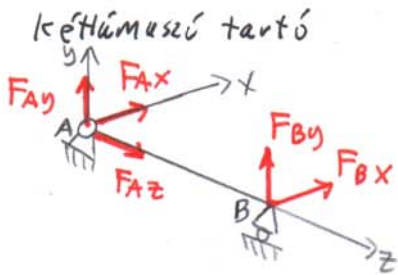


RUDAK MÉRETEZÉSE

① TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA



- nyomatéki egyenletek A ponti tengelyekre

$$M_{Ax} = 0 = \dots \Rightarrow F_{By}$$

$$M_{Ay} = 0 = \dots \Rightarrow F_{Bx}$$

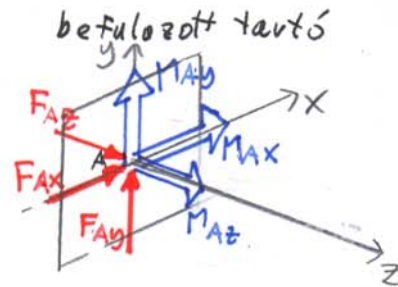
- nyomatéki egyenletek B ponti tengelyekre

$$M_{Bx} = 0 = \dots \Rightarrow F_{Ay}$$

$$M_{By} = 0 = \dots \Rightarrow F_{Ax}$$

- z irányú vetületi egyenlet

$$F_z = 0 = \dots \Rightarrow F_{Az}$$



- nyomatéki egyenletek A ponti tengelyekre

$$M_x = 0 = \dots \Rightarrow M_{Ax}$$

$$M_y = 0 = \dots \Rightarrow M_{Ay}$$

$$M_z = 0 = \dots \Rightarrow M_{Az}$$

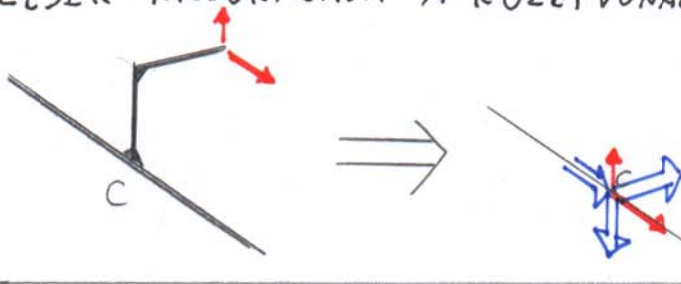
- x, y, z irányú vetületi egyenletek

$$F_x = 0 = \dots \Rightarrow F_{Ax}$$

$$F_y = 0 = \dots \Rightarrow F_{Ay}$$

$$F_z = 0 = \dots \Rightarrow F_{Az}$$

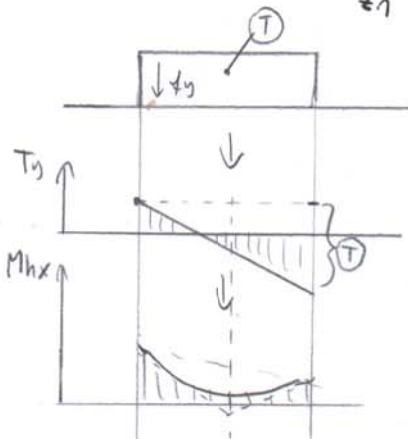
② TERHELÉSEK REDUKÁLÁSA A KÖZÉPVONALBA



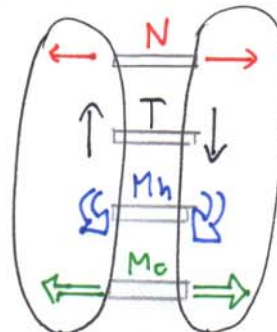
③ IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK MEGRAJZOLÁSA

$$T_y(z_2) - T_y(z_1) = \int_{z_1}^{z_2} f_y(z) dz$$

$$M_{hx}(z_2) - M_{hx}(z_1) = - \int_{z_1}^{z_2} T_y(z) dz$$



- koncentrált erő/nyomaték hatás



vgrás fel vgrás le
a megfelelő igénybevételi ábrák

④ VESZÉLYES KERESZTMETSZET(EK) MEGHATÁROZÁSA

→ azok a keresztmetszetek, ahol a legnagyobb igénybevételek lépnek fel

→ veszélyes keresztmetszet(ek) igénybevételei:

$$N$$
$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2}$$
$$M_h = \sqrt{M_{hx}^2 + M_{hy}^2}$$
$$M_c$$

⑤ FESZÜLTSÉGELOSZLÁS A VESZÉLYES KERESZTMETSZETEN

→ lásd: FESZÜLTSÉGELOSZLÁSOK!

→ veszélyes pontok meghatározása

⑥ SZILÁRDSÁGTANI MÉRTEZÉS

→ a tengelyt minden veszélyes keresztmetszetben hajlításra és csavarásra méretezzük:

$$M_{red} = \sqrt{M_h^2 + \frac{\beta}{4} M_c^2} \quad \beta = \begin{cases} 3 \text{ MMH szerint} \\ 4 \text{ Mohr szerint} \end{cases}$$

$$\sigma_{redmax} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{M_{red}}{I_x} \frac{d}{2} \leq \sigma_{meg} \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{red}}{\sigma_{meg} \pi}}$$

→ a kapott legnagyobb átmérőt kismértékben növeljük és ezzel a tengelyt minden veszélyes keresztmetszetben hajlításra, csavarásra, húzásra-nyomásra, nyírásra ellenőrizzük

• ellenőrzés húzás + hajlítás + csavarásra:

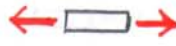
$$\sigma_{redmax} = \sqrt{\sigma_{zmax}^2 + \beta \tau_{tymax}^2} \stackrel{?}{\leq} \sigma_{meg}$$

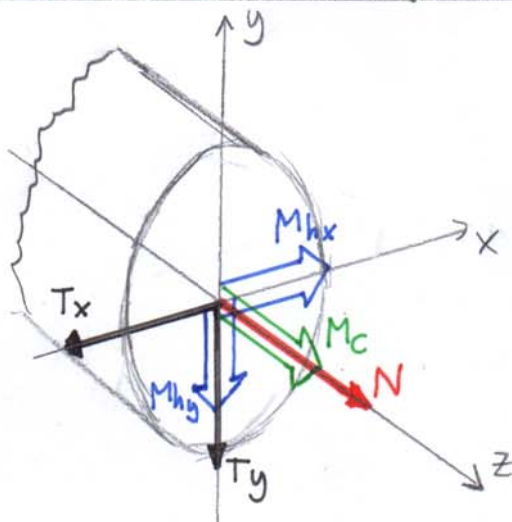
• ellenőrzés húzás + nyírásra

$$\sigma_{redmax} = \sqrt{(\sigma_z^N)^2 + \beta \tau_{tymax}^2} \stackrel{?}{\leq} \sigma_{meg}$$

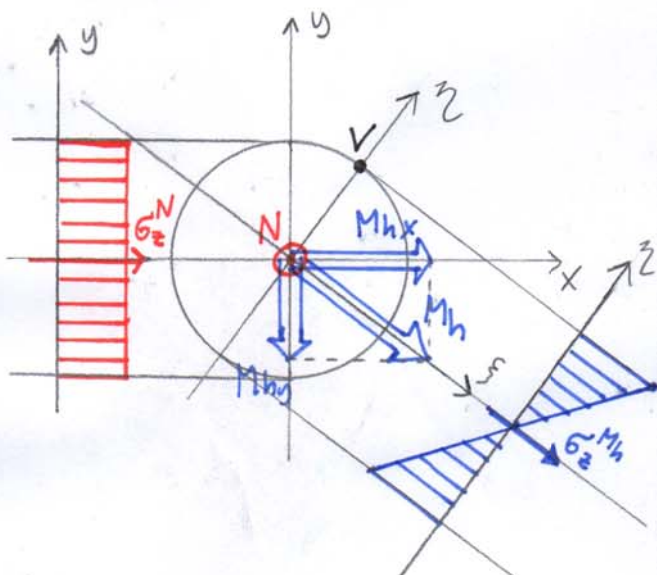
FESZÜLTSGÉLOSZLÁSOK

⊕ értelmű igénybevételek:

- húzás N 
- nyírás T 
- hajlítás M_h 
- csavarás M_c 



⊕ értelmű igénybevételekhez tartozó feszültségeloszlások
normál feszültségek



$$\sigma_z^N = \frac{N}{A} = \text{állandó} \quad A = \frac{d^2 \pi}{4}$$

$$\sigma_z^{M_h} = \frac{M_{hx}}{I_x} y + \frac{M_{hy}}{I_y} x = \frac{M_h}{I_\xi} \eta$$

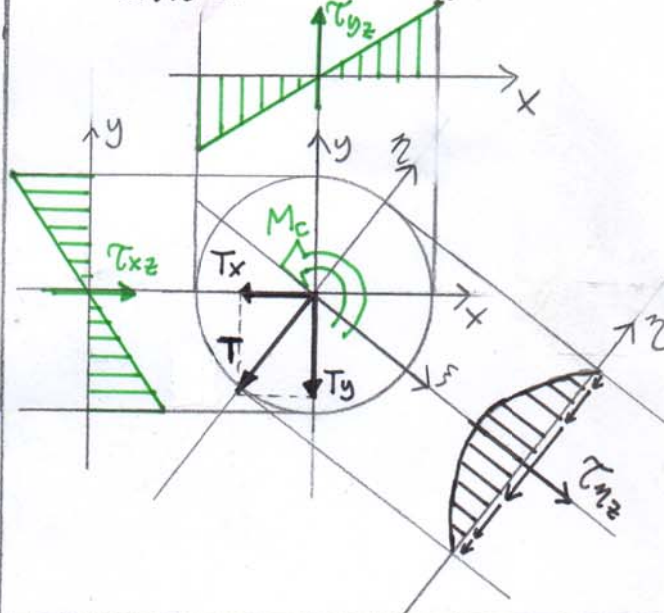
$$M_h = \sqrt{M_{hx}^2 + M_{hy}^2}$$

$$I_x = I_y = I_\xi = \frac{d^4 \pi}{64}$$

$$\sigma_{z \max}^{M_h} = \sigma_z^{M_h}(V) = \frac{M_h}{I_\xi} \frac{d}{2}$$

$$\sigma_{z \max} = \sigma_z(V) = \sigma_z^N + \sigma_{z \max}^{M_h} = \frac{N}{A} + \frac{M_h}{I_\xi} \cdot \frac{d}{2}$$

csúsztató feszültségek



$$\tau_{xz} = -\frac{M_c}{I_p} y, \quad \tau_{yz} = \frac{M_c}{I_p} x, \quad \tau_{\xi z} = \frac{M_c}{I_p} R$$

$$I_p = \frac{d^4 \pi}{32}$$

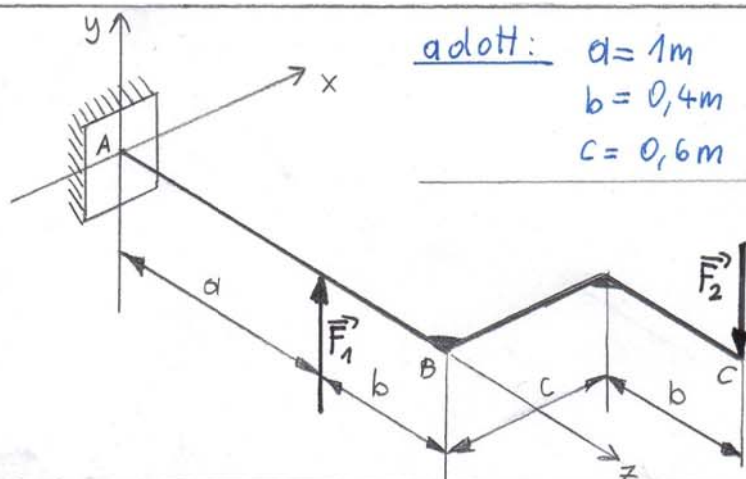
$$\tau_{\xi z \max} = \frac{M_c}{I_p} \frac{d}{2}$$

$$\tau_{\eta z} = -\frac{4}{3} \frac{T}{A} \frac{4}{d^2} \left(\frac{d^2}{4} - y^2 \right)$$

$$\tau_{\eta z \max} = \frac{4}{3} \frac{T}{A}$$

$$T = \sqrt{T_x^2 + T_y^2}$$

TÉRBELI BEFALAZOTT TARTÓ MÉRETEZÉSE



adott: $a = 1\text{m}$
 $b = 0,4\text{m}$
 $c = 0,6\text{m}$

$\vec{F}_1 = (400\vec{e}_y)\text{N}$ $R_{p0,2} = 300\text{MPa}$
 $\vec{F}_2 = (-800\vec{e}_y)\text{N}$ $n = 2$

Feladat: AB rúdszakasz
 méretezése, ha a rúd kör-
 keresztmetszetű
 Anyrást hagyjuk el!
 (Méretezés HMM szerint)

1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

- nyomatéki egyenletek A ponton átmenő tengelyekre:

$$M_x = 0 = -aF_1 + (a+2b)F_2 + M_{Ax}$$

$$\Rightarrow M_{Ax} = aF_1 - (a+2b)F_2 = 1 \cdot 400 - (1+2 \cdot 0,4) \cdot 800 = -1040\text{Nm}$$

$$M_z = 0 = -cF_2 + M_{Az} \Rightarrow M_{Az} = cF_2 = 0,6 \cdot 800 = 480\text{Nm}$$

- yirányú vetületi egyenlet:

$$F_y = 0 = F_1 - F_2 + F_{Ay} \Rightarrow F_{Ay} = F_2 - F_1 = 800 - 400 = 400\text{N}$$

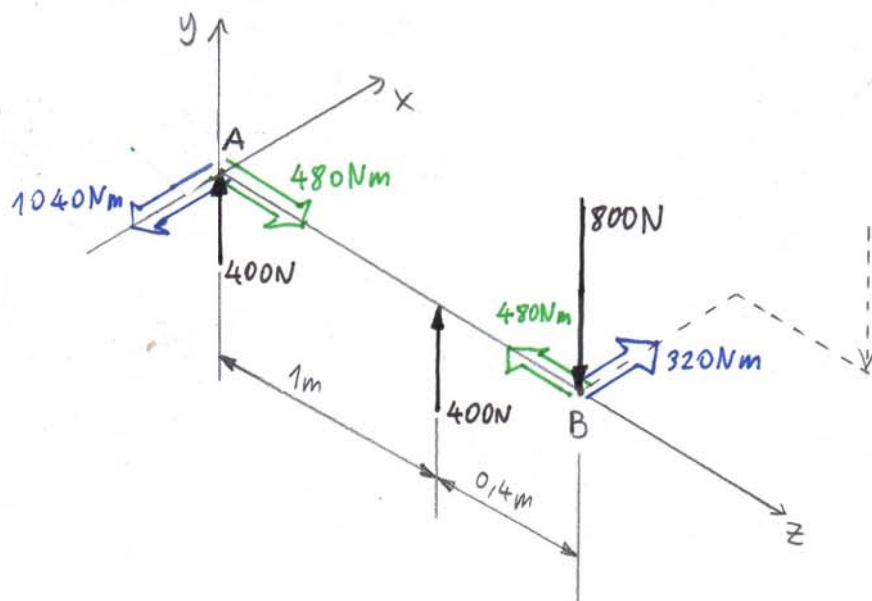
2. TERHELÉSEK REDUKÁLÁSA A TENGELY KÖZÉPVONALÁBA

- $\vec{F}_2$ erő redukálása a B pontba

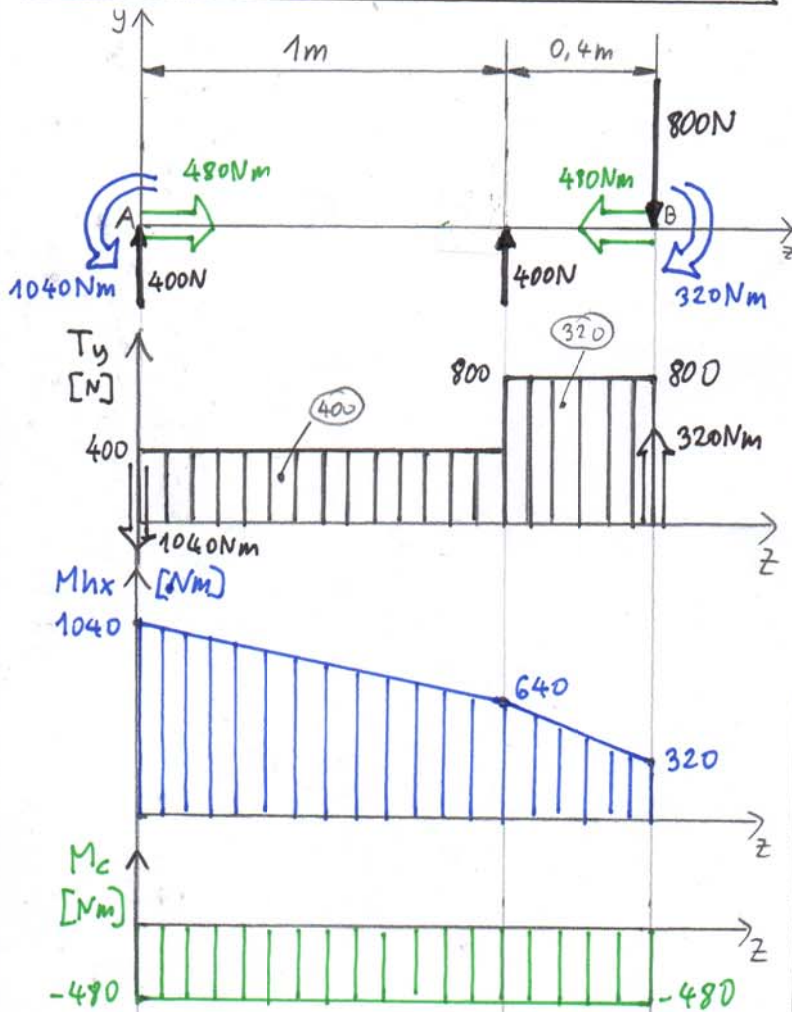
$$F_B = F_2 = -800\text{N}$$

$$M_{Bx} = bF_2 = 0,4 \cdot 800 = 320\text{Nm}$$

$$M_{Bz} = -cF_2 = -0,6 \cdot 800 = -480\text{Nm}$$



3. IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK MEGRAJZOLÁSA

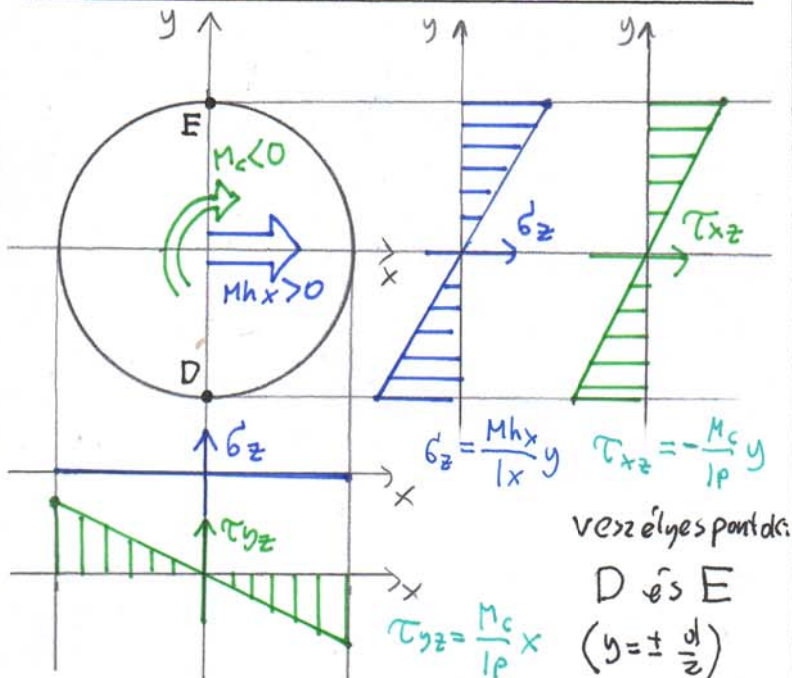


4. VESZÉLYES KERESZTMETSZET

igénybeveteli ábrák alapján: **A** k.m.

$$M_{hx}(A) = 1040 \text{ Nm} \quad M_c(A) = -480 \text{ Nm}$$

5. FESZÜLTÉGELOSZLÁS VESZÉLYES K.M.-EN



6. SZILÁRDSÁGTANI MÉRÉTEZÉS

• Améretezést hajlítással és csavarással végezzük el MPM szerint ($\Rightarrow \beta = 3$)

$$M_{red} = \sqrt{M_{hx}^2 + \frac{\beta}{4} M_c^2} =$$

$$= \sqrt{1040^2 + \frac{3}{4} (-480)^2} = 1120 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{redmax} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{M_{red}}{I_x} y_{max} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$\frac{32 M_{red}}{d^3 \pi} \frac{d}{2} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

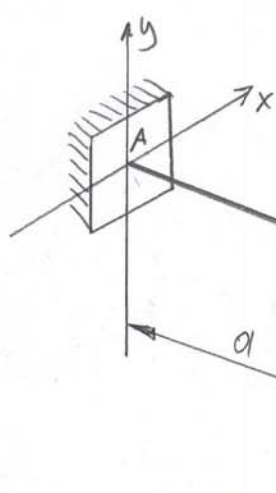
$$\frac{32 M_{red}}{d^3 \pi} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{red} n}{\pi R_{p0.2}}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1120000 \cdot 2}{\pi \cdot 300}}$$

$$\underline{\underline{d \geq 42,37 \text{ mm}}}$$

TÉRBELI BEFALAZOTT TARTÓ MÉRETEZÉSE



adott: $a = 1\text{ m}$ $\vec{F}_1 = (400\vec{e}_y)\text{ N}$ $R_{p0.2} = 300\text{ MPa}$
 $b = 0,4\text{ m}$ $\vec{F}_2 = (-800\vec{e}_y)\text{ N}$ $n = 2$
 $\vec{F}_3 = (300\vec{e}_x)\text{ N}$

Feladat:

A tartó méretezése, ha a rúd kör keresztmetszetű
 Anyagrust hagyoljuk el!
 Méretezés MMH szerint

1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

• nyomatéki egyenletek A ponton átmenő tengelyekre:

$$M_x = 0 = -aF_1 + (a+2b)F_2 + M_{Ax}$$

$$\Rightarrow M_{Ax} = aF_1 - (a+2b)F_2 = 1 \cdot 400 - (1+2 \cdot 0,4) \cdot 800 = -1040\text{ Nm}$$

$$M_y = 0 = (a+2b)F_3 + M_{Ay} \Rightarrow M_{Ay} = -(a+2b)F_3 = -(1+2 \cdot 0,4) \cdot 300 = -540\text{ Nm}$$

$$M_z = 0 = -bF_2 + M_{Az} \Rightarrow M_{Az} = bF_2 = 0,4 \cdot 800 = 320\text{ Nm}$$

• vetületi egyenletek:

$$F_x = 0 = F_3 + F_{Ax} \Rightarrow F_{Ax} = -F_3 = -300\text{ N}$$

$$F_y = 0 = F_1 - F_2 + F_{Ay} \Rightarrow F_{Ay} = F_2 - F_1 = 800 - 400 = 400\text{ N}$$

2. TERHELÉSEK KEDUKÁLÁSA A B PONTBA

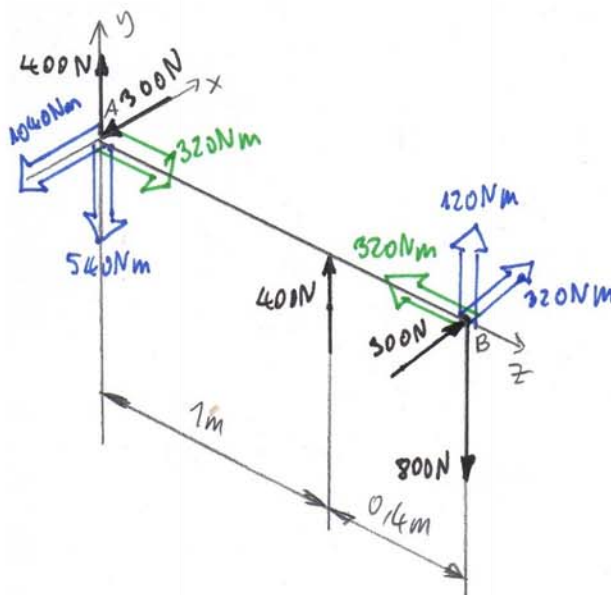
$$F_{Bx} = F_3 = 300\text{ N}$$

$$F_{By} = F_2 = -800\text{ N}$$

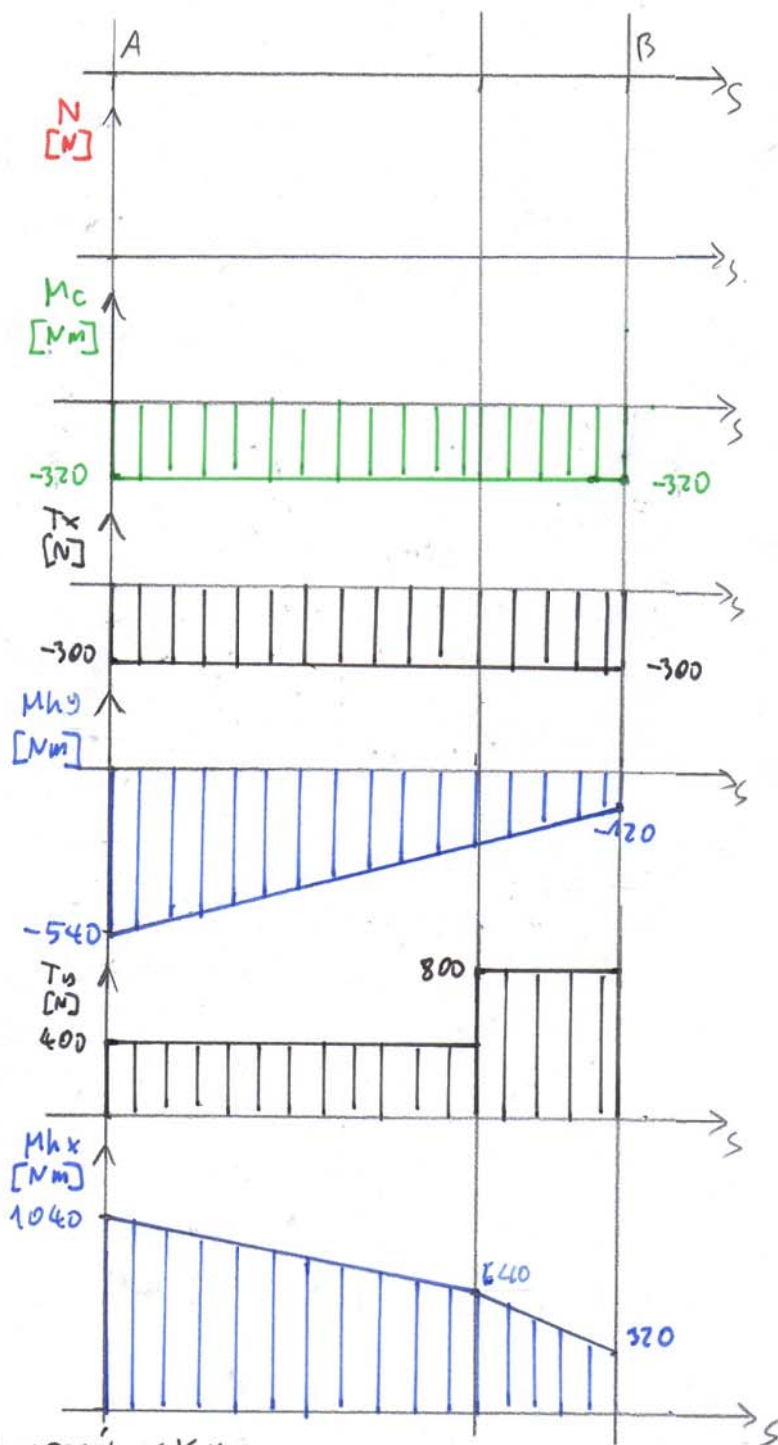
$$M_{Bx} = b \cdot F_2 = 0,4 \cdot 800 = 320\text{ Nm}$$

$$M_{By} = b \cdot F_3 = 0,4 \cdot 300 = 120\text{ Nm}$$

$$M_{Bz} = -b \cdot F_2 = -0,4 \cdot 800 = -320\text{ Nm}$$



3. IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK MEGRAJZOLÁSA



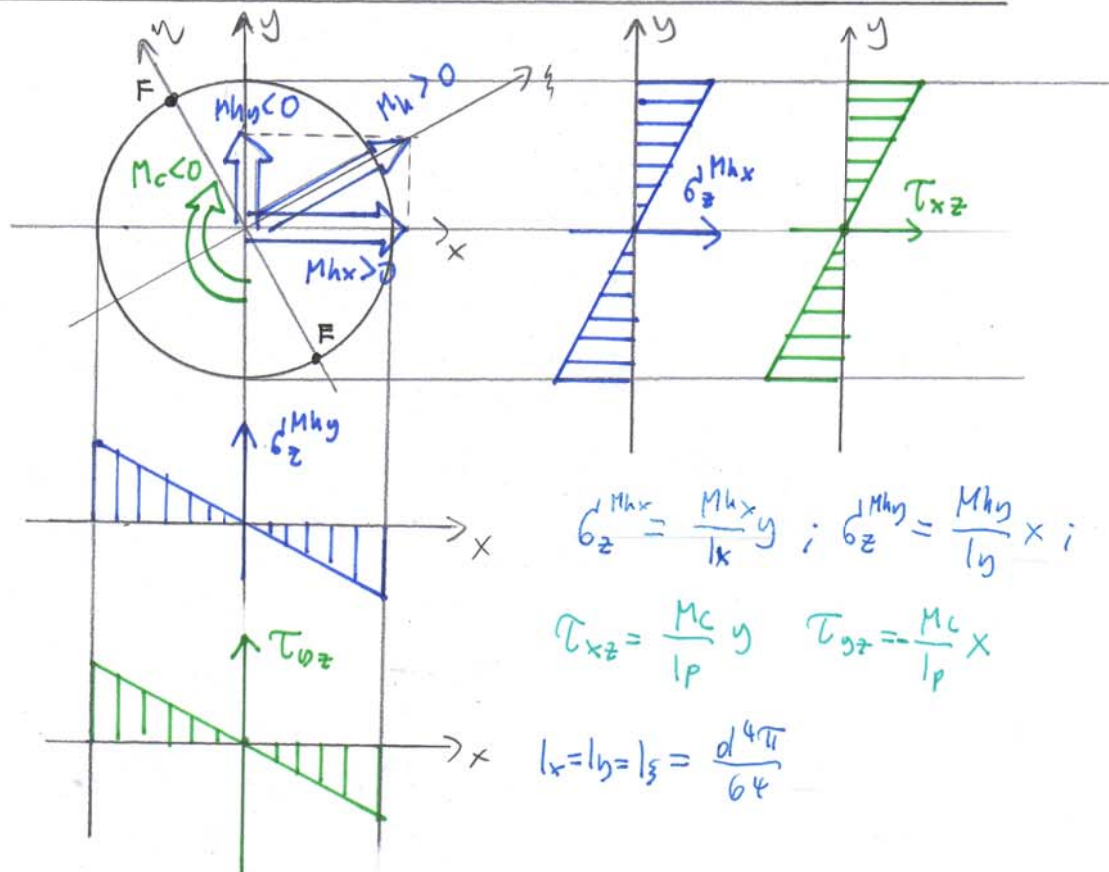
4. Veszélyes k.m.

Veszélyes k.u. : A

$$M_h(A) = \sqrt{M_{hx}(A)^2 + M_{hy}(A)^2} = \sqrt{1040^2 + (-540)^2} = 1171,836 \text{ Nm}$$

$$M_c(A) = -320 \text{ Nm}$$

5. FESZÜLTSGÉLOSZLÁS A VESZÉLYES K.M.-EN



6. SZILÁRDSÁGTANI MÉRTEZÉS

A méretezést hajlításhoz és csavaráshoz végezzük el HMH szerint ($\Rightarrow \pi=3$)

$$M_{red} = \sqrt{M_h^2 + \frac{3}{4} M_c^2} = \sqrt{1171,836^2 + \frac{3}{4} (-320)^2} = 1204,16 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{redmax} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{M_{red}}{I_z} \cdot r_{max} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

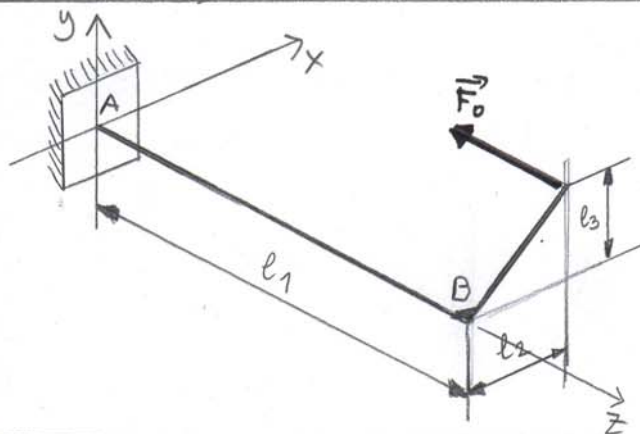
$$\frac{32 M_{red}}{d^3 \pi} \cdot \frac{d}{2} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$\frac{32 M_{red}}{d^3 \pi} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{red} \cdot n}{\pi \cdot R_{p0.2}}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1204160 \cdot 2}{\pi \cdot 300}} = 43,4 \text{ mm}$$

TÉRBELI BEFALAZOTT TARTÓ MÉRETEZÉSE



adott:

$$l_1 = 500 \text{ mm}$$

$$l_2 = 200 \text{ mm}$$

$$l_3 = 100 \text{ mm}$$

$$\vec{F}_0 = (-1000 \vec{e}_z) \text{ N}$$

$$\sigma_{\text{meg}} = 300 \text{ MPa}$$

Feladat:

AB rúd szakasz
méretezése, ha
a rúd kör
keresztmetszetű

1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

• nyomatéki egyenletek A ponton átmenő tengelyekre:

$$M_x = 0 = -l_3 F_0 + M_{Ax} \Rightarrow M_{Ax} = l_3 F_0 = 100 \cdot 1000 = 100\,000 \text{ Nmm}$$

$$M_y = 0 = l_2 F_0 + M_{Ay} \Rightarrow M_{Ay} = -l_2 F_0 = -200 \cdot 1000 = -200\,000 \text{ Nmm}$$

• Z irányú vetületi egyenlet:

$$F_z = 0 = -F_0 + F_{Az} \Rightarrow F_{Az} = F_0 = 1000 \text{ N}$$

2. TERHELÉSEK REDUKÁLÁSA A TENGELY KÖZÉPVONALÁBA

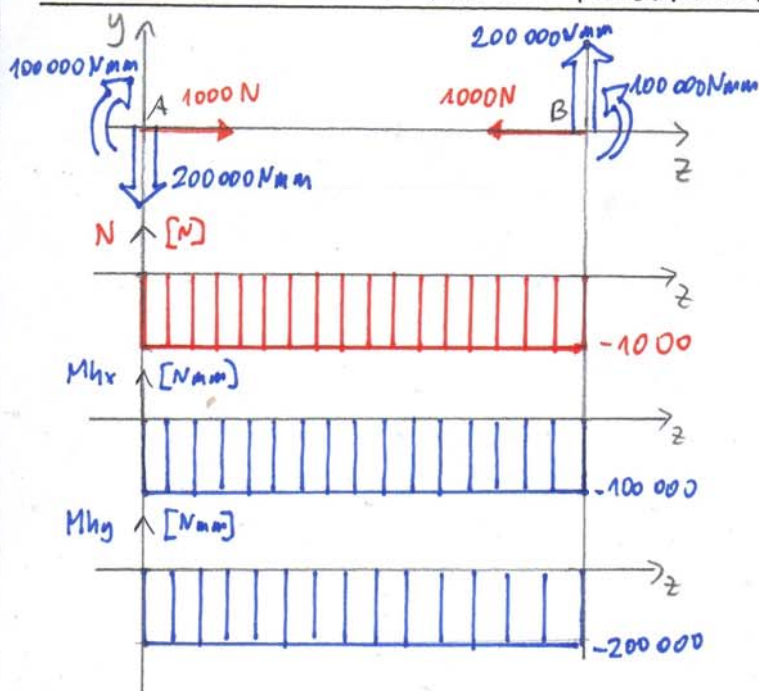
• $\vec{F}_0$ erő redukálása a B pontba

$$F_B = F_0 = -1000 \text{ N}$$

$$M_{Bx} = -l_3 F_0 = -100 \cdot 1000 = -100\,000 \text{ Nmm}$$

$$M_{By} = l_2 F_0 = 200 \cdot 1000 = 200\,000 \text{ Nmm}$$

3. IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK MEGRAJZOLÁSA



4. VESZÉLYES KERESZTMETSZET

Az AB közeli összes keresztmetszet ugyanolyan veszélyes

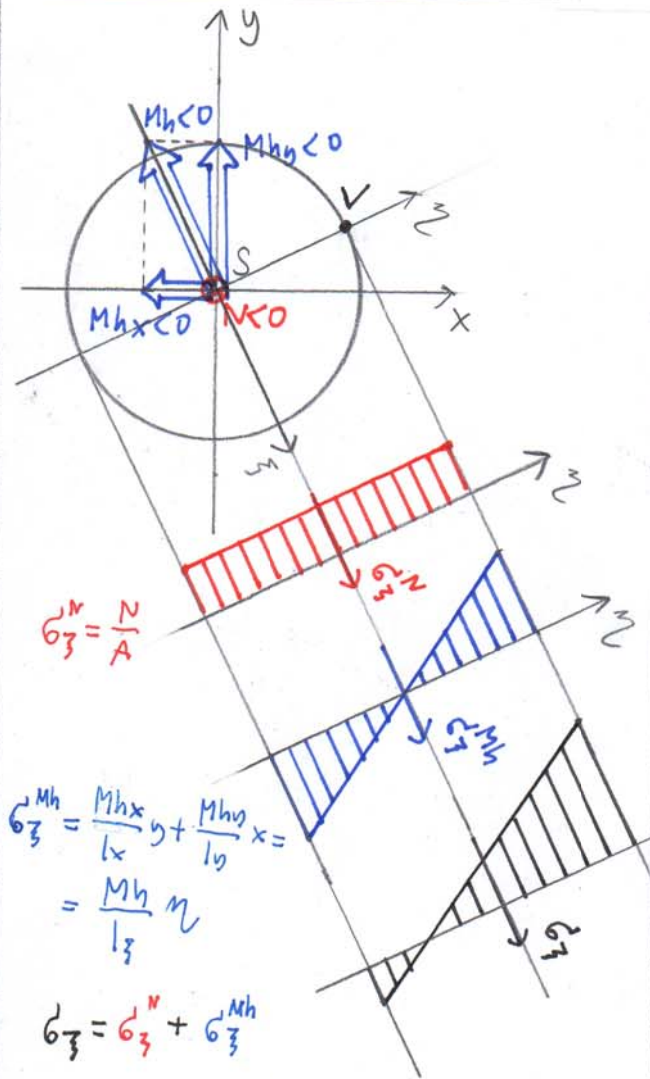
$$N = -1000 \text{ N}$$

$$|M_h| = \sqrt{M_{hx}^2 + M_{hy}^2} =$$

$$= \sqrt{(-100\,000)^2 + (-200\,000)^2} =$$

$$= 223\,607 \text{ Nmm}$$

5. FESZÜLTSEGELŐSZLÁS



A felvett η koordináta rendszerben

$$Mh < 0$$

$$\downarrow$$

$$Mh = -223607 \text{ Nmm}$$

veszélyes pont: V

6. SZILÁRDSÁGTANI MÉRLETEZÉS

• méretezés csak húzlításra:

$$\sigma_{z\max}^{Mh} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{|Mh|}{I_z} \eta_{\max} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{32 |Mh|}{d^3 \pi} \frac{d}{2} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{32 |Mh|}{d^3 \pi} \leq \sigma_{meg}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 |Mh|}{\sigma_{meg} \pi}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 223607}{300 \pi}} = 19,65 \text{ mm}$$

legyen $d = 20 \text{ mm}$

• ellenőrzés nyomásra és húzlításra

- keresztmetszeti jellemzők:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{20^2 \pi}{4} = 314,16 \text{ mm}^2$$

$$I_z = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{20^4 \pi}{64} = 7854 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_{z\max} = \sigma_z^N + \sigma_z^{Mh}(V) = \frac{N}{A} + \frac{Mh}{I_z} \left(\frac{d}{2} \right) =$$

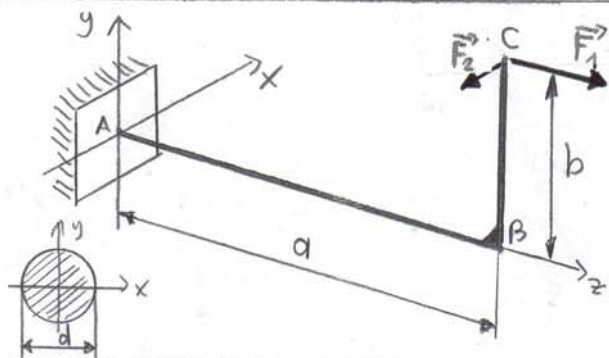
$$= \frac{-1000}{314,16} + \frac{-223607}{7854} \cdot \frac{20}{2} =$$

$$= -287,88 \text{ MPa}$$

$$|\sigma_{z\max}| = 287,88 \text{ MPa} < \sigma_{meg} = 300 \text{ MPa}$$

II
a rúd szilárdságátani lag megfelel

TÉRBELI BEFALAZOTT TARTÓ ELLENŐRZÉSE



adott: $a = 4\text{ m}$; $b = 2\text{ m}$

$$\vec{F}_1 = (100\vec{e}_z)\text{ N}; \quad \vec{F}_2 = (-60\vec{e}_x)\text{ N}$$

$$\sigma_{\text{meg}} = 350\text{ MPa}; \quad d = 150\text{ mm}$$

Feladat: AB szakasz szilárdságtani ellenőrzése MMH szintű nyíró elrögzítésével

1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

- Nyomatéki egyenletek A ponton átmenő tengelyekre:

$$M_x = 0 = b \cdot F_1 + M_{Ax} \Rightarrow M_{Ax} = -b \cdot F_1 = -2 \cdot 100 = -200\text{ kNm}$$

$$M_y = 0 = -a \cdot F_2 + M_{Ay} \Rightarrow M_{Ay} = a \cdot F_2 = 4 \cdot 60 = 240\text{ kNm}$$

$$M_z = 0 = b \cdot F_2 + M_{Az} \Rightarrow M_{Az} = -b \cdot F_2 = -2 \cdot 60 = -120\text{ kNm}$$

- vetületi egyenletek:

$$F_x = 0 = -F_2 + F_{Ax} \Rightarrow F_{Ax} = F_2 = 60\text{ kN}$$

$$F_y = 0 = F_{Ay}$$

$$F_z = 0 = F_1 + F_{Az} \Rightarrow F_{Az} = -F_1 = -100\text{ kN}$$

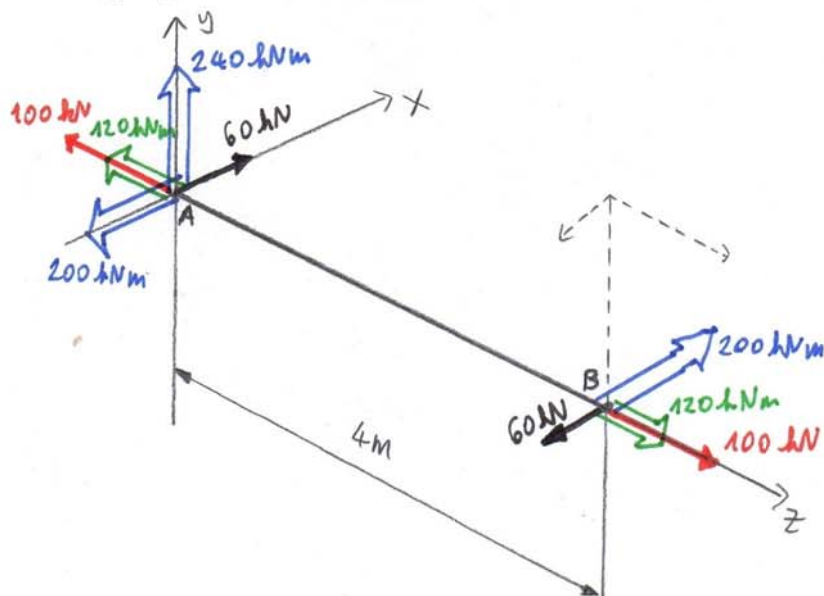
2. TERHELÉSEK REDUKÁLÁSA B PONTBA

$$F_{Bx} = F_2 = -60\text{ kN}$$

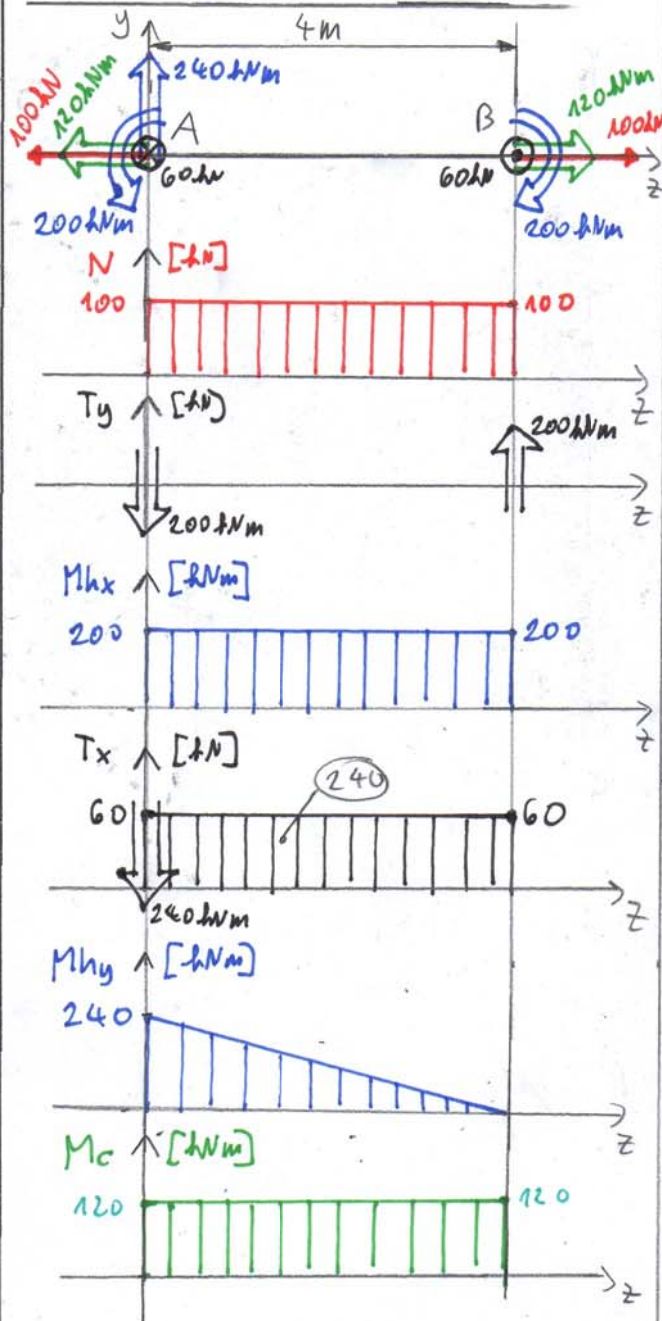
$$F_{Bz} = F_1 = 100\text{ kN}$$

$$M_{Bx} = b \cdot F_1 = 2 \cdot 100 = 200\text{ kNm}$$

$$M_{Bz} = b \cdot F_2 = 2 \cdot 60 = 120\text{ kNm}$$



3. IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK



4. VESZÉLYES KERESZTMETSZET

ábrák alapján: A keresztmetszet

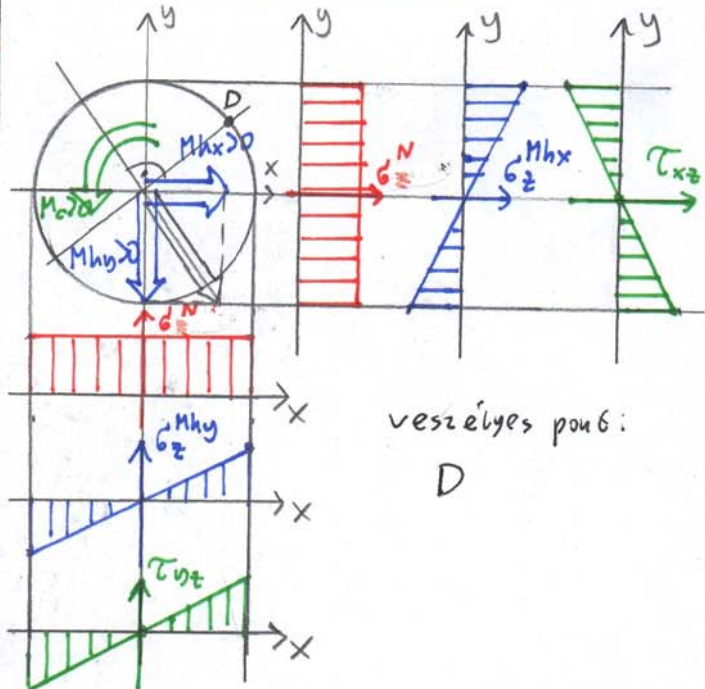
$$N(A) = 100 \text{ kN} = 10^5 \text{ N}$$

$$M_h(A) = \sqrt{M_{hx}^2 + M_{hy}^2} = \sqrt{200^2 + 240^2} = 312,41 \text{ kNm} = 312410000 \text{ Nmm}$$

$$M_c(A) = 120 \text{ kNm} = 1,2 \cdot 10^8 \text{ Nmm}$$

5. FESZÜLTSGELOSZLÁS A VESZÉLYES

KERESZTMETSZETEN



6. SZILÁRDSÁGTANI ELLENŐRZÉS

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{150^2 \pi}{4} = 17671,46 \text{ mm}^2$$

$$I_x = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{150^4 \pi}{64} = 24850488 \text{ mm}^4$$

$$I_p = \frac{d^4 \pi}{32} = \frac{150^4 \pi}{32} = 49700977 \text{ mm}^4$$

$$\sigma_z^N = \frac{N}{A} = \frac{10^5}{17671,46} = 5,66 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z^{Mh} = \frac{M_h}{I_x} \cdot \frac{d}{2} = \frac{312410000}{24850488} \cdot \frac{150}{2} = 942,8 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zmax} = \sigma_z^N + \sigma_z^{Mh} = 5,66 + 942,8 = 948,46 \text{ MPa}$$

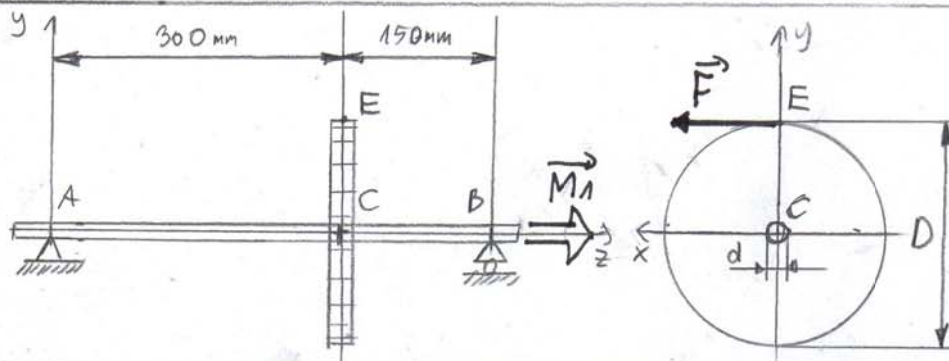
$$\tau_{xzmax} = \tau_{yzmax} = \frac{M_c}{I_p} \cdot \frac{d}{2} = \frac{1,2 \cdot 10^8}{49700977} \cdot \frac{150}{2} = 181,08 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{redmax}^{MH} = \sqrt{\sigma_{zmax}^2 + 3\tau_{xzmax}^2} = \sqrt{948,46^2 + 3 \cdot 181,08^2} = 998,92 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{redmax}^{MH} = 998,92 \text{ MPa} > \sigma_{meg} = 350 \text{ MPa}$$

↓
A tartó szilárdság tanilag nem felel meg

HAJTÓMŰTENGELY ELLENŐRZÉSE



adott:

$$\vec{F} = (60\vec{e}_x) \text{ N} \quad \vec{M}_1 = (2,4\vec{e}_z) \text{ Nm}$$

$$D = 80 \text{ mm} \quad d = 10 \text{ mm}$$

$$R_{p0.2} = 250 \text{ MPa} \quad n = 2$$

Feladat: szilárdsági ellenőrzés hajlítási és csavrási rlm szerint.

1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

$$M_{Ay} = 0 = 0,3 \cdot 60 + 0,45 F_{Bx} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{Bx} = \frac{-0,3 \cdot 60}{0,45} = -40 \text{ N} (\downarrow)$$

$$M_{By} = 0 = -0,45 \cdot F_{Ax} - 0,15 \cdot 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{Ax} = \frac{-0,15 \cdot 60}{0,45} = -20 \text{ N} (\downarrow)$$

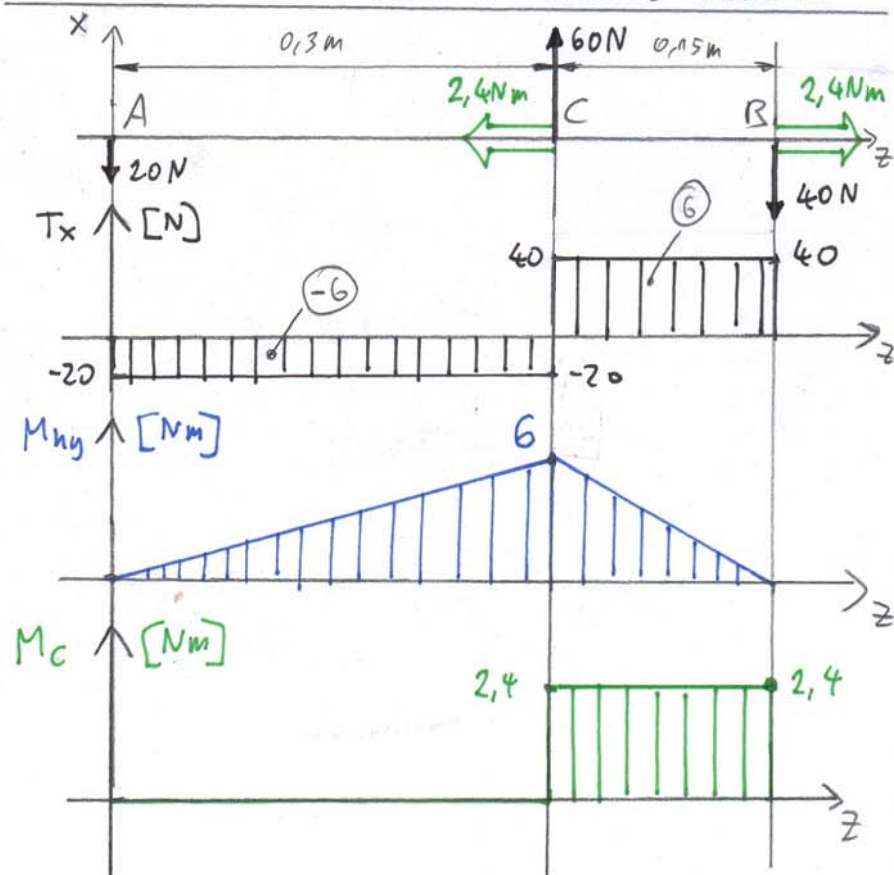
$$F_z = 0 = F_{Az} \quad F_y = 0 = F_{Ay} = F_{By}$$

2. TERHELÉS REDUKÁLÁSA C PONTBA

$$F_{Cx} = 60 \text{ N}$$

$$M_{Cz} = -0,04 \cdot 60 = -2,4 \text{ Nm}$$

3. IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK MEGRAJZOLÁSA:



4. VESZÉLYES

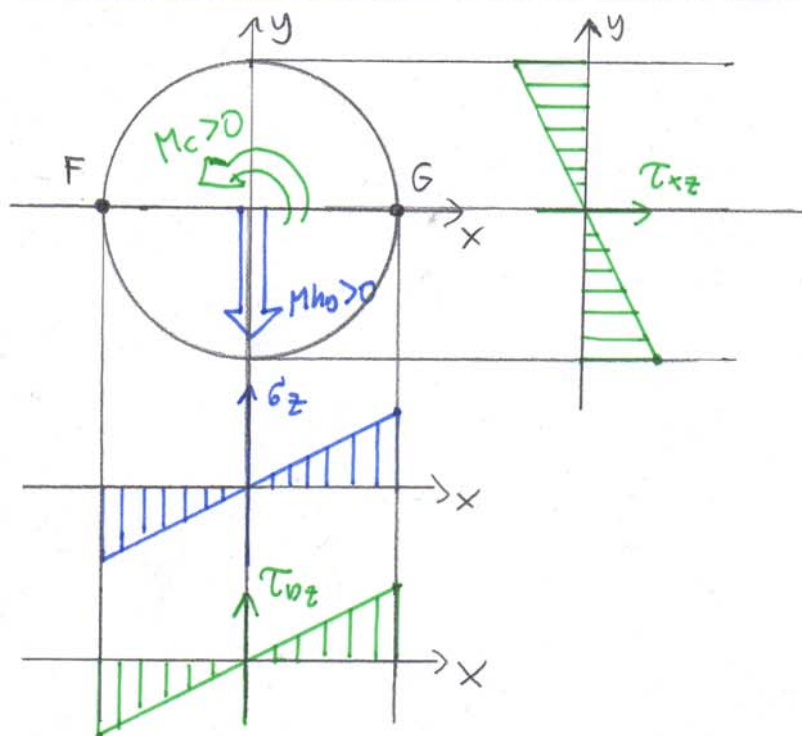
KEKESZTMETSZET

Az igénybevételei ábrák alapján veszélyes keresztmetszet: C+

$$M_{My}(C^+) = 6000 \text{ Nmm}$$

$$M_c(C^+) = 2400 \text{ Nmm}$$

5. FESZÜLTSÉGELOSZTLÁS A VESZÉLYES KÉRESZTMETSZETEN



• veszélyes pontok:

F és G

6. SZILÁRDSÁGTANI ELLENŐRZÉS

• keresztmetszeti jellemzők:

$$I_y = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{10^4 \pi}{64} = 490,874 \text{ mm}^4$$

$$I_p = \frac{d^4 \pi}{32} = \frac{10^4 \pi}{32} = 981,748 \text{ mm}^4$$

• maximális normál feszültség a hajlításból:

$$\sigma_{z\max} = \frac{M_{h0}}{I_y} \cdot \frac{d}{2} = \frac{6000}{490,874} \cdot \frac{10}{2} = 61,12 \text{ MPa}$$

• Maximális csúsztatófeszültség a csavarásból:

$$\tau_{xz\max} = \tau_{yz\max} = \frac{M_c}{I_p} \cdot \frac{d}{2} = \frac{2400}{981,748} \cdot \frac{10}{2} = 12,22 \text{ MPa}$$

• a redukált feszültség MMH szerint:

$$\sigma_{red\max} = \sqrt{\sigma_{z\max}^2 + 3 \tau_{xz\max}^2} = \sqrt{61,12^2 + 3 \cdot 12,22^2} = 64,68 \text{ MPa}$$

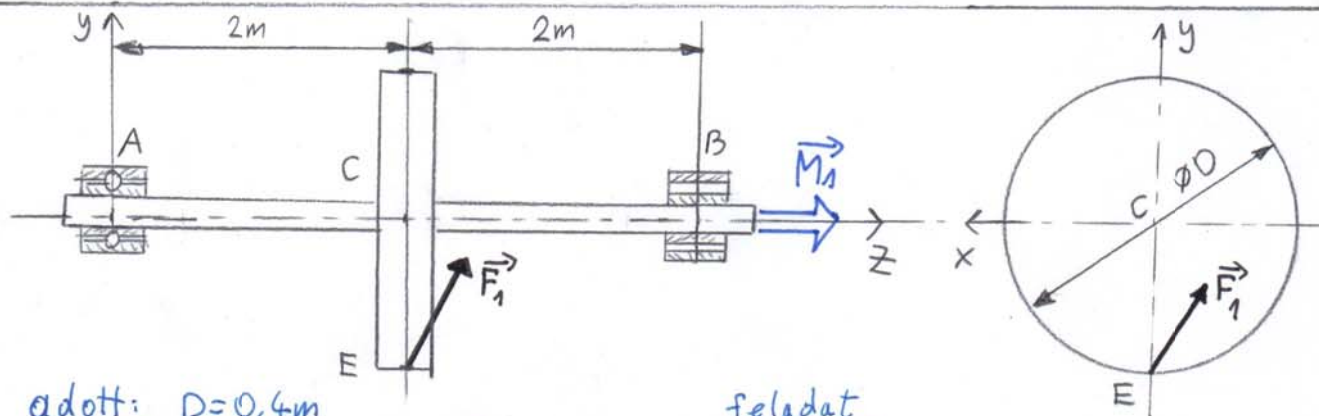
• a megengedett feszültség:

$$\sigma_{meg} = \frac{R_{p0.2}}{n} = \frac{250}{2} = 125 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{red\max} = 64,68 \text{ MPa} < \sigma_{meg} = 125 \text{ MPa}$$

A tartó szilárdságtanilag megfelel

HAJTÓMŰTENGELY MÉRETEZÉSE



adott: $D = 0,4\text{m}$

$$\vec{F}_1 = (-10\vec{e}_x + 10\vec{e}_y + 5\vec{e}_z) \text{ kN}$$

$$\vec{M}_1 = (2\vec{e}_z) \text{ kNm}$$

$$\sigma_{meg} = 300 \text{ MPa}$$

feladat

tengely méretezése

$$d = ?$$

1. TÁMASZTÓERŐK MEGHATÁROZÁSA

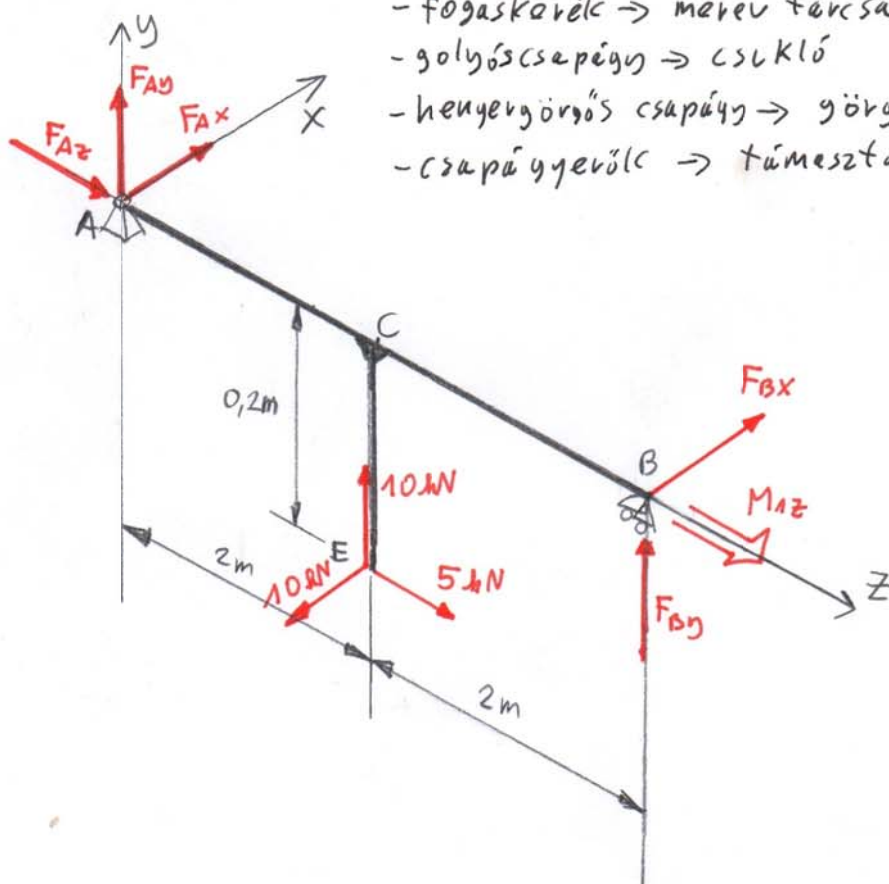
• mechanikai modell: - tengely $\rightarrow$ egyenes rúd

- fogaskorék $\rightarrow$ merev tárcsa/rúd elágazás

- golyóscsapágy $\rightarrow$ csukló

- hengergyűrős csapágy $\rightarrow$ görgő

- csapágygerőlc $\rightarrow$ támasztóerők



- A ponton átmenő x és y tengelyekre felírt nyomatéki egyenletek

$$M_{Ax} = 0 = -2 \cdot 10 - 0,2 \cdot 5 - 4F_{By} \Rightarrow F_{By} = \frac{2 \cdot 10 + 0,2 \cdot 5}{-4} = -5,25 \text{ kN} (\downarrow)$$

$$M_{Ay} = 0 = -2 \cdot 10 + 4F_{Bx} \Rightarrow F_{Bx} = \frac{2 \cdot 10}{4} = 5 \text{ kN} (\uparrow)$$

- B ponton átmenő x és y tengelyekre felírt nyomatéki egyenletek

$$M_{Bx} = 0 = 4F_{Ay} + 2 \cdot 10 - 0,2 \cdot 5 \Rightarrow F_{Ay} = \frac{0,2 \cdot 5 - 2 \cdot 10}{4} = -4,75 \text{ kN} (\downarrow)$$

$$M_{By} = 0 = -4F_{Ax} + 2 \cdot 10 \Rightarrow F_{Ax} = \frac{2 \cdot 10}{4} = 5 \text{ kN} (\uparrow)$$

- z irányú vetületi egyenlet:

$$F_z = 0 = F_{Az} + 5 \Rightarrow F_{Az} = -5 \text{ kN} (\leftarrow)$$

2. TERHELÉSEK REDUKÁLÁSA A TENGELY KÖZÉPVONALÁBA

$\Rightarrow \vec{F}_1$ erő redukálása a C pontba

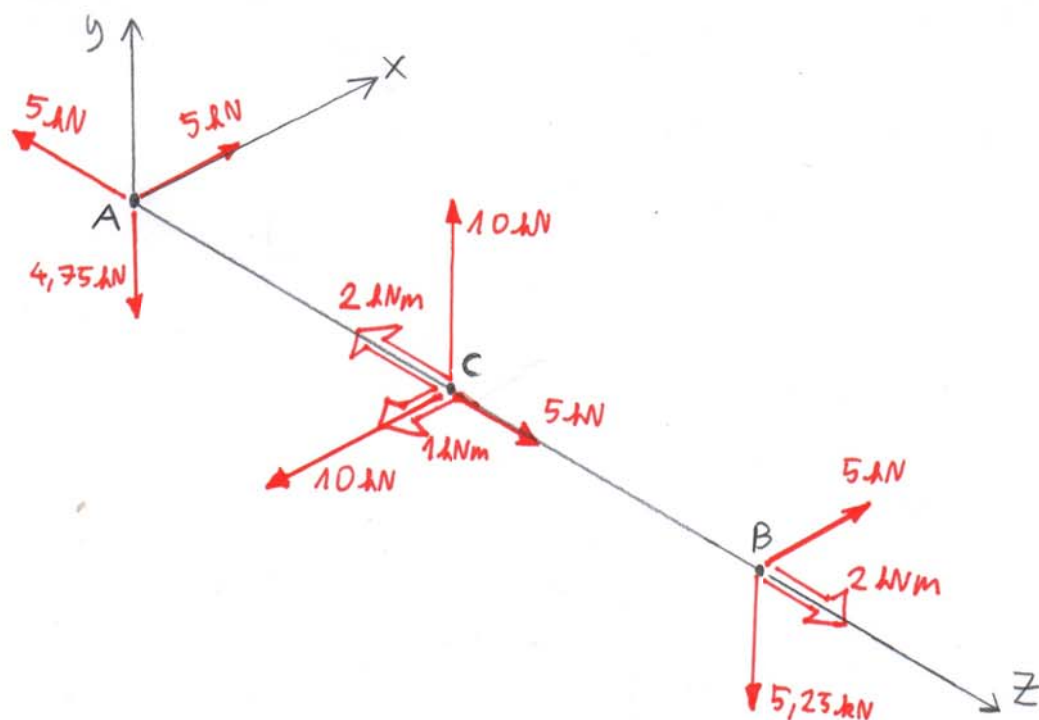
$$F_{Cx} = F_{1x} = -10 \text{ kN}$$

$$M_{Cx} = -0,2 \cdot 5 = -1 \text{ kNm}$$

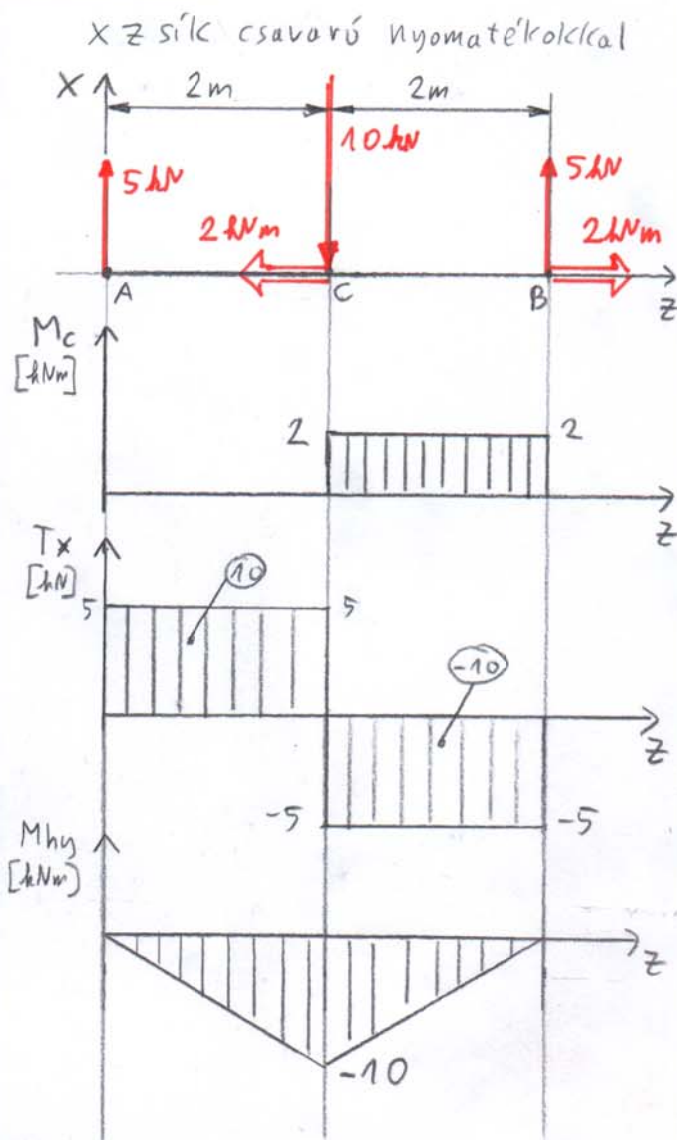
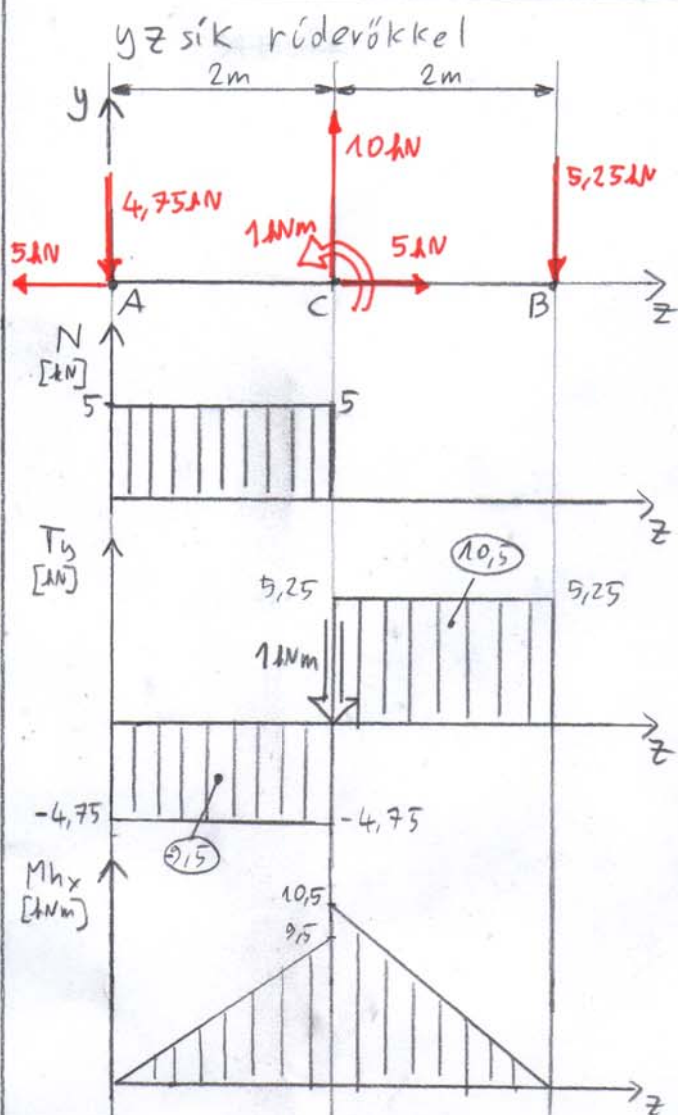
$$F_{Cy} = F_{1y} = 10 \text{ kN}$$

$$M_{Cz} = -0,2 \cdot 10 = -2 \text{ kNm}$$

$$F_{Cz} = F_{1z} = 5 \text{ kN}$$



3. IGÉNYBEVÉTELI ÁBRÁK MEGRAJZOLÁSA



4. VESZÉLYES KERESZTMETSZETEK MEGHATÁROZÁSA

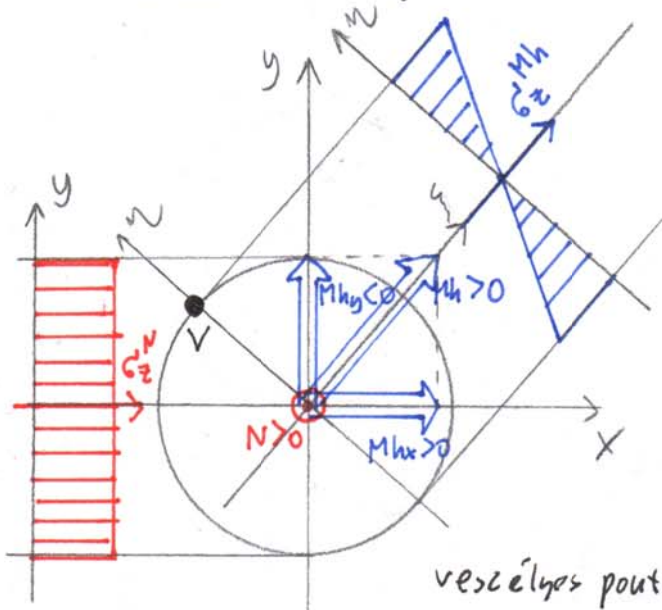
Az igénybevételi ábrák alapján a veszélyes keresztmetszetek: C^- és C^+

	C^- keresztmetszet	C^+ keresztmetszet
• rúderő:	$N(C^-) = 5 \text{ kN}$	$N(C^+) = 0 \text{ kN}$
• nyíróerő:	$T(C^-) = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} \Big _{C^-} =$ $= \sqrt{5^2 + (-4.75)^2} = 6.897 \text{ kN}$	$T(C^+) = \sqrt{T_x^2 + T_y^2} \Big _{C^+} =$ $= \sqrt{(-5)^2 + 5.25^2} = 7.25 \text{ kN}$
• hajlítónyomaték:	$M_h(C^-) = \sqrt{M_{hx}^2 + M_{hy}^2} \Big _{C^-} =$ $= \sqrt{9.5^2 + (-10)^2} = 13.793 \text{ kNm}$	$M_h(C^+) = \sqrt{M_{hx}^2 + M_{hy}^2} \Big _{C^+} =$ $= \sqrt{10.5^2 + (-10)^2} = 14.5 \text{ kNm}$
• csavarónyomaték:	$M_c(C^-) = 0 \text{ kNm}$	$M_c(C^+) = 2 \text{ kNm}$

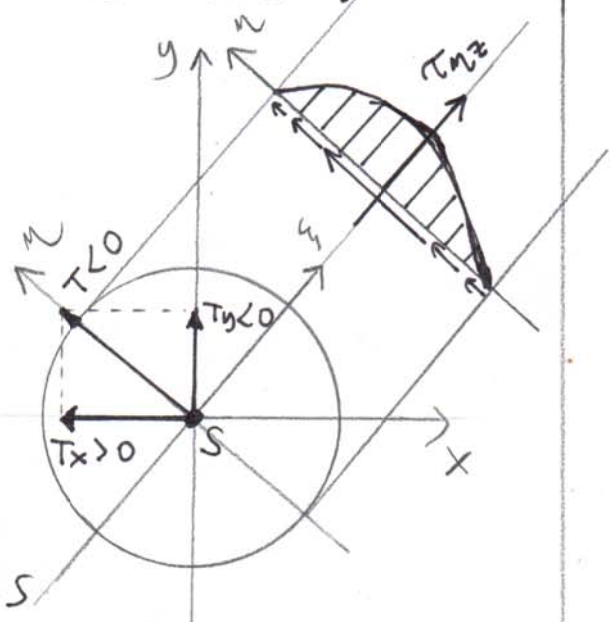
5. Feszültségeloszlás a vesztélyes keresztmetszeten

• C^- keresztmetszet feszültségeloszlása

normál feszültségek



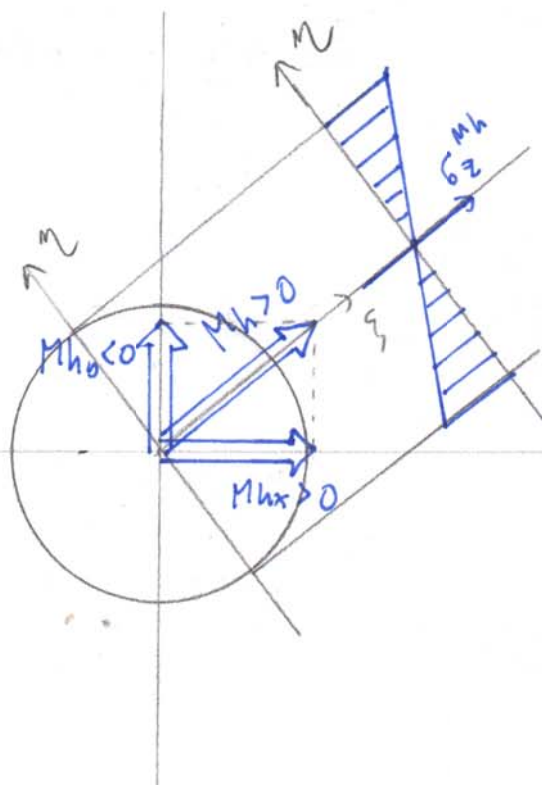
csúsztató feszültségek



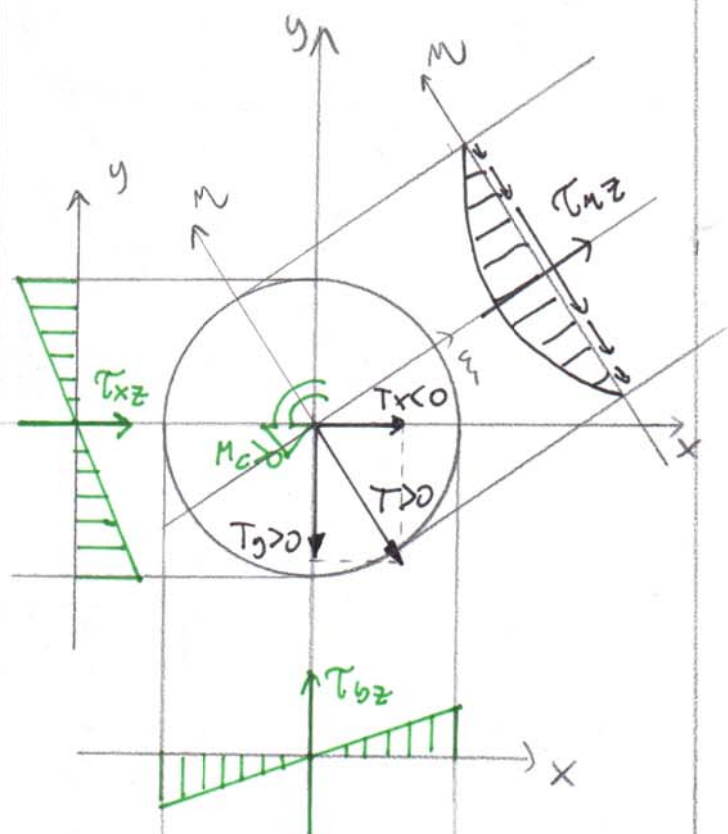
vesztélyes pontok: V és S

• C^+ keresztmetszet feszültségeloszlása

normál feszültségek



csúsztató feszültségek



6. SZILÁRDSÁGTANI MÉRLETEZÉS

- méretezés hajlításhoz és csavarúhoz Mohr szerint

C^- keresztmetszet

$$M_{red} = \sqrt{M_h^2 + \frac{\beta}{\alpha} M_c^2} =$$

$$= \sqrt{13,793^2 + \frac{4}{1} \cdot 0^2} = 13,793 \text{ kNm}$$

C^+ keresztmetszet

$$M_{red} = \sqrt{M_h^2 + \frac{\beta}{\alpha} M_c^2} =$$

$$= \sqrt{14,5^2 + \frac{4}{1} \cdot 2^2} = 14,637 \text{ kNm}$$

$$M_{redmax} = M_{red}(C^+) = 14,637 \text{ kNm} = 14637000 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_{redmax} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{M_{redmax}}{I_z} \eta_{max} \leq \sigma_{meg}$$

32

$$\frac{32 M_{redmax}}{d^3 \pi} \frac{d}{2} \leq \sigma_{meg}$$

$$I_z = \frac{d^4 \pi}{64}$$

$$\eta_{max} = \frac{d}{2}$$

$$\frac{32 M_{redmax}}{d^3 \pi} \leq \sigma_{meg}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{redmax}}{\sigma_{meg} \pi}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 14637000}{300 \pi}} = 79,21 \text{ mm}$$

legyen $d = 80 \text{ mm}$

$$I_z = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{80^4 \pi}{64} = 2010619 \text{ mm}^4$$

$$I_p = \frac{d^4 \pi}{32} = \frac{80^4 \pi}{32} = 4021238,6 \text{ mm}^4$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{80^2 \pi}{4} = 5026,5 \text{ mm}^2$$

• ellenőrzés a C⁻ keresztmetszetben

- ellenőrzés V pontban húzásra és hajlításra

$$\begin{aligned}\sigma_{z\max} &= \sigma_z^N + \sigma_z^{M_h} = \frac{N}{A} + \frac{M_h}{I_\xi} \eta_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M_h}{I_\xi} \frac{d}{2} = \\ &= \frac{5000}{5026,5} + \frac{13793000}{2010619} \cdot \frac{80}{2} = 275,4 \text{ MPa}\end{aligned}$$

$$\sigma_{z\max} = 275,4 \text{ MPa} < \sigma_{\text{meg}} = 300 \text{ MPa} \Rightarrow \text{megfelel}$$

- ellenőrzés S pontban húzásra és nyírásra

$$\sigma_z = \sigma_z^N = \frac{N}{A} = \frac{5000}{5026,5} = 0,995 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xz\max} = \frac{4}{3} \frac{|T|}{A} = \frac{4}{3} \frac{6897}{5026,5} = 1,83 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{redmax}} = \sqrt{\sigma_z^2 + \beta \tau_{xz\max}^2} = \sqrt{0,995^2 + 4 \cdot 1,83^2} = 3,78 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{redmax}} = 3,78 \text{ MPa} < \sigma_{\text{meg}} = 300 \text{ MPa} \Rightarrow \text{megfelel}$$