

adott:

$$F_1 = 50\sqrt{2} \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = (20\vec{i} - 25\vec{j} - 15\vec{k}) \text{ N}$$

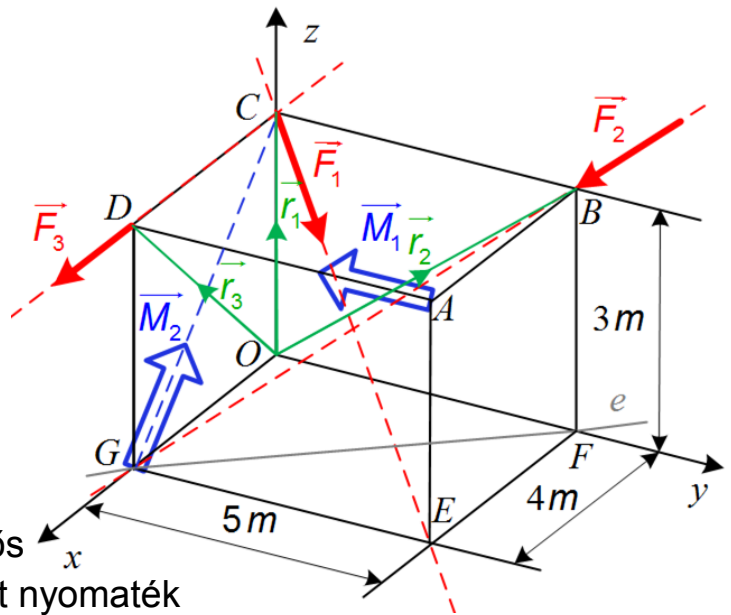
$$F_3 = 50 \text{ N}$$

$$M_1 = 30 \text{ Nm}$$

$$M_2 = 40 \text{ Nm}$$

feladat:

- Origóra redukált vektorkettős
- x, y, z tengelyekre számított nyomaték
- e tengelyre számított nyomaték

**kidolgozás:**

a) Origóra redukált vektorkettős:

- Az erő- és nyomatékvektorok:

$$\vec{F}_1 = F_1 \cdot \vec{e}_1 = F_1 \cdot \frac{\vec{r}_{CE}}{|\vec{r}_{CE}|} = 50\sqrt{2} \cdot \frac{4\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}}{\sqrt{4^2 + 5^2 + 3^2}} = 50\sqrt{2} \cdot \frac{4\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}}{5\sqrt{2}} =$$

$$= (40\vec{i} + 50\vec{j} - 30\vec{k}) \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = (20\vec{i} - 25\vec{j} - 15\vec{k}) \text{ N}$$

$$\vec{F}_3 = F_3 \vec{i} = (50\vec{i}) \text{ N}$$

$$\vec{M}_1 = M_1 (-\vec{j}) = (-30\vec{j}) \text{ Nm}$$

$$\vec{M}_2 = M_2 \cdot \vec{f}_2 = M_2 \cdot \frac{\vec{r}_{GC}}{|\vec{r}_{GC}|} = 40 \cdot \frac{-4\vec{i} + 3\vec{k}}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 40 \cdot \frac{-4\vec{i} + 3\vec{k}}{5} = (-32\vec{i} + 24\vec{k}) \text{ Nm}$$

- Az erők támadáspontjába mutató helyvektorok:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_{OC} = (3\vec{k}) \text{ m}$$

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_{OB} = (5\vec{j} + 3\vec{k}) \text{ m}$$

$$\vec{r}_3 = \vec{r}_{OD} = (4\vec{i} + 3\vec{k}) \text{ m}$$

- Az egyes erők által az origóra kifejtett nyomaték:

$$\vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 3 \\ 40 & 50 & -30 \end{vmatrix} = \vec{i}(0 \cdot (-30) - 3 \cdot 50) - \vec{j}(0 \cdot (-30) - 3 \cdot 40) + \\ + \vec{k}(0 \cdot 50 - 0 \cdot 40) = (-150\vec{i} + 120\vec{j}) \text{ Nm}$$

$$\vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 5 & 3 \\ 20 & -25 & -15 \end{vmatrix} = \vec{i}(5 \cdot (-15) - 3 \cdot (-25)) - \vec{j}(0 \cdot (-15) - 3 \cdot 20) + \\ + \vec{k}(0 \cdot (-25) - 5 \cdot 20) = (60\vec{j} - 100\vec{k}) \text{ Nm}$$

$$\vec{r}_3 \times \vec{F}_3 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 0 & 3 \\ 50 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{i}(0 \cdot 0 - 3 \cdot 0) - \vec{j}(4 \cdot 0 - 0 \cdot 50) + \\ + \vec{k}(4 \cdot 0 - 0 \cdot 50) = (150\vec{j}) \text{ Nm}$$

- A redukált vektorkettős:

az eredő erő:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^3 \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 40\vec{i} + 50\vec{j} - 30\vec{k} + 20\vec{i} - 25\vec{j} - 15\vec{k} + 50\vec{i} = \\ = (40 + 20 + 50)\vec{i} + (50 - 25)\vec{j} + (-30 - 15)\vec{k} = \underline{\underline{(110\vec{i} + 25\vec{j} - 45\vec{k}) \text{ N}}}$$

az origóra számított nyomaték:

$$\vec{M}_o = \sum_{i=1}^3 \vec{r}_i \times \vec{F}_i + \sum_{j=1}^2 \vec{M}_j = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 + \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \\ = -150\vec{i} + 120\vec{j} + 60\vec{j} - 100\vec{k} + 150\vec{j} - 30\vec{j} - 32\vec{i} + 24\vec{k} = \\ = (-150 - 32)\vec{i} + (120 + 60 + 150 - 30)\vec{j} + (-100 + 24)\vec{k} = \\ = \underline{\underline{(-182\vec{i} + 300\vec{j} - 76\vec{k}) \text{ Nm}}}$$

b) Az x, y és z tengelyekre számított nyomaték:

$$M_x = \vec{M}_o \cdot \vec{i} = (-182\vec{i} + 300\vec{j} - 76\vec{k}) \cdot \vec{i} = \underline{\underline{-182 \text{ Nm}}}$$

$$M_y = \vec{M}_o \cdot \vec{j} = (-182\vec{i} + 300\vec{j} - 76\vec{k}) \cdot \vec{j} = \underline{\underline{300 \text{ Nm}}}$$

$$M_z = \vec{M}_o \cdot \vec{k} = (-182\vec{i} + 300\vec{j} - 76\vec{k}) \cdot \vec{k} = \underline{\underline{-76 \text{ Nm}}}$$

c) Az e tengelyre számított nyomaték:

Az e egyenesre illeszkedő irány-egységvektor:

$$\vec{e} = \frac{\vec{r}_{GF}}{|\vec{r}_{GF}|} = \frac{-4\vec{i} + 5\vec{j}}{\sqrt{4^2 + 5^2}} = \left(-\frac{4}{\sqrt{41}}\vec{i} + \frac{5}{\sqrt{41}}\vec{j} \right)$$

Az e egyenes egy tetszőleges pontjára számított nyomaték (legyen G pont):

$$\vec{M}_G = \vec{r}_{GQ} \times \vec{F} + \vec{M}_o$$

ahol az $\vec{F}$ erő által kifejtett nyomaték:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{GQ} \times \vec{F} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -4 & 0 & 0 \\ 110 & 25 & -45 \end{vmatrix} = \vec{i}(0 \cdot -45 - 0 \cdot 25) - \vec{j}(-4 \cdot (-45) - 0 \cdot 110) + \\ &+ \vec{k}(-4 \cdot 25 - 0 \cdot 110) = (-180\vec{j} - 100\vec{k}) \text{ Nm} \end{aligned}$$

Így a G pontra számított nyomaték:

$$\begin{aligned} \vec{M}_G &= \vec{r}_{GQ} \times \vec{F} + \vec{M}_o = -180\vec{j} - 100\vec{k} - 182\vec{i} + 300\vec{j} - 76\vec{k} = \\ &= (-182\vec{i} + 120\vec{j} - 176\vec{k}) \text{ Nm} \end{aligned}$$

Az e tengelyre számított nyomaték:

$$\begin{aligned} M_e &= \vec{M}_G \cdot \vec{e} = (-182\vec{i} + 120\vec{j} - 176\vec{k}) \cdot \left(-\frac{4}{\sqrt{41}}\vec{i} + \frac{5}{\sqrt{41}}\vec{j} + 0\vec{k} \right) = \\ &= \left(\frac{182 \cdot 4}{\sqrt{41}} + \frac{120 \cdot 5}{\sqrt{41}} - 176 \cdot 0 \right) = \underline{\underline{207,4 \text{ Nm}}} \end{aligned}$$