \cdot \left(\frac{Q}{Q_m} \right)^\gamma \quad (22.3)$$

ahol Q_m a maximális színcsatorna-érték C_m pedig a maximális kódolt érték. (Ezeket sokszor 1-nek lehet venni, ha nekünk áll módunkban a skálázást megválasztani.)

Ez a nemlineáris viselkedés azt eredményezi, hogy ha az elmélet szerint kiszámolható színcsatorna-értékeket tároljuk és azzal egyenesen arányos jelet viszünk egy monitor vezérlésére, a színcsatornák értékének egységnyi változása kis változásként jelenik meg a sötét, nagyként a világos tartományban. Ráadásul, mivel a maximális fényerő rögzített, ez az sötét részek elsötétülését jelenti, azaz a kép kevésbé megvilágított részei zavaróan még sötétebbek lesznek a kelleténél.

A megoldás kézenfekvő: valahol egy ellentétes értelmű transzformációt kell végrehajtani. Szerencsére a hatványfüggvény tulajdonságai miatt ezt könnyű megtenni: a γ . hatvány inverze az $1/\gamma$. hatványozás, azaz akár a kódolt értéket emeljük $1/\gamma$. hatványra, akár a színcsatorna-értékkel tesszük ezt meg tárolás előtt, végeredményben az eredeti jellel egyenesen arányosat kapunk a kimeneten.

Az egyik lehetőség az, hogy magába a megjelenítő eszközbe építjük bele a korrekciót, azaz nem a színcsatorna-értékkel egyenesen arányos, hanem annak mondjuk $1/2,2 \approx 0,45$. hatványával arányos jellel vezéreljük a megjelenítést. A másik megoldás, hogy már a tároláskor korrekciót végzünk, azaz a kép keletkezésekor megállapítjuk az R , G és B értékeket, de nem ezeket tároljuk, hanem egy $R^{0,45}$, $G^{0,45}$ ill. $B^{0,45}$ -tel arányos értéket. Ha ilyen jelet küldünk egy monitorra, ami a jel $2,2$. hatványával arányos fény­sűrűséget ad, épp lineáris átvitelhez jutunk.

Történeti okokból az utóbbi megoldás az elterjedtebb, azaz a legtöbb képalkotó rendszer már az értékek tárolásakor nem közvetlenül a mért színcsatorna-értékeket tárolja, hanem úgynevezett **gamma-kódolást** hajt végre rajta, azaz egy Q érték helyett a fenti gamma-kódolást hajtja végre a várható megjelenítő eszköz gamma-értékének reciprokával. Így tehát ha egy $2,2$ -es gamma-értékkel készítettünk fényképet, és az egyik pixelérték 100, a másik pedig 200, akkor ez a megjelenítőn nem $2:1$ fény­sűrűség-aránynak felel meg, hanem $2^{2,2} : 1 \approx 4,6 : 1$ -nek.

Mindezeket tudnunk kell, amikor precíz képmegjelenítést szeretnénk elérni. Tájékozódjunk a monitorunk, grafikus kártyánk, egyéb hardverelemünk esetén az alkalmazott gamma-értékről és annak esetleges átállítási lehetőségéről. A legtöbb grafikus kártya meghajtóprogramja biztosítja a gamma-korrekció állításának lehetőségét, de ezt sokszor nem a program legelső lapján, hanem kicsit rejtettebben (pl. „Speciális beállítások”

név alatt) nyújtja.

A gamma-korrekciónak egyébként jó lehet akkor is, ha nem a hardver-nemlinearitásokat korrigáljuk, hanem a világosabb vagy sötétebb részeket akarjuk kiemelni a képből. Például vakuval készült fotón a háttér, vagy erős háttérfény esetén a fényképezett személyek sokszor túl sötétek, mert oda kevés fény jutott. Egy 1-nél kisebb gamma-értékű korrekcióval a sötétebb részek úgy lesznek kiemelhetőek, hogy a legfényesebb pontok sem lépik túl a számábrázolási pontosságot. Ilyen esetet mutatunk be a 22.4. ábrán. Itt a középső az eredeti kép, jobbra a helyesen, 1-nél kisebb gamma-értékkel korrigált kép, balra a rossz, részleteket még jobban elrejtő korrekció esete.



$\gamma = 1,7$



$\gamma = 1,0$



$\gamma = 0,55$

22.4. ábra. Egy erős háttérfényben készült fotó gamma-korrekciónja.

Ez a nemlineáris kapcsolat a pixelértékek és a fénysűrűség között nemcsak történeti okokból ránk maradt szokás, hanem nagyon hasznos is. Takarékosági szempontokból ugyanis célszerű a pixelértékeket minél kevesebb biten tárolni. A legerjedtebb a 8 bit/színcsatornás ábrázolás, amikor is az R, G és B értékek mindegyikének 1-1 bájt felel meg, tehát $2^8 = 256$ különböző értéket vehet fel mindegyik színcsatorna.

Ha a pixelértékek és a megjelenő fénysűrűség között lineáris lenne a kapcsolat, akkor ez azt jelentené, hogy csak 255:1 dinamika-tartományt tudnánk 8 bit/színcsatorna pontossággal kezelni, azaz a legfényesebb képpontok fénysűrűségének 255-öd része lenne a leghalványabb, feketétől különböző pixel fénysűrűsége. Ez zavaróan alacsony, hiszen csaplátásunk dinamika-tartománya nagyságrendileg 100000:1. Természetesen lehetne pl. 16 bit/színcsatorna formátumú tárolást megvalósítani, de ez kétszerezné a képek tárolásának, feldolgozásának és továbbküldésének erőforrás-igényét.

Ezzel szemben a nemlineáris kapcsolat miatt a pixelérték ugyan csak 256 fokozatban változik (a 0-s, feketét is beleértve), de az elérhető elméleti dinamika-tartomány 2,2-es gamma-érték esetén $255^{2,2} : 1 \approx 200000 : 1$.

22.4.2. Az sRGB-rendszer fénysűrűség-karakterisztikája

A korábban már tárgyalt sRGB rendszer szabványa megadja azt is, milyen kapcsolat kell legyen a fénysűrűség és a pixelértékek között. Ez közelítőleg egy 2,2-es gamma-transzformáció, de kis intenzitás-értékek esetén a hatványfüggvény helyett lineárisra cserélték a karakterisztikát, hogy megakadályozzák a túl nagy derivált-értékek fellépését.

A fenti (21.2) egyenletből meghatározható, lineáris skálázású R_{lin} , G_{lin} és B_{lin} értékek helyett tárolásra a következő érték kerül:

$$C_{pix} = \begin{cases} 12,92C_{lin}, & C_{lin} \leq 0,0031308 \\ (1 + a)C_{lin}^{1/2,4} - a, & C_{lin} > 0,0031308 \end{cases}, \quad (22.4)$$

ahol $a = 0,055$ és C helyére R , G és B bármelyikét behelyettesíthetjük.

Az áttekinthetőség kedvéért az indexekből lehangyuk az sRGB indexet, hisz az egész alfejezet erről a színrendszerről szól.

A vissza-transzformáció egyenlete:

$$C_{\text{lin}} = \begin{cases} \frac{C_{\text{pix}}}{12,92}, & C_{\text{pix}} \leq 0,04045 \\ \left(\frac{C_{\text{pix}}+a}{1+a}\right)^{2,4}, & C_{\text{pix}} > 0,04045 \end{cases} \quad (22.5)$$

A lineáris kezdés és a későbbi 2,4-es kitevő szerinti változás átlagosan egy 2,2-es gamma-értékkel közelíthető.

Ezek az egyenletek a C_{pix} pixelértéket a $[0,1]$ intervallumba skálázzák. Értelemszerűen a szokásos 8 bit/színcsatorna esetben ezt egy 255-tel való szorzással konvertálhatjuk tárolt pixel-értékké.

Megjegyzendő, hogy az sRGB-rendszer dinamika-tartománya a lineáris indítás miatt kisebb, mint egy konstans gamma értékű transzformációé. Könnyű belátni, hogy 8 bit/pixel esetén $(255 \cdot 12,92) : 1 \approx 3300 : 1$ lesz. Ez gyakran elegendő, de jó minőségű megjelenítők ennél többet tudnak és hozzájuk igazított, az sRGB-től eltérő színrendszerek szükségesek ahhoz, hogy ezek képességeit ki tudjuk használni.

14. LECKE

Színlátás IV. A szemhez illesztett rendszerek.

Kulcsszavak:

- *MacAdam-ellipszisek*
- *Munsell-féle színrendszer; hue, value, chroma*
- *CIE Lab és Luv rendszerek, YPbPr és YCbCr rendszerek*
- *képtömörítés, JPEG*

Sok alkalmazás igényli, hogy olyan színrendszert használjunk, mely tükrözi az emberi szem érzékelési sajátosságait. Az előzőekben tárgyalt rendszerek ugyanis nem ilyenek, ami sokszor zavaró hatású. A kapott színrendszereket a színes képek tömörítésénél, továbbításánál és ergonómiai számításokban is széles körben alkalmazzák.

Ajánlott irodalom: [5], [6].

23. A szemhez illesztett rendszerek

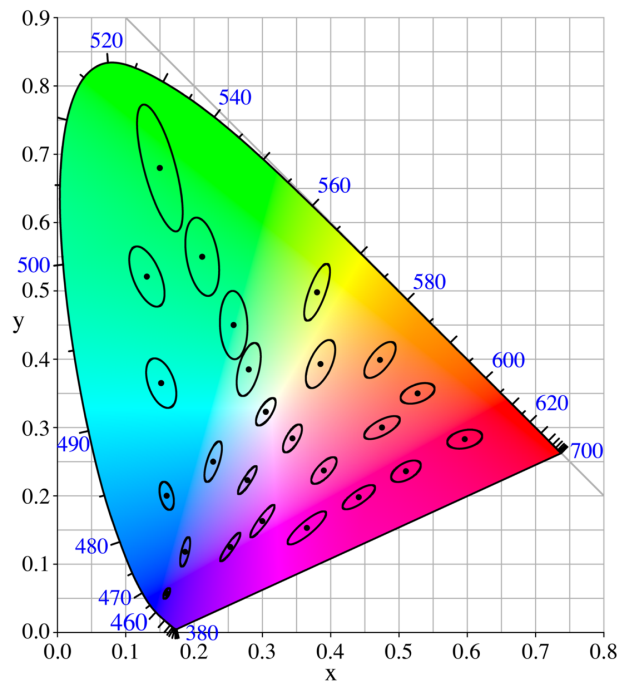
Az eddig ismertett színrendszerek alap gondolatait a szem működése adta, de a konkrét megvalósítás inkább technikai, számítási szempontokat tartott szem előtt. Gondoljunk pl. az XYZ-rendszerre, aminek a megalkotásakor a színinger-megfeleltető függvények nemnegatív volta, az RGB-rendszerből való könnyű származtathatóság voltak a fő szempontok, és bár az Y-koordináta a szem nappali érzékenységi függvényéhez illeszkedik, a színérzékelésben nem volt előírás, hogy mondjuk az X koordináta egységnyi változása a színérzet konstans megváltozását vonja maga után.

Az eddig tárgyalt rendszerek ebből a szempontból nem megfelelőek. Ezt David MacAdam kutatásai eredményeivel mutatjuk be.

Ebben a kutatásban azt vizsgálták, milyen eltérések esetén érzékeljük, hogy két szín eltér egymástól. A teszt alanya két színt látott a kísérlet során: egy rögzítettet és egyet, melynek színét az alany szabályozni tudta. (A fényűrűség rögzített, 48 cd/m^2 volt.) A kérdés az volt, hogy a szabályozható színt állítsa be a személy úgy, hogy azonosnak lássa a rögzített színnel. Természetesen ez nem tökéletes egyezést jelentett, és azonos referenciaszínhez ugyanaz az ember sem mindig ugyanúgy állította be a szabályozható, viszont ezek az eltérések információt szolgáltatottak arról, milyen színeltérés az, amit észlelni képesek vagyunk. A kísérlet azt mutatta, hogy az xy -síkbán egy adott ponthoz tartozó, attól megkülönböztethetetlen színek kis ellipsziseket alkotnak, amiket MacAdam-ellipsziseknek nevezünk. Ezek az ellipszisek egyáltalán nem azonos méretűek és irányultságúak az xy -sík különböző tartományain. A mérések eredményét a 23.1. ábra mutatja. Ezen a láthatóság kedvéért az ellipszisek lineáris méreteit 10-szeresre növelve mutatjuk be.

Látható, hogy az XYZ-rendszer nagyon nem illeszkedik színérzékelésünkhöz. Például a vörös színek esetén inkább vagyunk érzékenyek az x változására, mint az y -ra, zöld esetén pedig ez pont fordítva van. Továbbá az érzékenységek nagysága is igen eltér: például kékes árnyalatoknál már sokkal kisebb x vagy y változást is érzünk mint a zöldes tartományban.

Az emberi látás jobb megismerésének igénye és a gyakorlati alkalmazások is felvetették olyan színrendszer megalkotásának szükségességét, amely az előbbi értelemben visszatükrözi a szem színérzet-változását. E rendszerek egyik csoportja teljesen tapasztalati alapon született, más része az ismertett XYZ rendszer transzformá-



23.1. ábra. A MacAdam-ellipszisek, 10-szeresre növelt mérettel

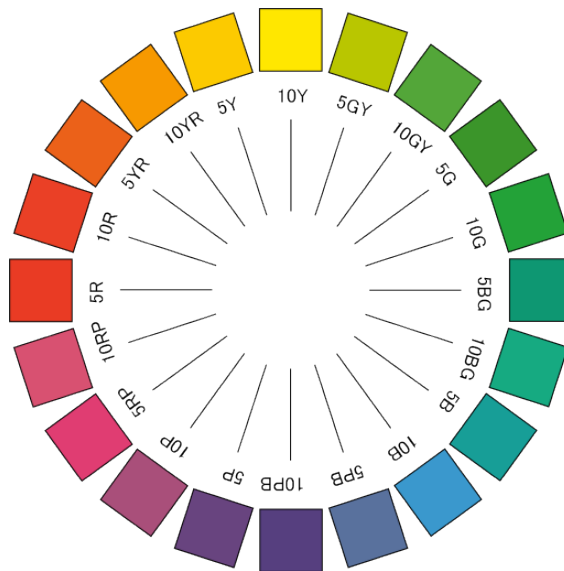
cióján alapul.

23.1. A Munsell-féle színrendszer

Albert H. Munsell festő a 20. század elején alkotta meg a róla elnevezett színrendszert. A színrendszer megalkotásakor azt a célt tűzte ki, hogy a színekhez olyan számokat rendeljen, melyek egyértelműen azonosítják a színeket és egységnyi megváltoztatásuk a azonos színérzet-változást írjon le, bármilyen színről is van szó.

Munsell tudta, hogy a csapok 3 típusa miatt a színek 3 koordinátával jellemezhetők, de koordinátáit nem fizikai mennyiségekből vezette le, hanem a színek jellemzésére használt emberi fogalmakat, a világosságot, telítettséget és a színezetet kategorizálta. A Munsell-rendszer 3 koordinátája ezért a következő lett:

- Hue (színezet): azt határozza meg, melyik teljesen telített színhez hasonlít leginkább a vizsgált szín. Munsell megfigyelése szerint a teljesen telített (élénk) színek egyrészt a tiszta színek (a szívérvány színei) a vöröstől az ibolyáig, másrészt ezek sora a lila árnyalatain keresztül folytonosan visszavezethető a színek vörös végéhez, így a színezet (hue) egy ciklikus koordinátával adható meg. Ezek specifikálásra Munsell 5 alapszínét választott: vörös (R=red), sárga (Y=yellow), zöld (G=green), kék (B=blue) és bíbor (P=purple). E színekhez hozzávette a szomszédosak közt félúton levő színeket is, azaz a sárgászöld (GY), stb. színeket ezek között pedig 5-5 átmeneti árnyalatot különböztetett meg, így összesen 100 színezet-fokozattal jellemezte a színeket. E koordinátát lehetne 0-tól 99-ig terjedő számokkal is jellemezni, de Munsell inkább olyan jelölést választott, ami az emberi gondolkozáshoz közelebb áll: az előbbi 5 alapszín 1 vagy 2 betűs jele elé írta 1 és 10 közé eső fokozati értékét úgy, hogy a 10 az alapszínnek feleljen meg. Így pl. „10Y” a sárga alapszín jelenti, az után következő színezet az „1GY”, „2GY”, ..., „10GY”, ami a zöldessárga megfelelője, és innen „1G”, „2G”, ... folytatja a sort. E ciklikus listából mutat be 20 elemet a 23.2. ábra. (Természetesen a dokumentumban használt RGB-rendszer korlátain belüli közelítéssel.)
- Value (érték, világosság): azt jellemzi, mennyire világosnak észleljük az adott színt. Munsell vizsgálatai szerint itt elegendő 0 és 10 között jellemezni a színeket. (0=fekete, 10=teljesen fehér).
- Chroma (króma): a színdúságot, a szín élénkségét jellemzi. Értéke 0 a szürke színekre, az 1, 2, 3 értékek az enyhén színezett (pasztell) árnyalatokat jelentik és a teljesen telített színek (pl. a tiszta színek) 8–16-os chroma értékkel jellemezhetők.



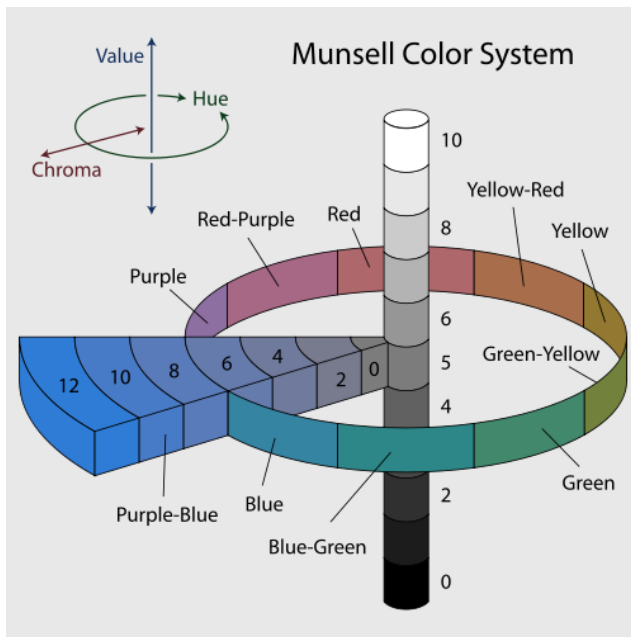
23.2. ábra. A teljesen telített színek Hue értékei a Munsell-rendszerben.

Munsell vizsgálatának érdekes eredménye volt, hogy a hue értékektől is függ, mennyi chroma-fokozat létezik, azaz ha azt akarjuk, hogy azonos színérzet-változást jelentsen 1 chroma-érték lépés, akkor pl. a piros (10R) szín esetén 16, a sárga (10Y) esetén csak 12 fokozatot különböztethetünk meg a szürke és a szivárvány szín között.

Ráadásul a legmagasabb chroma-érték a value-tól is függ: nagyon fényes és nagyon sötét színekből egyaránt kevesebb telítettség-árnyalat létezik,

A hue-koordináta ciklikus voltából következők, hogy a Munsell-féle színrendszert polárkoordinátákban érdemes megjeleníteni, ahol az 0 és 99 közötti hue-értékek 0 és 360° között szögértéknek, a value a tengely mentén

mért koordinátának, a chrome pedig a tengelytől mért távolságnak felel meg. A színek ilyenfajta ábrázolását a 23.3. ábra mutatja be.



23.3. ábra. A Munsell-rendszer koordinátái

Első pillantásra zavaró lehet a 23.3. ábra, mert a lehetséges színek egy szabálytalan testet határoznak meg. Munsell (és mások is) több kísérletet tettek arra, hogy ez a szín-test szabályosabb legyen (pl. henger alakú), de azt az eredményt kapták, hogy vagy kimaradnak bizonyos színárnyalatok, vagy az így definiálható koordináta nem tükrözi a színérzet-fokozatokat.

Az RGB és XYZ-rendszerekről elmondottak alapján érthető, miért szabálytalan a színtest. Az emberi színérzékelést lehetővé tevő csapok érzékenységi függvényei ugyanis meglehetősen speciálisak, nem szimmetrikusak, erősen átfednek, ami sok esetlegességet visz a színérzékelésbe. Ez már a színpatkók alakján tükröződik.

Jól látható, hogy emberi használatra igen alkalmas a rendszer, pl. a $H=3GY, V=6, C=3$ szín (szokásos rövidítés: „3YB 6/3”) egy inkább sárga felé hajló sárgás-zöld színt jelent, közepes világossággal és kis krómával. Némi gyakorlattal egy látott szín közelítő Munsell-értékei is meghatározhatók, amit azután egy gondosan elkészített, hiteles, nyomtatott színtérkép segítségével pontosíthatunk. Az ilyen színtérképeket nagyon gondosan, sok festéket felhasználva készítik, így ezek nemcsak az RGB-rendszer színterén belül használhatók.

Ilyen, szemmel és színatlással, színminta-gyűjteménnyel végzett színmeghatározásokat a festékgyártástól kezdve a termőtalajok osztályozásáig sok helyen használnak.

Fontos tudni, hogy több hasonló rendszer is létezik, mint a Munsell-féle, melyek az emberi színérzékeléshez vannak igazítva, de más szempontból eltérnek tőle. Pl. a Nemcsics Antal-féle Coloroid-színrendszer is a Munsell-féléhez hasonló szín-koordinátákat használ, de a konkrét értékek úgy vannak megállapítva, hogy a színtest henger legyen, azaz a világossági és színezeti koordinátáktól független legyen a telítettségi fokozatok száma. Terjedelmi okokból ezekkel a rendszerekkel itt nem foglalkozunk.

23.2. A CIELAB és CIELUV rendszerek

Az előző, emberi szemhez illesztett színrendszerek nagyon hasznosak, de eredeti formában való alkalmazásuk mindenképp emberi közreműködést igényel, így pl. egy programon belül nem használhatók. Ezért a CIE olyan transzformációkat szabványosított, melyek az X, Y és Z koordinátákból olyanokat képez, melyek metrikája hasonlít az emberi színérzékelés metrikájához. Ennek jóságát pl. az mérheti, hogy az új rendszerben a 23.1. ábrán mutatott MacAdam-ellipszisek transzformáltjai legyenek minél inkább azonos méretű körök.

E cél elérése nem egyszerű, mert az emberi szem spektrális érzékenységi függvényei nem írhatók le egyszerű formulával, és sok minden befolyásolja a színérzetet, így csak tapasztalati alapon lehet a kívánt transzformációt

keresni. Ennek során fontos egyensúlyt teremteni a képlet alkalmazhatósága és pontossága közt: nyilván, ha elég bonyolult transzformációkat is megengedünk, akkor található a színészlelést metrikában is jól leíró rendszer, de túl bonyolult képletet alkalmazni és áttekinteni is nehéz. Ráadásul túlzott pontosságra azért sem érdemes törekedni, mert az emberek színérzékelése úgyszólván kissé egyedi.

Ezért a CIE 1964-ben olyan transzformációkat fogadott el, melyek viszonylag egyszerűek, mégis sokkal egyformább MacAdam-ellipsziseket tartalmaznak, mint az XYZ-rendszer. Ezek a „CIELUV” és „CIELAB” rendszerek. E rendszerek definiálásakor egyben mód nyílt arra, hogy az emberi színadaptációt is számításba vegyék: mindegyik esetén megadhatjuk, milyen színt tekintünk „fehérnek” az adott körülmények között.

23.2.1. A CIELUV-rendszer

E rendszer 3 koordinátája: L^* , ami az érzékelt világosságot jellemzi, illetve u^* és v^* , melyek a színkoordináták. Ezek kiszámítási módja a következő:

Vegyük a transzformálni kívánt színt és annak X , Y és Z koordinátáit, és számoljuk ki az u' , v' mennyiségeket:

$$\begin{aligned} u' &= \frac{4X}{X + 15Y + 3Z} = \frac{4x}{-2x + 12y + 3} \\ v' &= \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z} = \frac{9y}{-2x + 12y + 3} \end{aligned} \quad (23.1)$$

A mérések szerint már az itt definiált (u', v') koordináta-pár kielégítő a színérzet egyenletessége szempontjából és az Y színinger-összetevő (ami a fényssűrűség-információt hordozza) kiegészítve teljes rendszert alkotnak. Abból a szempontból viszont nem lehetünk még elégedettek, hogy ez az (Y, u', v') koordináták mindegyikében nem egyenletes a színérzet-változás, és még a szem szín-adaptációját is jó lenne figyelembe venni.

Válasszunk egy „fehér” színt (azaz határozzuk meg, milyen X_f , Y_f , Z_f értékekhez viszonyítunk) és számoljuk

ki ugyanezeket az u'_f , v'_f mennyiségeket. Ezek alapján az Luv-rendszer koordinátái:

$$\begin{aligned}
 L^* &= \begin{cases} 116(Y/Y_f)^{1/3} - 16, & \text{ha } Y/Y_f > (6/29)^3 \\ (29/3)^3(Y/Y_f), & \text{ha } Y/Y_f \leq (6/29)^3 \end{cases} \\
 u^* &= 13L(u' - u'_f) \\
 v^* &= 13L(v' - v'_f)
 \end{aligned} \tag{23.2}$$

Az (L^*, u^*, v^*) koordinátahármas rendelkezik a tulajdonsággal, hogy két szín közti színérzet-különbség az ezekből képezett derékszögű koordináta-rendszerben vett Euklideszi távolsággal, azaz a

$$\Delta E_{uv} \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta u^*)^2 + (\Delta v^*)^2}$$

mennyiséggel arányos.

Érdemes megjegyezni, hogy a fenti formulák szerint L^* egy kezdeti lineáris tartományon kívül köbgyökös függvény szerint függ Y -tól. Ez azt a jelenséget írja le, hogy a beeső fénysűrűség növekedtével nemlineárisan, egyre „ellaposodóan” változik az, mennyire érezzük világosnak az adott tárgyat. Ilyen jellegű összefüggéssel már találkoztunk. a Weber-féle törvény ugyanezre a görbére egy logaritmikus függést, a fentebb tárgyalt modell 15.3. fejezet szerint egy ilyen jellegű racionális törtfüggvénnyel leírható kapcsolatot ad meg a világosság-észlelet és a retina-megvilágítás között. Hogy a köbgyökös, a logaritmikus vagy a racionális törtfüggvényes közelítés a jobb, azt valószínűleg egzaktul nem lehet eldönteni az emberi szemben zajló bonyolult folyamatok miatt. Az biztos, hogy (23.2) kielégítően jól illeszkedik a megfigyelésekhez.

Az, hogy a CIELUV rendszer metrikában illeszkedik az emberi szín-észleléshez, lehetővé teszi, hogy a Munsell-rendszerhez kissé hasonló szín-koordinátákat vezessünk be:

- Chroma (króma):

$$C_{uv}^* = \sqrt{(u^*)^2 + (v^*)^2}$$

- Hue:

$$h_{uv} = \begin{cases} \arctan(v^*/u^*) & \text{ha } v^* > 0 \\ \arctan(v^*/u^*) + 180^\circ & \text{ha } v^* \leq 0 \end{cases}$$

- Value (világosság): L^*

A mérések szerint a „telítettség” fogalmának az alábbi formula feleltethető meg:

$$s_{uv} = C^*/L^* = 13\sqrt{(u' - u'_f)^2 + (v' - v'_f)^2} \quad (23.3)$$

A Munsell-rendszerhez hasonlóan pl. h_{uv} egy ciklikus színezeti koordináta és a króma-érték maximuma ettől és a világosságtól is függ.

A teljesség kedvéért álljon itt a visszafelé transzformálás formulája is:

$$\begin{aligned} u' &= u^*/(13L^*) + u'_f \\ v' &= v^*/(13L^*) + v'_f \\ Y &= \begin{cases} Y_f \cdot L^* \cdot (3/29)^3, & \text{ha } L^* \leq 8 \\ Y_f((L^* + 16)/116)^3, & \text{ha } L^* > 8 \end{cases} \\ X &= Y(9u'/4v') \\ Z &= Y((12 - 3u' - 20v')/4v') \end{aligned} \quad (23.4)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{9u'}{6u' - 16v' + 12} \\ y &= \frac{4v'}{6u' - 16v' + 12} \end{aligned} \quad (23.5)$$

23.2.2. A CIELAB-rendszer

Az előzőkehez hasonlóan definiált rendszer. Transzformációs formulái:

$$\begin{aligned} L^* &= 116 g(Y/Y_f) - 16 \\ a^* &= 500 [g(X/X_f) - g(Y/Y_f)] \\ b^* &= 200 [g(Y/Y_f) - g(Z/Z_f)] \end{aligned} \quad (23.6)$$

ahol

$$g(t) = \begin{cases} t^{1/3} & \text{ha } t > (6/29)^3 \\ \frac{1}{3} \left(\frac{29}{6}\right)^2 t + \frac{4}{29} & \text{különben} \end{cases} \quad (23.7)$$

A visszafelé transzformáció értelemszerűen definiálható.

A CIELUV-hoz hasonlóan itt is definiálható egy színkülönbség fogalom:

$$\Delta E_{ab} = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2}.$$

A CIELAB olyan értelemben illeszkedik az emberi színérzékeléshez, hogy bármilyen tartományban is vagyunk, azonos ΔE_{ab} -vel jellemezhető színkülönbség azonos változást jelent az észlelt színnél.

Az a^* és b^* értékekből kiindulva a CIELUV rendszerhez hasonlóan definiálható egy ciklikus színezeti koordináta (hue) és egy, króma jellegű is. Természetesen ez a színrendszer is szabálytalan színtestet eredményez.

23.3. Egyszerűsített világosság-színezet rendszerek

A CIELUV és CIELAB rendszerek minden színre működnek, hátrányuk viszont hogy távol állnak az elterjedt RGB-rendszertől és színtestük szabálytalan. Gyakorlati célokra sokszor igen jó egy olyan rendszert használni, mely közelebbi kapcsolatban áll az RGB-vel és a CIELUV és CIELAB rendszerekhez hasonlóan egy világossági és két színezeti koordinátával írja le a színt. Az, hogy az RGB-ből könnyen számolható rendszert akarunk, azt is jelenti, hogy pl. korlátozott lesz a gamutunk vagy nem lesz egyenletes ezekben az emberi színérzékelés, de sok alkalmazásban ez elfogadható, viszont sokat nyerünk a világosság-színezet kettéválasztással. (Azokról a területekről, ahol ezt célszerű alkalmazni, rövidesen szólunk.)

23.3.1. Az YPbPr és YCbCr-rendszerek

E rendszerek alapötlete, hogy az első csatorna az XYZ-rendszer középső, észlelt fényességgel arányos tagját tartalmazza, a másik kettő pedig a kék (blue) és vörös (red) ettől mért különbségét. Így tehát szürke kép esetén

az utóbbi két komponens 0 lesz, más esetekben pedig a kék és vörös komponensek átlagosnál erősebb vagy gyengébb voltát fejezik ki a pozitív vagy negatív színezet-komponensek.

Ez az ötlet eredetileg a színes televízióadások továbbításánál lépett fel. Itt ugyanis célszerű volt a fényerőségi jelet (Y) és a színelkülönbségi jeleket szétválasztani. A színelkülönbségi jelek olyan frekvenciatartományban lettek kódolva, amit a fekete-fehér TV-készülékek nem használtak, a fényerőségi jel viszont azonos módon lett továbbítva, így ugyanaz a jel alkalmas volt a régebbi, fekete-fehér és az újabb, színes készülékekhez is.

A transzformációs formuláknál fontos a normálás. Olyan rendszert használva, amikor a színcsatorna-értékek a $[0; 1]$ intervallumba vannak skálázva az alábbi módon lehet e rendszereket definiálni:

$$\begin{aligned} Y' &= K_r \cdot R' + (1 - K_r - K_b) \cdot G' + K_b \cdot B' \\ P_b &= \frac{1}{2} \cdot \frac{B' - Y'}{1 - K_b} \\ P_r &= \frac{1}{2} \cdot \frac{R' - Y'}{1 - K_r} \end{aligned} \quad (23.8)$$

Itt a vessző azt jelzi, hogy a $[0; 1]$ intervallumba transzformált komponensekkel számolunk. Könnyű belátni, hogy ekkor Y' is ebbe az intervallumba esik, de a színezet-komponensek $-0,5$ és $+0,5$ közti értékeket vesznek fel.

A K_b és K_r együtthatók értékét szabvány rögzíti. Jelenleg a legelterjedtebb a

$$K_b = 0,114; \quad K_r = 0,299 \quad (23.9)$$

értékek használata, de az újabb televíziós szabványok (pl. a HDTV) ezektől eltérő értékeket specifikálnak.

Mivel K_b és K_r a fényességkomponens kiszámításakor a G és R komponensek súlya, első pillanatra meglepődhetünk, értékük miért nem 0,011 illetve 0,177, ahogy az (19.11)-ből következne. Az eltérés magyarázata az, amit az sRGB-rendszerrel már említettünk: az eredeti RGB-szabvány nagyon nehezen megvalósítható hardveresen, ezért eszközeink módosított, saját rendszert használnak. K_b és K_r értékei ezekhez igazítva lettek meghatározva.

Az YCbCr-rendszer az előzőekben ismertetett YPbPr-ből egyszerűen származtatható: csupán a megfelelő értékek átskálázását jelenti alkalmazásfüggő intervallumba. Például digitális képtárolás esetén gyakran a $[0; 255]$ intervallumba eső egész értékeket használjuk színcsatorna-tárolásra. Ilyenkor az (23.8) egyenletből kiszámolt Y' értéket egyszerűen 255-tel szorozzuk és 16-ot hozzáadunk, a színezet-koordinátákat pedig a 255-tel való szorzás után még 128-cal megnöveljük, hogy a pozitív tartományba kerüljünk.

23.3.2. A HSV és HSL-rendszerek

A korábban tárgyalt CIELAB és CIELUV rendszerek ciklikus koordinátái igen szemléletes jelentésűek, egyenletek is színérzékelés szempontjából, de kiszámításuk bonyolult. Ehhez hasonló rendszerek az itt következő HSL és HSV rendszerek: ezek ugyan nem biztosítanak egyenletes színérzékelési tulajdonságot, viszont könnyű számolni őket az RGB adatokból és megtartják a koordináták szemléletes tulajdonságát, azaz hogy pl. egy „közepesen telített narancssárga árnyalat, alacsony fényességgel” megfogalmazásból közelítőleg meghatározhatjuk a színkoordinátákat.

Természetesen az, hogy az RGB-koordinátákból indulunk ki, veszélyesen eszközfüggővé teszi ezeket az értékeket. Mindezek ellenére a számítógépes grafikában nagyon hasznos tud lenni ezek használata.

A konverziós formulák ötlete az, hogy az R , G és B értékek maximumát és minimumát kikeressük (Max , Min). Ezek átlaga jellemzi, mennyire világos a szín, relatív különbségük meg a telítettséget írja le számszerűen, ahol pedig ez a maximum bekövetkezik, az a színezettség jellemzője.

A HSL-rendszer definíciója:

$$H = \begin{cases} 0, & \text{ha } Max = Min \\ 60^\circ \cdot \frac{G-B}{Max-Min} \bmod 360^\circ, & \text{ha } Max = R \\ 60^\circ \cdot \frac{B-R}{Max-Min} + 120^\circ, & \text{ha } Max = G \\ 60^\circ \cdot \frac{R-G}{Max-Min} + 240^\circ, & \text{ha } Max = B \end{cases} \quad (23.10)$$

$$L = (Max + Min)/2 \quad (23.11)$$

$$S = \begin{cases} 0, & \text{ha } Max = Min \\ \frac{Max-Min}{Max+Min} = \frac{Max-Min}{2l}, & \text{ha } l \leq \frac{1}{2} \\ \frac{Max-Min}{2-(Max+Min)} = \frac{Max-Min}{2-2l}, & \text{ha } l > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (23.12)$$

A HSV-rendszer H értéke ugyanaz, mint (23.10), de a másik két koordináta különbözik:

$$S = \begin{cases} 0, & \text{ha } Max = 0 \\ \frac{Max-Min}{Max} = 1 - \frac{Min}{Max}, & \text{különben} \end{cases} \quad (23.13)$$

$$V = Max \quad (23.14)$$

A HSL és HSV rendszerekkel gyakran találkozunk rajzolóprogramokban, pl. a színkiválasztó eszközöknél. Az, hogy az RGB-rendszerrel azonos a gamutjuk, előnyös, mert pontos megfeleltetés adható meg, a gamutok között, de az RGB rendszer hátrányait is megtartjuk. Mindezek ellenére igen hasznos tud lenni egy kép HSV-be transzformálása, mert pl. jobban kiütkeznek az eltérő színű foltok.

24. A színelmélet műszaki alkalmazásai

A színelmélet számtalan alkalmazást nyer a gyakorlatban, melyek közül a legfontosabb területeket szeretnénk felvillantani. E gyors áttekintés a színelméleti vonatkozásokra utal, nem az eszközök általános leírása kíván lenni.

24.1. Színes hardverek

Nyilvánvaló, hogy színes képmegjelenítést csak alapos színelméleti alapok megléte és azok technikai megvalósítása esetén lehet megoldani. Nem véletlen az sem, hogy a színmérő rendszerek első szabványosítása 1931-ben történt, a színes televíziózás hajnalán.

Képcsöves készülékek. A hagyományos, képcsöves TV-készülékekben és monitorokban lényegében RGB-rendszerű a *megjelenítés*: egymáshoz közeli vörös, zöld és kék fénypor-szigetek jelenítik meg a színeket, melyeket a képernyőhöz közel hajolva, esetleg kis kézi nagyítót használva meg is figyelhetünk. A gyártás során természetesen nehéz pontosan az RGB (vagy sRGB) szabvány előírásait tartani, ezért az alapszínek színeképe nem lesz pont ott, ahol a szabvány azt rögzíti. (Lásd pl. a ... képet egy hagyományos CRT, azaz „Cathode Ray Tube” monitor színeképéről.) Ilyenkor a készülék maga egy színkészlet-transzformációt használ, ami a szabványos RGB értékeket a készülék saját RGB értékeivé alakítja. Ez azonban a színterek szélén óhatatlanul információvesztéshez, színhamisításhoz vezet, amit legjobban úgy tudunk csökkenteni, ha a fénykibocsátók színeképe közel megfelel a szabványbelinek.

A hagyományos, analóg *képtovábbítás* azonban nem közvetlen RGB-ben történik, aminek történeti okai vannak. Olyan színkódolást kellett ugyanis alkalmazni a színes adások bevezetésekor, hogy a régi, fekete-fehér készülékek is megjelenítsék a képet, de a színinformáció is benne legyen az adatfolyamban. Ezt úgy oldották meg, hogy a képet egy YCrCb-hez hasonló rendszerben sugározzák, azaz a fényességet és a két színekoordinátát szétbontják és a fényességinformációt ugyanolyan frekvencia viszi, mint a fekete-fehér adásokban, a színekoordinátákat viszont olyan helyre tették a sugárzásban, amit a fekete-fehér készülékek nem használnak. Természetesen e szellemes megoldás is sok technikai részletkérdést vet fel, de ezek tárgyalása a speciális távközlési kurzusokra tartozik.

Folyadékkristályos megjelenítők. Az utóbbi években nagyon elterjedtek az folyadék-kristályos kijelzők, melyeket angol rövidítésük alapján többnyire LCD-nek (Liquid Cristal Display) hívunk. Ezek sok változattal rendelkeznek, de az alapötlet azonos: egy háttérvilágítás fényét megsűrjűk egy-egy olyan szűrővel, melyben olyan folyadékkristály helyezkedik el, ami elektromos feszültséggel vezérelhető: egyik állapotában átengedi a fényt, a másikban nem.

Ez a szabályozhatóság annak köszönhető, hogy bizonyos folyadékkristályokban elektromos térben úgy rendeződnek a molekulák, hogy csak egyik polarizációs irányt engedik át és két ilyen réteg egymáson átereszt, ha azonos polarizációs irányba vannak beállítva, de nem ereszt át, ha egyik az egyik, másik a másik polarizációt engedné át.

Az LCD-k egyes elemi cellában tulajdonképpen kivonó színkeverés történik: a háttérvilágítást egy kicsi szín-szűrőn engedik át, hogy az alapszint pontosan beállítsák. Az így előálló elemi fényforrások sűrűn egymás mellett helyezkednek el, így a távolról az eszközre néző ember szemében felbontáshatár alatt maradnak, ezért a közeli elemi cellák fénye additív színkeveréssel összemosódik.

Ezt tudva megérthető, hogy pl. laptopunk LCD-je sötét kép megjelenítésekor miért nem fogyaszt kevesebbet, mint tiszta fehér képernyő esetében: mindkét esetben azonos a háttérvilágítás, csak más arányban engedjük át a fényt. Energiát megtakarítani LCD-k esetén a háttérvilágítás csökkentésével ill. kikapcsolásával lehet.

Az LCD-k háttér-világítást megszűrő jellegéből egy másik fontos tulajdonság adódik: a régebbi LCD-k egy képelemének színe távolabb áll a monokromatikustól, mint a CRT-ké, hisz ha nagyon szűk tartományt engednénk át, akkor a fény nagy része kárba veszne. A szélesebb spektrumú alapszínkép viszont a fentiek szerint kisebb színteret eredményez, ezért általában a CRT-k több szín megjelenítésére képesek, mint a régi fajta LCD-k. A LED-es háttér-világítású („LED-LCD”) képernyők esetén már a háttérvilágítás is közel monokromatikus, így kevés fogyasztás mellett nagy területű gamut érhető el.

Természetesen az LCD és CRT kijelzők közt még számtalan egyéb különbség is van pl. a képfrissítési frekvencia vagy a látószög tekintetében, de itt csak a színtant érintő területeket tárgyaljuk röviden.

Lézeres megjelenítők. A lézerek a leginkább monokromatikus fényforrások, amiket ismerünk: az emberi érzékelés szempontjából tökéletesen egyszínűnek tekinthetők. Kézenfekvő a gondolat, hogy lézerek segítségével igen széles színterű megjelenítőket lehet építeni. A sok felmerülő technikai probléma (pl. használható kék színű lézer kifejlesztése) miatt azonban csak mostanra jutott el a technika ilyen eszközök tömeggyártásának lehetőségéhez. Az így gyártott „lézer-TV” készülékek elvi lehetőségei igen nagyok a színhúség, kontrasztarány és egyéb képjellemzők tekintetében. Nem üres reklámszöveg az, hogy egy lézer-TV kétszer annyi színt tud megjeleníteni, mint egy hagyományos CRT vagy LCD-kijelző: a gamut valóban lehet ennyivel nagyobb.

Szerencsétlen körülmény azonban, hogy a legtöbb videó-formátum (lásd lentebb) a meglévő hardverek szűkebb színteréhez alkalmazkodik, azaz pl. sRGB-t vagy abból származtatott rendszert használ, így a felvételek többsége

már eleve nem is tartalmaz olyan árnyalatokat, amit csak a lézer-TV tud, a többiek nem. Így egy (jelenleg meglehetősen drága) lézeres megjelenítőn sem tudunk igazán nagy színteret élvezni, ha nem speciális felvételeket használunk vagy nem bízunk rá magunkat egy automatikus színekészlet-tágító eljárásra, ami a szűkebb gamutot „felfújja”. Ilyen mesterséges módszerek élénkebbé tehetik a színeket, ami látványos effektus, de nem tudni, milyen esetben hamisítjuk meg a színt olyan mértékben, hogy az már zavaró a nézőnek.

Színes CCD-k. A CCD-k (Charge Coupled Device) olyan elektronikus eszközök, melyek szabályos rendben (általában négyzethálóban) rendezett fényérzékelőkből állnak, melyek az expozíciós idő alatt beérkező össz besugárzással arányos töltést halmoznak fel, figyelembe véve természetesen az eszköz spektrális érzékenységi görbéjét. Egy CCD-t egy lencserendszer mögé helyezve képalkotó eszközhöz jutunk, mely a lencsék által alkotott valódi képet elektromos jelek sorozatává alakítja. Ilyen megoldással találkozunk pl. a digitális fényképezőgépek és videó-kamerák esetében.

A CCD-k egy-egy képpontja (érzékelője) rendelkezik egy spektrális érzékenységi függvénnyel, ami az emberi szemétől jelentősen eltér: vörösben relatíve nagyobb értékeket vesz fel és kissé a közeli infravörösbe is átnyúlik. A színes képalkotásnak alapvetően két módszere van a CCD-k esetén:

- A CCD felületére jól meghatározott rendben színszűrő réteget visznek fel, ami az egyes pixelekre a vörös, zöld vagy kék tartományba eső fotonokat engedi. A legtöbb CCD esetén a pixelek négyzethálós elrendezésűek, ekkor 2x2-es blokkokban 2 zöld és 1-1 vörös ill. kék érzékeny képpontot szokás felvinni. A zöld dominanciáját az emberi szem érzékenységi függvényéhez való alkalmazkodás indokolja. (Bayer-szűrő.)

Ritka, de előfordul, hogy a CCD felületén a pixeleket háromszöghálóban helyezik el és akkor a három színt komponensnek egy-egy pixel jut blokkonként.

Ez a megoldás található a legtöbb eszközben és jól láthatóan korlátozást jelent: a színinformáció valójában a CCD felbontásánál kétszer durvább rácson képződik (mindkét irányban). Az ilyen megoldás esetén az eszköz képpontonként a szomszédos pixelek átlagolásából képez színinformációt minden képpontra, ami óhatatlanul kisebb pontosságot jelent.

- A másik megoldás pontosabb, érzékenyebb, de drágább: egy speciális prizmarendszerrel a 3 alapszínnek megfelelően szétválasztják a bejövő fényt és e három ág mindegyikét 1-1, szűrőt nem tartalmazó CCD-re vezetik. Nyilvánvaló, hogy ez az eszköz költségesebb és bonyolultabb, mint az előző megoldás, de előnyei is jelentősek: itt minden pixelen teljes színinformáció képződik, ráadásul a fényhasznosítás is sokkal jobb, mivel elvileg minden fotont felhasználunk, míg az előző esetben a fotonok mintegy 1/3 része éri el a CCD-t, mert a többit a színszűrő kiszűri.

Látható tehát, hogy nem olyan egyszerű folyamatok állítják elő megszokott eszözeinkben a színes képet. Ezek hétköznapi használat esetén általában nem éreztetik hatásukat, de ha a képeket pl. mennyiségi elemzésnek, képfeldolgozásnak vetjük alá, akkor az eszközök korlátaival mindenképp számolni kell.

24.2. Számítógépes képfarmátumok, tömörítési eljárások

Számítógépes képtárolásra a legkézenfekvőbb módszer az RGB-értékek sorfolytonos tárolása, hisz ez áll a megjelenítő eszközök többségéhez közel. Ez az egyszerű módszer azonban sok problémát vet fel:

- Mindig az RGB értékek tárolása a legcélszerűbb? Az RGB-rendszer korlátozott színkészlettel rendelkezik, ráadásul ez néhol bővebb, néhol szűkebb, mint mondjuk a CMYK-rendszer gamutja. Alkalmazásoktól függetlenül ezért esetleg nem az RGB, hanem az Adobe RGB vagy a CMYK színrendszer-beli tárolás jobb lehet.
- Milyen számábrázolást használjunk az értékek tárolására? Ha minden komponenst nagy pontossággal, mondjuk 32 bites egész vagy lebegőpontos számmal jelölünk, akkor nagy színhűség érhető el, de a fájlok mérete óriási lesz és a legtöbb alkalmazásban az ilyen precízség felesleges. Széles körben elterjedt a színkomponensnek 8 biten való ábrázolása, ami sokszor elegendő, de néha már szabad szemmel is látszik a véges pontosságból eredő hiba (pl. csak 256 szürke-fokozat van), és ha a képet feldolgozzuk (pl. más színrendszerbe transzformáljuk, kiegyenlítjük a fényssűrűség-eloszlást, ...) ezek hatása bántóan előjöhet.
- Hol találunk megfelelő tárhelyet egy nagyobb képgyűjteménynek vagy hosszabb mozgóképnek? A színadatok direkt tárolása ugyanis igen nagy helyigényű. Egy átlagosnak mondható 4 megapixeles állókép 8-8-8

bites RGB-rendszerű közvetlen tárolása kb. 12 MB helyet foglalna, egy 720×576-os felbontású mozgókép minden perce 1,9 GB lenne, ami még a mai háttértárolóknak is túl nagy helyigény.

Ilyen, és hasonló problémák miatt csak a legegyszerűbb álló- és mozgókép-formátumok tárolják közvetlenül a nyers RGB adatokat. Az alábbi eljárások több képformátumnál előfordulnak:

- RGB helyett a szubtraktív CMYK-ban tárolni a képet, ha nyomdai felhasználásra készül.
- RGB helyett Yuv, CIELAB vagy hasonló rendszerben tárolni a képet, azaz különválasztani a világosság-információt a színtől. Az ilyen tárolás lehetővé teszi pl. azt, hogy a világosság-információt teljes, de a színinformációt egy kisebb felbontású rácson tároljuk, ami ugyan meghamisítja a képet, de a kísérletek szerint az ilyen hibára szemünk kevésbé érzékeny. Ráadásul ha a szem színérzékelését tükröző rendszert, mondjuk CIELAB-ot használunk, kis minőségromlás mellett megtehetjük, hogy a világosságot 8, a színkoordinátákat 6-6 bit pontossággal tároljuk csak. (Ezt néhány erősen tömörítő videoformátum használja.)
- Ha nagy színhűség a követelmény, vagy a képet várhatóan további feldolgozásnak kell alávetni, akkor színcsatornánként több bites ábrázolás szükséges. Szabványos fájlformátumokban elterjedt a színenkénti 16 vagy 32 bites egész vagy a 32 bites lebegőpontos ábrázolás. Ezeket a formátumokat „High Dynamic Range”, azaz HDR-formátumnak nevezzük. Ezen kívül sok hardvereszköz, pl. szkennerek vagy fényképezőgépek a leképezést színcsatornánként 10 vagy 12 biten végzi, és az ehhez való hozzáférést a felhasználóknak is biztosítja. Az ilyen nyers (raw) belső formátumok azonban általában nem szabványosítottak és speciális szoftver kell kezelésükhöz.
- Az adatsorokban talált szabályosságok alapján tömöríteni a képet. Ez az eljárás lehet tisztán matematikai jellegű (pl. észrevenni az egymást követő sok azonos értékű pixelt vagy bonyolultabb ismétlődő mintázatokat), de a kép tulajdonságait jobban kihasználó is. (Pl. a kép egyes részeinek Fourier-transzformáltjában csak a legnagyobb komponensek megtartása.)
- Mozgóképek esetén az egymást követő képek általában hasonlítanak egymásra, így sokszor megéri, hogy egy-egy képkocka eltárolása mellett a következő néhány esetén csak az egymás utániak különbségét tároljuk valamilyen tömör formában.

A témakör igen nagy, de jól láthatóan sok köze van a szintanban tanultakhoz. Nemcsak az előbb direkt módon felsorolt eljárások miatt, hanem olyan közvetett módon is, hogy egy szokásos tájkép, portré, stb. esetében a színezet-komponensek általában lassabban változnak, mint a fényesség, így mondjuk YCrCb-rendszerű ábrázolásakor a Cr és Cb komponensek jobban tömöríthetőek, mint az Y, vagy mint ahogy a R, G és B komponensek.

Ennek belátáshoz gondoljunk bele, hogy mondjuk egy egyszínű ruhadarab RGB-komponenseinek mindegyike változik, ahogy a ruha egyes részei (követve az emberi testet) más és más szög alatt kapják a megvilágítást, így más világosságúak lesznek a képen. YCrCb-ben viszont csak az Y követi ezt a változást, a színezet-komponensek nem. Természetesen egy gyakorlati esetben a szórt fények miatt a színezet-komponensek sem lesznek tökéletesen konstansok, de Y-nál és az RGB-komponenseknél sokkal lassabban fognak változni egy tárgy képén belül, de ez a lassabb változás nagyobb tömörítést tesz lehetővé.

24.3. Képfeldolgozás

Egy összetett kép elemzésében sokat segíthet egy megfelelő színrendszerre való transzformálás. Ha pl. egy változó megvilágítású és geometriájú képsorozat elemein kell ugyanazt a tárgyat megtalálni, érdekesebb a színezet-komponenseket figyelni, azaz a tárgy keresését YCrCb-ben vagy HSV-ben végezni.

Sok képjavító, részletkiemelő eljárás is jobban fogalmazható meg a szokásos RGB-rendszerből eltérő színterekben. Például a színek „élénkíthető”, ha a HSV-re transzformált képen az S (saturation, telítettség) komponenst alkalmasan választott transzformációval (mondjuk 1,2-vel való szorzással) megnöveljük minden képpontban. Egy ilyen transzformáció jól jöhet régi fényképek feljavításánál, rossz látási viszonyok között készült képeknél.

25. Függelék

25.1. A térszög

A síkban az irányok egy halmazának nagyságát a **szög** fogalmával jellemezzük. Ennek jól ismert módja az, hogy egy pont köré egységnyi sugarú kört rajzolunk, megjelöljük a körvonalon azokat a pontokat, melyek a vizsgált irányokban vannak a ponttól nézve, és a körvonalon így kijelölt ívhossz nagysága adja meg ívmértékben, azaz **radiánban** az irányok halmazának nagyságát, azaz a szög értékét.

A térbeli irányok halmazának nagyságát az előzőekhez hasonlóan képezett mennyiséggel, a **térszöggel** jellemezzük. Képzeljünk egy egység sugarú gömböt a vizsgált pont köré, jelöljük be ennek felületén a vizsgált irányhalmazba eső pontokat és az így kijelölt, gömb felszíni alakzat területét tekintjük a térszög nagyságának. A síkbeli szög elnevezéséhez hasonlóan ezt **szteradiánnak** nevezzük és általában „sr” betűkkel rövidítjük.

Mivel az egység sugarú gömb felszíne 4π , ezért a teljes térszög, azaz az összes lehetséges irányt tartalmazó szög 4π sr, míg pl. egy sík terepen állva az égbolt térszöge ennek fele, azaz 2π sr.

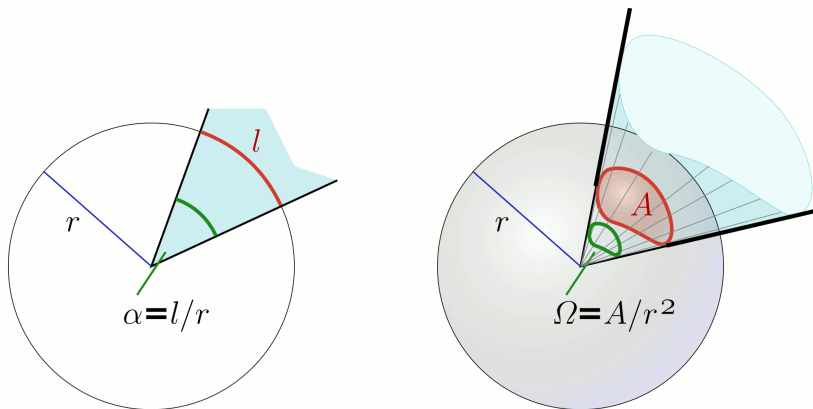
Más esetekben a térszöget egyszerű számítással kell meghatározni. Ehhez hasznos meggondolni, hogy egység sugarú gömb helyett használhatunk tetszőleges r sugarút is, és ha ezen az irányok egy A felületet határoznak meg, akkor az irányhalmaz térszöge:

$$\Omega = \frac{A}{r^2}. \quad (25.1)$$

Könnyű belátni, hogy adott irányhalmaz esetén ez nem függ a választott gömb sugarától, mert egy gömböt felfújva a felszíni alakzatainak lineáris méretei a sugárral egyenes arányban, azok felszíne pedig a sugár négyzetével egyenes arányban növekszik.

Ezért ha egy r távolságban lévő tárgy méretei sokkal kisebbek, mint r , és felénk A felületét fordítja, akkor (25.1) adja meg, hány szteradián térszög alatt látjuk.

A 25.1. ábrán a szög és a térszög fogalmát mutatjuk be szemléletesen.



25.1. ábra. A szög és a térszög fogalmának szemléltetése

25.1. feladat: Hány szteradiánt jelent az α fél-nyílásszögű kúp által meghatározott térszög?

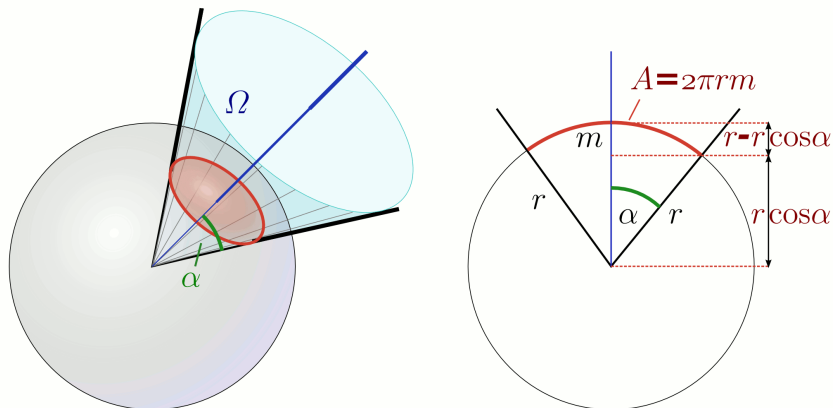
Megoldás: Egy r sugarú gömb középpontjába téve az α fél-nyílásszögű kúpot, annak belsejébe a gömb felszínének egy $m = r - r \cos \alpha$ magasságú, göbbsüveg alakú része fog esni. (Lásd 25.2. ábra.) Ennek felszíne:

$$A = 2\pi r m = 2\pi r^2(1 - \cos \alpha),$$

ami nyilván

$$\Omega = \frac{A}{r^2} = 2\pi(1 - \cos \alpha) \tag{25.2}$$

térszögnek felel meg.

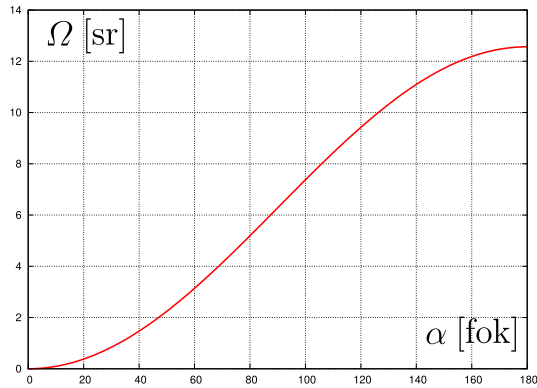


25.2. ábra. Egy kúp által meghatározott térszög.

Az eredményt a 25.3. ábrán mutatjuk meg grafikusán. Érdekes néhány nevezetes értéket megnézni: pl. egy 45° fél-nyílásszögű kúp kb. 2 sr térszöget határoz meg, míg az 1 sr érték 33° -os kúpnak felel meg.

A gyakorlatban sokszor érdekes az $\alpha \ll 1$ eset egyszerűbb formulával való közelítése is. Kis szögekre $\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2/2$, így

$$\Omega \approx \pi \alpha^2, \quad \text{ha } \alpha \ll 1.$$



25.3. ábra. Egy kúp által meghatározott térszög grafikonja.

25.2. A Dirac-delta

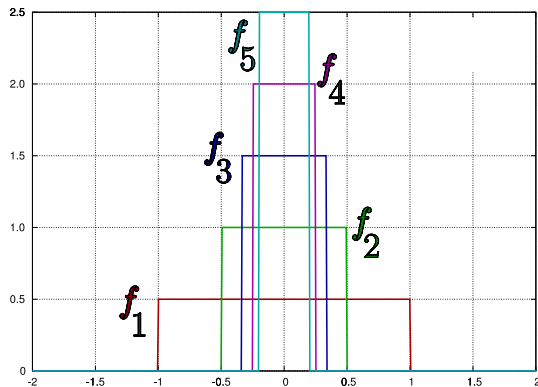
A **Dirac-delta** függvény egy különleges matematikai objektum, mely az információelmélet, jelfeldolgozás, folyamatirányítás és számtalan egyéb területen nagyon fontos alkalmazást nyer. A könyv olvasója talán már találkozott is vele, talán nem, ezért itt röviden összefoglaljuk a vele kapcsolatos tudnivalókat.

Matematikai szigorúsággal a „Dirac-delta” nem is függvény, hanem egy úgynevezett disztribúció, mely megadható függvénysorozatok határértékeként, azaz a gyakorlatban tetszőleges rögzített pontosság mellett létezik egy megfelelő közelítése, ami valóban függvény a szó eredeti értelmében. Céljainknak megfelel, ha a pontos matematikai megfogalmazásoktól itt eltekintünk, csak egy szemléletes képet adunk, mely alapján a Dirac-delta fő tulajdonságai és a rá vonatkozó fontos összefüggések megérthetők.

Tekintsük a függvények következő sorozatát:

$$f_n(x) = \begin{cases} n/2 & , \text{ ha } |x| < 1/n \\ 0 & \text{különben.} \end{cases} \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (25.3)$$

Az $f_n(x)$ függvények mindegyike csak $-1/n$ és $+1/n$ közt tér el 0-tól, ott viszont olyan értéket vesz fel, hogy integrálja 1 lesz. Egyre nagyobb n -ekre tehát a 0 egyre kisebb környezetére koncentrált függvényekről van szó, melyek azonban egyre magasabb grafikonúak lesznek, miközben a grafikon alatti terület állandó marad. (Lásd 25.4. ábra.)



25.4. ábra. Dirac-deltát megközelítő függvény-sorozat első 5 tagja.

„Dirac-deltának” e függvény-sorozat a szokásosnál kicsit általánosabb értelemben vett „határértékét” nevezzük, azaz formálisan azt írhatjuk, hogy:

$$\delta = \lim_{n \rightarrow \infty} f_n \quad (25.4)$$

Könnyű belátni, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x \neq 0 \\ \infty & , \text{ ha } x = 0, \end{cases} \quad (25.5)$$

ezért a függvénysorozat pontról pontra vett határértéke a 0 kivételével mindenütt 0 értéket vesz fel, a 0-ban viszont végtelent. Mivel a függvény-sorozat minden elemének 1 az integrálja, ezért azt várjuk, hogy a határértéküknek is megmarad e tulajdonsága. Emiatt szokták pongyolán azt mondani, hogy „A Dirac-delta egy olyan függvény, ami mindenütt 0, kivétel a 0-ban, mert ott végtelen, de annyira végtelen, hogy integrálja 1.”

A Dirac-delta leghasznosabb tulajdonsága akkor derül ki, ha egy tetszőleges g függvényre kiszámítjuk az alábbi integrált:

$$G_n = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_n(x) dx. \quad (25.6)$$

f_n fenti definíciója szerint

$$G_n = \frac{n}{2} \cdot \int_{-1/n}^{1/n} g(x) dx, \quad (25.7)$$

azaz G_n szemléletes jelentése: $g(x)$ átlagos értéke a $[-1/n, +1/n]$ intervallumon. Amennyiben $g(x)$ folytonos a 0 pontban, akkor nyilván

$$\lim_{n \rightarrow \infty} G_n \left(= \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_n(x) dx \right) = g(0), \quad (25.8)$$

és így (25.4) szerint

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(x) \delta(x) dx = g(0). \quad (25.9)$$

Ezt szemléletesen úgy szokták mondani, hogy a Dirac-delta „mintavételezi” a függvényt az origóban.

Ez az elnevezés mutatja az egyik alkalmazási kört: jelfeldolgozásban egy ideális, végtelenül rövid intervallum alatti mintavételezés leírására használható a Dirac-delta. (És még sok másra is.)

A Dirac-delta legfontosabb tulajdonsága (25.9). Ebből levezethetők pl. az alábbi tulajdonságok:

A Dirac-delta egyszerűen eltolható, hogy tetszőleges pontban mintavételezni lehessen vele:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(x)\delta(x - x_0)dx = g(x_0). \quad (25.10)$$

A Dirac-delta integrálja az egységugrás-függvény („heavyside-függvény”):

$$\int_{-\infty}^{x_0} \delta(x)dx = H(x_0) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x_0 < 0 \\ 1 & , \text{ ha } x_0 \geq 0 \end{cases}. \quad (25.11)$$

A Dirac-delta deriváltja a függvény deriváltjának minusz egyszeresét mintavételezi.

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(x)\delta'(x)dx = -g'(0) \quad (25.12)$$

Ezek a tulajdonságok fontosak, de sok alkalmazásban kihasználják, pl. hogy $\delta(x)$ Fourier-transzformáltja konstans, azaz minden frekvenciájú komponenset egyenletesen tartalmaz. Gyakran kihasznált tulajdonság az is, hogy ha egy lineáris rendszer válasza $\delta(x)$ bemenetre egy ismert $h(x)$ függvény, akkor tetszőleges $g(x)$ bemenetre a rendszer $G(x) = \int g(x')h(x - x')dx'$ választ fog adni. Mindkét említett sajátosság azt mutatja, hogy lineáris rendszerek esetén igen sokat tudhatunk meg, ha ismerjük, hogy reagál a rendszer egy Dirac-delta bemenetre. Ezeket az alkalmazásokat a jelfeldolgozásban, folyamatirányításban, akusztikában és számtalan más területen is alkalmazzák. Könyvünkben azonban szinte csak (25.10)-t fogjuk alkalmazni.

Hivatkozások

- [1] Ábrahám György (szerk.): *Optika*. Panem Könyvkiadó, McGraw-Hill Book Company, 1997. ISBN: 963-545-144 [34](#), [43](#), [77](#), [152](#), [165](#)
- [2] Berta Miklós, Farzan Ruszlán, Giczi Ferenc, Horváth András: *Fizika mérnököknek*. Széchenyi István Egyetem, 2006. Elektronikus egyetemi jegyzet. [15](#)
- [3] Budó Ágoston, Mátrai Tibor: *Kísérleti fizika III. – Optika és atomfizika*. Tankönyvkiadó, 1977. ISBN 963-170-812-8 [15](#), [77](#)
- [4] Czúni László, Tanács Attila: *Képi információ mérése*. TypoTeX Kiadó, 2011. ISBN 978-963-279-494-5 [152](#)
- [5] János Schanda (ed.): *Colorimetry – Understanding th CIE System*. Wiley-Interscience, 2007. ISBN 978-0-470-04904-4 [185](#), [186](#), [190](#), [232](#)
- [6] Schanda János: *Szín és észlelet – Színtervezés számítógépes felhasználás számára*. TypoTeX Kiadó, 2011. ISBN 978-963-279-520-1. [43](#), [165](#), [185](#), [232](#)
- [7] Helga Kolb, Ralph Nelson, Eduardo Fernandez, Bryan Jones: *Webvision – The organization of the Retina and Visual System*. On-line könyv. [34](#), [152](#), [165](#), [185](#), [190](#)
-
- [8] *Atmospheric Optics*. On line képgyűjtemény. [109](#)
- [9] *RGB/XYZ Matrices*. On line gyűjtemény. [219](#)
- [10] *Colour & Vision Research Laboratory*. Színtani adatok on-line adatbázisa. [192](#)
- [11] *Hyperphysics*. On-line lexikon. [187](#)
- [12] *Mie scattering calculator*. On-line eszköz a Mie-szórás számítására. [115](#)
- [13] *Wikipedia*. On-line lexikon.