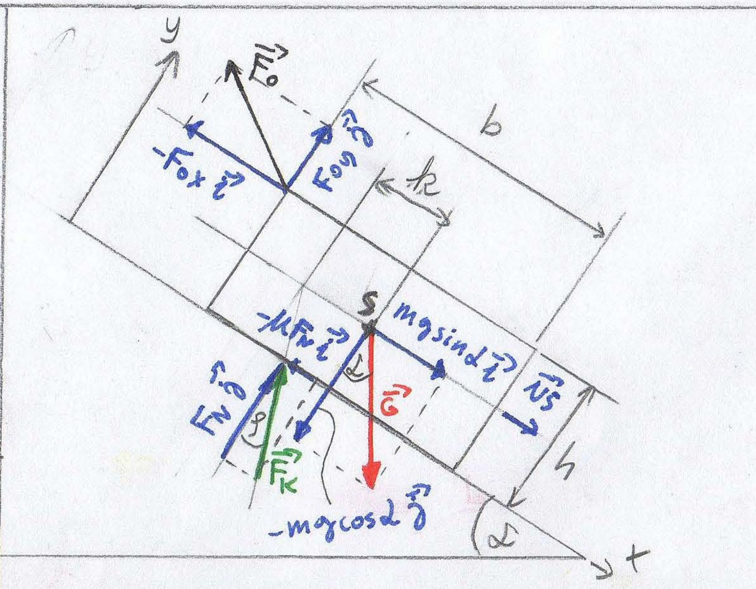
HASÁBOS FELADATOK

1. TÍPUS

adott:
m
g
μ
$\vec{F}_0$
α
h
b
$\vec{v}_s$

Feladat:
$\vec{a}_s$
$\vec{F}_K$
k



• **impulzus tétel:** $m\vec{a}_s = \vec{G} + \vec{F}_K + \vec{F}_0 \quad /\cdot\vec{i}\,/\cdot\vec{j}$

(1) $m a_s = mg\sin\alpha - \mu F_N - F_{0x}$

(2) $0 = -mg\cos\alpha + F_N + F_{0y}$

• **perdület tétel:** $\dot{\Pi}_S = M_S$

(3) $0 = k\cdot F_N + \frac{h}{2}F_{0x} - \frac{b}{2}F_{0y}$

• **megoldás menete:**

(2) $\rightarrow F_N$ $\qquad \vec{a}_s = a_s\vec{i}$

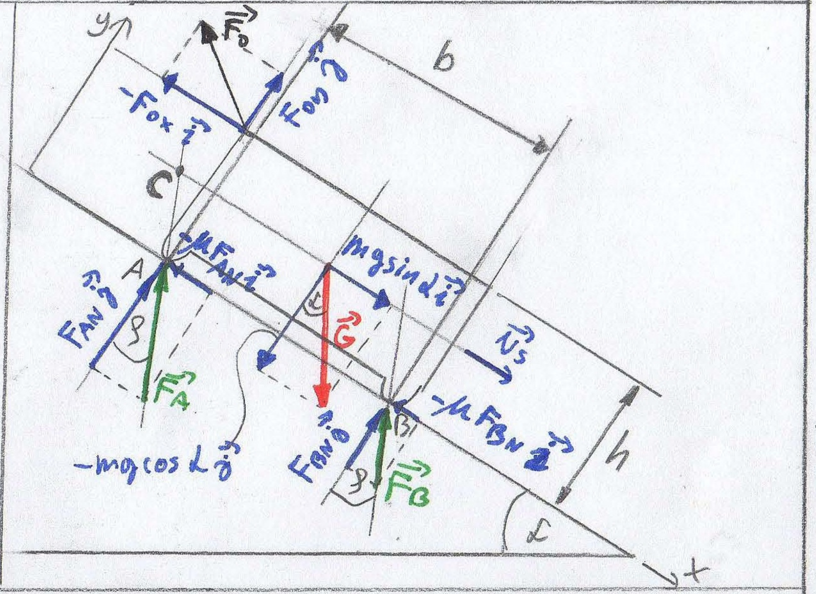
(1) $\rightarrow a_s$ $\qquad \vec{F}_K = -\mu F_N\vec{i} + F_N\vec{j}$

(3) $\rightarrow k$

2. TÍPUS

adott:
m
g
μ
α
h
b
$\vec{v}_s$
$\vec{F}_0$

Feladat:
$\vec{a}_s$
$\vec{F}_A$
$\vec{F}_B$



• **impulzus tétel:** $m\vec{a}_s = \vec{G} + \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_0 \quad /\cdot\vec{i}\,/\cdot\vec{j}$

(1) $m a_s = mg\sin\alpha - \mu F_{AN} - \mu F_{BN} - F_{0x}$

(2) $0 = -mg\cos\alpha + F_{AN} + F_{BN} + F_{0y}$

• **perdület tétel:** $\dot{\Pi}_C = M_C$

(3) $0 = -mg\cos\alpha\left(\frac{b}{2} + \mu\frac{h}{2}\right) + \frac{h}{2}F_{0x} + \mu\frac{h}{2}F_{0y} + bF_{BN}$

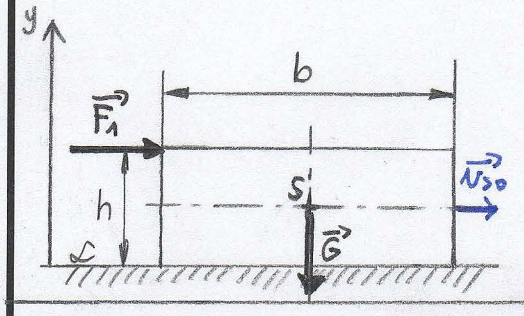
• **megoldás menete:**

(3) $\rightarrow F_{BN}$ $\qquad \vec{a}_s = a_s\vec{i}$

(2) $\rightarrow F_{AN}$ $\qquad \vec{F}_A = -\mu F_{AN}\vec{i} + F_{AN}\vec{j}$

(1) $\rightarrow a_s$ $\qquad \vec{F}_B = -\mu F_{BN}\vec{i} + F_{BN}\vec{j}$

hasáb vízszintes pályán mozgása – billenési határeset



• **adott**

$\vec{v}_{S0} = (3\vec{i})\,\frac{m}{s}$

$\vec{F_1} = (0{,}6\vec{i})\,kN$

$\vec{G} = (-0{,}8\vec{j})\,kN$

$b = 2m$

$h = 0{,}8m$

$\mu = 0$

• **Feladat**

a) $\vec{a}_S = ?$

$\vec{v}_S = ?$

$\vec{F}_{\mathcal{L}}$ + hatásvonal

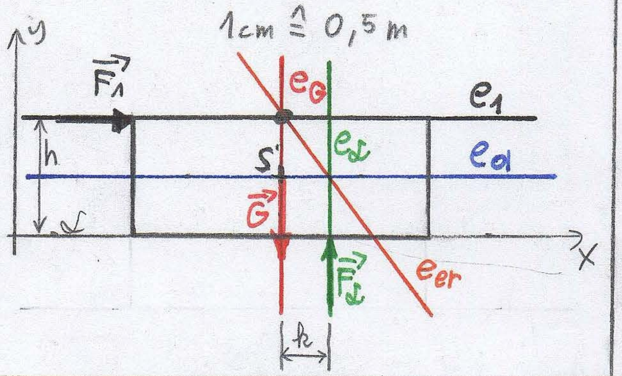
b) $\vec{F}_{1max}$ (→ bill.)

a) $\vec{F_1} = (0{,}6\vec{i})$ kN esete

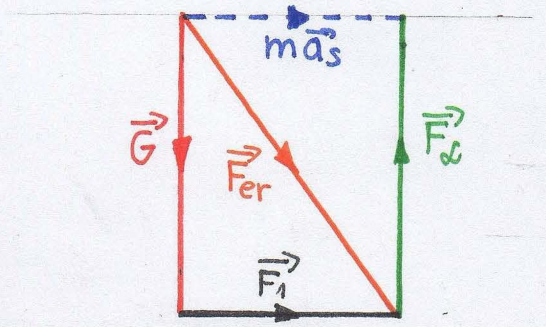
szerkesztéssel (→ $\vec{F}_{\mathcal{L}}$, $e_{\mathcal{L}}$)

impulzus tétel: $m\vec{a}_s = \vec{F} \Rightarrow m\vec{a}_s = \underbrace{\vec{F_1} + \vec{G}}_{\vec{F}_{er}} + \vec{F}_{\mathcal{L}}$

szerkezetábra
1cm ≙ 0,5 m



vektorábra
1cm ≙ 0,2 kN



• kiindulások:	$\vec{F_1}$	$\vec{G}$	$\vec{F}_{\mathcal{L}}$	$m\vec{a}_s$
hatásvonal	✓	✓	×	✓
vektor nagysága	✓	✓	×	×

• szerkesztés menete:

① SZÁ: e_G, e_1, e_a

② VÁ: $\vec{G}, \vec{F_1}$

③ VÁ: $\vec{F}_{er} = \vec{G} + \vec{F_1}$

④ SZÁ: $e_{er} \Rightarrow$
- e_G és e_1 metszéspontján keresztül
- $\vec{F}_{er}$-rel ||

⑤ SZÁ: $e_{\mathcal{L}} \Rightarrow$
- e_a és e_{er} metszéspontján keresztül
- iránya függőleges, mivel $\mu = 0 \rightarrow \rho = 0°$

⑥ VÁ: $\vec{F}_{er}$ végpontjain keresztül $e_{\mathcal{L}}$-rel és e_a-val ||

$\Rightarrow \vec{F}_{\mathcal{L}}$ és $m\vec{a}_s$

számítással ($\rightarrow \vec{F}_\alpha, e_\alpha, \vec{a}_s(t), \vec{v}_s(t)$)

impulzus tétel: $\downarrow$ $\vec{a}_s ; \vec{F}_\alpha$

$$m\vec{a}_s = \vec{F}$$
$$m\vec{a}_s = \vec{F}_1 + \vec{G} + \vec{F}_\alpha$$
$$m a_s \vec{i} = F_1\vec{i} - G\vec{j} + F_\alpha\vec{j} \quad /\cdot\vec{i} /\cdot\vec{j}$$

$/\cdot\vec{i} \Rightarrow m a_s = F_1$

$\left[m = \frac{G}{g} = \frac{800}{10} = 80\,kg\right]$

$$a_s = \frac{F_1}{m} = \frac{600}{80} = 7{,}5\,\frac{m}{s^2}$$
$$\underline{\underline{\vec{a}_s = (7{,}5\,\vec{i})\,\frac{m}{s^2} = \text{áll.}}}$$

$/\cdot\vec{j} \Rightarrow 0 = -G + F_\alpha$

$$F_\alpha = G = 0{,}8\,kN$$
$$\underline{\underline{\vec{F}_\alpha = (0{,}8\,\vec{j})\,kN}}$$

sebességtörvény: $\vec{v}_s = \vec{v}_s(t) = \vec{v}_{s0} + \vec{a}_s \cdot t = (3\vec{i}) + (7{,}5\vec{i})\,t \;\left(\frac{m}{s}\right)$

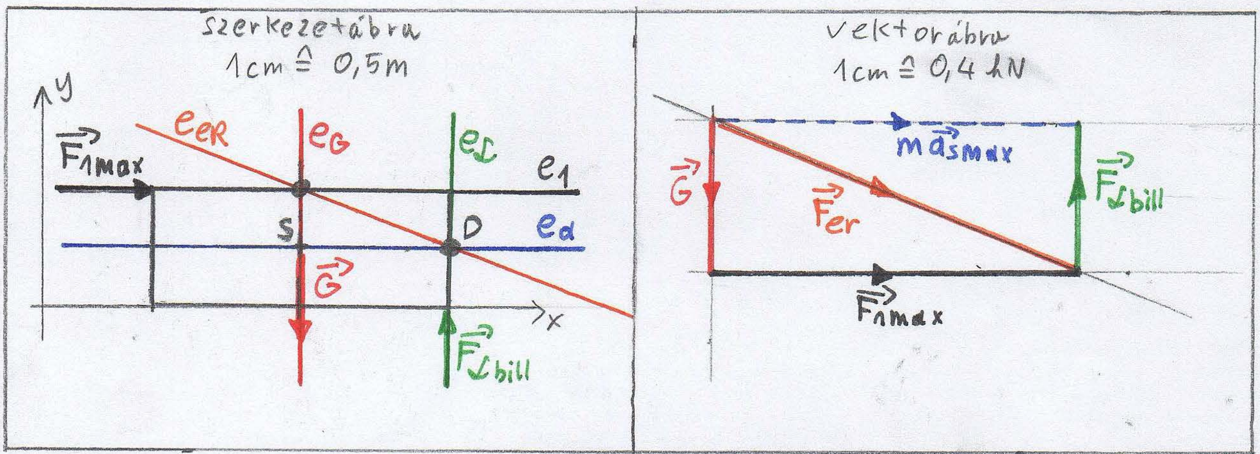
perdület tétel S tengelyre: $\dot{\vec{\Pi}}_s = \vec{M}_s$
$\hookrightarrow k$

$$0 = k \cdot F_\alpha - h F_1 \Rightarrow k = \frac{h F_1}{F_\alpha} = \frac{0{,}8 \cdot 0{,}6}{0{,}8} = \underline{\underline{0{,}6\,m}}$$

---

b) billenés $\Rightarrow e_\alpha$ nem metszi az érintkezési felületet ($\rightarrow$ határesetben jobb alsó sarkon keresztül)

szerkesztéssel $\quad m\vec{a}_{s\,max} = \underbrace{\vec{F}_{1max} + \vec{G}}_{\vec{F}_{er}} + \vec{F}_{\alpha bill}$



- szerkesztés menete

	$\vec{F}_1$	$\vec{G}$	$\vec{F}_\alpha$	$m\vec{a}_s$
e	✓	✓	✓	✓
|F|	✗	✓	✗	✗

① SZÁ: e_G, e_1, e_d, e_α

② SZÁ: $e_{er} \Rightarrow$ • e_G és e_1 metszéspontján keresztül
• e_d és e_α metszéspontján keresztül

③ VÁ: $\vec{G}$

④ VÁ: $\vec{G}$ végpontjain $\Rightarrow$ • e_1-gyel ∥ • e_{er}-rel ∥ $\Rightarrow \vec{F}_{er}, \vec{F}_{1max}$

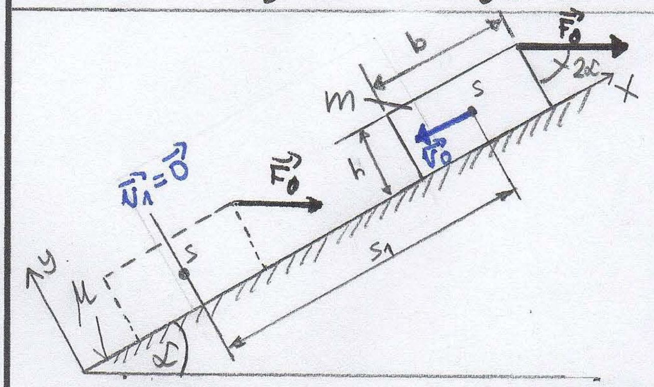
⑤ VÁ: $\vec{F}_{er}$ végpontjain $\Rightarrow$ • e_α-val ∥ • e_d-vel ∥ $\Rightarrow \vec{F}_{\alpha bill}, m\vec{a}_{smax}$

számítással:

perdület tétel d tengelyre

$$\dot{\Pi}_d = M_d$$
$$0 = -\frac{h}{2} F_{1max} + \frac{b}{2} G$$
$$F_{1max} = \frac{G \cdot b}{h} = \frac{0{,}8 \cdot 2}{0{,}8} = 2\,kN$$
$$\underline{\vec{F}_{1max} = (2\vec{i})\,kN}$$

hasáb lejtőn mozgása – billenési határeset



• adott:

$\vec{v_0}=(-20\vec{i})\frac{m}{s}$

$m = 30\,kg$

$\mu = 0{,}25$

$F_0 = 200N$

$\alpha = 30°$

$h = 1m$

$b = 2m$

• Feladat:

a) $\vec{a}=?$, $\vec{F_K}=?$

b) $t_1=?$, $s_1=?$

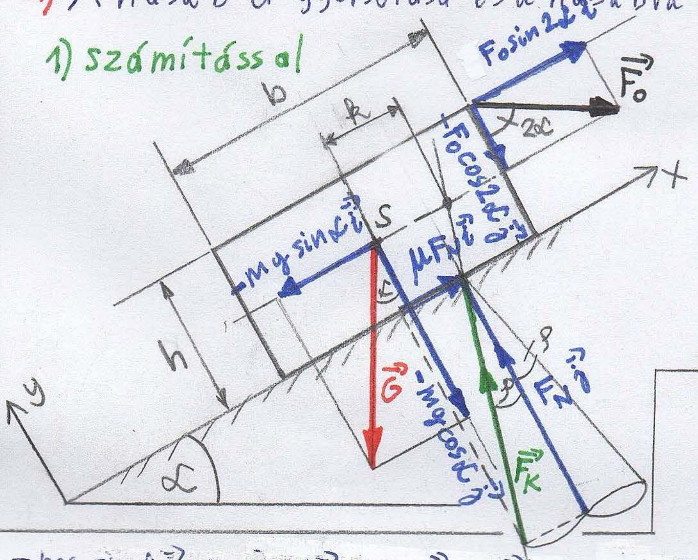
c) $F_{0max}=?$

$\vec{a}_{max}=?$, $\vec{F}_{Kmax}=?$

d) $t_{1min}=?$, $s_{1min}=?$

a) A hasáb $\vec{a}$ gyorsulása és a hasábra ható $\vec{F_K}$ kényszererő

1) számítással



• a hasábra ható erők:

$\vec{G} = -mg\sin\alpha\,\vec{i} - mg\cos\alpha\,\vec{j}$

$\vec{F_K} = \mu F_N\,\vec{i} + F_N\,\vec{j}$

$\vec{F_0} = F_0\sin 2\alpha\,\vec{i} - F_0\cos 2\alpha\,\vec{j}$

• Impulzus tétel → $\vec{a}$, $\vec{F_K}$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{G} + \vec{F_K} + \vec{F_0} = m\vec{a}$$

$$-mg\sin\alpha\,\vec{i} - mg\cos\alpha\,\vec{j} + \mu F_N\,\vec{i} + F_N\,\vec{j} + F_0\sin 2\alpha\,\vec{i} - F_0\cos 2\alpha\,\vec{j} = ma\vec{i} \quad /\cdot\vec{i}\,/\cdot\vec{j}$$

$$\left.\begin{aligned} /\cdot\vec{i} &\Rightarrow 1)\ -mg\sin\alpha + \mu F_N + F_0\sin 2\alpha = ma \\ /\cdot\vec{j} &\Rightarrow 2)\ -mg\cos\alpha + F_N - F_0\cos 2\alpha = 0 \end{aligned}\right\}$$

$$2) \rightarrow F_N = mg\cos\alpha + F_0\cos 2\alpha = 30\cdot 10\cdot\cos 30° + 200\cdot\cos 60° = 359{,}8N$$

$$1) \rightarrow a = \frac{-mg\sin\alpha + \mu F_N + F_0\sin 2\alpha}{m} = \frac{-30\cdot 10\cdot\sin 30° + 0{,}25\cdot 359{,}8 + 200\cdot\sin 60°}{30} = 3{,}77\frac{m}{s^2}$$

$$\underline{\underline{\vec{F_K}}} = \mu F_N\,\vec{i} + F_N\,\vec{j} = 0{,}25\cdot 359{,}8\,\vec{i} + 359{,}8\,\vec{j} = \underline{\underline{(89{,}95\,\vec{i} + 359{,}8\,\vec{j})N}}$$

$$\underline{\underline{\vec{a} = a\vec{i} = (3{,}77\,\vec{i})\frac{m}{s^2}}}$$

• Perdület tétel s tengelyre → k

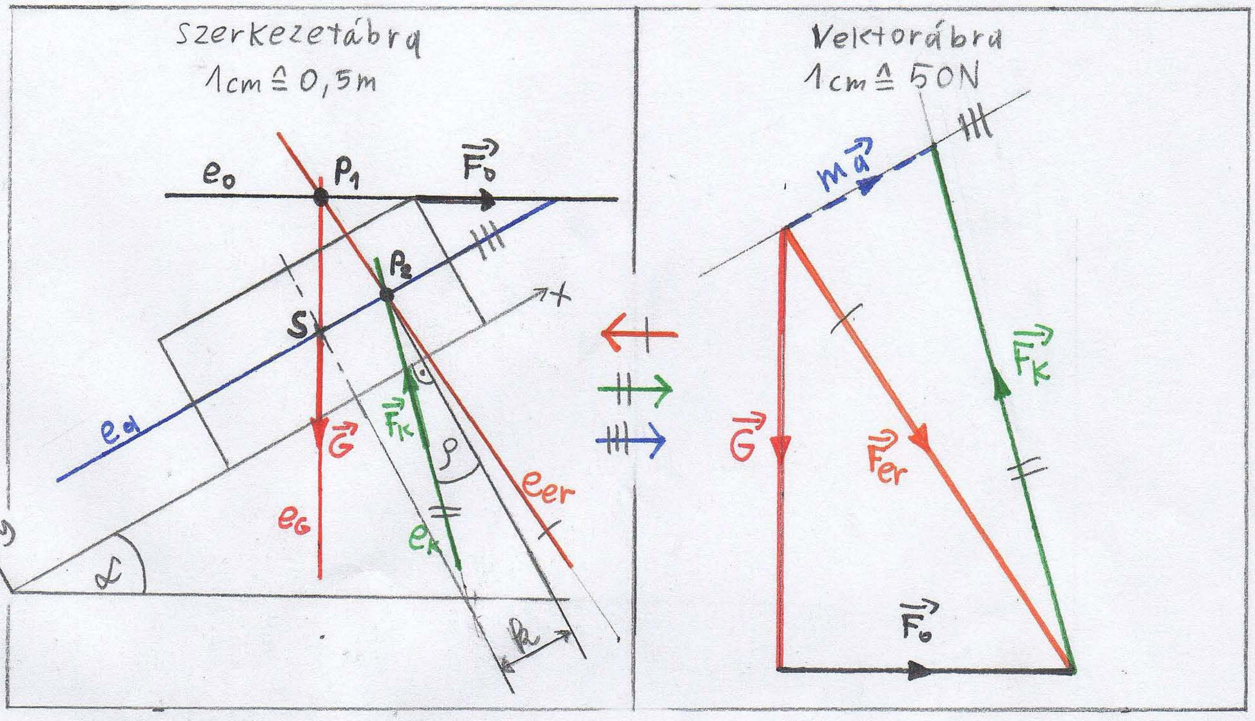
$$\dot{\Pi}_S = M_S$$

$$0 = k\cdot F_N - \frac{h}{2}F_0\sin 2\alpha - \frac{b}{2}F_0\cos 2\alpha$$

$$\underline{\underline{k}} = \frac{hF_0\sin 2\alpha + bF_0\cos 2\alpha}{2F_N} = \frac{1\cdot 200\cdot\sin 60° + 2\cdot 200\cdot\cos 60°}{2\cdot 359{,}8} = \underline{\underline{0{,}519m}}$$

2) szerkesztéssel

$$m\vec{a}_S = \underbrace{\vec{G} + \vec{F}_0}_{\vec{F}_{er}} + \vec{F}_K$$



Kiindulás:	$\vec{F}_0$	$\vec{G}$	$\vec{F}_K$	$m\vec{a}$
• hatásvonal	✓	✓	×	✓
• vektor	✓	✓	×	×

• szerkesztés menete:

① SZÁ: e_G, e_0, e_α (e_G és e_0 metszéspontja legyen P_1)

② VÁ: $\vec{G}$, $\vec{F}_0$

③ VÁ: $\vec{F}_{er} = \vec{G} + \vec{F}_0$

④ SZÁ: e_{er} ⇒ • P_1-en keresztül
• $\vec{F}_{er}$-val párhuzamos

e_{er} és e_α metszéspontja legyen P_2

⑤ SZÁ: P_2-ből merőleges állítása X tengelyre

e_K ⇒ • P_2-ön keresztül
• előbb behúzott merőlegessel ρ szöget zár be ($\mathrm{tg}\,\rho = 0{,}25$)

⑥ VÁ: $\vec{F}_{er}$ egyik végpontjából e_K-val párhuzamos ⇒ $\vec{F}_K$
másik végpontjából e_α-val párhuzamos ⇒ $m\vec{a}$

b) Megállási gyorsulás t_1 idő és megtett s_1 út

Impulzus tétel integrál alakja $\Rightarrow t_1$

$$\vec{I}_1-\vec{I}_0=\int_{t_0}^{t_1}\vec{F}\,dt=\int_{t_0}^{t_1}\vec{G}+\vec{F}_k+\vec{F}_0\,dt=\left(\vec{G}+\vec{F}_k+\vec{F}_0\right)\int_{t_0}^{t_1}dt=\left(\vec{G}+\vec{F}_k+\vec{F}_0\right)\cdot(t_1-\overset{0}{\overset{\shortparallel}{t_0}})$$

$$m\underset{\overset{\shortparallel}{0}}{v_1}\vec{i}-m(-v_0\vec{i})=\left(-mg\sin\alpha\,\vec{i}-mg\cos\alpha\,\vec{j}+\mu F_N\vec{i}+F_N\vec{j}+F_0\sin2\alpha\,\vec{i}-F_0\cos2\alpha\,\vec{j}\right)t_1 \quad /\cdot\vec{i}$$

$$mv_0=\left(-mg\sin\alpha+\mu F_N+F_0\sin2\alpha\right)t_1$$

$$t_1=\frac{mv_0}{-mg\sin\alpha+\mu F_N+F_0\sin2\alpha}$$

$$\underline{\underline{t_1}}=\frac{30\cdot20}{-30\cdot10\cdot\sin30^\circ+0{,}25\cdot359{,}8+200\cdot\sin60^\circ}=\underline{\underline{5{,}302\,s}}$$

- **t_1 a sebességtörvényből:**

$$\vec{v}_1=\vec{v}_0+\vec{a}\,t_1$$

$$\vec{0}=-v_0\vec{i}+a\vec{i}\cdot t_1 \quad /\cdot\vec{i}$$

$$0=-v_0+at_1\Rightarrow t_1=\frac{v_0}{a}=\frac{20}{3{,}77}=5{,}302\,s$$

Munkatétel $\Rightarrow s_1$

$$E_1-E_0=W_{01}$$

- $$W_{01}=\int_{\vec{r}_0=0}^{\vec{r}_1}\vec{F}\,d\vec{r}=\int_{s_0=0}^{s_1}\left(-mg\sin\alpha\,\vec{i}-mg\cos\alpha\,\vec{j}+\mu F_N\vec{i}+F_N\vec{j}+F_0\sin2\alpha\,\vec{i}-F_0\cos2\alpha\,\vec{j}\right)ds\,\vec{i}=$$

$$=\left(-mg\sin\alpha\,\vec{i}-mg\cos\alpha\,\vec{j}+\mu F_N\vec{i}+F_N\vec{j}+F_0\sin2\alpha\,\vec{i}-F_0\cos2\alpha\,\vec{j}\right)\underbrace{\int_{s_0=0}^{s_1}ds}_{s_1}\,\vec{i}=$$

$$=-mg\sin\alpha\,s_1+\mu F_N s_1+F_0\sin2\alpha\,s_1$$

$$\frac{1}{2}m\overset{0}{\overset{\shortparallel}{v_1}}{}^2-\frac{1}{2}mv_0^2=\left(-mg\sin\alpha+\mu F_N+F_0\sin2\alpha\right)s_1$$

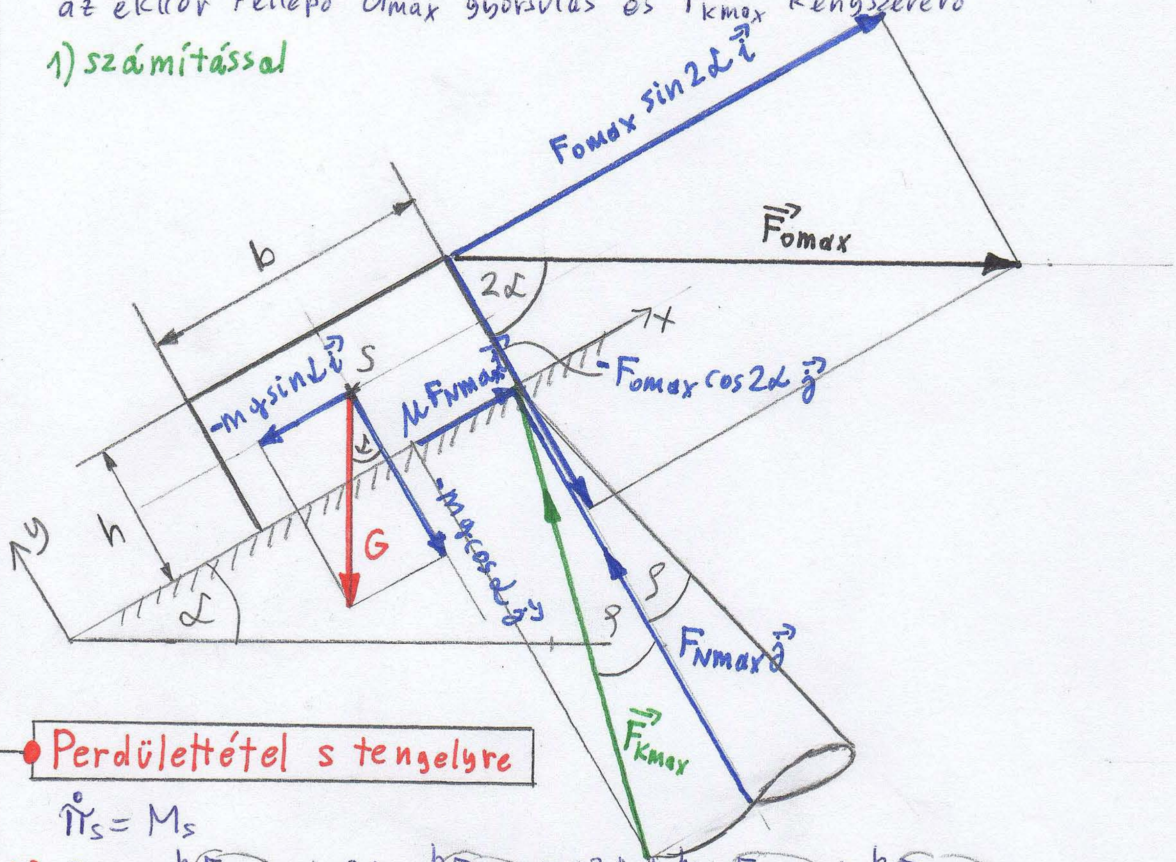
$$-mv_0^2=\left(-2mg\sin\alpha+2\mu F_N+2F_0\sin2\alpha\right)s_1$$

$$s_1=\frac{-mv_0^2}{-2mg\sin\alpha+2\mu F_N+2F_0\sin2\alpha}$$

$$\underline{\underline{s_1}}=\frac{-30\cdot20^2}{-2\cdot30\cdot10\cdot\sin30^\circ+2\cdot0{,}25\cdot359{,}8+2\cdot200\cdot\sin60^\circ}=\underline{\underline{-53{,}02\,m}}\,(\swarrow)$$

C) A maximálisan kifejthető $\vec{F}_{omax}$ erő, melynél még nem billen fel a hasáb, az ekkor fellépő $\vec{a}_{max}$ gyorsulás és $\vec{F}_{kmax}$ kényszererő

1) számítással



Perdülettétel s tengelyre

$$\dot{\Pi}_s = M_s$$

$$(1) \quad 0 = -\frac{h}{2} F_{omax} \sin 2\alpha - \frac{b}{2} F_{omax} \cos 2\alpha + \frac{h}{2} \mu F_{Nmax} + \frac{b}{2} F_{Nmax}$$

Impulzus tétel

$$m\vec{a}_{max} = \vec{F}$$

$$m\vec{a}_{max} = \vec{G} + \vec{F}_{kmax} + \vec{F}_{omax}$$

$$m a_{max} \vec{i} = -mg\sin\alpha \, \vec{i} - mg\cos\alpha \, \vec{j} + \mu F_{Nmax} \vec{i} + F_{Nmax} \vec{j} + F_{omax} \sin 2\alpha \, \vec{i} - F_{omax}\cos 2\alpha \, \vec{j} \quad / \cdot \vec{i} / \cdot \vec{j}$$

$$(2) \quad m a_{max} = -mg\sin\alpha + \mu F_{Nmax} + F_{omax} \sin 2\alpha$$

$$(3) \quad 0 = -mg\cos\alpha + F_{Nmax} - F_{omax}\cos 2\alpha \Rightarrow F_{Nmax} = mg\cos\alpha + F_{omax}\cos 2\alpha$$

$$(3) \rightarrow (1): \quad 0 = -\frac{h}{2} F_{omax} \sin 2\alpha - \frac{b}{2} F_{omax} \cos 2\alpha + \frac{h}{2} \mu \left(mg\cos\alpha + F_{omax}\cos 2\alpha \right) + \frac{b}{2}\left(mg\cos\alpha + F_{omax}\cos 2\alpha \right)$$

$$F_{omax}\left(h\sin 2\alpha + \cancel{b\cos 2\alpha} - h\mu\cos 2\alpha - \cancel{b\cos 2\alpha} \right) = h\mu mg\cos\alpha + bmg\cos\alpha$$

$$F_{omax} = \frac{mg(h\mu\cos\alpha + b\cos\alpha)}{h(\sin 2\alpha - \mu\cos 2\alpha)} = \frac{30 \cdot 10 \cdot (1 \cdot 0{,}25 \cdot \cos 30^\circ + 2 \cdot \cos 30^\circ)}{1 \cdot (\sin 60^\circ - 0{,}25 \cdot \cos 60^\circ)} = 788{,}86\,N$$

$$(3) \rightarrow \quad F_{Nmax} = mg\cos\alpha + F_{omax}\cos 2\alpha = 30 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ + 788{,}86 \cdot \cos 60^\circ =$$

$$= 654{,}24\,N$$

$$(2) \rightarrow a_{max} = \frac{-mg\sin\alpha + \mu F_{Nmax} + F_{omax}\sin 2\alpha}{m}$$

$$a_{max} = \frac{-30\cdot 10\cdot \sin 30^\circ + 0{,}25\cdot 654{,}24 + 788{,}86\cdot \sin 60^\circ}{30} = 23{,}22\,\frac{m}{s^2}$$

a végeredmények vektorban:

$$\underline{\underline{\vec{F}_{omax}}} = F_{omax}\sin 2\alpha\,\vec{i} - F_{omax}\cos 2\alpha\,\vec{j} = 788{,}86\cdot\sin 60^\circ\,\vec{i} - 788{,}86\cdot\cos 60^\circ\,\vec{j} =$$

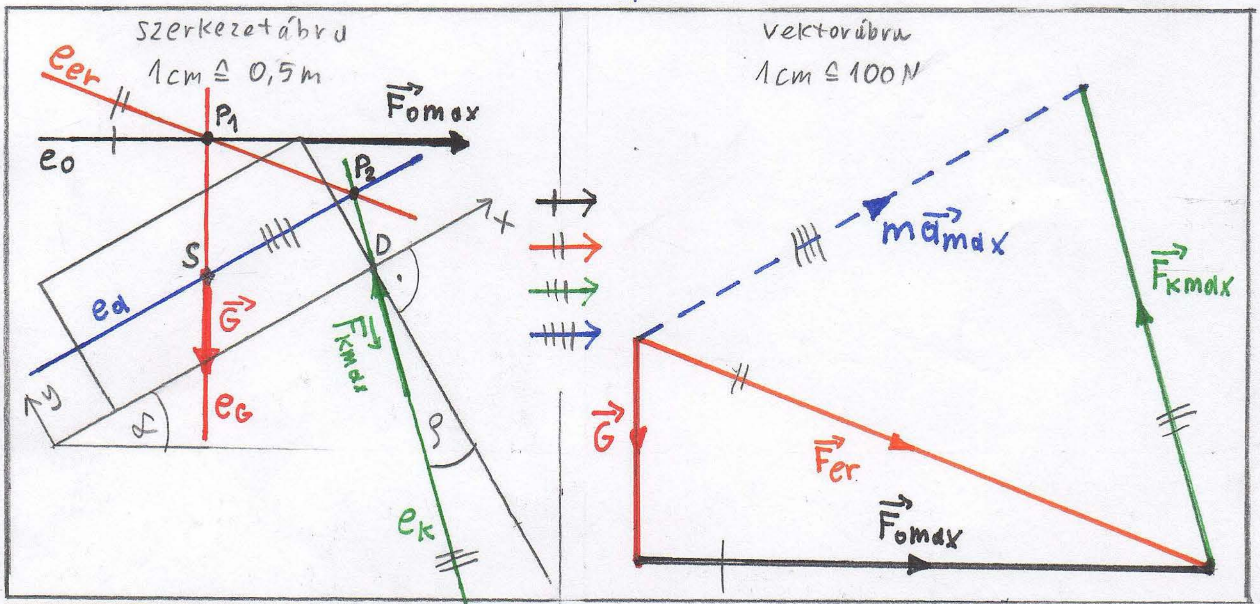
$$= \underline{\underline{(683{,}17\,\vec{i} - 394{,}43\,\vec{j})\,N}}$$

$$\underline{\underline{\vec{F}_{kmax}}} = \mu F_{Nmax}\,\vec{i} + F_{Nmax}\,\vec{j} = 0{,}25\cdot 654{,}24\,\vec{i} + 654{,}24\,\vec{j} =$$

$$= \underline{\underline{(163{,}56\,\vec{i} + 654{,}24\,\vec{j})\,N}}$$

$$\underline{\underline{\vec{a}_{max}}} = a_{max}\,\vec{i} = \underline{\underline{(23{,}22\,\vec{i})\,\frac{m}{s^2}}}$$

2) szerkesztéssel | $m\vec{a}_{max} = \underbrace{\vec{G} + \vec{F}_{omax}}_{\vec{F}_{er}} + \vec{F}_{kmax}$



Kiindulás:	$\vec{F}_{omax}$	$\vec{G}$	$\vec{F}_{kmax}$	$m\vec{a}_{max}$
• hatásvonal	✓	✓	✓	✓
• vektor	X	✓	X	X

- **Szerkesztés menete**

(1) SZÁ: e_G, e_o, e_a, e_K

- $e_K \Rightarrow$ D ponton megy keresztül (billenési határeset)
  - az X tengelyre merőlegessel ρ szöget zár be ($\mathrm{tg}\,\rho = 0{,}25$)
- e_o és e_G metszéspontja legyen P_1
- e_a és e_K metszéspontja legyen P_2

(2) SZÁ: $e_{er} \Rightarrow P_1$ és P_2 pontokon keresztül

(3) VÁ: $\vec{G}$

(4) VÁ: $\vec{G}$ egyik végpontjából e_o-val párhuzamos $\Rightarrow \vec{F}_{omax}$
másik végpontjából e_{er}-rel párhuzamos $\Rightarrow \vec{F}_{er}$

(5) VÁ: $\vec{F}_{er}$ egyik végpontjából e_K-val párhuzamos $\Rightarrow \vec{F}_{Kmax}$
másik végpontjából e_a-val párhuzamos $\Rightarrow m\vec{a}_{max}$

d) F_{omax} esetén a megálláshoz szükséges t_{1min} idő és az ezalatt megtett S_{1min} út

- **Impulzus tétel integrál alakja $\Rightarrow t_{1min}$**

$$\vec{I}_{1min}-\vec{I}_0=\int_{t_0}^{t_{1min}}\vec{F}\,dt=\int_{t_0}^{t_{1min}}\vec{G}+\vec{F}_{Kmax}+\vec{F}_{omax}\,dt=(\vec{G}+\vec{F}_{Kmax}+\vec{F}_{omax})\int_{t_0}^{t_{1min}}dt=(\vec{G}+\vec{F}_{Kmax}+\vec{F}_{omax})(t_{1min}-\underset{0}{t_0})$$

$$\underset{0}{mv_1}\vec{i}-m(-v_0\vec{i})=\left(-mg\sin\alpha\,\vec{i}-mg\cos\alpha\,\vec{j}+\mu F_{Nmax}\vec{i}+F_{Nmax}\vec{j}+F_{omax}\sin 2\alpha\,\vec{i}-F_{omax}\cos 2\alpha\,\vec{j}\right)t_{1min} \quad /\cdot\vec{i}$$

$$mv_0=(-mg\sin\alpha+\mu F_{Nmax}+F_{omax}\sin 2\alpha)\,t_{1min}$$

$$t_{1min}=\frac{mv_0}{-mg\sin\alpha+\mu F_{Nmax}+F_{omax}\sin 2\alpha}$$

$$\underline{\underline{t_{1min}}}=\frac{30\cdot 20}{-30\cdot 10\cdot\sin 30^\circ+0{,}25\cdot 654{,}24+788{,}86\cdot\sin 60^\circ}=\underline{\underline{0{,}862\,s}}$$

- **t_{1min} a sebességtörvényből:**

$$\vec{v}_1=\vec{v}_0+\vec{a}_{max}t_{1min}$$

$$\vec{0}=-v_0\vec{i}+a_{max}\vec{i}\,t_{1min} \quad /\cdot\vec{i}$$

$$0=-v_0+a_{max}t_{1min}\Rightarrow t_{1min}=\frac{v_0}{a_{max}}=\frac{20}{23{,}22}=0{,}862\,s$$

• Munkatétel => S_{1min}

$$E_{1min} - E_0 = W_{01min}$$

$$\bullet\ W_{01min} = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}_{1min}} \vec{F}\, d\vec{r} = \int_{S_0=0}^{S_{1min}} \Big(-mg\sin\alpha\,\vec{i} - mg\cos\alpha\,\vec{j} + \mu F_{Nmax}\,\vec{i} + F_{Nmax}\,\vec{j} + F_{Omax}\sin 2\alpha\,\vec{i} -$$

$$- F_{Omax}\cos 2\alpha\,\vec{j}\Big)\, ds\,\vec{i} =$$

$$= \left(-mg\sin\alpha\,\vec{i} - mg\cos\alpha\,\vec{j} + \mu F_{Nmax}\,\vec{i} + F_{Nmax}\,\vec{j} + F_{Omax}\sin 2\alpha\,\vec{i} - F_{Omax}\cos 2\alpha\,\vec{j}\right) \overbrace{\int_{S_0=0}^{S_{1min}} ds}^{S_{1min}}\,\vec{i} =$$

$$= \left(-mg\sin\alpha + \mu F_{Nmax} + F_{Omax}\sin 2\alpha\right) S_{1min}$$

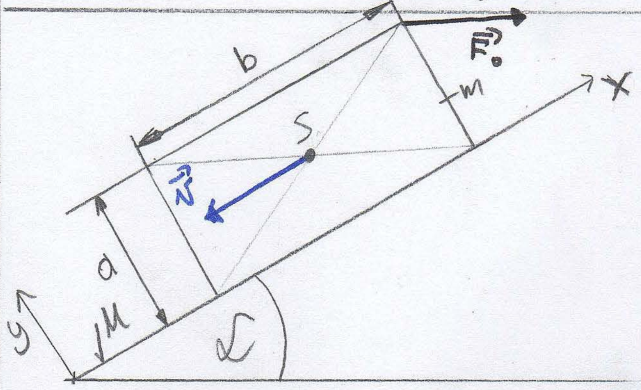
$$\underbrace{\tfrac{1}{2} m v_1^2}_{=0} - \tfrac{1}{2} m v_0^2 = \left(-mg\sin\alpha + \mu F_{Nmax} + F_{Omax}\sin 2\alpha\right) S_{1min}$$

$$-mv_0^2 = \left(-2mg\sin\alpha + 2\mu F_{Nmax} + 2F_{Omax}\sin 2\alpha\right) S_{1min}$$

$$S_{1min} = \frac{-mv_0^2}{-2mg\sin\alpha + 2\mu F_{Nmax} + 2F_{Omax}\sin 2\alpha}$$

$$\underline{\underline{S_{1min}}} = \frac{-30\cdot 20^2}{-2\cdot 30\cdot 10\cdot \sin 30° + 2\cdot 0{,}25\cdot 654{,}24 + 2\cdot 788{,}86\cdot \sin 60°} = \underline{\underline{-8{,}61\,m\ (\leftarrow)}}$$

hasáb lejtőn mozgása



• adott

$\vec{v}_S=(-10\vec{i})\frac{m}{s}$

$\mu=0{,}25$

$m=40\ kg$

$g=10\frac{m}{s^2}$

$\alpha=30^\circ$

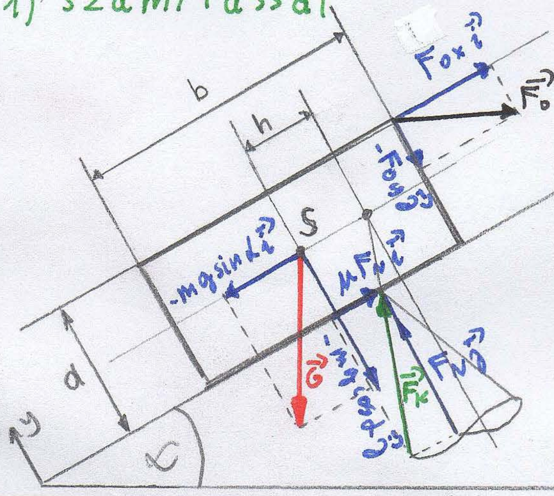
$a=1m \quad b=2m$

$\vec{F}_0=(200\vec{i}-100\vec{j})N$

• Feladat

$\vec{a}_S=?\quad \vec{F}_K=?$

1) számítással



• A hasábra ható erők

$\vec{G}=-mg\sin\alpha\,\vec{i}-mg\cos\alpha\,\vec{j}$

$\vec{F}_K=\mu F_N\vec{i}+F_N\vec{j}$

$\vec{F}_0=F_{0x}\vec{i}-F_{0y}\vec{j}$

• Impulzus tétel $\Rightarrow \vec{a}_S, \vec{F}_K$

$\vec{F}=\dot{\vec{I}}$

$\vec{G}+\vec{F}_K+\vec{F}_0=m\vec{a}_S$

$(-mg\sin\alpha\,\vec{i}-mg\cos\alpha\,\vec{j})+(\mu F_N\vec{i}+F_N\vec{j})+(F_{0x}\vec{i}-F_{0y}\vec{j})=ma_S\vec{i}\quad /\cdot\vec{i}/\cdot\vec{j}$

$$\left.\begin{aligned}\cdot\vec{i}\to (1)\quad & -mg\sin\alpha+\mu F_N+F_{0x}=ma_S\\ \cdot\vec{j}\to (2)\quad & -mg\cos\alpha+F_N-F_{0y}=0\end{aligned}\right\}$$

$(2)\to F_N=mg\cos\alpha+F_{0y}=40\cdot10\cdot\cos30^\circ+100=446{,}4\,N$

$(1)\to a_S=\dfrac{-mg\sin\alpha+\mu F_N+F_{0x}}{m}=\dfrac{-40\cdot10\cdot\sin30^\circ+0{,}25\cdot446{,}4+200}{40}=$

$=2{,}79\frac{m}{s^2}\Rightarrow \vec{a}_S=a_S\vec{i}=\underline{\underline{(2{,}79\vec{i})\frac{m}{s^2}}}$

$\vec{F}_K=\mu F_N\vec{i}+F_N\vec{j}=0{,}25\cdot446{,}4\vec{i}+446{,}4\vec{j}=\underline{\underline{(111{,}6\vec{i}+446{,}4\vec{j})N}}$

• Perdület tétel S tengelyre $\Rightarrow h$

$\dot{\Pi}_S=M_S$

$0=h\cdot F_N-\frac{a}{2}F_{0x}-\frac{b}{2}F_{0y}$

$h=\dfrac{\frac{a}{2}F_{0x}+\frac{b}{2}F_{0y}}{F_N}=\dfrac{\frac{1}{2}200+\frac{2}{2}100}{446{,}4}=\underline{0{,}448m}$

2) szerkesztéssel $m\vec{a}_s = \underbrace{\vec{G} + \vec{F}_0}_{\vec{F}_{er}} + \vec{F}_K$