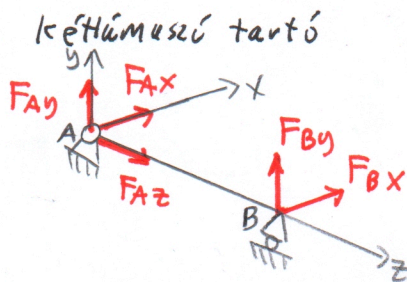


2. KONZULTÁCIÓ

RUDAK ELLENŐRZÉSE, MÉRETEZÉSE

RUDAK MÉRETEZÉSE

① TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA



- nyomatéki egyenletek A ponti tengelyekre

$$M_{Ax} = 0 = \dots \Rightarrow F_{By}$$

$$M_{Ay} = 0 = \dots \Rightarrow F_{Bx}$$

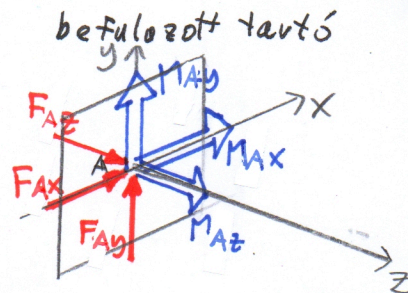
- nyomatéki egyenletek B ponti tengelyekre

$$M_{Bx} = 0 = \dots \Rightarrow F_{Ay}$$

$$M_{By} = 0 = \dots \Rightarrow F_{Ax}$$

- z irányú vetületi egyenlet

$$F_z = 0 = \dots \Rightarrow F_{Az}$$



- nyomatéki egyenletek A ponti tengelyekre

$$M_x = 0 = \dots \Rightarrow M_{Ax}$$

$$M_y = 0 = \dots \Rightarrow M_{Ay}$$

$$M_z = 0 = \dots \Rightarrow M_{Az}$$

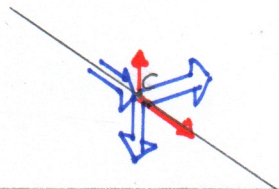
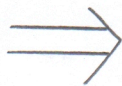
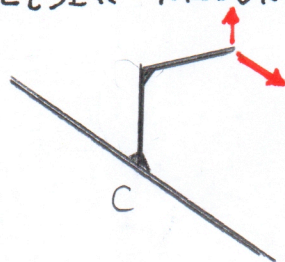
- x, y, z irányú vetületi egyenletek

$$F_x = 0 = \dots \Rightarrow F_{Ax}$$

$$F_y = 0 = \dots \Rightarrow F_{Ay}$$

$$F_z = 0 = \dots \Rightarrow F_{Az}$$

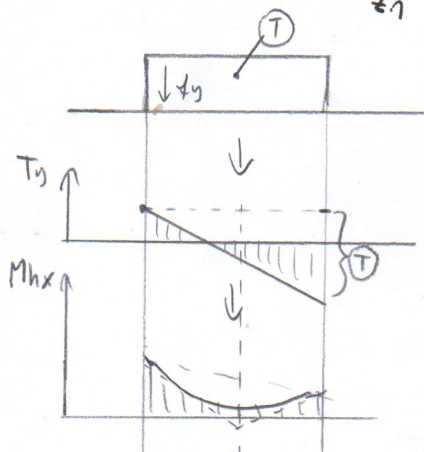
② TERHELÉSEK REDUKÁLÁSA A KÖZÉPVONALBA



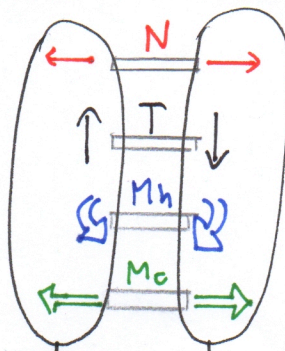
③ IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK MEGRAJZOLÁSA

$$T_y(z_2) - T_y(z_1) = \int_{z_1}^{z_2} f_y(z) dz$$

$$M_{hx}(z_2) - M_{hx}(z_1) = - \int_{z_1}^{z_2} T_y(z) dz$$



- koncentrúlt erő/nyomaték hatása



vgrás fel vgrás le

a meg felelő igénybevételei ábrán

④ VESZÉLYES KERESZTMETSZET(EK) MEGHATÁROZÁSA

→ azokat a keresztmetszeteket, ahol a legnagyobb igénybevételek lépnek fel

→ veszélyes keresztmetszet(ek) igénybevételei:

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2}$$

$$M_h = \sqrt{M_{hx}^2 + M_{hy}^2}$$

$$M_c$$

⑤ FESZÜLTSEGELOSZLÁS A VESZÉLYES KERESZTMETSZETEN

→ lásd: FESZÜLTÉGELOSZLÁSOK!

→ veszélyes pontok meghatározása

⑥ SZILÁRSÁGTANI MÉRLETEZÉS

→ a tengelyt minden veszélyes keresztmetszetben hajlításra és csavarásra méretezzük:

$$M_{red} = \sqrt{M_h^2 + \frac{\beta}{4} M_c^2}$$

$$\beta = \begin{cases} 3 & \text{MMH szerint} \\ 4 & \text{Mohr szerint} \end{cases}$$

$$\sigma_{redmax} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{M_{red}}{I_x} \frac{d}{2} \leq \sigma_{meg} \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{red}}{\sigma_{meg} \pi}}$$

→ a kapott legnagyobb átmérőt kismértékben meg növeljük és ezzel a tengelyt minden veszélyes keresztmetszetben hajlításra, csavarásra, húzásra-nyomásra, nyírásra ellenőrzük

• ellenőrzés húzás + hajlítás + csavarásra:

$$\sigma_{redmax} = \sqrt{\sigma_{zmax}^2 + \beta \tau_{yzmax}^2}$$

$$\stackrel{?}{\leq} \sigma_{meg}$$

• ellenőrzés húzás + nyírásra

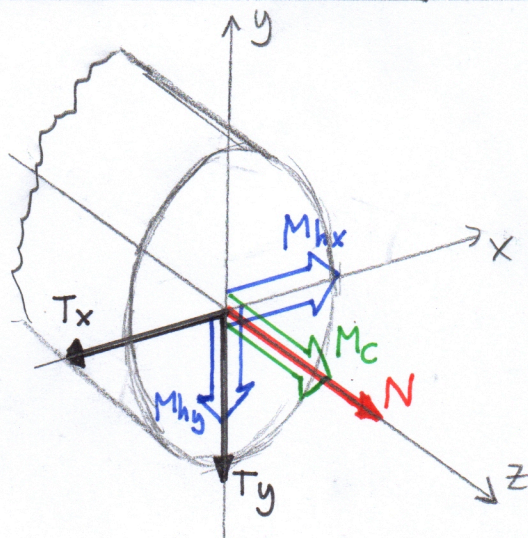
$$\sigma_{redmax} = \sqrt{(\sigma_z^N)^2 + \beta \tau_{yzmax}^2}$$

$$\stackrel{?}{\leq} \sigma_{meg}$$

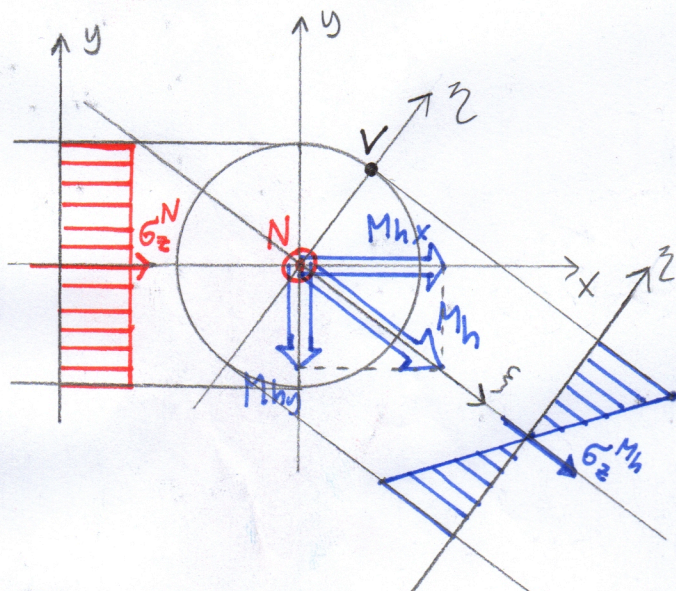
FESZÜLTSGÉGELOSZLÁSOK

⊕ értelmező igénybevételek:

- húzás N
- nyírás T
- hajlítás M_h
- csavarás M_c



⊕ értelmező igénybevételekhez tartozó feszültségeloszlások
normál feszültségek



$$\sigma_z^N = \frac{N}{A} = \text{állandó} \quad A = \frac{d^2 \pi}{4}$$

$$\sigma_z^{M_h} = \frac{M_{hx}}{I_x} y + \frac{M_{hy}}{I_y} x = \frac{M_h}{I_\xi} \eta$$

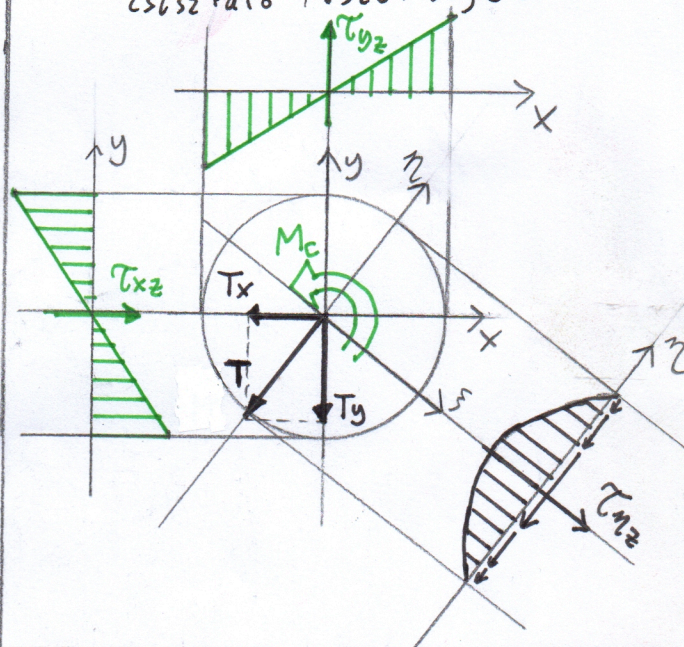
$$M_h = \sqrt{M_{hx}^2 + M_{hy}^2}$$

$$I_x = I_y = I_\xi = \frac{d^4 \pi}{64}$$

$$\sigma_{z \max}^{M_h} = \sigma_z^{M_h}(V) = \frac{M_h}{I_\xi} \frac{d}{2}$$

$$\sigma_{z \max} = \sigma_z(V) = \sigma_z^N + \sigma_{z \max}^{M_h} = \frac{N}{A} + \frac{M_h}{I_\xi} \cdot \frac{d}{2}$$

csúsztató feszültségek



$$\tau_{xz} = -\frac{M_c}{I_p} y, \quad \tau_{yz} = \frac{M_c}{I_p} x, \quad \tau_{\rho z} = \frac{M_c}{I_p} \rho$$

$$I_p = \frac{d^4 \pi}{32}$$

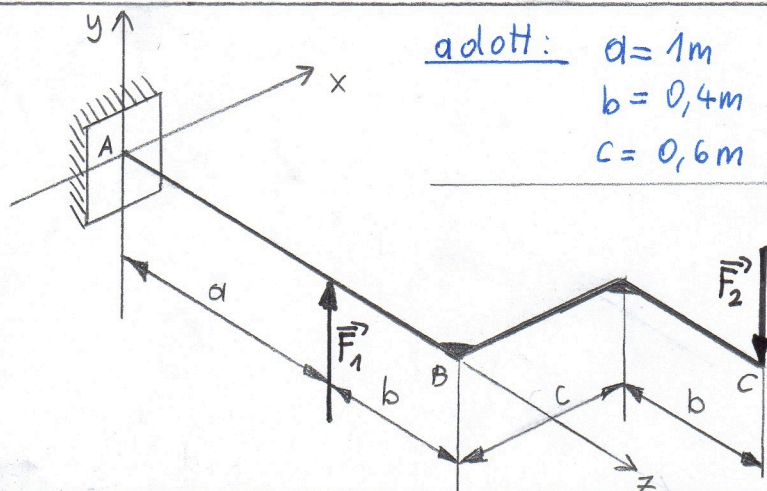
$$\tau_{\rho z \max} = \frac{M_c}{I_p} \frac{d}{2}$$

$$\tau_{\eta z} = -\frac{4}{3} \frac{T}{A} \frac{4}{d^2} \left(\frac{d^2}{4} - y^2 \right)$$

$$\tau_{\eta z \max} = \frac{4}{3} \frac{T}{A}$$

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2}$$

2.1 - TÉRBELI BEFALAZOTT TARTÓ MÉRETEZÉSE



adott: $a = 1\text{m}$
 $b = 0,4\text{m}$
 $c = 0,6\text{m}$

$$\vec{F}_1 = (400\vec{e}_y)\text{N}$$

$$\vec{F}_2 = (-800\vec{e}_y)\text{N}$$

$$R_{p,0.2} = 300\text{MPa}$$

$$n = 2$$

Feladat: AB rúdszakasz
 méretezése, ha a rúd kör-
 keresztmetszetű
 Anyírást hagyjuk el!
 (Méretek HM szerint)

1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

- nyomatéki egyenletek A ponton átmenő tengelyekre:

$$M_x = 0 = -aF_1 + (a+2b)F_2 + M_{Ax}$$

$$\Rightarrow M_{Ax} = aF_1 - (a+2b)F_2 = 1 \cdot 400 - (1+2 \cdot 0,4) \cdot 800 = -1040\text{Nm}$$

$$M_z = 0 = -cF_2 + M_{Az} \Rightarrow M_{Az} = cF_2 = 0,6 \cdot 800 = 480\text{Nm}$$

- Yirányú vetületi egyenlet:

$$F_y = 0 = F_1 - F_2 + F_{Ay} \Rightarrow F_{Ay} = F_2 - F_1 = 800 - 400 = 400\text{N}$$

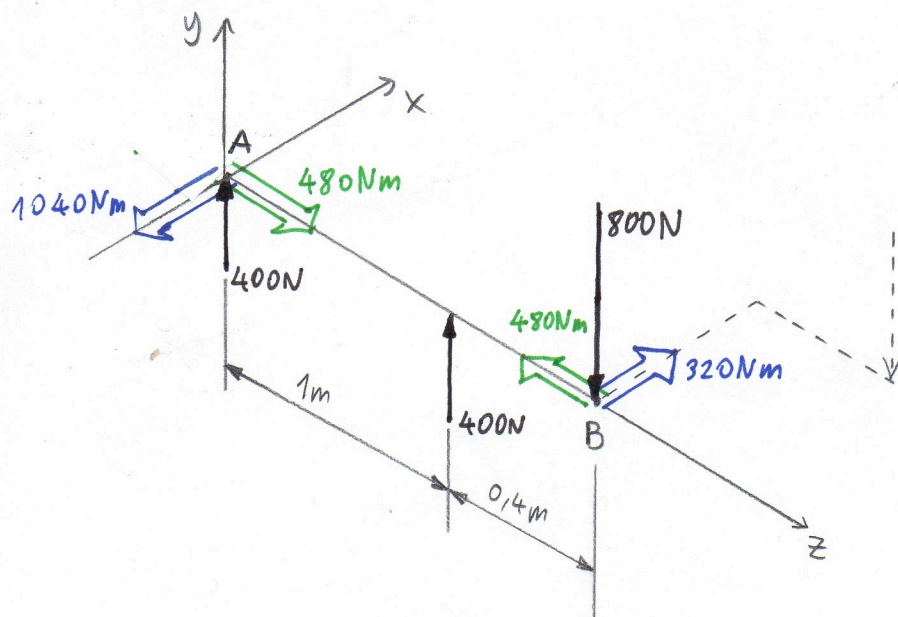
2. TERHELÉSEK REDUKÁLÁSA A TENGELEK KÖZÉPVONALÁBA

- $\vec{F}_2$ erő redukálása a B pontba

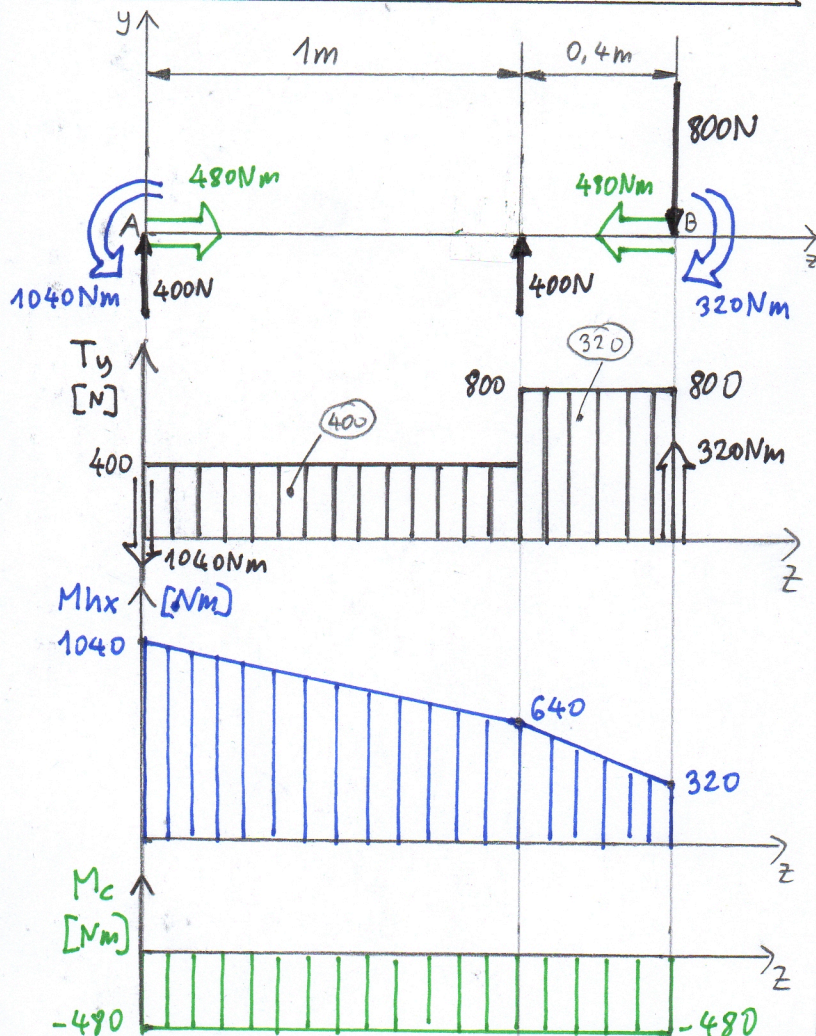
$$F_B = F_2 = -800\text{N}$$

$$M_{Bx} = bF_2 = 0,4 \cdot 800 = 320\text{Nm}$$

$$M_{Bz} = -cF_2 = -0,6 \cdot 800 = -480\text{Nm}$$



3. IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK MEGRAJZOLÁSA

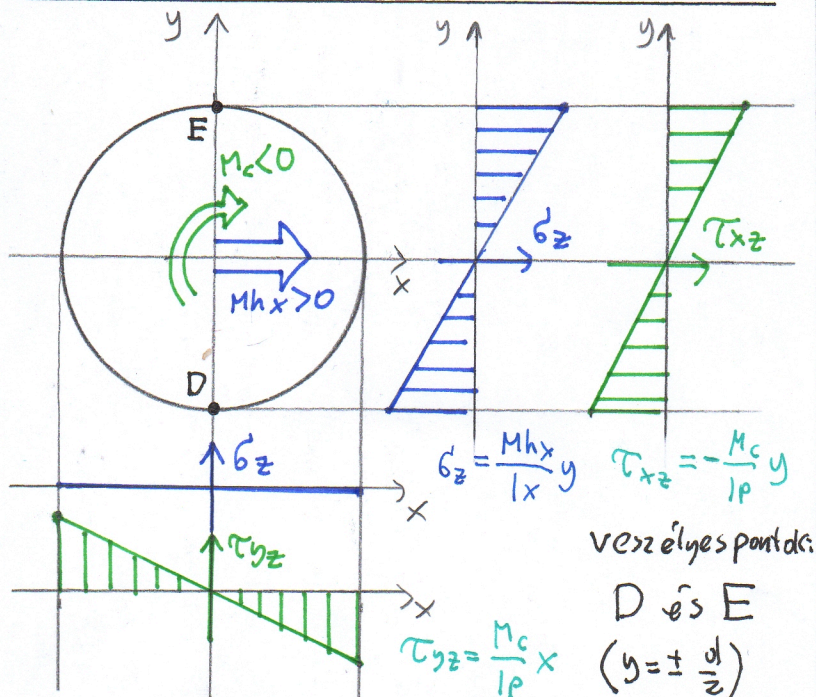


4. VESZÉLYES ICKESZTMETSZET

igénybeveteli ábrák alapján: **A** k.m.

$$M_{hx}(A) = 1040 \text{ Nm} \quad M_c(A) = -480 \text{ Nm}$$

5. FESZÜLTÉGELOSZLÁS VESZÉLYES K.N.-EN



6. SZILÁRDSÁGTANI MÉRTEZÉS

• Améretezést hajlítással és csavarással végezzük el HH szrint ($\Rightarrow \beta = 3$)

$$M_{red} = \sqrt{M_{hx}^2 + \frac{\beta}{4} M_c^2} =$$

$$= \sqrt{1040^2 + \frac{3}{4} (-480)^2} = 1120 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{redmax} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{M_{red}}{I_x} y_{max} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$\frac{32 M_{red}}{d^3 \pi} \frac{d}{2} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

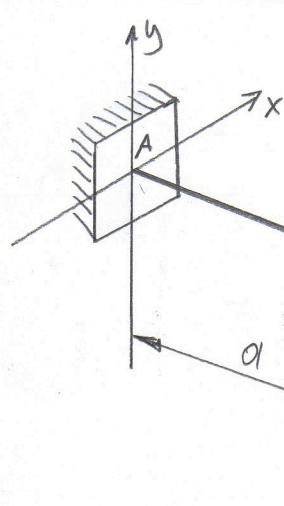
$$\frac{32 M_{red}}{d^3 \pi} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{red} n}{\pi R_{p0.2}}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1120000 \cdot 2}{\pi \cdot 300}}$$

$$\underline{d \geq 42,37 \text{ mm}}$$

2.2 - TÉRBELI BEFALAZOTT TARTÓ MÉRLETEZÉSE



adott: $a = 1\text{ m}$ $\vec{F}_1 = (400\vec{e}_y)\text{ N}$ $R_{p0.2} = 300\text{ MPa}$
 $b = 0,4\text{ m}$ $\vec{F}_2 = (-800\vec{e}_y)\text{ N}$ $n = 2$
 $\vec{F}_3 = (300\vec{e}_x)\text{ N}$

Feladat:

A tartó méretezése, ha a rúd kör keresztmetszetű
 Anyagot hangoljuk el!
 Méretezés HMH szerint

1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

• nyomatéki egyenletek A ponton átmenő tengelyekre:

$$M_x = 0 = -aF_1 + (a+2b)F_2 + M_{Ax}$$

$$\Rightarrow M_{Ax} = aF_1 - (a+2b)F_2 = 1 \cdot 400 - (1+2 \cdot 0,4) \cdot 800 = -1040\text{ Nm}$$

$$M_y = 0 = (a+2b)F_3 + M_{Ay} \Rightarrow M_{Ay} = -(a+2b)F_3 = -(1+2 \cdot 0,4) \cdot 300 = -540\text{ Nm}$$

$$M_z = 0 = -bF_2 + M_{Az} \Rightarrow M_{Az} = bF_2 = 0,4 \cdot 800 = 320\text{ Nm}$$

• vetületi egyenletek:

$$F_x = 0 = F_3 + F_{Ax} \Rightarrow F_{Ax} = -F_3 = -300\text{ N}$$

$$F_y = 0 = F_1 - F_2 + F_{Ay} \Rightarrow F_{Ay} = F_2 - F_1 = 800 - 400 = 400\text{ N}$$

2. TERHELÉSEK REDUKÁLÁSA A B PONTBA

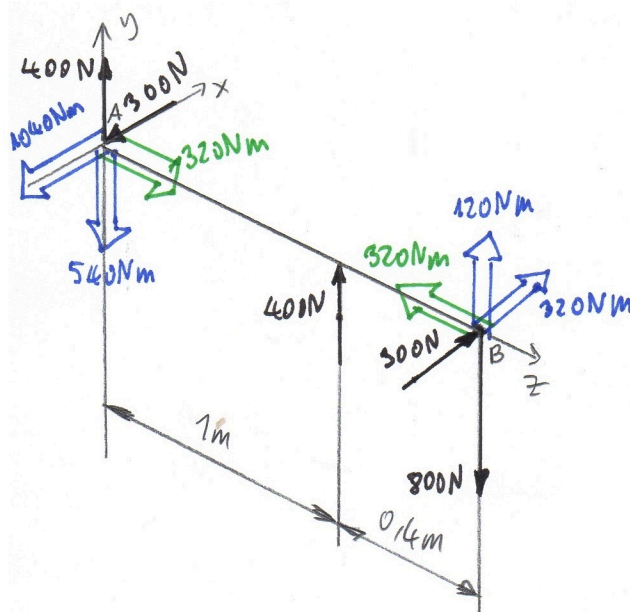
$$F_{Bx} = F_3 = 300\text{ N}$$

$$F_{By} = F_2 = -800\text{ N}$$

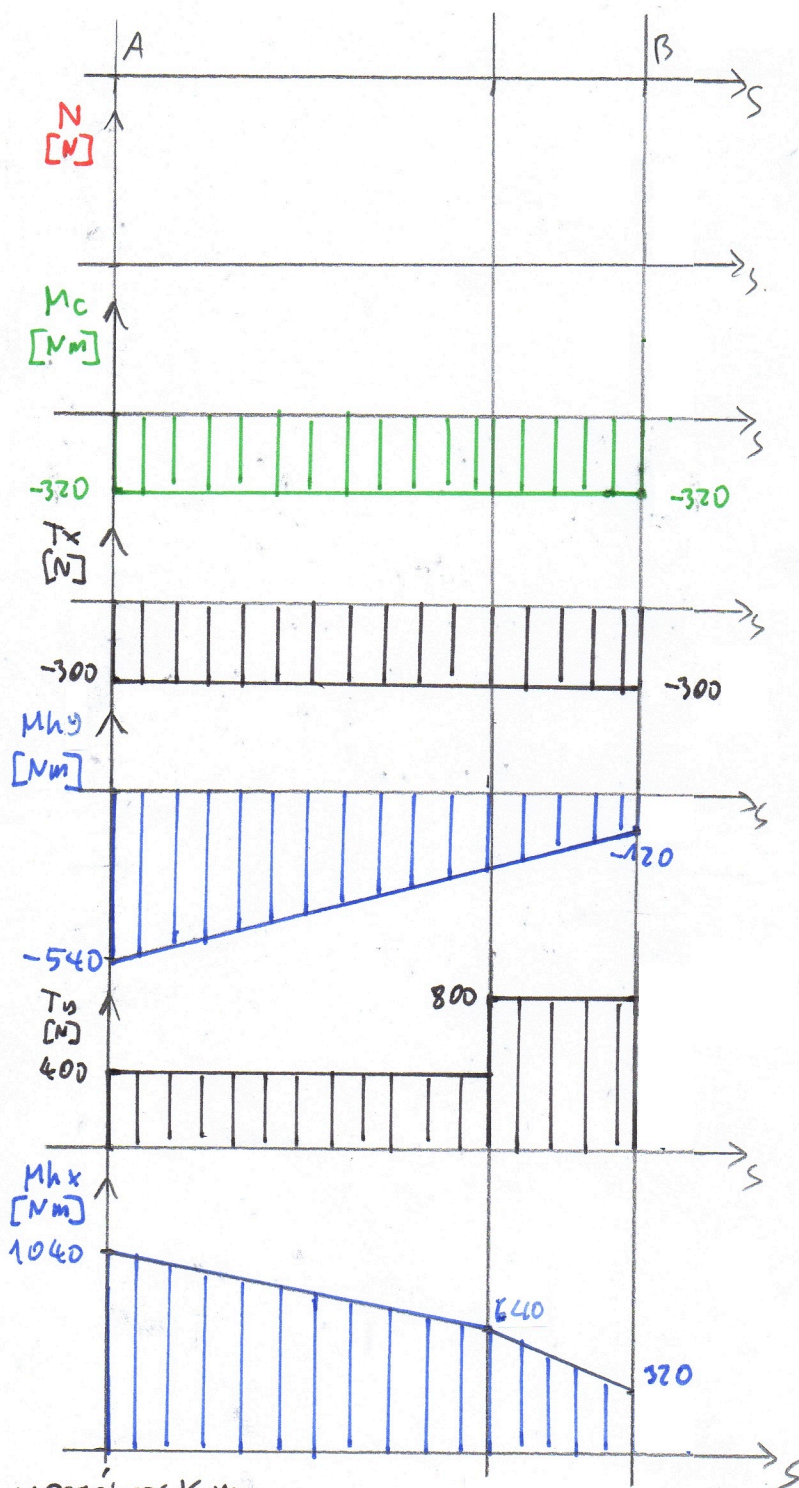
$$M_{Bx} = b \cdot F_2 = 0,4 \cdot 800 = 320\text{ Nm}$$

$$M_{By} = b \cdot F_3 = 0,4 \cdot 300 = 120\text{ Nm}$$

$$M_{Bz} = -b \cdot F_2 = -0,4 \cdot 800 = -320\text{ Nm}$$



3. IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK MEGRAJZOLÁSA



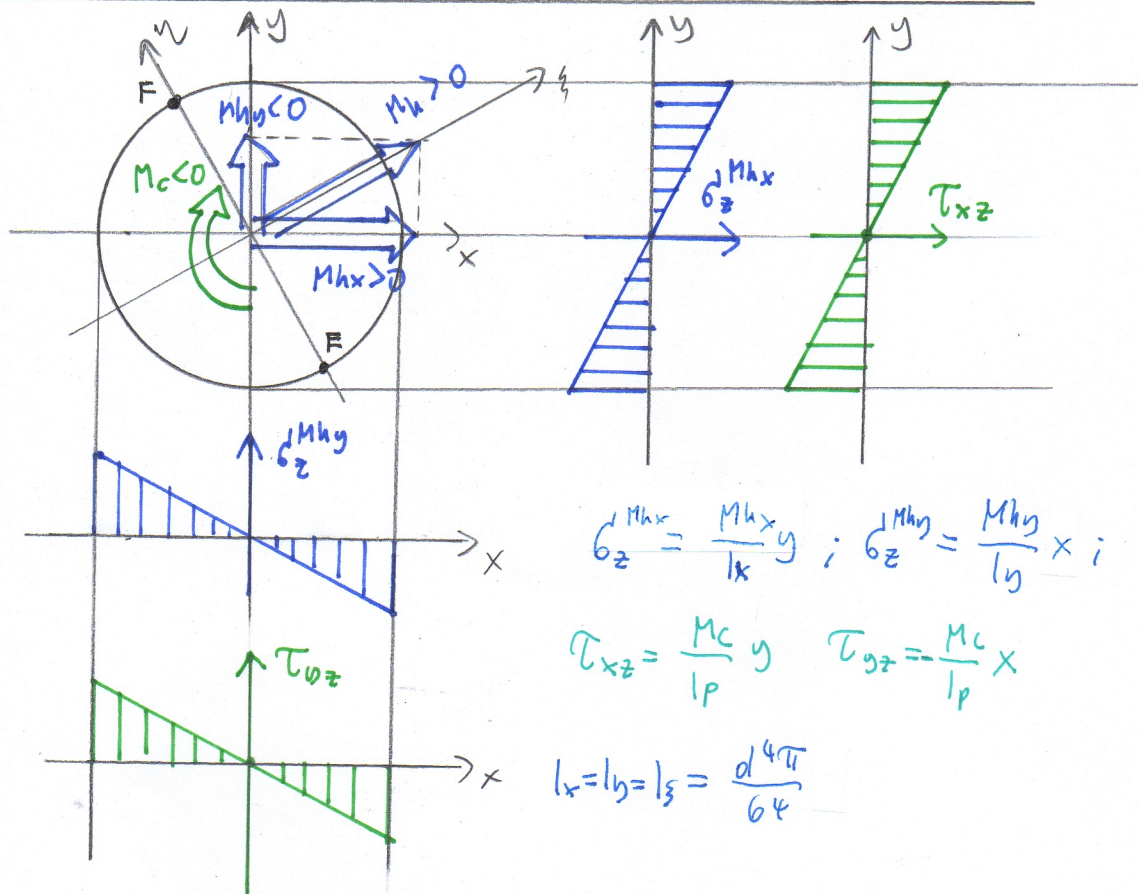
4. Veszélyes k.m

Veszélyes k-u. : A

$$M_h(A) = \sqrt{M_{hx}(A)^2 + M_{hy}(A)^2} = \sqrt{1040^2 + (-540)^2} = 1171,836 \text{ Nm}$$

$$M_c(A) = -320 \text{ Nm}$$

5. FESZÜLTSGÉLOSZLÁS A VESZÉLYES K.N.-EN



6. SZILÁRDSÁGTANI MÉRLETEZÉS

A méretezést hajlítással és csavrással végezzük el HMH szerint ($\Rightarrow \beta=3$)

$$M_{red} = \sqrt{M_h^2 + \frac{\beta}{\alpha} M_c^2} = \sqrt{1171,836^2 + \frac{3}{4} (-320)^2} = 1204,16 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{redmax} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{M_{red}}{I_z} \eta_{max} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

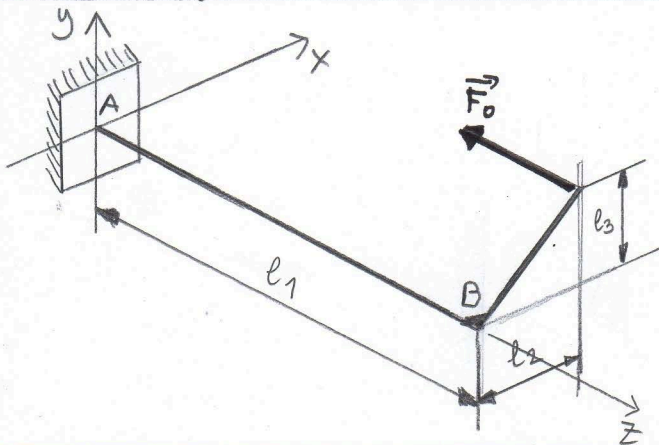
$$\frac{32 M_{red}}{d^3 \pi} \frac{d}{2} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$\frac{32 M_{red}}{d^3 \pi} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{red} \cdot n}{\pi \cdot R_{p0.2}}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1204160 \cdot 2}{\pi \cdot 300}} = 43,4 \text{ mm}$$

2.3 TÉRBELI BEFALAZOTT TARTÓ MÉRETEZÉSE



adott:

$$l_1 = 500 \text{ mm}$$

$$l_2 = 200 \text{ mm}$$

$$l_3 = 100 \text{ mm}$$

$$\vec{F}_0 = (-1000 \vec{e}_y) \text{ N}$$

$$\sigma_{\text{meg}} = 300 \text{ MPa}$$

feladat:

AB rúd szakasz
méretezése, ha
a rúd kör-
keresztmetszetű

1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

• nyomatéki egyenletek A ponton átmenő tengelyekre:

$$M_x = 0 = -l_3 F_0 + M_{Ax} \Rightarrow M_{Ax} = l_3 F_0 = 100 \cdot 1000 = 100\,000 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 0 = l_2 F_0 + M_{Ay} \Rightarrow M_{Ay} = -l_2 F_0 = -200 \cdot 1000 = -200\,000 \text{ Nmm}$$

• Z irányú vetületi egyenlet:

$$F_z = 0 = -F_0 + F_{Az} \Rightarrow F_{Az} = F_0 = 1000 \text{ N}$$

2. TERHELÉSEK REDUKÁLÁSA A TENGELY KÖZÉPVONALÁBA

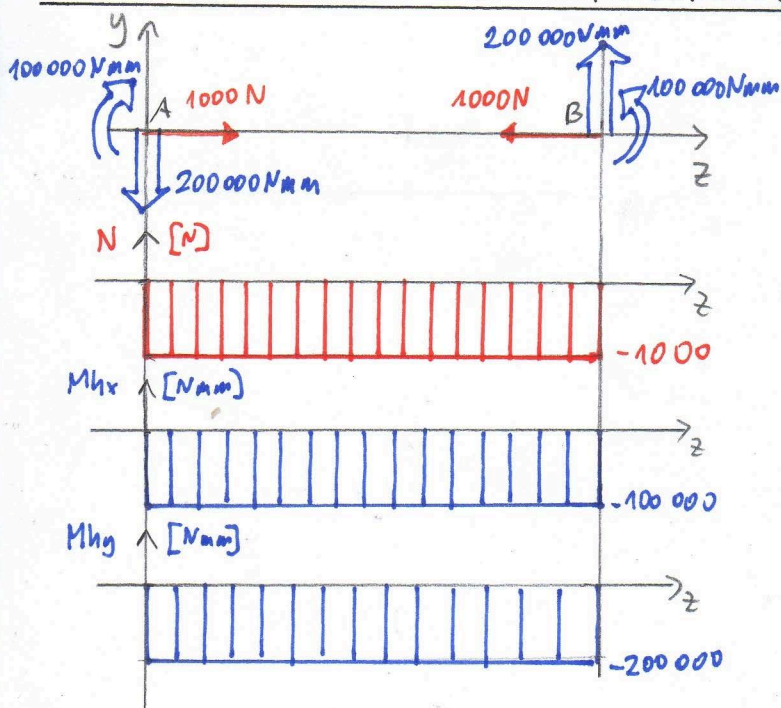
• $\vec{F}_0$ erő redukálása a B pontba

$$F_B = F_0 = -1000 \text{ N}$$

$$M_{Bx} = -l_3 F_0 = -100 \cdot 1000 = -100\,000 \text{ Nmm}$$

$$M_{By} = l_2 F_0 = 200 \cdot 1000 = 200\,000 \text{ Nmm}$$

3. IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK MEGJÁJZOLÁSA



4. VESZÉLYES KERESZTMETSZET

Az AB közeli összes keresztmetszet ugyanolyan veszélyes

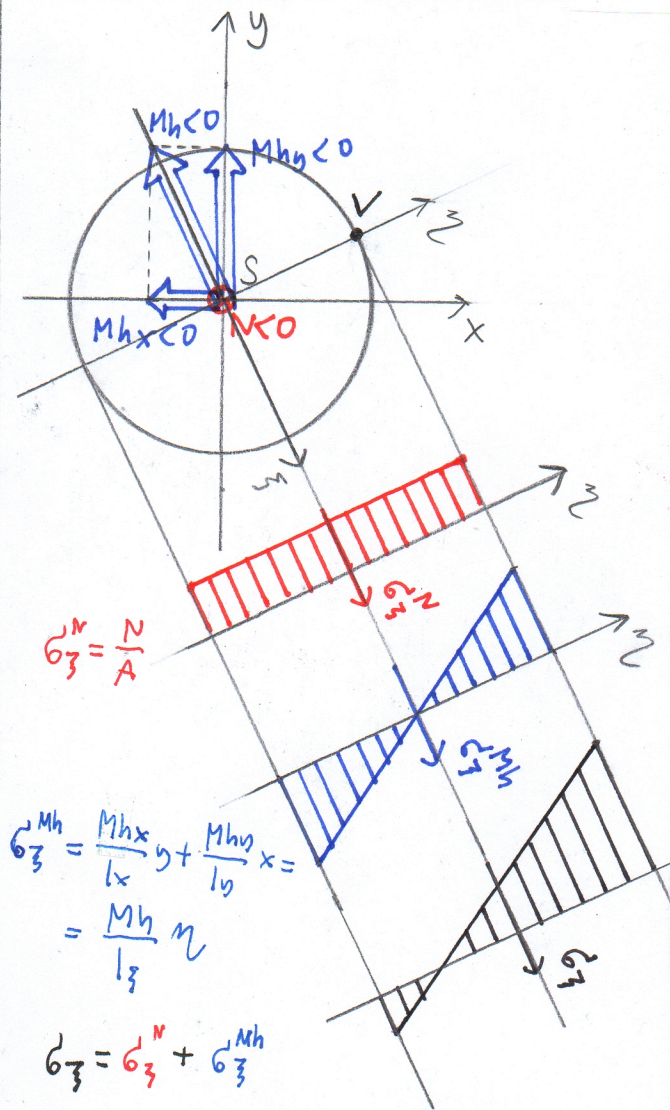
$$N = -1000 \text{ N}$$

$$|M_h| = \sqrt{M_{hx}^2 + M_{hy}^2} =$$

$$= \sqrt{(-100\,000)^2 + (-200\,000)^2} =$$

$$= 223\,607 \text{ Nmm}$$

5. FESZÜLTSGELOSZLÁS



A felvett ξz koordináta rendszerben

$$Mh < 0$$

↓

$$Mh = -223607 \text{ Nmm}$$

veszélyes pont: V

6. SZILÁRDSÁGTANI MÉRLETEZÉS

• méretezés csak hajlításra:

$$\sigma_z^{Mh} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{|Mh|}{I_z} \eta_{max} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{64 |Mh|}{d^4 \pi} \frac{d}{2} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{32 |Mh|}{d^3 \pi} \leq \sigma_{meg}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 |Mh|}{\sigma_{meg} \pi}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 223607}{300 \pi}} = 19,65 \text{ mm}$$

legyen $d = 20 \text{ mm}$

• ellenőrzés nyomásra és hajlításra

- keresztmetszeti jellemzők:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{20^2 \pi}{4} = 314,16 \text{ mm}^2$$

$$I_z = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{20^4 \pi}{64} = 7854 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_z^{max} = \sigma_z^N + \sigma_z^{Mh}(V) = \frac{N}{A} + \frac{Mh}{I_z} \left(\frac{d}{2} \right) =$$

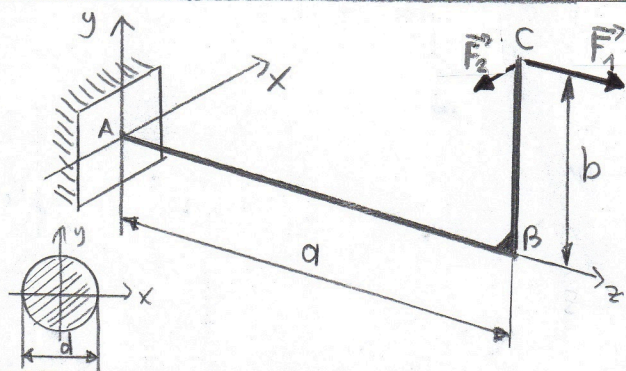
$$= \frac{-1000}{314,16} + \frac{-223607}{7854} \cdot \frac{20}{2} =$$

$$= -287,88 \text{ MPa}$$

$$|\sigma_z^{max}| = 287,88 \text{ MPa} < \sigma_{meg} = 300 \text{ MPa}$$

II
a rúd szilárdságát tekintve megfelel

2.4 - TÉRBELI BEFALAZOTT TARTÓ ELLENŐRZÉSE



adott: $a = 4\text{ m}$; $b = 2\text{ m}$

$$\vec{F}_1 = (100\vec{e}_z)\text{ kN}; \quad \vec{F}_2 = (-60\vec{e}_x)\text{ kN}$$

$$\sigma_{\text{meg}} = 350\text{ MPa}; \quad d = 150\text{ mm}$$

Feladat: AB szakasz szilárdságtani ellenőrzése HMH szint nyírás elhanyagolásával

1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

- Nyomatéki egyenletek A ponton átmenő tengelyekre:

$$M_x = 0 = b \cdot F_1 + M_{Ax} \Rightarrow M_{Ax} = -b \cdot F_1 = -2 \cdot 100 = -200\text{ kNm}$$

$$M_y = 0 = -a \cdot F_2 + M_{Ay} \Rightarrow M_{Ay} = a \cdot F_2 = 4 \cdot 60 = 240\text{ kNm}$$

$$M_z = 0 = b \cdot F_2 + M_{Az} \Rightarrow M_{Az} = -b \cdot F_2 = -2 \cdot 60 = -120\text{ kNm}$$

- vetületi egyenletek:

$$F_x = 0 = -F_2 + F_{Ax} \Rightarrow F_{Ax} = F_2 = 60\text{ kN}$$

$$F_y = 0 = F_{Ay}$$

$$F_z = 0 = F_1 + F_{Az} \Rightarrow F_{Az} = -F_1 = -100\text{ kN}$$

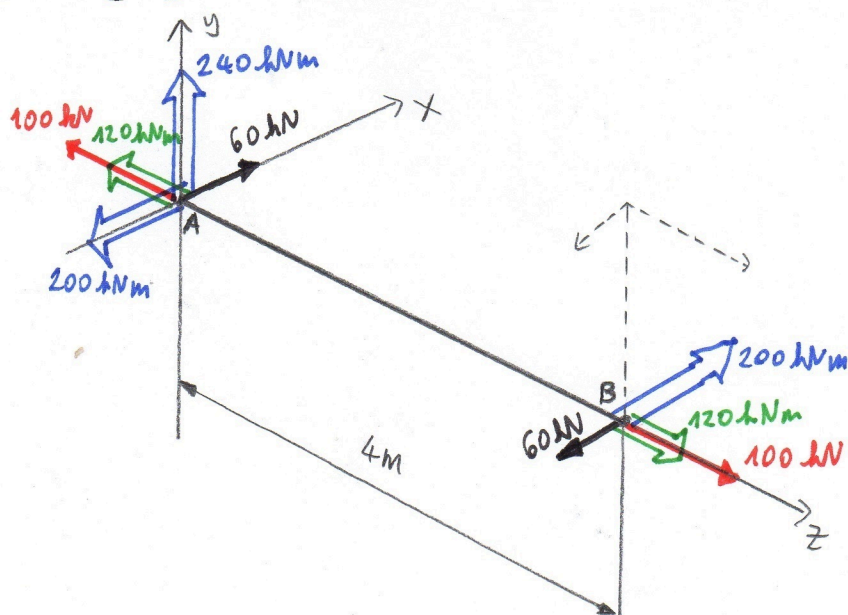
2. TERHELÉSEK REDUKÁLÁSA B PONTBA

$$F_{Bx} = F_2 = -60\text{ kN}$$

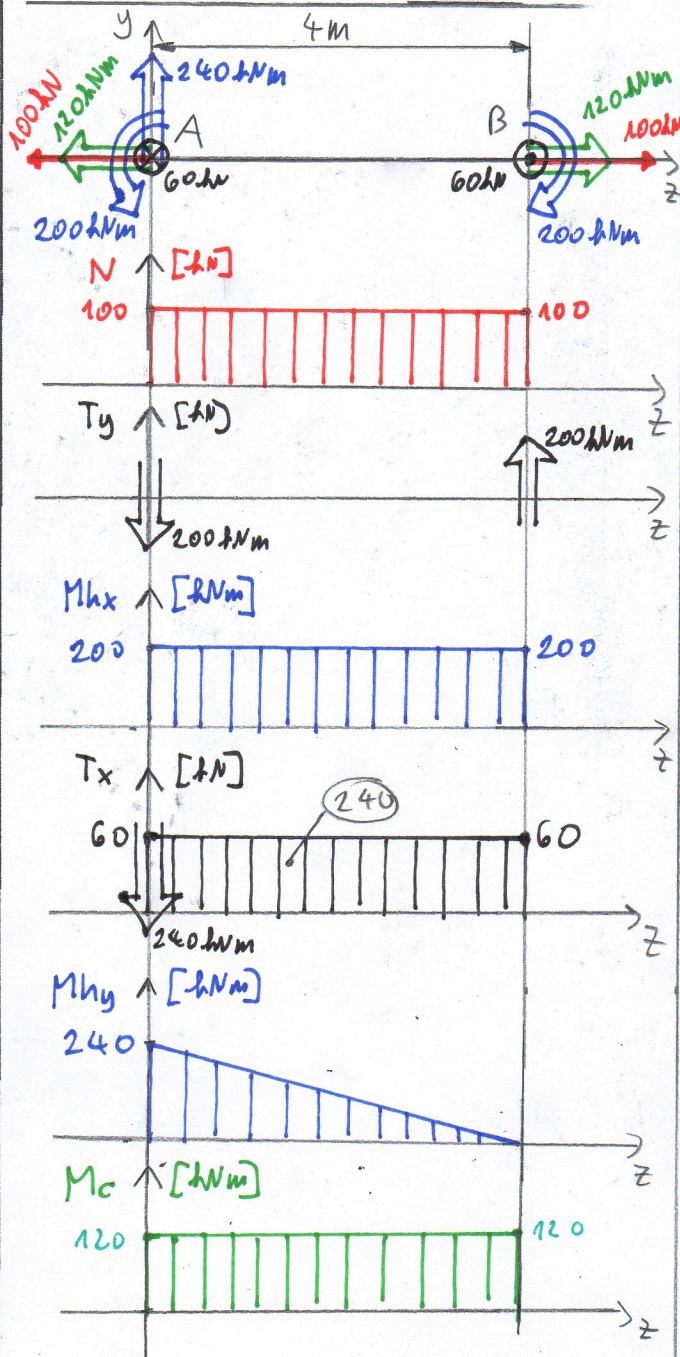
$$F_{Bz} = F_1 = 100\text{ kN}$$

$$M_{Bx} = b \cdot F_1 = 2 \cdot 100 = 200\text{ kNm}$$

$$M_{Bz} = b \cdot F_2 = 2 \cdot 60 = 120\text{ kNm}$$



3. IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK



4. VESZÉLYES KERESZTMETSZET

Ábrák alapján: A keresztmetszet

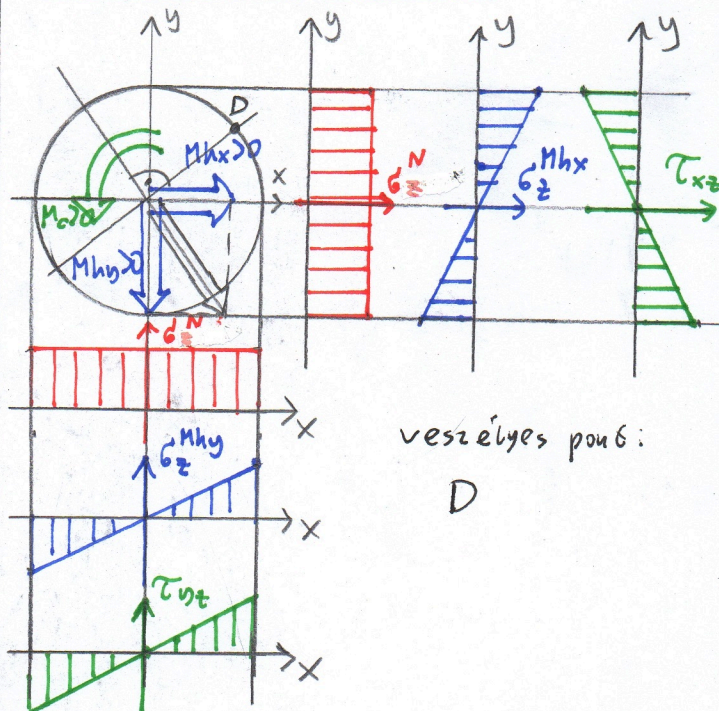
$$N(A) = 100 \text{ kN} = 10^5 \text{ N}$$

$$M_h(A) = \sqrt{M_{hx}^2 + M_{hy}^2} = \sqrt{200^2 + 240^2} = 312,41 \text{ kNm} = 312410000 \text{ Nmm}$$

$$M_c(A) = 120 \text{ kNm} = 1,2 \cdot 10^8 \text{ Nmm}$$

5. FESZÜLTÉGELŐSZLÁS A VESZÉLYES

KERESZTMETSZETEN



veszélyes pont:
D

6. SZILÁRDSÁGTANI ELLENŐRZÉS

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{150^2 \pi}{4} = 17671,46 \text{ mm}^2$$

$$I_x = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{150^4 \pi}{64} = 24850488 \text{ mm}^4$$

$$I_p = \frac{d^4 \pi}{32} = \frac{150^4 \pi}{32} = 49700977 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_z^N = \frac{N}{A} = \frac{10^5}{17671,46} = 5,66 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z^{Mh} = \frac{M_h}{I_x} \cdot \frac{d}{2} = \frac{312410000}{24850488} \cdot \frac{150}{2} = 942,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zmax} = \sigma_z^N + \sigma_z^{Mh} = 5,66 + 942,8 = 948,46 \text{ MPa}$$

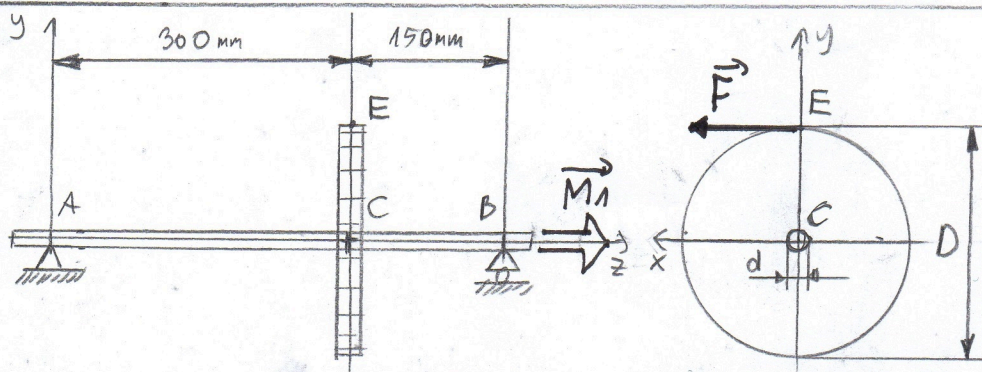
$$\tau_{xzmax} = \tau_{0zmax} = \frac{M_c}{I_p} \cdot \frac{d}{2} = \frac{1,2 \cdot 10^8}{49700977} \cdot \frac{150}{2} = 181,08 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{redmax}^{MH} = \sqrt{\sigma_{zmax}^2 + 3 \tau_{xzmax}^2} = \sqrt{948,46^2 + 3 \cdot 181,08^2} = 998,92 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{redmax}^{MH} = 998,92 \text{ MPa} > \sigma_{meg} = 350 \text{ MPa}$$

A tartó szilárdság tanilag nem felel meg

2.5 - HAJTÓMŰTENGELY ELLENŐRZÉSE



adott:

$$\vec{F} = (60\vec{e}_x) \text{ N} \quad \vec{M}_1 = (2,4\vec{e}_z) \text{ Nm}$$

$$D = 80 \text{ mm} \quad d = 10 \text{ mm}$$

$$R_{p0.2} = 250 \text{ MPa} \quad n = 2$$

Feladat: szilárdságtani ellenőrzés hajlításvál és csavarásvál. MMSzerint.

1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

$$M_{Ay} = 0 = 0,3 \cdot 60 + 0,45 F_{Bx} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{Bx} = \frac{-0,3 \cdot 60}{0,45} = -40 \text{ N (↓)}$$

$$M_{By} = 0 = -0,45 \cdot F_{Ax} - 0,15 \cdot 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{Ax} = \frac{-0,15 \cdot 60}{0,45} = -20 \text{ N (↓)}$$

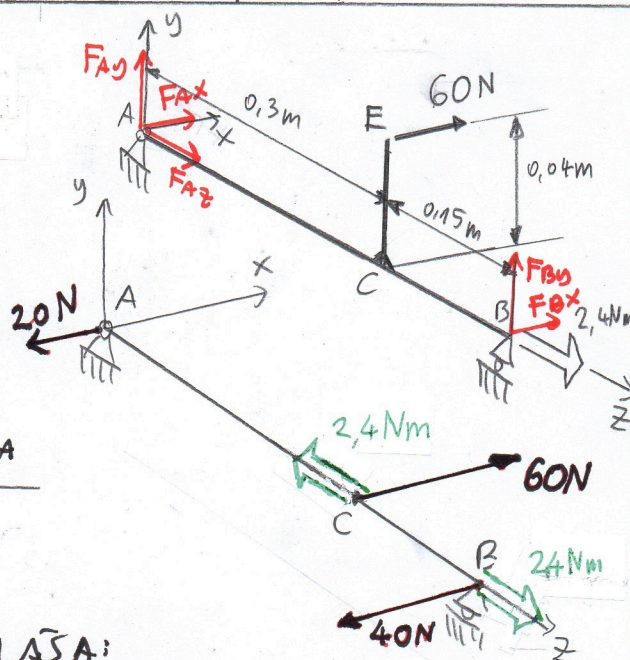
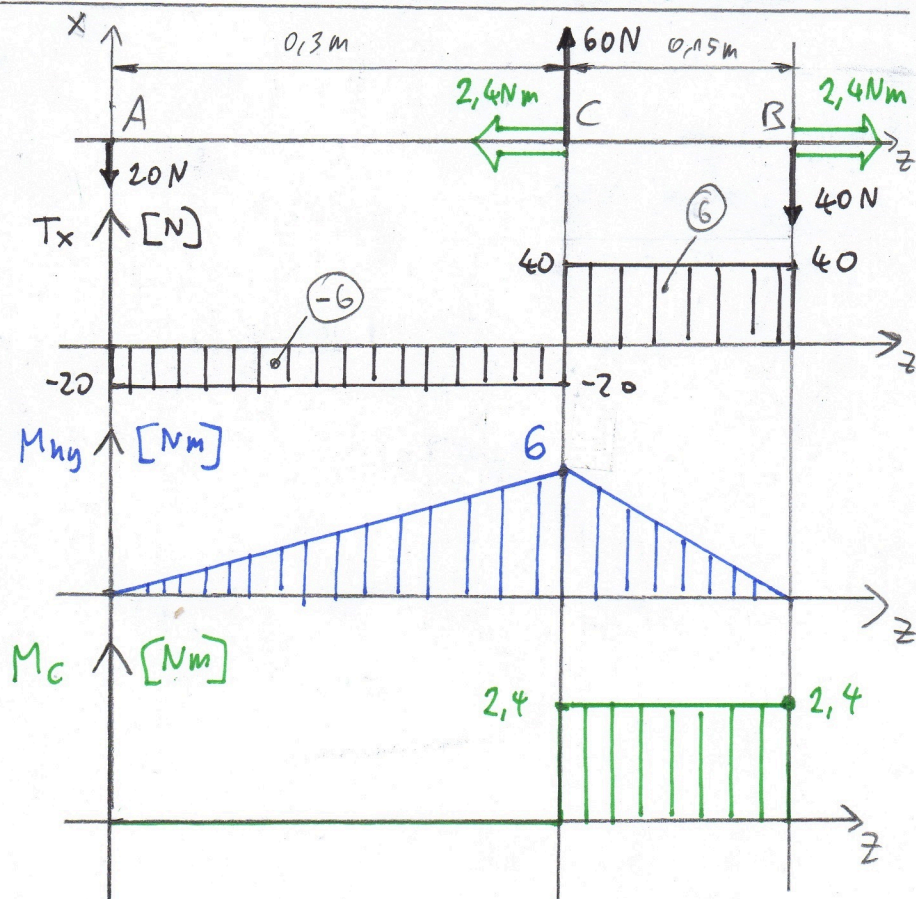
$$F_z = 0 = F_{Az} \quad F_y = 0 = F_{Ay} = F_{By}$$

2. TERHELÉS REDUKÁLÁSA C PONTBA

$$F_{Cx} = 60 \text{ N}$$

$$M_{Cz} = -0,04 \cdot 60 = -2,4 \text{ Nm}$$

3. IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK MEGRAJZOLÁSA:



4. VESZÉLYES

KERESZTMETSZET

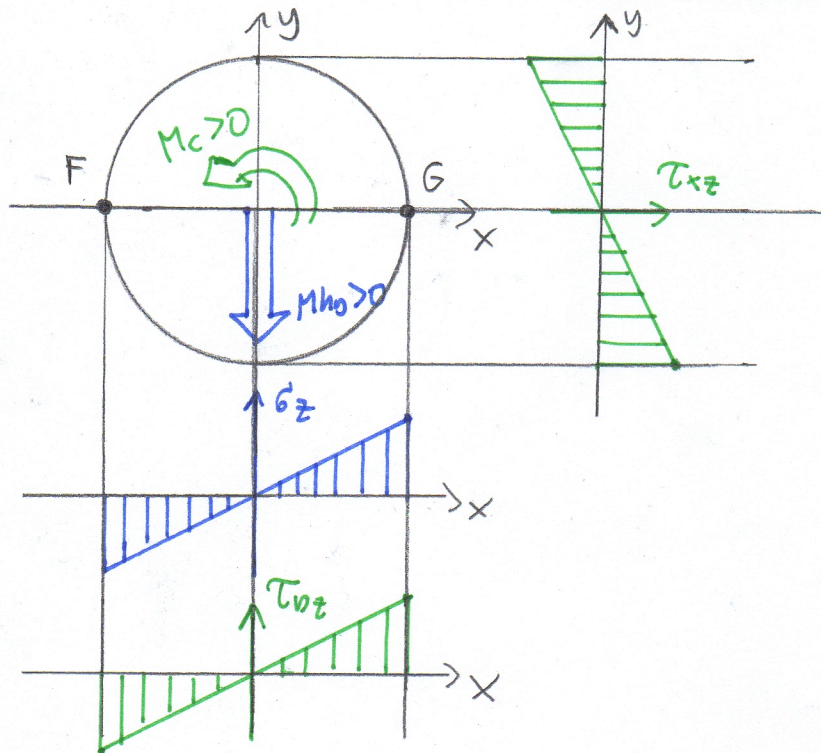
Az igénybevételei ábrák alapján veszélyes keresztmetszet:

C+

$$M_{hy}(C^+) = 6000 \text{ Nmm}$$

$$M_c(C^+) = 2400 \text{ Nmm}$$

5. FESZÜLTSGELOSZLÁS A VESZÉLYES KÉRESZTMETSZETEN



• veszélyes pontok:
F és G

6. SZILÁRDSÁGTANI ELLENŐRZÉS

• keresztmetszeti jellemzők:

$$I_y = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{10^4 \pi}{64} = 490,874 \text{ mm}^4$$

$$I_p = \frac{d^4 \pi}{32} = \frac{10^4 \pi}{32} = 981,748 \text{ mm}^4$$

• maximális normál feszültség a hajlításból:

$$\sigma_{z\max} = \frac{M_{h0}}{I_y} \cdot \frac{d}{2} = \frac{6000}{490,874} \cdot \frac{10}{2} = 61,12 \text{ MPa}$$

• Maximális csúsztatófeszültség a csavarásiából:

$$\tau_{xz\max} = \tau_{yz\max} = \frac{M_c}{I_p} \cdot \frac{d}{2} = \frac{2400}{981,748} \cdot \frac{10}{2} = 12,22 \text{ MPa}$$

• a redukált feszültség MMH szerint:

$$\sigma_{red\max} = \sqrt{\sigma_{z\max}^2 + 3 \tau_{xz\max}^2} = \sqrt{61,12^2 + 3 \cdot 12,22^2} = 64,68 \text{ MPa}$$

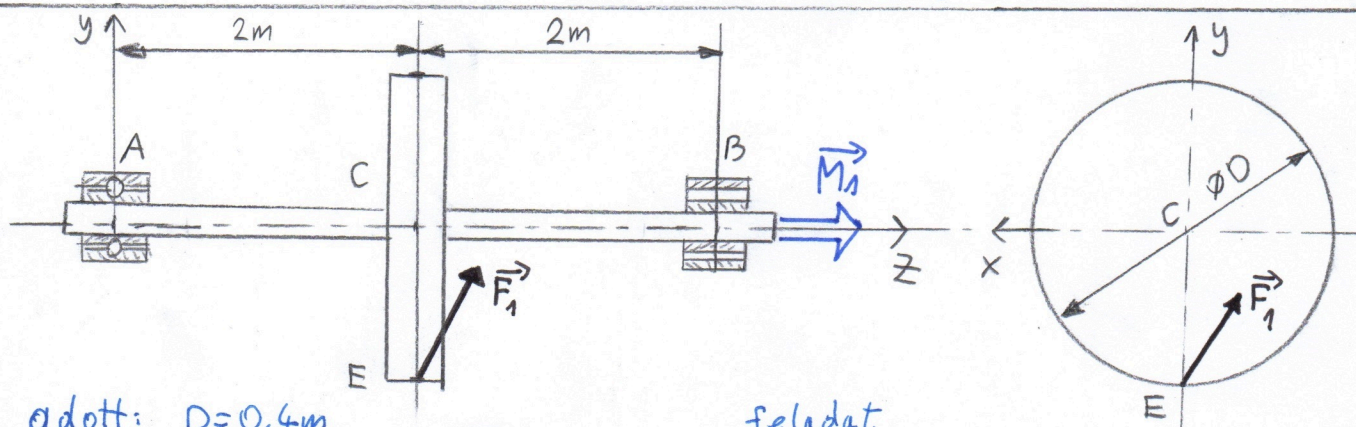
• a megengedett feszültség:

$$\sigma_{meg} = \frac{R_{p0.2}}{n} = \frac{250}{2} = 125 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{red\max} = 64,68 \text{ MPa} < \sigma_{meg} = 125 \text{ MPa}$$

A tartó szilárdságtanilag megfelel

2.6 - HAJTÓMŰTENGELY MÉRETEZÉSE



adott: $D = 0,4\text{m}$

$$\vec{F}_1 = (-10\vec{e}_x + 10\vec{e}_y + 5\vec{e}_z) \text{ kN}$$

$$\vec{M}_1 = (2\vec{e}_z) \text{ kNm}$$

$$\sigma_{meg} = 300 \text{ MPa}$$

feladat

tengely méretezése

$$d = ?$$

1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

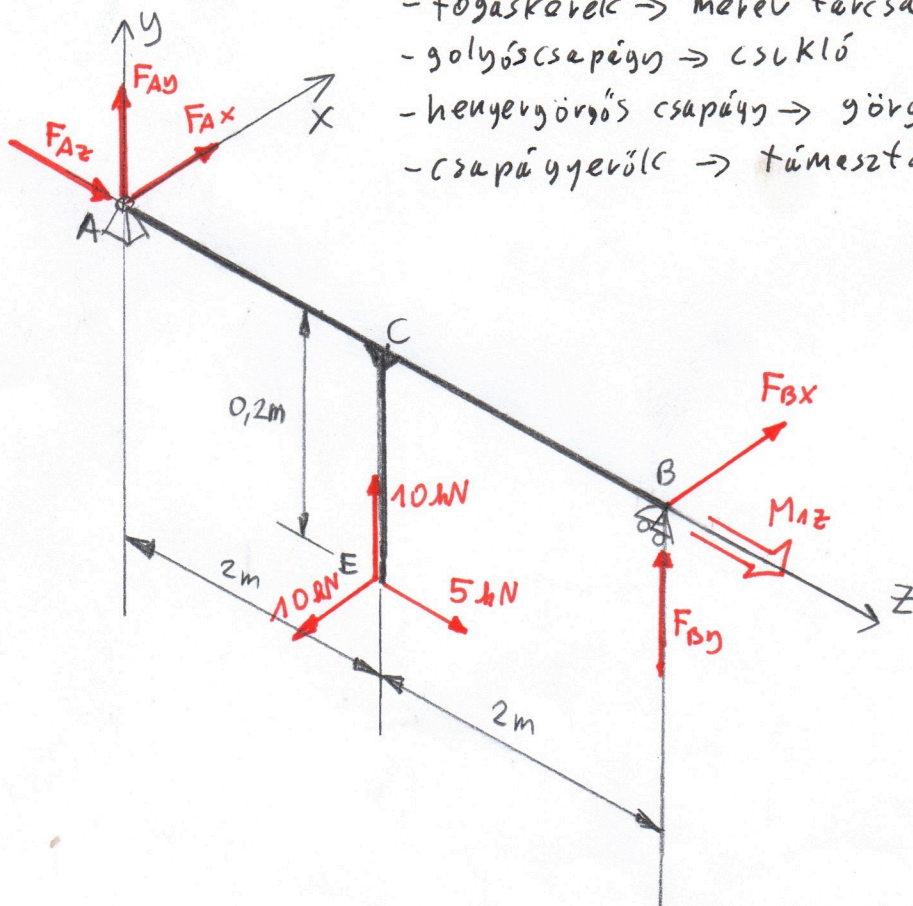
• mechanikai modell: - tengely $\rightarrow$ egyenes rúd

- fogaskorék $\rightarrow$ merev tárcsa / rúd elágazás

- golyóscsapágy $\rightarrow$ csukló

- hengergyűrűs csapágy $\rightarrow$ görgő

- csapágygerőlc $\rightarrow$ támasztóerők



- A ponton átmenő x és y tengelyekre felírt nyomatéki egyenletek

$$M_{Ax} = 0 = -2 \cdot 10 - 0,2 \cdot 5 - 4 F_{By} \Rightarrow F_{By} = \frac{2 \cdot 10 + 0,2 \cdot 5}{-4} = -5,25 \text{ kN} (\downarrow)$$

$$M_{Ay} = 0 = -2 \cdot 10 + 4 F_{Bx} \Rightarrow F_{Bx} = \frac{2 \cdot 10}{4} = 5 \text{ kN} (\uparrow)$$

- B ponton átmenő x és y tengelyekre felírt nyomatéki egyenletek

$$M_{Bx} = 0 = 4 F_{Ay} + 2 \cdot 10 - 0,2 \cdot 5 \Rightarrow F_{Ay} = \frac{0,2 \cdot 5 - 2 \cdot 10}{4} = -4,75 \text{ kN} (\downarrow)$$

$$M_{By} = 0 = -4 F_{Ax} + 2 \cdot 10 \Rightarrow F_{Ax} = \frac{2 \cdot 10}{4} = 5 \text{ kN} (\uparrow)$$

- Zirányú vetületi egyenlet:

$$F_z = 0 = F_{Az} + 5 \Rightarrow F_{Az} = -5 \text{ kN} (\leftarrow)$$

2. TERHELÉSEK REDUKÁLÁSA A TENGELY KÖZÉPVONALÁBA

$\rightarrow \vec{F}_A$ erő redukálása a C pontba

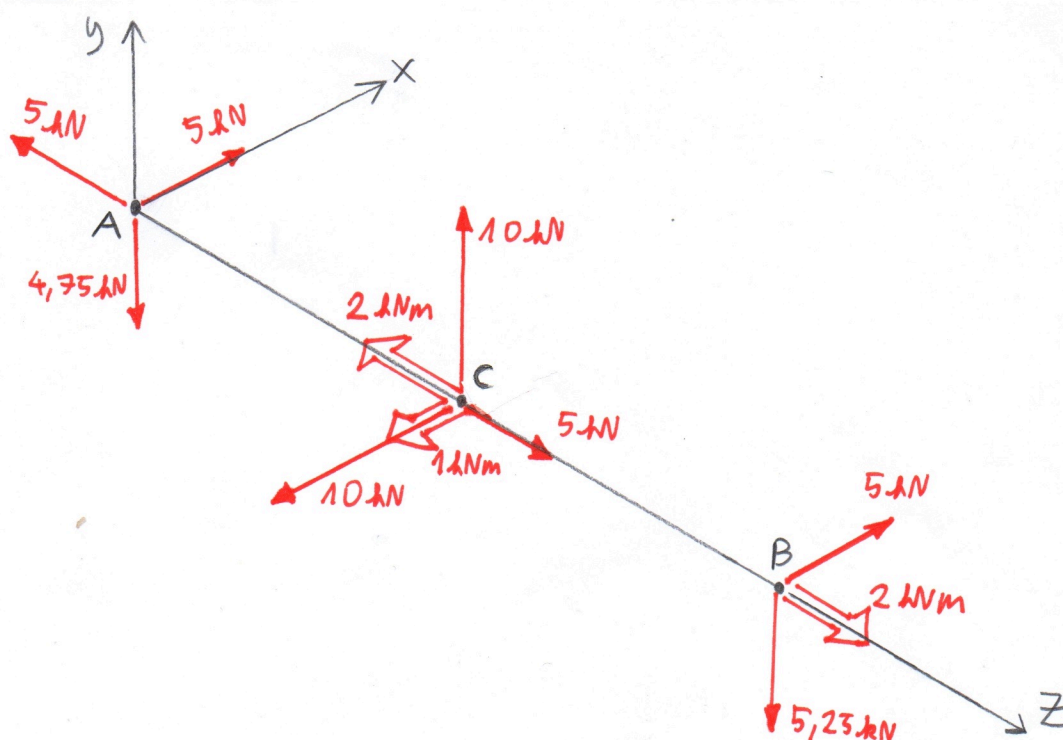
$$F_{Cx} = F_{Ax} = -10 \text{ kN}$$

$$M_{Cx} = -0,2 \cdot 5 = -1 \text{ kNm}$$

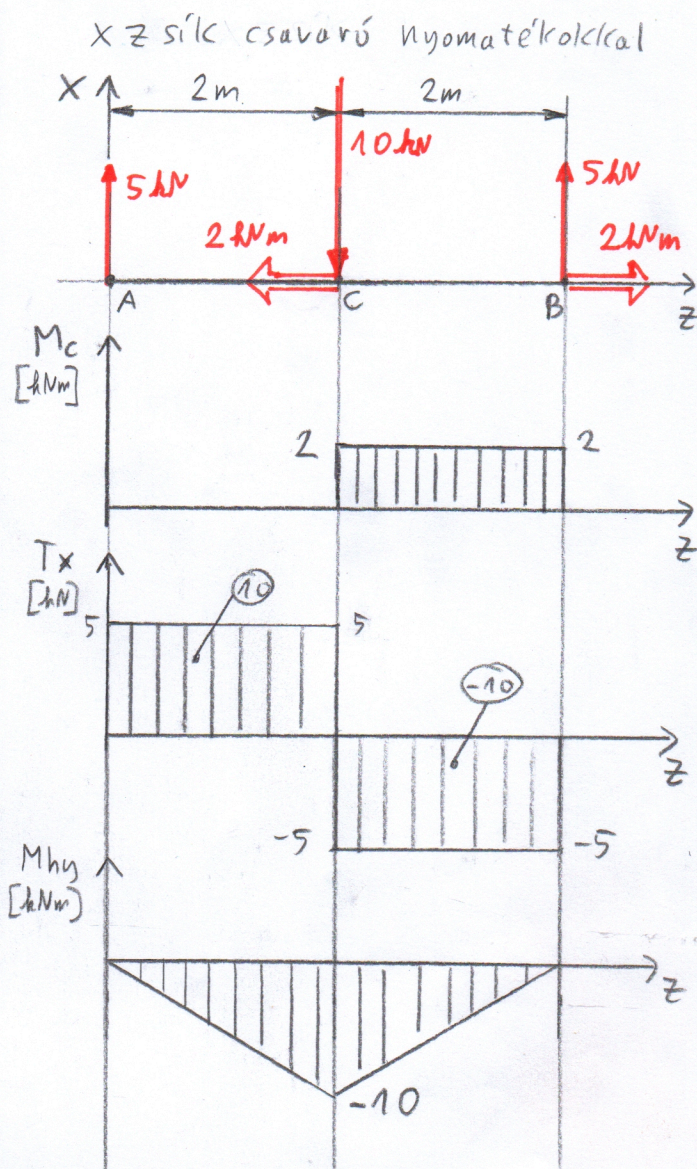
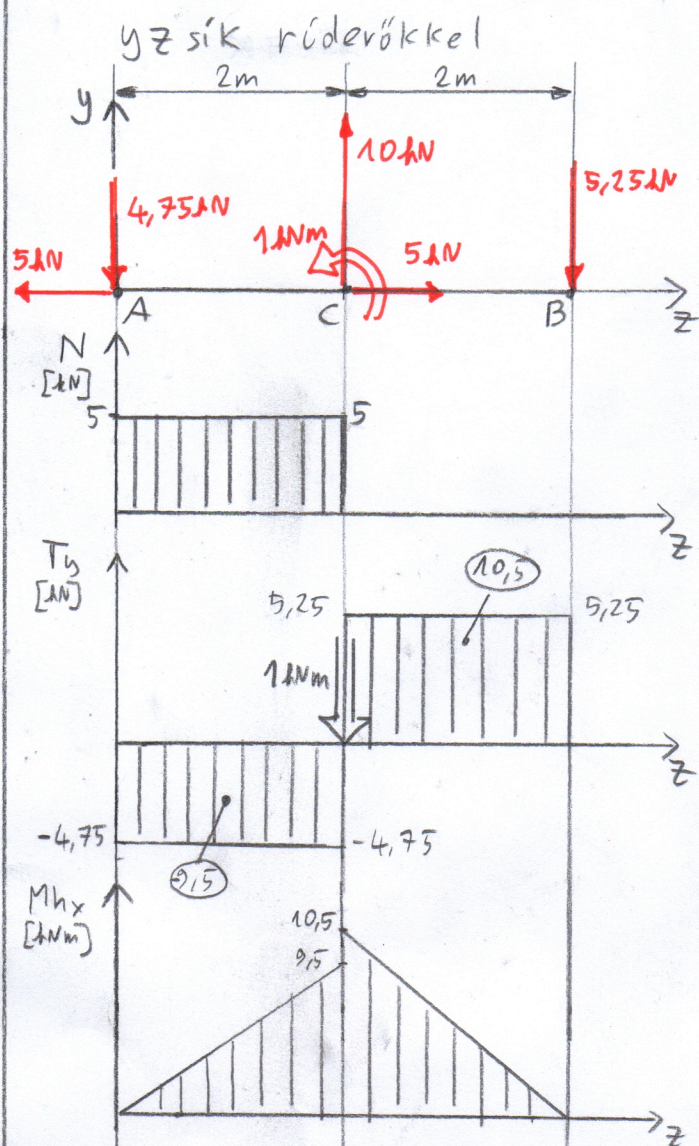
$$F_{Cy} = F_{Ay} = 10 \text{ kN}$$

$$M_{Cz} = -0,2 \cdot 10 = -2 \text{ kNm}$$

$$F_{Cz} = F_{Az} = 5 \text{ kN}$$



3. IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK MEGRAJZOLÁSA



4. VESZÉLYES KERESZTMETSZETEK MEGHATÁROZÁSA

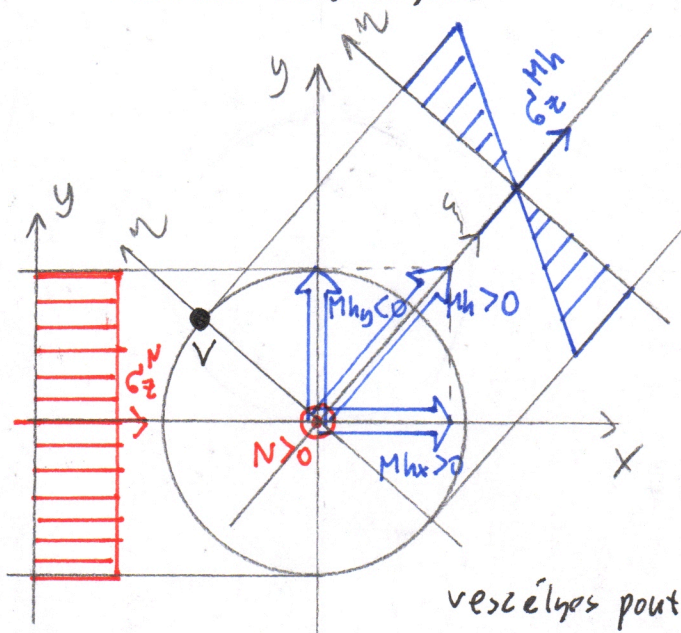
Az igénybevételi ábrák alapján a veszélyes keresztmetszetek: C^- és C^+

	C^- keresztmetszet	C^+ keresztmetszet
• rúdterő:	$N(C^-) = 5 \text{ kN}$	$N(C^+) = 0 \text{ kN}$
• nyírterő:	$T(C^-) = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} \Big _{C^-} =$ $= \sqrt{5^2 + (-4.75)^2} = 6.897 \text{ kN}$	$T(C^+) = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} \Big _{C^+} =$ $= \sqrt{(-5)^2 + 5.25^2} = 7.25 \text{ kN}$
• hajlítónyomaték:	$M_h(C^-) = \sqrt{M_{hx}^2 + M_{hy}^2} \Big _{C^-} =$ $= \sqrt{9.5^2 + (-10)^2} = 13.793 \text{ kNm}$	$M_h(C^+) = \sqrt{M_{hx}^2 + M_{hy}^2} \Big _{C^+} =$ $= \sqrt{10.5^2 + (-10)^2} = 14.5 \text{ kNm}$
• csavarónyomaték:	$M_c(C^-) = 0 \text{ kNm}$	$M_c(C^+) = 2 \text{ kNm}$

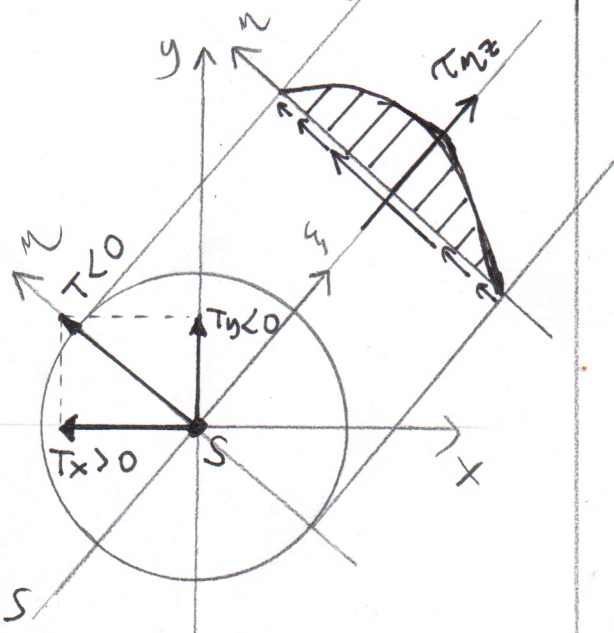
5. Feszültségeloszlás a vesztélyes keresztmetszeten

• C^- keresztmetszet feszültségeloszlása

normál feszültségek



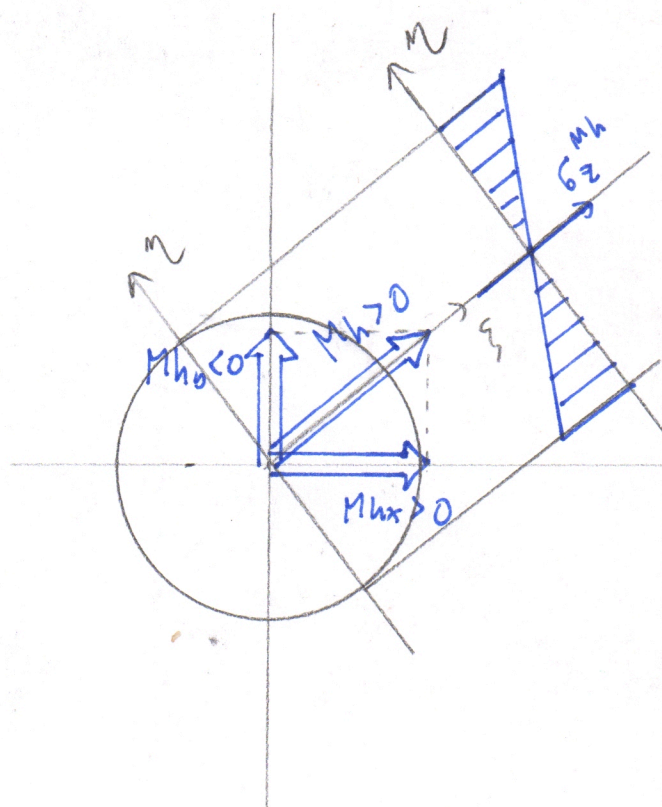
csúsztató feszültségek



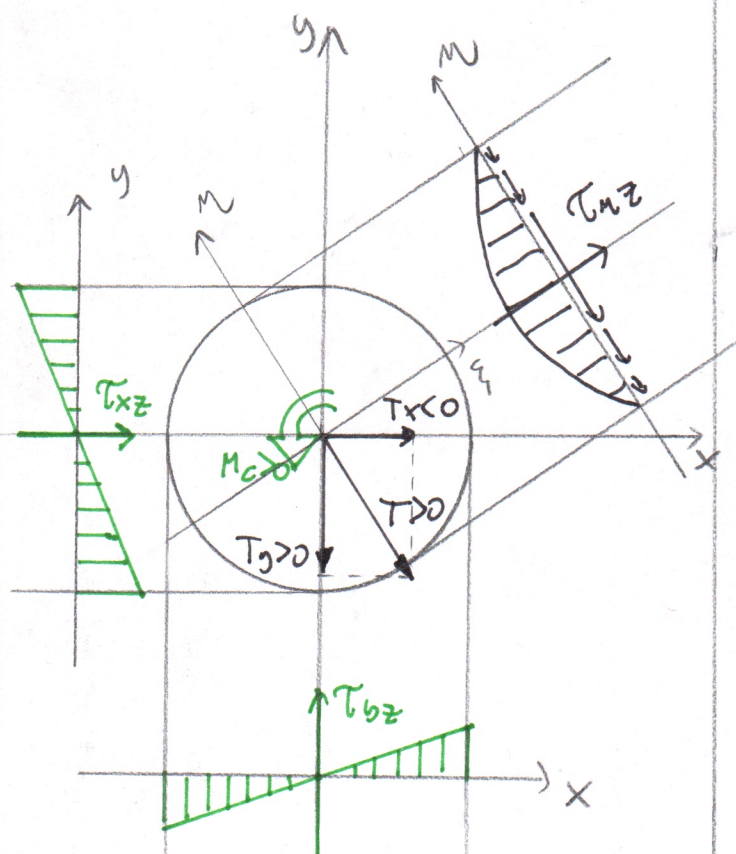
vesztélyes pontok: V és S

• C^+ keresztmetszet feszültségeloszlása

normál feszültségek



csúsztató feszültségek



6. SZILÁRDSÁGTANI MÉRTEZÉS

- méretezés hajlításra és csavarásra Mohr szerint

C^- keresztmetszet

$$M_{red} = \sqrt{M_h^2 + \frac{\beta}{\alpha} M_c^2} =$$

$$= \sqrt{13,793^2 + \frac{4}{4} \cdot 0^2} = 13,793 \text{ kNm}$$

C^+ keresztmetszet

$$M_{red} = \sqrt{M_h^2 + \frac{\beta}{\alpha} M_c^2} =$$

$$= \sqrt{14,5^2 + \frac{4}{4} \cdot 2^2} = 14,637 \text{ kNm}$$

$$M_{redmax} = M_{red}(C^+) = 14,637 \text{ kNm} = 14637000 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_{redmax} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{M_{redmax}}{I_x} \eta_{max} \leq \sigma_{meg}$$

32

$$\frac{32 M_{redmax}}{d^3 \pi} \frac{d}{2} \leq \sigma_{meg}$$

$$I_x = \frac{d^4 \pi}{64}$$

$$\eta_{max} = \frac{d}{2}$$

$$\frac{32 M_{redmax}}{d^3 \pi} \leq \sigma_{meg}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{redmax}}{\sigma_{meg} \pi}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 14637000}{300 \pi}} = 79,21 \text{ mm}$$

legyen $d = 80 \text{ mm}$

$$I_x = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{80^4 \pi}{64} = 2010619 \text{ mm}^4$$

$$I_p = \frac{d^4 \pi}{32} = \frac{80^4 \pi}{32} = 4021238,6 \text{ mm}^4$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{80^2 \pi}{4} = 5026,5 \text{ mm}^2$$

• ellenőrzés a C⁻ keresztmetszetben

- ellenőrzés V pontban húzásva és hajlításva

$$\begin{aligned}\sigma_{z\max} &= \sigma_z^N + \sigma_z^{Mh} = \frac{N}{A} + \frac{Mh}{I_z} \eta_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{Mh}{I_z} \frac{d}{2} = \\ &= \frac{5000}{5026,5} + \frac{13793000}{2010619} \cdot \frac{80}{2} = 275,4 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$\sigma_{z\max} = 275,4 \text{ MPa} < \sigma_{\text{meg}} = 300 \text{ MPa} \Rightarrow \text{megfelel}$$

- ellenőrzés S pontban húzásva és nyírásva

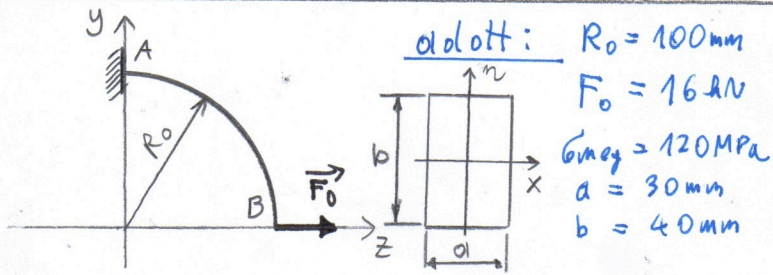
$$\sigma_z = \sigma_z^N = \frac{N}{A} = \frac{5000}{5026,5} = 0,995 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xz\max} = \frac{4}{3} \frac{|T|}{A} = \frac{4}{3} \frac{6897}{5026,5} = 1,83 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{redmax}} = \sqrt{\sigma_z^2 + \beta \tau_{xz\max}^2} = \sqrt{0,995^2 + 4 \cdot 1,83^2} = 3,78 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{redmax}} = 3,78 \text{ MPa} < \sigma_{\text{meg}} = 300 \text{ MPa} \Rightarrow \text{megfelel}$$

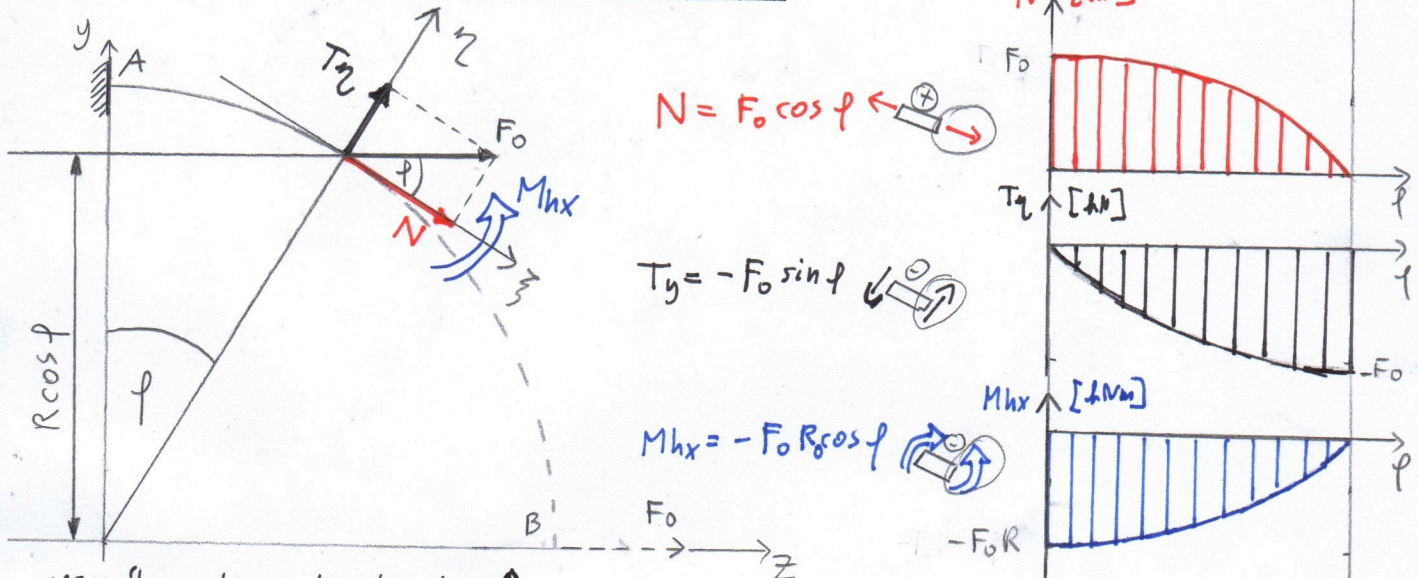
2.7 - SÍKGÖRBE RÚD ELLENŐRZÉSE



Feladat:

- igénybevételi függvények, ábrák
- fesz. eloszlás a veszélyes keresztmetszeten
- szilárdságtani ellenőrzés

1. IGÉNYBEVÉTELI FÜGGVÉNYEK, ÁBRÁK



• veszélyes keresztmetszet: A

$$N(A) = F_0 = 16000 \text{ N}$$

$$M_{hx} = -F_0 R = -16000 \cdot 100 = -1600000 \text{ Nmm}$$

2. FESZÜLTSEGELOSZLÁS A VESZÉLYES KERESZTMETSZETEN

$$\frac{R_0}{e_{max}} = \frac{R_0}{b/2} = \frac{100}{40/2} = 5 \quad 3 < 5 < 10 \Rightarrow \text{Grashof-képlet kell és } l_x \approx l_x$$

$$\sigma_z = \frac{N}{A} + \frac{M_{hx}}{A R_0} + \frac{M_{hx}}{I_x} \frac{R_0}{R_0 + \eta} \eta$$

• Keresztmetszeti jellemzők:

$$A = a \cdot b = 30 \cdot 40 = 1200 \text{ mm}^2 \quad I_x = \frac{ab^3}{12} = \frac{30 \cdot 40^3}{12} = 160000 \text{ mm}^4$$

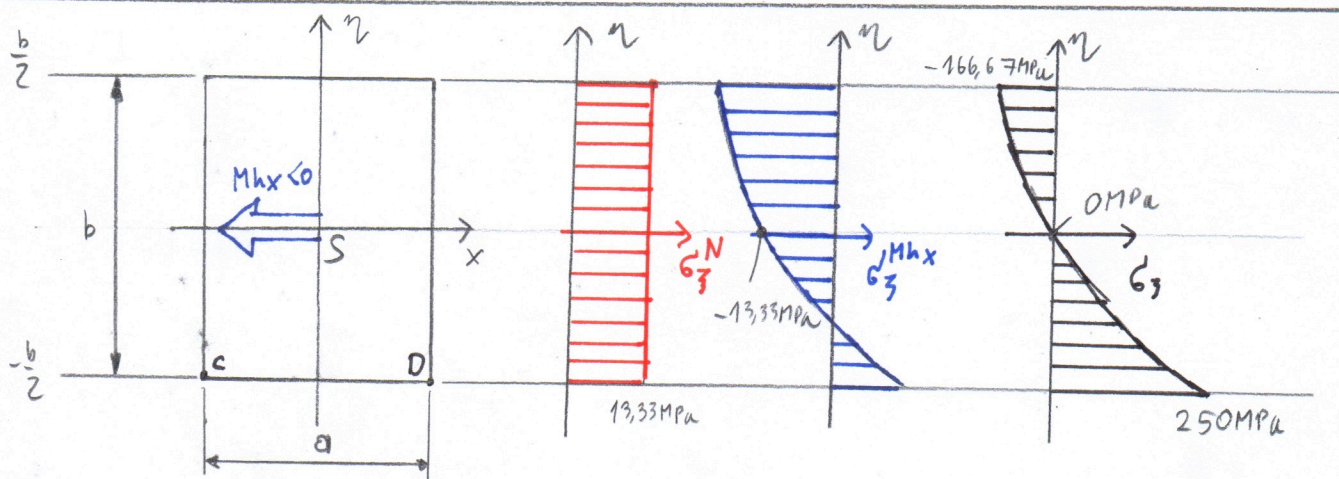
• Feszültségek

$$\sigma_z^N = \frac{N}{A} = \frac{16000}{1200} = 13,33 \text{ MPa} \quad \sigma_z^M = \frac{M_{hx}}{A R_0} = \frac{-1600000}{1200 \cdot 100} = -13,33 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z(\eta=0) = \sigma_z^N + \sigma_z^M = 13,33 - 13,33 = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z(\eta = -\frac{b}{2}) = \sigma_z^N + \frac{M_{hx}}{I_x} \frac{R_0}{R_0 - \frac{b}{2}} \left(-\frac{b}{2}\right) = \frac{-1600000}{160000} \cdot \frac{100}{100 - \frac{40}{2}} \cdot \left(-\frac{40}{2}\right) = 250 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z(\eta = \frac{b}{2}) = \sigma_z^N + \frac{M_{hx}}{I_x} \frac{R_0}{R_0 + \frac{b}{2}} \cdot \frac{b}{2} = \frac{-1600000}{160000} \cdot \frac{100}{100 + \frac{40}{2}} \cdot \frac{40}{2} = -166,67 \text{ MPa}$$



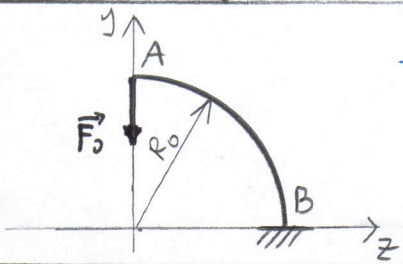
• veszélyes pontok: CD közötti pontok

3. SZILÁRDSÁGTANI ELLENŐRZÉS:

$$\sigma_z^{\max} = \sigma_z \left(z = -\frac{b}{2} \right) = 250 \text{ MPa} > \sigma_{\text{meg}} = 120 \text{ MPa}$$

$\Rightarrow$ a rúd szilárdságtanilag nem felel meg

2.8 - SÍKGÖRBE RÚD ELLENŐRZÉSE

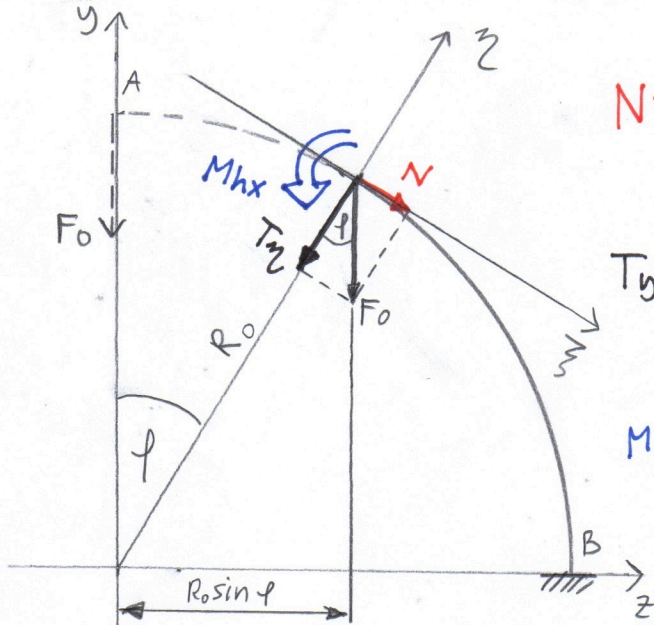


adott: $R_0 = 150 \text{ mm}$
 $d = 60 \text{ mm}$
 $F_0 = 20 \text{ kN}$
 $\sigma_{meg} = 200 \text{ MPa}$

Feladat:

- igénybevételei függvények, ábrák
- fesz. eloszlás veszélyes keresztmetszeten
- szilárdsági ellenőrzés

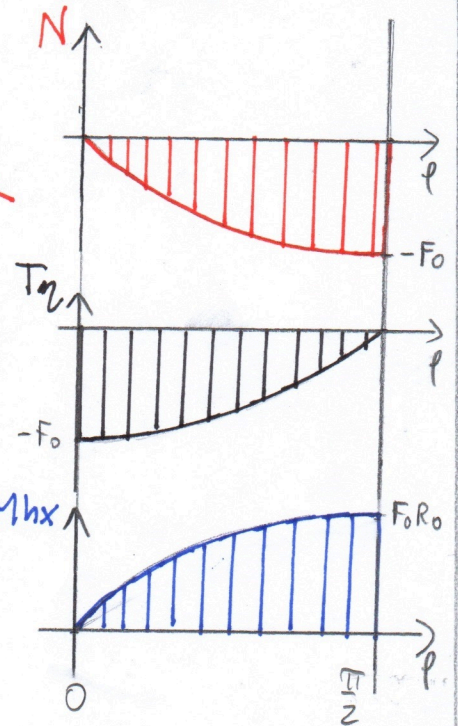
1. IGÉNYBEVÉTELI FÜGGVÉNYEK, ÁBRÁK



$$N = -F_0 \sin \varphi$$

$$T_y = -F_0 \cos \varphi$$

$$M_{hx} = F_0 R_0 \sin \varphi$$



• veszélyes keresztmetszet: B

$$N(B) = -F_0 = -20000 \text{ N}$$

$$M_{hx}(B) = F_0 R_0 = 20000 \cdot 150 = 3 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

2. FESZÜLTSGELOSLÁS A VESZÉLYES KERESZTMETSZETEN

$$\frac{R_0}{e_{max}} = \frac{R_0}{d/2} = \frac{150}{30} = 5 \quad 3 < 5 < 10 \Rightarrow \text{Grashof képlet kell és } I_y \approx I_x$$

$$\sigma_z = \underbrace{\frac{N}{A}}_{\sigma_z^N} + \underbrace{\frac{M_{hx}}{A R_0} + \frac{M_{hx}}{I_x} \frac{R_0}{R_0 + \eta}}_{\sigma_z^{M_{hx}}} \eta$$

• keresztmetszeti jellemzők:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{60^2 \pi}{4} = 2827,43 \text{ mm}^2$$

$$I_x = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{60^4 \pi}{64} = 636172,51 \text{ mm}^4$$

• Feszültségek:

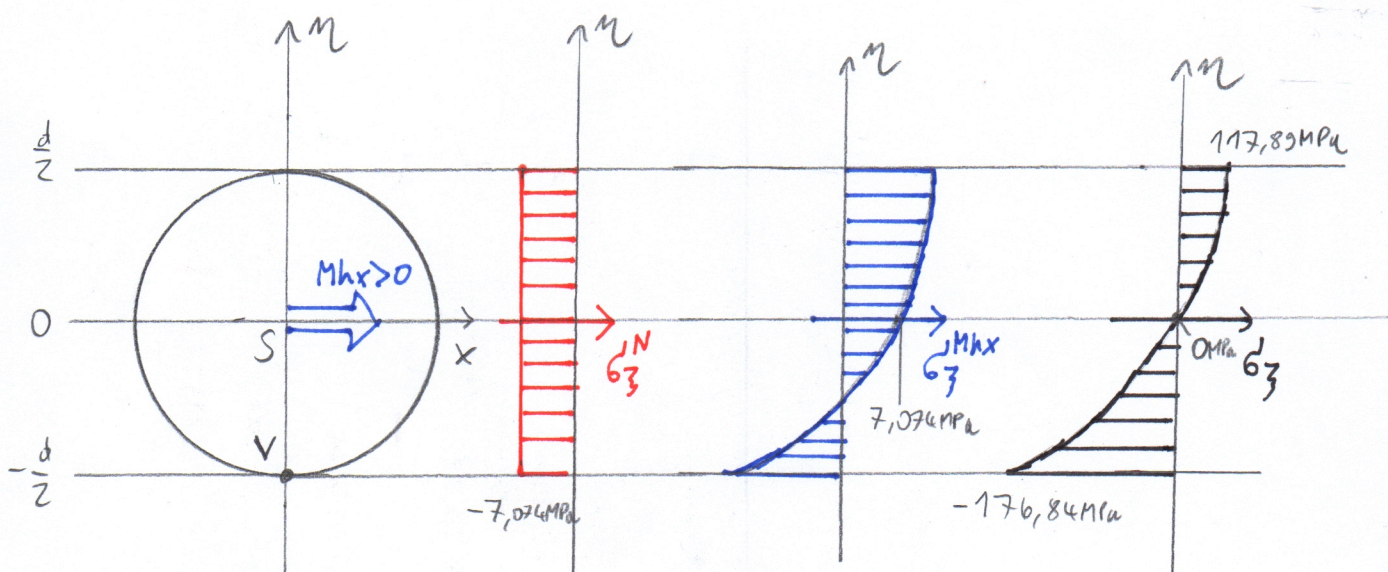
$$\sigma_3^N = \frac{N}{A} = \frac{-20000}{2927,43} = -7,074 \text{ MPa}$$

$$\sigma_0 = \frac{M_{hx}}{A R_0} = \frac{3 \cdot 10^6}{2927,43 \cdot 150} = 7,074 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3(\eta=0) = \sigma_3^N + \sigma_0 = -7,074 + 7,074 = 0$$

$$\begin{aligned} \sigma_3\left(\eta = -\frac{d}{2}\right) &= \sigma_3(\eta=0) + \frac{M_{hx}}{I_x} \frac{R_0}{R_0 - \frac{d}{2}} \left(-\frac{d}{2}\right) = \\ &= 0 + \frac{3 \cdot 10^6}{636172,51} \cdot \frac{150}{150 - \frac{60}{2}} \left(-\frac{60}{2}\right) = -176,84 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_3\left(\eta = \frac{d}{2}\right) &= \sigma_3(\eta=0) + \frac{M_{hx}}{I_x} \frac{R_0}{R_0 + \frac{d}{2}} \frac{d}{2} = \\ &= 0 + \frac{3 \cdot 10^6}{636172,51} \cdot \frac{150}{150 + \frac{60}{2}} \cdot \frac{60}{2} = 117,89 \text{ MPa} \end{aligned}$$



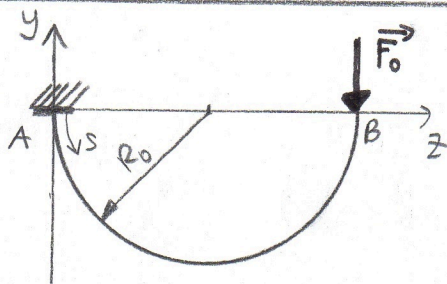
• veszélyes pont: V

3. SZILÁRDSÁGTANI ELLENŐRZÉS

$$|\sigma_{3\max}| = |\sigma_3(\eta = -\frac{d}{2})| = 176,84 \text{ MPa} < \sigma_{\text{meg}} = 200 \text{ MPa}$$

⇒ a rúd szilárdságátunilag meg felel

2.9 - SÍKGÖRBE RÚD ELLENŐRZÉSE

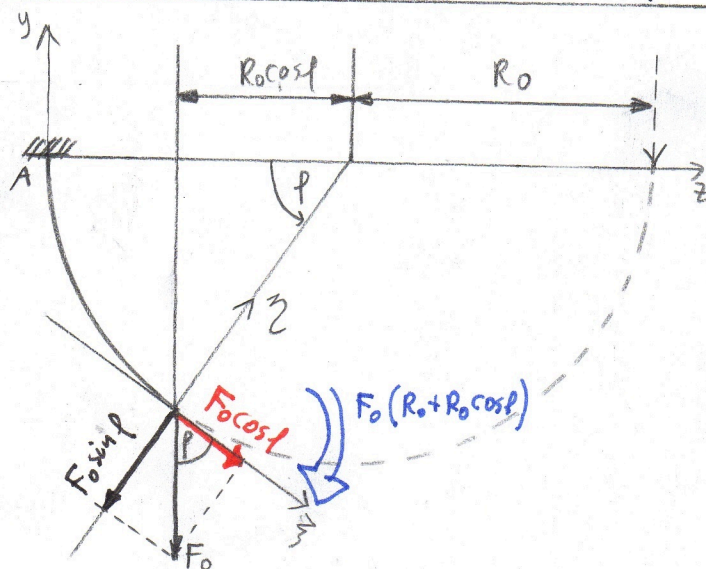


adott:
 $R_0 = 140 \text{ mm}$
 $d = 40 \text{ mm}$
 $F_0 = (-4 \vec{e}_3) \text{ kN}$
 $\sigma_{meg} = 250 \text{ MPa}$

feladat:

- igénybevételei függvények, ábrák
- feszültségeloszlás a veszélyes keresztmetszeten
- szilárdságtani ellenőrzés

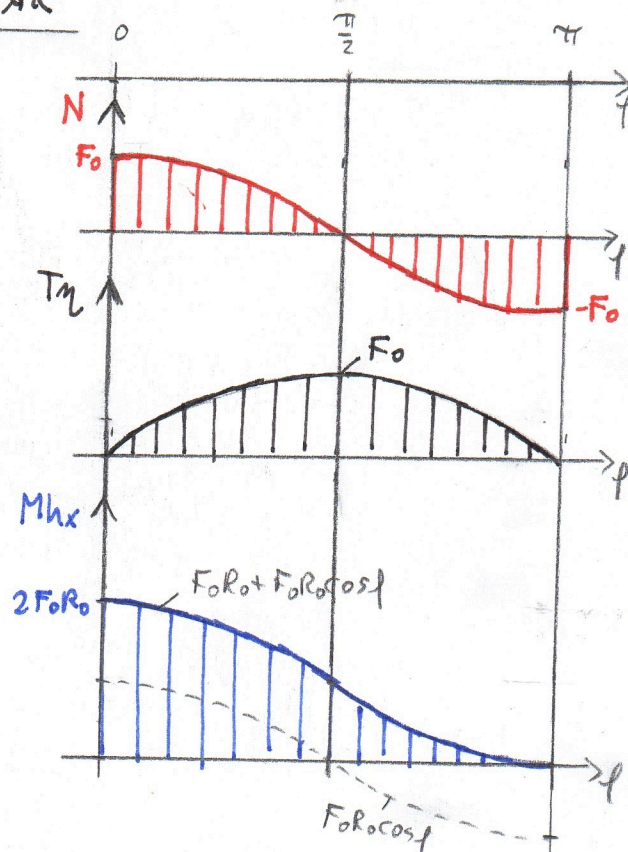
1. IGÉNYBEVÉTELI FÜGGVÉNYEK, ÁBRÁK



$$N = F_0 \cos \varphi$$

$$T_t = F_0 \sin \varphi$$

$$M_{hx} = F_0(R_0 + R_0 \cos \varphi) = F_0 R_0 + F_0 R_0 \cos \varphi$$



• veszélyes keresztmetszet: A

$$N(A) = F_0 = 4 \text{ kN} = 4000 \text{ N}$$

$$M_{hx}(A) = 2F_0R_0 = 2 \cdot 4 \cdot 140 = 1120 \text{ kNm} = 1120000 \text{ Nmm}$$

2. FESZÜLTSGELO SZÁVS A VESZÉLYES KERESZTMETSZETEN

$$\frac{R_0}{e_{max}} = \frac{R_0}{d/2} = \frac{140}{40/2} = 7$$

$10 > 7 > 3 \Rightarrow$ Grashof képletet kell alkalmazni, de nincs szükség I_r redukált másodrendű nyomatékra

$$\sigma_z' = \underbrace{\frac{N}{A}}_{\sigma_z^N} + \underbrace{\frac{M_{hx}}{A R_0} + \frac{M_{hx}}{I_x} \cdot \frac{R_0}{R_0 + \eta}}_{\sigma_z^{M_{hx}}} \eta$$

• keresztmetszeti jellemzők:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{40^2 \pi}{4} = 1256,64 \text{ mm}^2 \quad I_x = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{40^4 \pi}{64} = 125663,7 \text{ mm}^4$$

• feszültségek:

$$\sigma_z^N = \frac{N}{A} = \frac{4000}{1256,64} = 3,18 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z^M = \frac{M_{hx}}{A R_0} = \frac{1120000}{1256,64 \cdot (-140)} = -6,36 \text{ MPa}$$

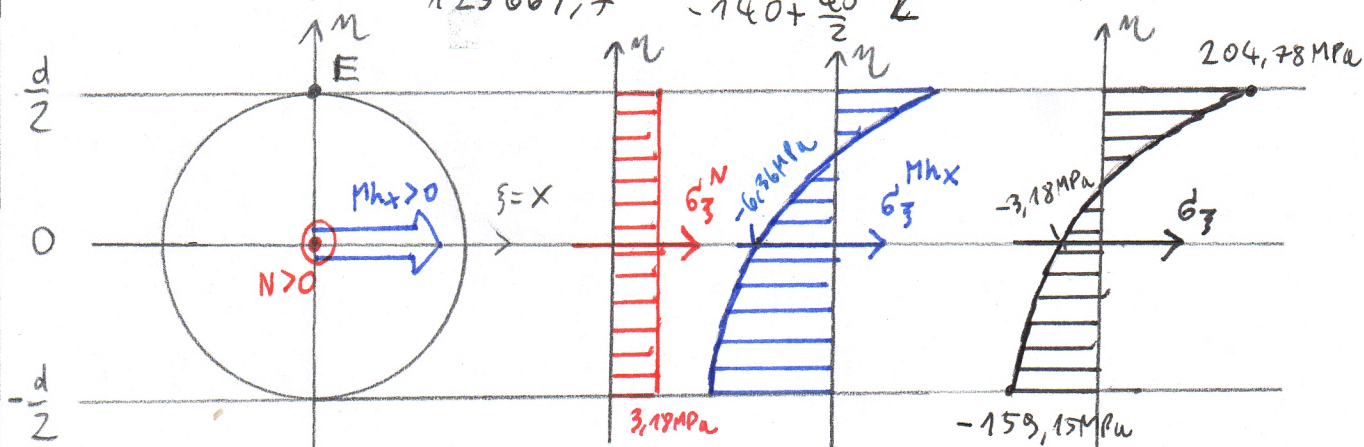
$$\sigma_z'(\eta=0) = \sigma_z^N + \sigma_z^M = 3,18 - 6,36 = -3,18 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z'(\eta = -\frac{d}{2}) = \sigma_z'(\eta=0) + \frac{M_{hx}}{I_x} \cdot \frac{R_0}{R_0 - \frac{d}{2}} \left(-\frac{d}{2}\right) = \frac{1120000}{125663,7} \cdot \frac{-140}{-140 - \frac{40}{2}} \left(-\frac{40}{2}\right) = -156 \text{ MPa}$$

$$= -3,18 + \frac{1120000}{125663,7} \cdot \frac{-140}{-140 - \frac{40}{2}} \left(-\frac{40}{2}\right) = -159,15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z'(\eta = \frac{d}{2}) = \sigma_z'(\eta=0) + \frac{M_{hx}}{I_x} \cdot \frac{R_0}{R_0 + \frac{d}{2}} \cdot \frac{d}{2} =$$

$$= -3,18 + \frac{1120000}{125663,7} \cdot \frac{-140}{-140 + \frac{40}{2}} \cdot \frac{40}{2} = 204,78 \text{ MPa}$$



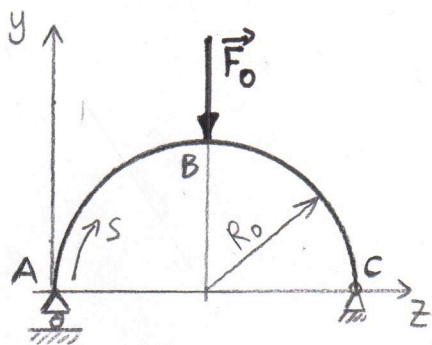
3. SZILÁRDSÁGTANI ELLENŐRZÉS

veszélyes pont: E

$$\sigma_{z \max} = |\sigma_z| = 204,78 \text{ MPa} < \sigma_{meg} = 250 \text{ MPa}$$

A tartó szilárdságtanilag megfelel

2.10 - SÍKGÖRBE RÚD ELLENŐRZÉSE



adott:

$$R_0 = 100 \text{ mm}$$

$$\vec{F}_0 = (-4\vec{e}_y) \text{ kN}$$

$$d = 40 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\text{meg}} = 200 \text{ MPa}$$

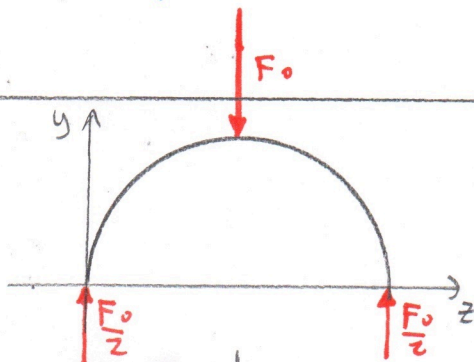
feladat:

- igénybevételi függvények, ábrák
- feszültségeloszlás a veszélyes keresztmetszeten
- szilárdsági ellenőrzés

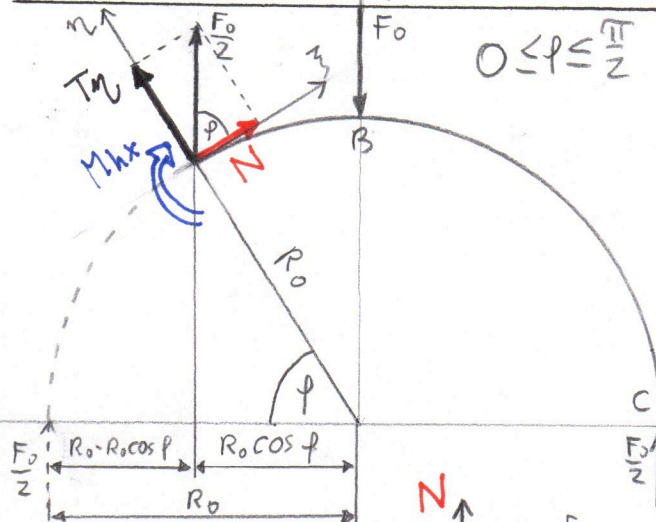
1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

$$M_C = 0 = -R_0 F_0 + 2R_0 F_{Ay} \Rightarrow F_{Ay} = \frac{R_0 F_0}{2R_0} = \frac{F_0}{2} (\uparrow)$$

$$M_A = 0 = R_0 F_0 - 2R_0 F_{By} \Rightarrow F_{By} = \frac{R_0 F_0}{2R_0} = \frac{F_0}{2} (\uparrow)$$



2. IGÉNYBEVÉTELI FÜGGVÉNYEK, ÁBRÁK



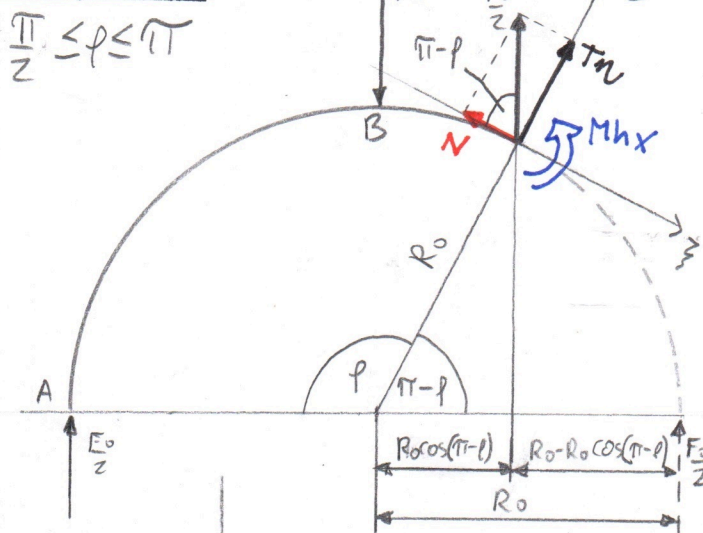
$$N = -\frac{F_0}{2} \cos \varphi$$



$$T_\varphi = \frac{F_0}{2} \sin \varphi$$



$$M_{\varphi x} = -\frac{F_0}{2} (R_0 - R_0 \cos \varphi) = \frac{F_0}{2} R_0 \cos \varphi - \frac{F_0}{2} R_0$$



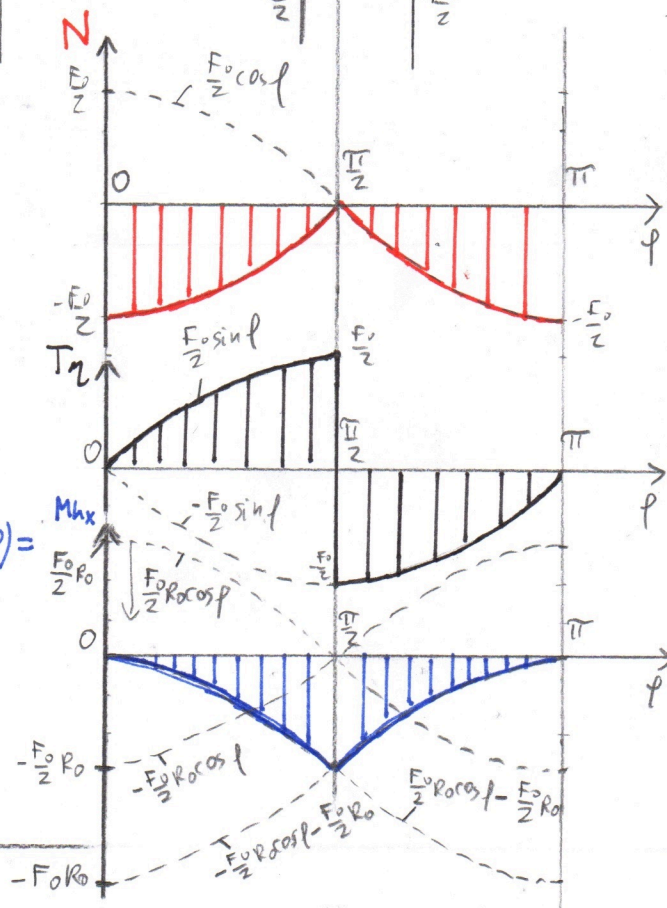
$$N = -\frac{F_0}{2} \cos(\pi - \varphi) = \frac{F_0}{2} \cos \varphi$$



$$T_\varphi = -\frac{F_0}{2} \sin(\pi - \varphi) = -\frac{F_0}{2} \sin \varphi$$



$$M_{\varphi x} = -\frac{F_0}{2} (R_0 - R_0 \cos(\pi - \varphi)) = -\frac{F_0}{2} (R_0 + R_0 \cos \varphi) = -\frac{F_0}{2} R_0 \cos \varphi - \frac{F_0}{2} R_0$$



• Veszélyes keresztmetszet: **B** $N(B)=0$, $M_{hx}(B) = -\frac{F_0}{2} R_0 = -\frac{4000}{2} \cdot 100 = -200000 \text{ Nmm}$

3. FESZÜLTSEGELOSZLÁS A VESZÉLYES KERESZTMETSZETEN

$\frac{R}{e_{\max}} = \frac{R}{d/2} = \frac{100}{40/2} = 5$ $10 > 5 > 3 \Rightarrow$ Grashoff képletet kell alkalmazni de nincs szükség "redukált másodrendű nyomatékra"

$$\sigma_z = \underbrace{\frac{N}{A}}_{\sigma_z^N} + \underbrace{\frac{M_{hx}}{A R_0} + \frac{M_{hx}}{I_x} \cdot \frac{R_0}{R_0 + \eta}}_{\sigma_z^{M_{hx}}} \eta$$

• keresztmetszeti jellemzők:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{40^2 \pi}{4} = 1256,64 \text{ mm}^2 \quad \left| \quad I_x = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{40^4 \pi}{64} = 125664 \text{ mm}^4 \right.$$

• Feszültségek:

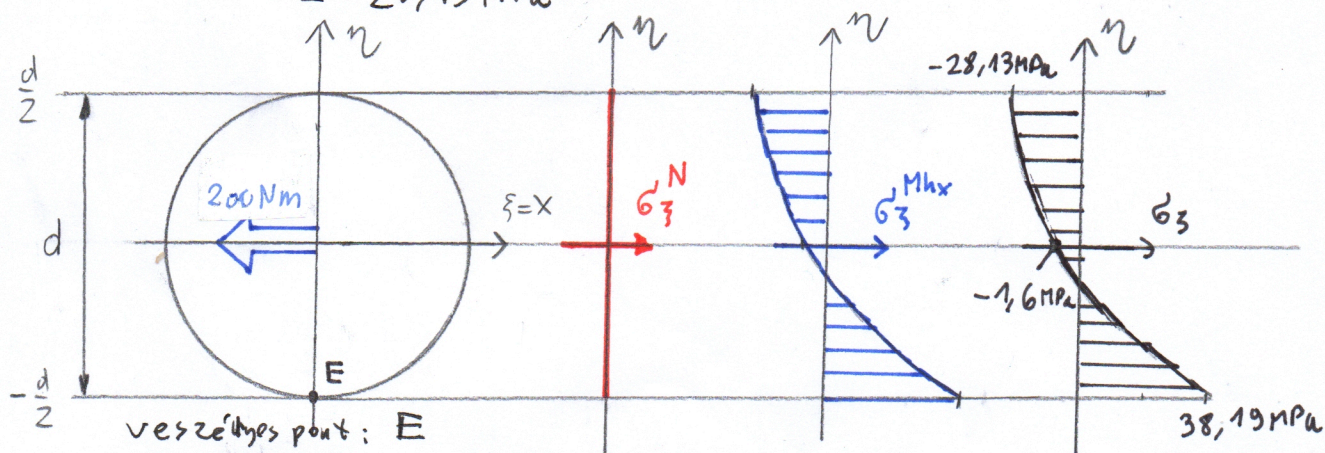
$$\sigma_z^N = \frac{N}{A} = \frac{0}{1256,64} = 0 \text{ MPa}$$

$$\sigma_0 = \frac{M_{hx}}{A R_0} = \frac{-200000}{1256,64 \cdot 100} = -1,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z(\eta=0) = \sigma_z^N + \sigma_0 = 0 - 1,6 = -1,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z\left(\eta = -\frac{d}{2}\right) = \sigma_z(\eta=0) + \frac{M_{hx}}{I_x} \frac{R_0}{R_0 - \frac{d}{2}} \left(-\frac{d}{2}\right) = -1,6 + \frac{-200000}{125664} \cdot \frac{100}{100 - \frac{40}{2}} \cdot \left(-\frac{40}{2}\right) = 38,19 \text{ MPa}$$

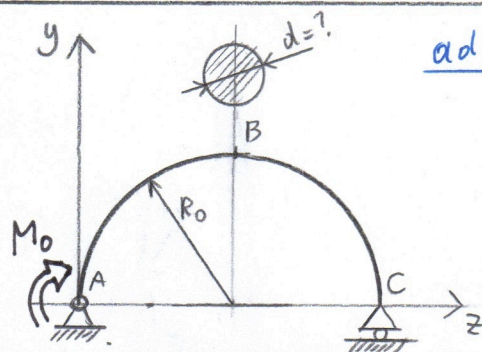
$$\sigma_z\left(\eta = \frac{d}{2}\right) = \sigma_z(\eta=0) + \frac{M_{hx}}{I_x} \frac{R_0}{R_0 + \frac{d}{2}} \frac{d}{2} = -1,6 + \frac{-200000}{125664} \cdot \frac{100}{100 + \frac{40}{2}} \cdot \frac{40}{2} = -28,13 \text{ MPa}$$



4. SZILÁRDSÁGTANI ELLENŐRZÉS

$\sigma_{z\max} = |\sigma_E| = 38,19 \text{ MPa} < \sigma_{\text{meg}} = 200 \text{ MPa} \Rightarrow$ a rúd szilárdságtanilag megfelel

2.11 - SÍKGÖRBE RÚD MÉRETEZÉSE



adott: $M_0 = 400 \text{ Nm}$
 $R_0 = 60 \text{ mm}$
 $\sigma_{meg} = 250 \text{ MPa}$

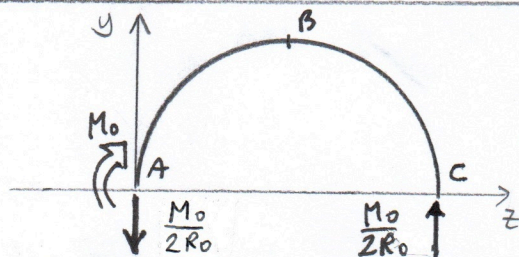
Feladat:

- igénybeveteli függvények, ábrák
- méretezés hajlításhoz egyenes rúdak szerint
- ellenőrzés húzásra + hajlításhoz Grashof szerint

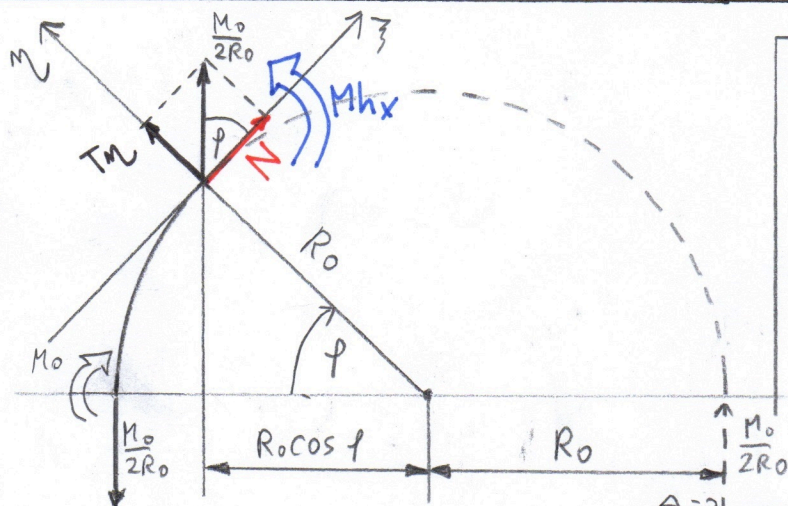
1. TÁMASZTÖRŐK MEGHATÁROZÁSA

$$M_A = 0 = M_0 - 2R_0 F_{Cy} \Rightarrow F_{Cy} = \frac{M_0}{2R_0} (\uparrow)$$

$$M_C = 0 = M_0 + 2R_0 F_{Ay} \Rightarrow F_{Ay} = -\frac{M_0}{2R_0} (\downarrow)$$



2. IGÉNYBEVÉTELI FÜGGVÉNYEK, ÁBRÁK



Az igénybeveteli ábrák alapján a veszélyes keresztmetszet: A

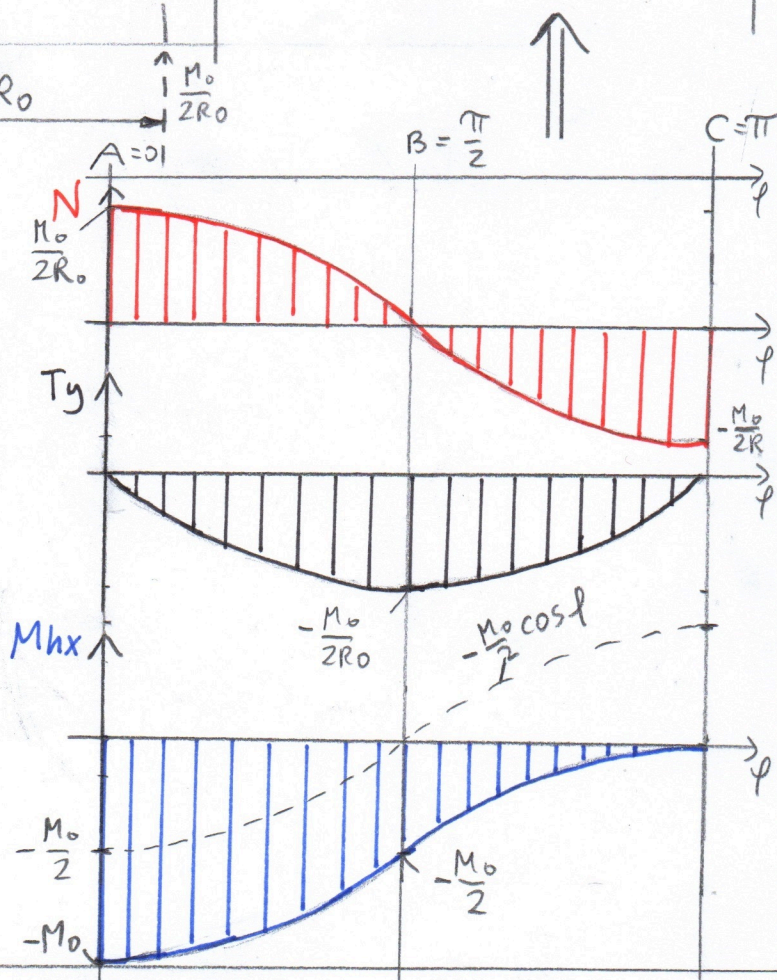
$$N(A) = \frac{M_0}{2R_0} = \frac{4 \cdot 10^5}{2 \cdot 60} = 3333,3 \text{ N}$$

$$M_{hx}(A) = -M_0 = -4 \cdot 10^5 \text{ Nmm}$$

$$N = \frac{M_0}{2R_0} \cos \varphi$$

$$T_y = -\frac{M_0}{2R_0} \sin \varphi$$

$$M_{hx} = -\frac{M_0}{2R_0} (R_0 + R_0 \cos \varphi) = -\frac{M_0}{2} \cos \varphi - \frac{M_0}{2}$$



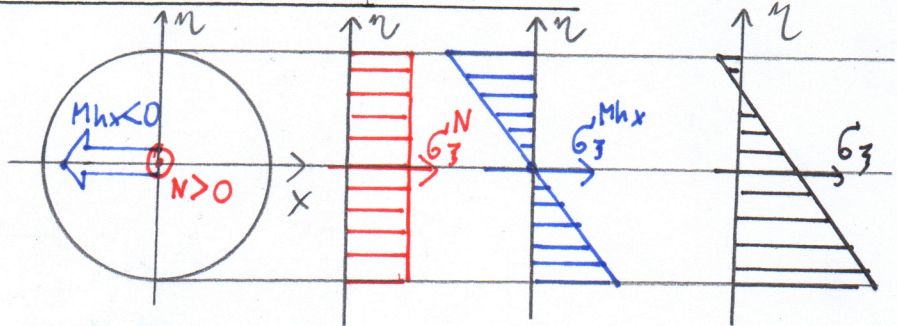
3. MÉRLETEZÉS HAJLÍTÁSRA EGYENES RUDAK SZERINT

$$\sigma_{\max}^{M_{hx}} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{|M_{hx}|_{\max}}{I_x} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{32}{d^3 \pi} |M_{hx}| \leq \sigma_{meg}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 |M_{hx}|}{\sigma_{meg} \cdot \pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 4 \cdot 10^5}{250 \cdot \pi}} = 25,35 \text{ mm} \Rightarrow \text{legyen } d = 28 \text{ mm}$$



4. ELLENŐRZÉS HAJLÍTÁSRA + HÚZÁSRA GRASHOF SZERINT

$$\frac{R_0}{e_{max}} = \frac{R_0}{d/2} = \frac{60}{28/2} = 4,286$$

$$3 < 4,286 < 10 \Rightarrow \text{Grashof + koll és } I_r \approx I_x$$

$$\sigma_z = \underbrace{\frac{N}{A}}_{\sigma_z^N} + \underbrace{\frac{M_{hx}}{A R_0} + \frac{M_{hx}}{I_x} \frac{R_0}{R_0 + z}}_{\sigma_z^{M_{hx}}} z$$

• keresztmetszeti jellemzők:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{28^2 \pi}{4} = 615,75 \text{ mm}^2 \quad \left| \quad I_x = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{28^4 \pi}{64} = 30171,86 \text{ mm}^4\right.$$

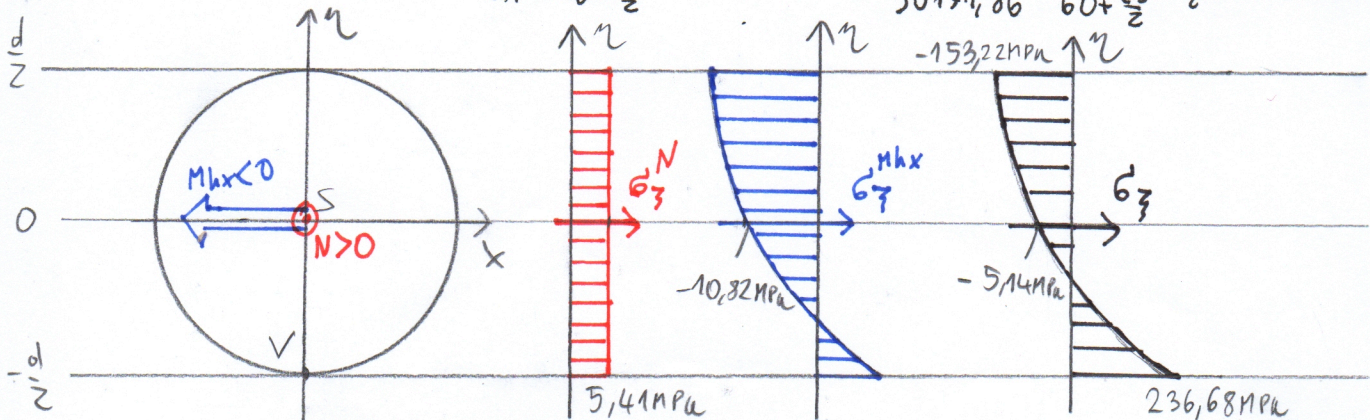
• feszültségek:

$$\sigma_z^N = \frac{N}{A} = \frac{3333,3}{615,75} = 5,41 \text{ MPa} \quad \left| \quad \sigma_z^0 = \frac{M_{hx}}{A R_0} = \frac{-4 \cdot 10^5}{615,75 \cdot 60} = -10,82 \text{ MPa}\right.$$

$$\sigma_z(z=0) = \sigma_z^N + \sigma_z^0 = 5,41 - 10,82 = -5,41 \text{ MPa}$$

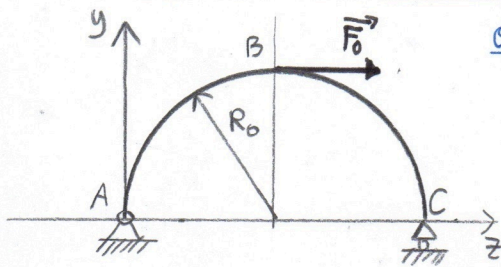
$$\sigma_z(z = \frac{d}{2}) = \sigma_z(z=0) + \frac{M_{hx}}{I_x} \frac{R_0}{R_0 - \frac{d}{2}} \left(-\frac{d}{2}\right) = -5,41 + \frac{-4 \cdot 10^5}{30171,86} \cdot \frac{60}{60 - \frac{28}{2}} \left(-\frac{28}{2}\right) = 236,68 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z(z = \frac{d}{2}) = \sigma_z(z=0) + \frac{M_{hx}}{I_x} \frac{R_0}{R_0 + \frac{d}{2}} \frac{d}{2} = -5,41 + \frac{-4 \cdot 10^5}{30171,86} \cdot \frac{60}{60 + \frac{28}{2}} \cdot \frac{28}{2} = -153,22 \text{ MPa}$$



$$|\sigma_{z\max}| = |\sigma_z(v)| = 236,68 \text{ MPa} < \sigma_{meg} = 250 \text{ MPa} \Rightarrow \text{a rúd szilárdságtanilag megfelel}$$

2.12 - SÍKGÖRBE RÚD MÉRETEZÉSE



Adott: $R_0 = 60 \text{ mm}$
 $F_0 = 7 \text{ kN}$
 $\sigma_{meg} = 250 \text{ MPa}$

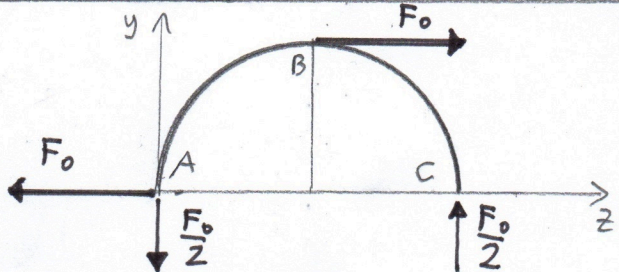
Feladat: - igénybevételi függvények, ábrák
 - méretezés hajlításra egyenes rúdak szerint
 - méretezés hajlításra + húzásra Grashof-szerint

1. TÁMASZTÖRÖK MEGHATÁROZÁSA

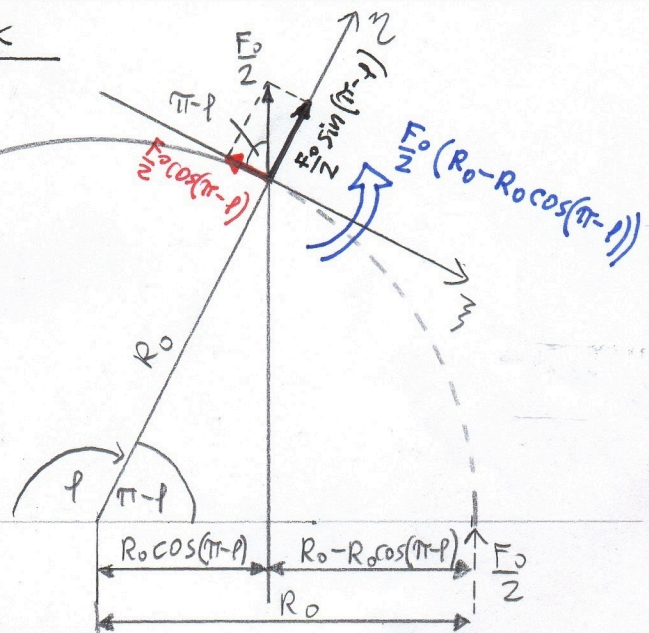
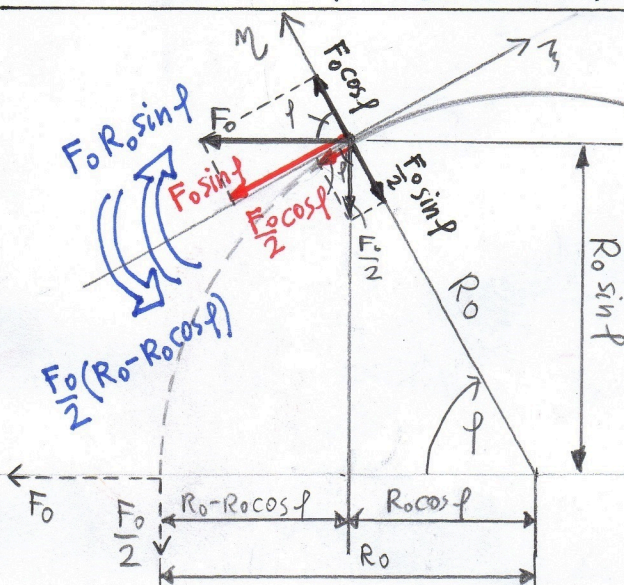
$$M_A = 0 = R_0 F_0 - 2 R_0 F_{Cy} \Rightarrow F_{Cy} = \frac{R_0 F_0}{2 R_0} = \frac{F_0}{2}$$

$$M_C = 0 = R_0 F_0 + 2 R_0 F_{Ay} \Rightarrow F_{Ay} = -\frac{R_0 F_0}{2 R_0} = -\frac{F_0}{2}$$

$$F_z = 0 = F_{Az} + F_0 \Rightarrow F_{Az} = -F_0$$



2. IGÉNYBEVÉTELI FÜGGVÉNYEK, ÁBRAK



$$N = F_0 \sin \varphi + \frac{F_0 \cos \varphi}{2}$$

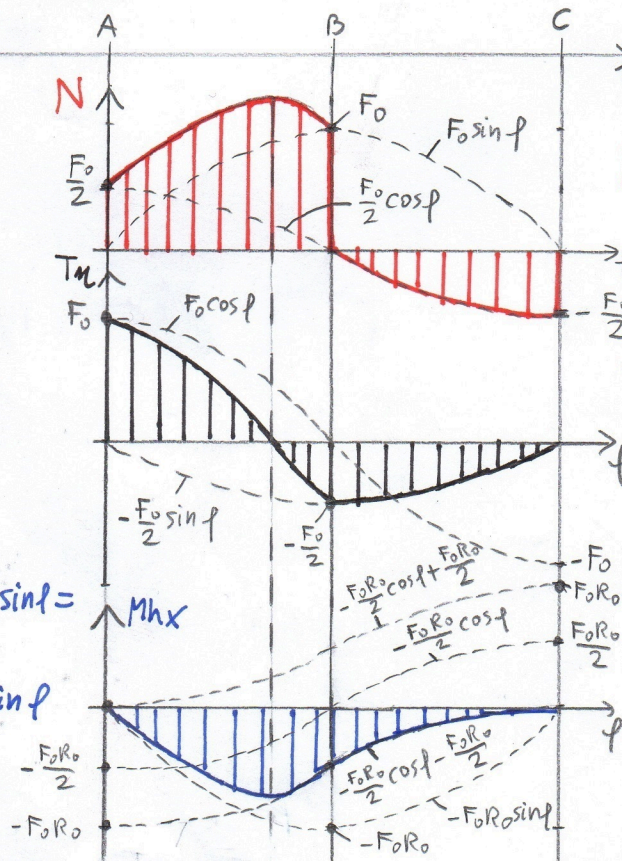
$$T_\varphi = F_0 \cos \varphi - \frac{F_0 \sin \varphi}{2}$$

$$M_{\varphi x} = \frac{F_0}{2} (R_0 - R_0 \cos \varphi) - F_0 R_0 \sin \varphi = -\frac{F_0 R_0}{2} \cos \varphi + \frac{F_0 R_0}{2} - F_0 R_0 \sin \varphi$$

$$N = -\frac{F_0}{2} \cos(\pi - \varphi) = \frac{F_0}{2} \cos \varphi$$

$$T_\varphi = -\frac{F_0}{2} \sin(\pi - \varphi) = -\frac{F_0}{2} \sin \varphi$$

$$M_{\varphi x} = -\frac{F_0}{2} (R_0 - R_0 \cos(\pi - \varphi)) = -\frac{F_0}{2} (R_0 + R_0 \cos \varphi) = -\frac{F_0 R_0}{2} \cos \varphi - \frac{F_0 R_0}{2}$$



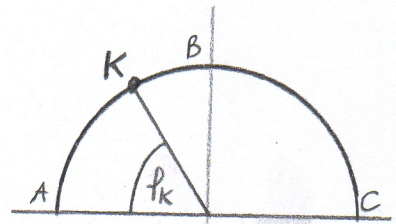
• veszélyes keresztmetszet meghatározása:

Mivel a nyírőerő a hajlítónyomaték deriváltja, ahol a nyírőerő 0, ott lesz a hajlítónyomatékuk szélsőértéke

$$F_0 \cos \varphi - \frac{F_0}{2} \sin \varphi = 0 \quad /: \cos \varphi$$

$$F_0 - \frac{F_0}{2} \tan \varphi = 0$$

$$\tan \varphi = 2 \Rightarrow \varphi = \arctan 2 = 63,43^\circ$$



veszélyes keresztmetszet: K $\varphi_K = 63,43^\circ$

$$N(K) = F_0 \sin \varphi_K + \frac{F_0}{2} \cos \varphi_K = 7000 \sin 63,43 + \frac{7000}{2} \cos 63,43 = 7826 \text{ N}$$

$$M_{hx}(K) = \frac{F_0}{2} (R_0 - R_0 \cos \varphi_K) - F_0 R_0 \sin \varphi_K = \frac{7000}{2} (60 - 60 \cos 63,43^\circ) - 7000 \cdot 60 \cdot \sin 63,43^\circ = -259574 \text{ Nmm}$$

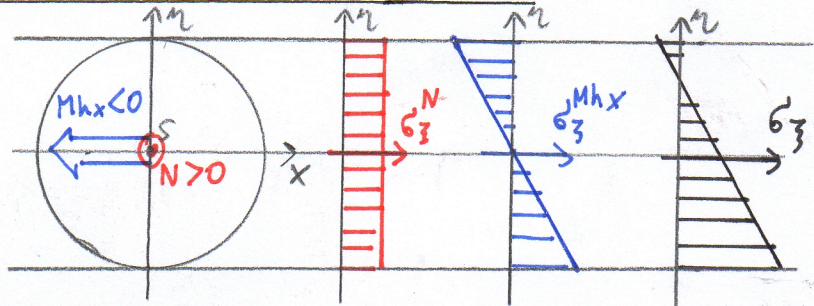
3. MÉRETEZÉS HAJLÍTÁSRA EGYENES RUDAK SZERINT

$$\sigma_{3\max} \leq \sigma_{\text{meg}}$$

$$\frac{|M_{hx}|}{I_x} \eta_{\max} \leq \sigma_{\text{meg}}$$

$$\frac{32 |M_{hx}|}{d^3 \pi} \cdot \frac{d}{2} \leq \sigma_{\text{meg}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 |M_{hx}|}{\sigma_{\text{meg}} \pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 259574}{250 \pi}} = 22 \text{ mm} \Rightarrow \text{legyen } d = 24 \text{ mm}$$



4. ELLENŐRZÉS HAJLÍTÁSRA + HÚZÁSRA GRASHOF SZERINT

$$\frac{R_0}{\eta_{\max}} = \frac{R_0}{d/2} = \frac{60}{24/2} = 5 \quad 3 < 5 < 10 \Rightarrow \text{Grashof formula kell és } I_x \approx I_y$$

$$\sigma_3 = \underbrace{\frac{N}{A}}_{\sigma_3^N} + \underbrace{\frac{M_{hx}}{A R_0} + \frac{M_{hx}}{I_x} \frac{R_0}{R_0 + \eta}}_{\sigma_3^{M_{hx}}} \eta$$

• Keresztmetszeti jellemzők:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{24^2 \pi}{4} = 452,39 \text{ mm}^2$$

$$I_x = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{24^4 \pi}{64} = 16286 \text{ mm}^4$$

• Feszültségek:

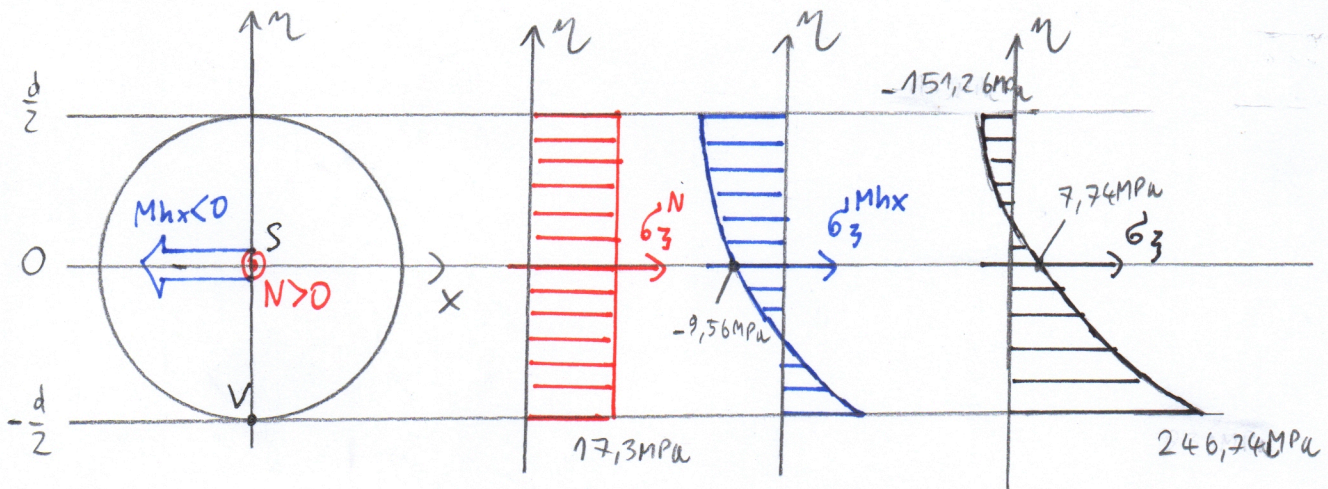
$$\sigma_3^N = \frac{N}{A} = \frac{7826}{452,39} = 17,3 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3^M = \frac{M_{hx}}{A R_0} = \frac{-259574}{452,39 \cdot 60} = -9,56 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3(\eta=0) = \sigma_3^N + \sigma_3^M = 17,3 - 9,56 = 7,74 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned} \sigma_3(\eta = -\frac{d}{2}) &= \sigma_3(\eta=0) + \frac{M_{hx}}{I_x} \cdot \frac{R_0}{R_0 - \frac{d}{2}} \left(-\frac{d}{2}\right) = \\ &= 7,74 + \frac{-259574}{16286} \cdot \frac{60}{60 - \frac{24}{2}} \cdot \left(-\frac{24}{2}\right) = 246,74 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_3(\eta = \frac{d}{2}) &= \sigma_3(\eta=0) + \frac{M_{hx}}{I_x} \cdot \frac{R_0}{R_0 + \frac{d}{2}} \cdot \frac{d}{2} = \\ &= 7,74 + \frac{-259574}{16286} \cdot \frac{60}{60 + \frac{24}{2}} \cdot \frac{24}{2} = -151,26 \text{ MPa} \end{aligned}$$



$$|\sigma_{3\max}| = |\sigma_3(V)| = 246,74 \text{ MPa} < \sigma_{\text{meg}} = 250 \text{ MPa} \Rightarrow \text{a rúd szilárdságtanilag megfelel}$$