

RUDAK ÖSSZETETT IGÉNYBEVÉTELEI 2 – TÖBBTENGELYŰ FESZÜLTÉGÁLLAPOT

Amennyiben a feszültségtenzor egy nemnulla normál feszültséget és egy nemnulla csúsztató feszültség párt tartalmaz (rudak többtengelyű feszültségállapota esetén mindig ez a helyzet) a Mohr és HMH szerinti redukált feszültség az alábbi egyszerű képlettel számítható:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + \beta \tau^2}$$

ahol:

- Mohr szerint: $\beta = 4$
- HMH szerint: $\beta = 3$

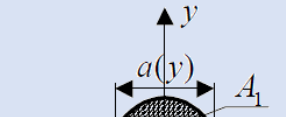
HÚZÁS/NYOMÁS + CSAVARÁS:

$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{N}{A} \\ \tau_{\varphi x} &= \frac{M_c}{I_p} R \end{aligned} \right\} \sigma_{red} = \sqrt{\sigma_x^2 + \beta \tau_{\varphi x}^2}$	Méretezés 2 lépésben (lásd a 2. feladatot a részletekért)
--	---

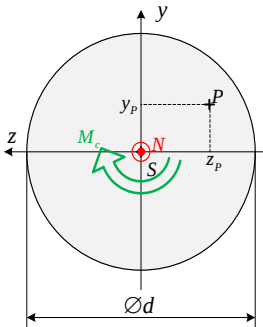
HAJLÍTÁS + CSAVARÁS:

$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{M_{hz}}{I_z} y \\ \tau_{\varphi x} &= \frac{M_c}{I_p} R \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \sigma_{red} &= \sqrt{\sigma_x^2 + \beta \tau_{\varphi x}^2} \\ \sigma_{red \max} &= \frac{M_{red}}{I_z} y_{\max} \\ M_{red} &= \sqrt{M_h^2 + \frac{\beta}{4} M_c^2} \end{aligned}$	a) Feszültség egy adott P pontban: $\sigma_{red}(P) = \sqrt{\sigma_x^2(P) + \beta \tau_{\varphi x}^2(P)}$ b) ellenőrzéshez: $\sigma_{red \max} = \sqrt{\sigma_{x \max}^2 + \beta \tau_{\varphi x \max}^2} \text{ vagy } \sigma_{red \max} = \frac{M_{red}}{I_\zeta} \eta_{\max}$ c) méretezéshez (1 lépésben történik): $\sigma_{red \max} = \frac{M_{red}}{I_\zeta} \eta_{\max}$ A fenti összefüggésekben: • $M_{red} = \sqrt{M_{h\zeta}^2 + \frac{\beta}{4} M_c^2}$ • ζ a hajlítás tengelye (=zérusvonal) • $\eta_{\max}$ a hajlítás tengelyétől (=zérusvonalától) legtávolabbi pont.
--	--

HAJLÍTÁS + NYÍRÁS:

$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{M_{hz}}{I_z} y \\ \tau_{yx} &= -\frac{T_y S_{1z}}{I_z a(y)} \end{aligned} \right\} \sigma_{red} = \sqrt{\sigma_x^2 + \beta \tau_{yx}^2}$	• T_y: nyíróerő • S_{1z}: y=konstans egyenes feletti rész statikai nyomatéka z tengelyre $S_{1z} = A_1 \cdot y_{S1}$ • I_z: z tengelyre számított másodrendű nyomaték • $a(y)$: y=konstans szakasz hossza.					
$\tau_{köz} = \frac{T_y}{A}$						
<table><tr><td>téglalap esetén:</td><td>kör esetén:</td></tr><tr><td>$\tau_{max} = \frac{3}{2} \tau_{köz}$</td><td>$\tau_{max} = \frac{4}{3} \tau_{köz}$</td></tr></table>	téglalap esetén:	kör esetén:	$\tau_{max} = \frac{3}{2} \tau_{köz}$	$\tau_{max} = \frac{4}{3} \tau_{köz}$		
téglalap esetén:	kör esetén:					
$\tau_{max} = \frac{3}{2} \tau_{köz}$	$\tau_{max} = \frac{4}{3} \tau_{köz}$					

1. feladat: húzás + csavarás (ellenőrzés)

ADOTT:	FELADAT:
 $N = 120 \text{ kN}$ $M_c = -1 \text{ kNm}$ $\varnothing d = 50 \text{ mm}$ $R_{p0.2} = 200 \text{ MPa}$ $n = 2$ $y_P = 10 \text{ mm}$ $z_P = -15 \text{ mm}$	a) $\underline{\underline{F}}_{P_{R,\varphi,x}}$, $\underline{\underline{F}}_{P_{x,y,z}}$ b) ellenőrzés <i>Mohr</i> és <i>HMH</i> szerint

MEGOLDÁS:

a) P ponti feszültségállapot

Keresztmetszeti jellemzők:

$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{50^2 \pi}{4} = 1963.5 \text{ mm}^2$	$I_p = \frac{d^4 \pi}{32} = \frac{50^4 \pi}{32} = 613592.3 \text{ mm}^4$
--	--

Húzásból adódó normálfeszültség:

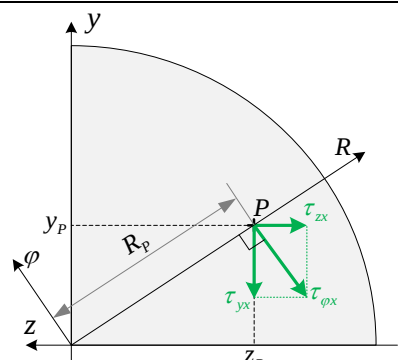
$$\sigma_x(P) = \sigma_x = \frac{N}{A} = \frac{120000}{1963.5} = 61.1 \text{ MPa}$$

Csavarásból adódó csúsztatófeszültség:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{yx}(P) = \tau_{xy}(P) &= -\frac{M_c}{I_p} z_P = -\frac{-10^6}{613592.3} \cdot (-15) = -24.45 \text{ MPa} \\ \tau_{zx}(P) = \tau_{xz}(P) &= \frac{M_c}{I_p} y_P = \frac{-10^6}{613592.3} \cdot 10 = -16.3 \text{ MPa} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \tau_{\varphi x}(P) = \tau_{x\varphi}(P) &= -\sqrt{\tau_{yx}^2 + \tau_{zx}^2} = \\ &= -\sqrt{24.45^2 + 16.3^2} = -29.38 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$R_P = \sqrt{y_P^2 + z_P^2} = \sqrt{10^2 + (-15)^2} = 18.03 \text{ mm}$$

$$\tau_{\varphi x}(P) = \tau_{x\varphi}(P) = \frac{M_c}{I_p} R_P = \frac{-10^6}{613592.3} \cdot 18.03 = -29.38 \text{ MPa}$$

x, y, z koordináta rendszerben: $\underline{\underline{F}}_{P_{x,y,z}} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & 0 & 0 \\ \tau_{zx} & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 61.1 & -24.45 & -16.3 \\ -24.45 & 0 & 0 \\ -16.3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$ R, φ, x koordináta rendszerben: $\underline{\underline{F}}_{P_{R,\varphi,x}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{\varphi x} \\ 0 & \tau_{x\varphi} & \sigma_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -29.38 \\ 0 & -29.38 & 61.1 \end{bmatrix} \text{ MPa}$	
--	--

b) Rúd ellenőrzése

1) Feszültségeloszlás y és z tengelyek mentén: $\sigma_x = \frac{N}{A}$ $\tau_{zx} = \frac{M_c}{I_p} y$ $\tau_{yx} = -\frac{M_c}{I_p} z$	2) Veszélyes pontok: összes kerületi pont igénybevételek: $N = 120 \text{ kN} = 120\,000 \text{ N}$ $M_c = -1 \text{ kNm} = -10^6 \text{ Nmm}$
--	--

3) Ellenőrzés

Feszültség a veszélyes pontokban:

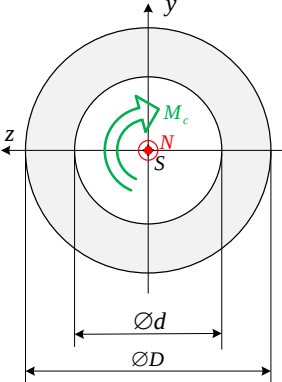
$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_{x\max} = \sigma_x &= \frac{N}{A} = \frac{120\,000}{1963.5} = 61.1 \text{ MPa} \\
 \tau_{\varphi x\max} &= \frac{M_c}{I_p} R_{\max} = \frac{M_c}{I_p} \frac{d}{2} = \frac{-10^6}{613592.3} \cdot \frac{50}{2} = -101.78 \text{ MPa}
 \end{aligned} \right\} \sigma_{red\max} = \sqrt{\sigma_{x\max}^2 + \beta \tau_{\varphi x\max}^2}$$

Megengedett feszültség:

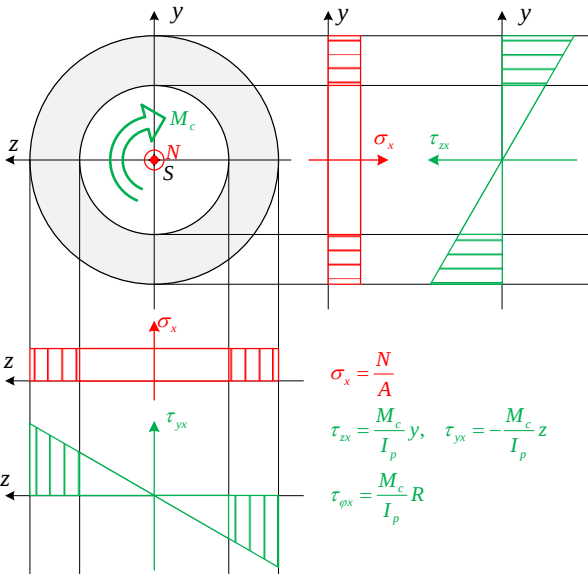
$$\sigma_{meg} = \frac{R_{p0.2}}{n} = \frac{200}{2} = 100 \text{ MPa}$$

HMH szerint: $ \sigma_{red\max} (HMH) = \sqrt{61.1^2 + 3 \cdot (-40.7)^2} = 93.29 \text{ MPa} $ $ \sigma_{red\max} = 93.29 \text{ MPa} < \sigma_{meg} = 100 \text{ MPa} $ HMH szerint a rúd megfelel.	Mohr szerint: $ \sigma_{red\max} (Mohr) = \sqrt{61.1^2 + 4 \cdot (-40.7)^2} = 101.78 \text{ MPa} $ $ \sigma_{red\max} = 101.78 \text{ MPa} > \sigma_{meg} = 100 \text{ MPa} $ Mohr szerint a rúd nem felel meg.
--	--

2. feladat: húzás + csavarás (méretezés)

ADOTT:	FELADAT:
 $\varnothing D = 50 \text{ mm}$ $N = 10 \text{ kN}$ $M_c = 800 \text{ Nm}$ $\sigma_{meg} = 120 \text{ MPa}$	Méretezés <i>HMH</i> szerint $(\varnothing d = ?)$

SOLUTION:

1) Feszültségeloszlás y és z tengelyek mentén  $\sigma_x = \frac{N}{A}$ $\tau_{zx} = \frac{M_c}{I_p} y, \quad \tau_{yx} = -\frac{M_c}{I_p} z$ $\tau_{\phi x} = \frac{M_c}{I_p} R$	2) veszélyes pontok: összes kerületi pont igénybevételek: $N = 10 \text{ kN} = 10000 \text{ N}$ $M_c = -800 \text{ Nm} = -8 \cdot 10^5 \text{ Nmm}$
---	---

Amennyiben egy lépésben szeretnénk méretezni a rudat húzásra + csavarásra, egy harmadfokú egyenletet kéne megoldanunk. Hogy ezt elkerüljük, az alábbi módszert alkalmazzuk:

- 1) Elhanyagoljuk a húzás/nyomást és csak csavarásra méretezzük a rudat.
- 2) Felkeressük a kapott értéket (jellemzően egy szabványos értékre úgy, hogy lehetőleg húzás/nyomásra is megfeleljen a rúd)
- 3) Ellenőrizzük a rudat a választott szabványos mérettel húzás/nyomás + csavarásra.
 - Ha a rúd megfelel, kész vagyunk a feladattal
 - Ha a rúd nem felel meg, visszatérünk a 2) -höz és nagyobb méretet választunk.

3) Rúd méretezése:

3.1: Méretezés csak csavarásra

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{\varphi x}^2} = \sqrt{3} |\tau_{\varphi x}|$$

$$\sigma_{red \max} = \sqrt{3} |\tau_{\varphi x \max}| = \sqrt{3} \frac{|M_c|}{I_p} R_{\max} =$$

$$= \sqrt{3} \frac{|M_c|}{(D^4 - d^4)\pi} \cdot \frac{D}{2} = \frac{16\sqrt{3}|M_c|D}{(D^4 - d^4)\pi}$$

$$\sigma_{red \max} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{16\sqrt{3}|M_c|D}{(D^4 - d^4)\pi} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{16\sqrt{3}|M_c|D}{\sigma_{meg}\pi} \leq D^4 - d^4$$

$$d^4 \leq D^4 - \frac{16\sqrt{3}|M_c|D}{\sigma_{meg}\pi}$$

$$d \leq \sqrt[4]{D^4 - \frac{16\sqrt{3}|M_c|D}{\sigma_{meg}\pi}}$$

$$d \leq \sqrt[4]{50^4 - \frac{16\sqrt{3} \cdot 8 \cdot 10^5 \cdot 50}{120\pi}} = 42.65 \text{ mm}$$

kerekítve:
legyen $d = 40 \text{ mm}$

3.2: Ellenőrzés húzásra+csavarásra

keresztmetszeti jellemzők:

$$A = \frac{(D^2 - d^2)\pi}{4} = \frac{(50^2 - 40^2)\pi}{4} = 706.86 \text{ mm}^2$$

$$I_p = \frac{(D^4 - d^4)\pi}{32} = \frac{(50^4 - 40^4)\pi}{32} = 362\,264.9 \text{ mm}^4$$

Húzásból adódó normálfeszültség:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} = \frac{10\,000}{706.86} = 14.15 \text{ MPa}$$

Csavarásból adódó csúsztatófeszültség:

$$\tau_{\varphi x \max} = \frac{|M_c|}{I_p} R_{\max} = \frac{|M_c|}{I_p} \frac{D}{2} = \frac{8 \cdot 10^5}{362\,264.9} \frac{50}{2} = 55.21 \text{ MPa}$$

Redukált feszültség:

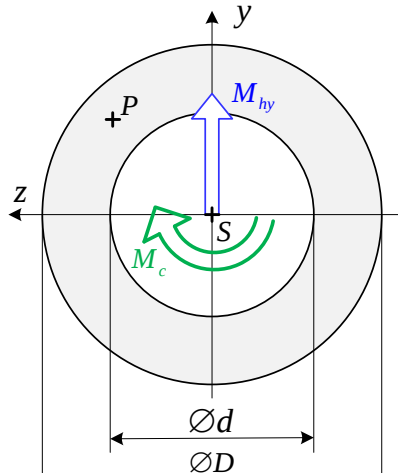
$$\sigma_{red \max} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{\varphi x \max}^2} = \sqrt{14.15^2 + 3 \cdot 55.2^2} = 96.66 \text{ MPa}$$

Ellenőrzés:

$$\sigma_{red \max} = 96.66 \text{ MPa} \leq \sigma_{meg} = 120 \text{ MPa}$$

A rúd szilárdságtanilag megfelel.

3. feladat: hajlítás + csavarás (méretezés)

ADOTT:	FELADAT:
	$D = 2d$ $\vec{M}_S = (-20\vec{i} + 30\vec{j}) \text{ Nm}$ $\sigma_{meg} = 130 \text{ MPa}$

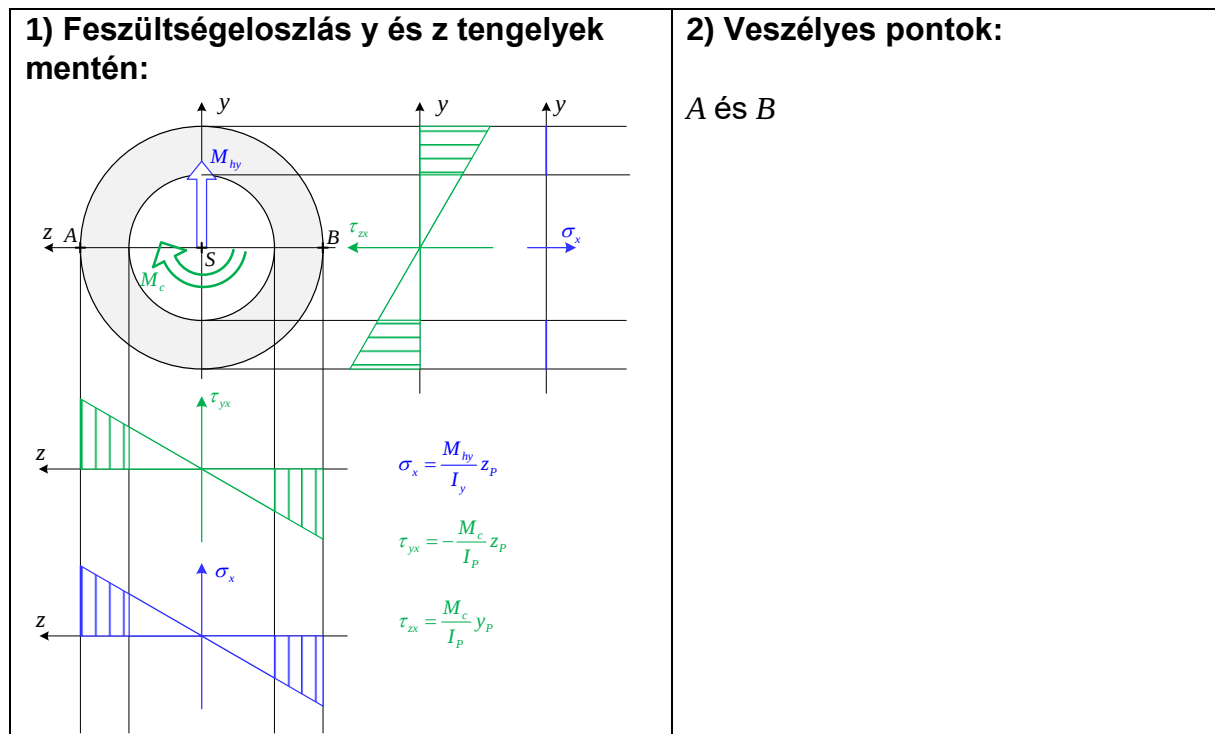
MEGOLDÁS:

Igénybevételek: $M_{hy} = +30 \text{ Nm}$, $M_c = -20 \text{ Nm}$

a) Feszültségállapot tetszőleges P pontban:

R, φ, x koordináta rendszerben	x, y, z koordináta rendszerben	
$\underline{\underline{F}}_P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_{\varphi x} \\ 0 & \tau_{x\varphi} & \sigma_x \end{bmatrix}$	$\underline{\underline{F}}_P = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & 0 & 0 \\ \tau_{zx} & 0 & 0 \end{bmatrix}$	
$\sigma_x(P) = \frac{M_{hy}}{I_y} z_P$ $\tau_{\varphi x}(P) = \tau_{x\varphi}(P) = \frac{M_c}{I_p} R_P$ ahol: $R_P = \sqrt{y_P^2 + z_P^2}$	$\sigma_x(P) = \frac{M_{hy}}{I_y} z_P$ $\tau_{xy}(P) = \tau_{yx}(P) = -\frac{M_c}{I_p} z_P$ $\tau_{zx}(P) = \tau_{xz}(P) = \frac{M_c}{I_p} y_P$ $\tau_{\varphi x}^2(P) = \tau_{yx}^2(P) + \tau_{zx}^2(P)$	másodrendű nyomaték y tengelyre: $I_y = \frac{(D^4 - d^4)\pi}{64}$ poláris másodrendű nyomaték: $I_p = \frac{(D^4 - d^4)\pi}{32} = 2I_y$
Redukált feszültség: $\sigma_{red}(P) = \sqrt{\sigma_x^2(P) + \beta \tau_{\varphi x}^2(P)}$		HMM szerint: $\beta = 3$ Mohr szerint: $\beta = 4$

b) Rúd méretezése:



3) Méretezés Mohr és HMM szerint:

- Redukált nyomaték:

$$M_{red} = \sqrt{M_{hy}^2 + \frac{\beta}{4} M_c^2}$$

- HMM szerint: $M_{red}(HMM) = \sqrt{30^2 + \frac{3}{4}(-20)^2} = 34.64 \text{ Nm}$

- Mohr szerint: $M_{red}(Mohr) = \sqrt{30^2 + \frac{4}{4}(-20)^2} = 36.06 \text{ Nm}$

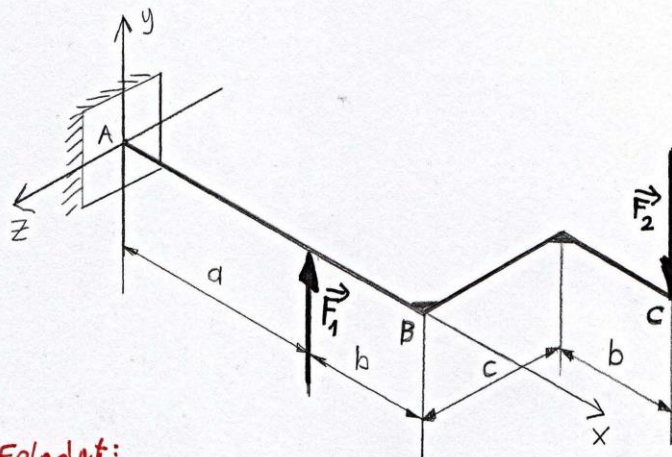
- y tengelyre számított másodrendű nyomaték:

$$I_y = \frac{((2d)^4 - d^4)\pi}{64} = \frac{(16d^4 - d^4)\pi}{64} = \frac{15d^4\pi}{64}$$

$\sigma_{red \max} \leq \sigma_{meg}$ $\frac{M_{red}}{I_y} z_{\max} \leq \sigma_{meg}$ $\frac{64M_{red}}{15d^4\pi} \cdot \frac{2d}{2} \leq \sigma_{meg}$ $\frac{64M_{red}}{15d^3\pi} \leq \sigma_{meg}$ $d \geq \sqrt[3]{\frac{64M_{red}}{15\sigma_{meg}\pi}}$	HMM szerint: $d \geq \sqrt[3]{\frac{64 \cdot 34640}{15 \cdot 130 \cdot \pi}} = 7.13 \text{ mm} \Rightarrow D = 2d = 14.26 \text{ mm}$ Mohr szerint: $d \geq \sqrt[3]{\frac{64 \cdot 36060}{15 \cdot 130 \cdot \pi}} = 7.22 \text{ mm} \Rightarrow D = 2d = 14.44 \text{ mm}$
--	--

4. feladat: hajlítás + csavarás (méretezés)

HAJLÍTÁS + CSAVARÁS



adott:

$$a = 1 \text{ m}$$

$$b = 0,4 \text{ m}$$

$$c = 0,6 \text{ m}$$

$$\vec{F}_1 = (400 \vec{j}) \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = (-800 \vec{j}) \text{ N}$$

$$R_{p,2} = 300 \text{ MPa}$$

$$n = 2$$

Feladat:

AB rúdszakasz méretezése, ha a rúd kör keresztmetsetű.
Anyagot +anyagoljuk el!

0. F_2 erő redukálása a B pontba

$$F_B = F_2 = -800 \text{ N}$$

$$M_{Bx} = -c \cdot F_2 = -0,6 \cdot 800 = -480 \text{ Nm}$$

$$M_{Bz} = -b \cdot F_2 = -0,4 \cdot 800 = -320 \text{ Nm}$$

1. támasztó erőrendszer meghatározása

$$F_y = 0 = F_{Ay} + F_1 - F_2 \Rightarrow F_{Ay} = F_2 - F_1 = 800 - 400 = 400 \text{ N}$$

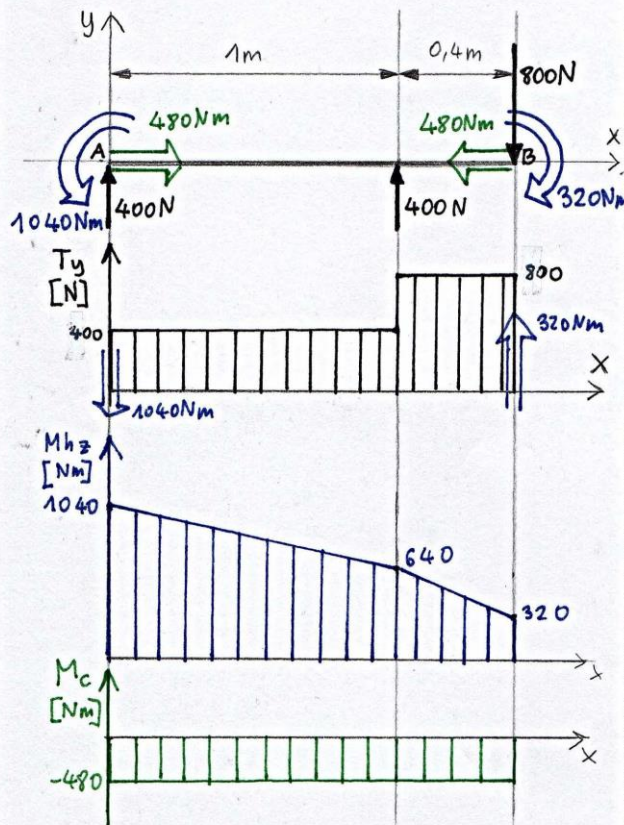
$$M_x = 0 = M_{Bx} + M_{Ax} \Rightarrow M_{Ax} = -M_{Bx} = 480 \text{ Nm}$$

$$M_{az} = 0 = M_{Az} + M_{Bz} + a \cdot F_1 - (a+b) \cdot F_B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{Az} = -M_{Bz} - a \cdot F_1 + (a+b) \cdot F_B =$$

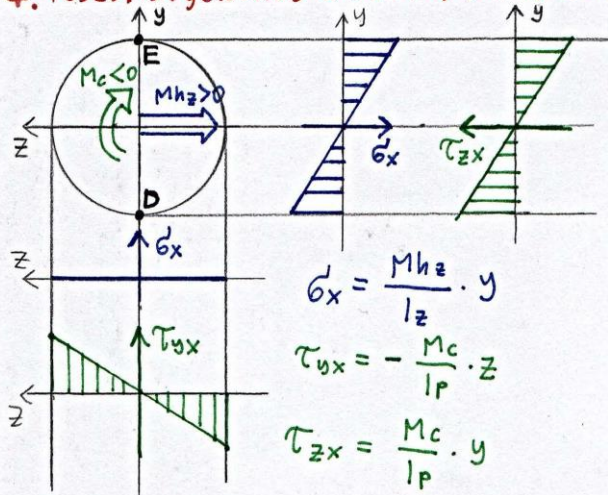
$$= -(-320) - 1 \cdot 400 + (1+0,4) \cdot 800 = 1040 \text{ Nm}$$

2. igénybevételi ábrák



3. veszélyes keresztmetszet: A k.m.
 $M_{hz}(A) = 1040 \text{ Nm}$; $M_c(A) = -480 \text{ Nm}$

4. feszültségeloszlás a veszélyes k.m.-en



5. veszélyes keresztmetszet veszélyes pontjai

D és E
 $(y = \pm \frac{d}{2})$

6. méretezés HMH szerint

$$M_{red(HMH)} = \sqrt{M_{hz}^2 + \frac{\beta}{4} \cdot M_c^2}$$

$$= \sqrt{1040^2 + \frac{3}{4} \cdot 480^2} =$$

$$= 1120 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{redmax} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{M_{red}}{I_z} \cdot y_{max} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$\frac{32}{d^3 \pi} \cdot \frac{d}{2} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$\frac{32 M_{red}}{d^3 \pi} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

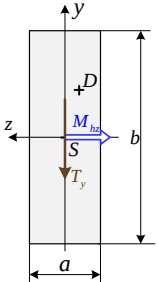
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{red} \cdot n}{\pi \cdot R_{p0.2}}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1120000 \cdot 2}{\pi \cdot 300}} =$$

$$= 42,37 \text{ mm}$$

$$\underline{\underline{d \geq 42,37 \text{ mm}}}$$

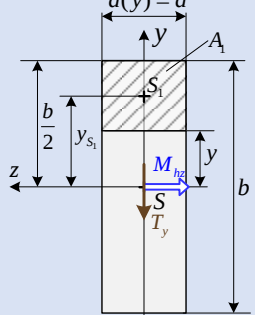
5. feladat: hajlítás + nyírás (ellenőrzés)

ADOTT:	FELADAT:
 $a = 15 \text{ mm}$ $b = 45 \text{ mm}$ $y_D = 10 \text{ mm}$ $z_D = -3 \text{ mm}$ $\sigma_{meg} = 100 \text{ MPa}$ $T_y = 10 \text{ kN}$ $M_{hz} = 0.4 \text{ kNm}$	a) Feszültségállapot a D pontban b) Ellenőrzés HMH szerint.

MEGOLDÁS:

a) Feszültségállapot a D pontban

- keresztmetszeti jellemzők:

	Téglalap keresztmetszet esetén az $y = \text{konstans}$ egyenes feletti A_1 terület statikai nyomatéka z tengelyre egyszerűen számítható, mivel $a(y)$ állandó: A_1 statikai nyomatéka y függvényében: $S_{1z}(y) = A_1 \cdot y_{S_1} = a \left(\frac{b}{2} - y \right) \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2} + y \right) = \frac{a}{2} \left(\frac{b^2}{4} - y^2 \right)$ (felhasznált összefüggés: $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$)
--	---

$I_z = \frac{ab^3}{12} = \frac{15 \cdot 45^3}{12} = 113906.25 \text{ mm}^4$ $A = ab = 15 \cdot 45 = 675 \text{ mm}^2$	$S_{1z}(y_D) = \frac{a}{2} \left(\frac{b^2}{4} - y_D^2 \right) = \frac{a}{2} \left(\frac{b^2}{4} - y_D^2 \right)$ $= \frac{15}{2} \left(\frac{45^2}{4} - 10^2 \right) = 3046.875 \text{ mm}^3$
---	---

- Feszültségek a D pontban

Hajlításból adódó normál feszültség: $\sigma_x(D) = \frac{M_{hz}}{I_z} y_D = \frac{0.4 \cdot 10^6}{113906.25} \cdot 10 = 35.12 \text{ MPa}$ Nyírásból adódó csúsztatófeszültség: $\tau_{yx}(D) = -\frac{T_y S_{1z}(y_D)}{I_z a} = -\frac{10^4 \cdot 3046.875}{113906.25 \cdot 15} = -17.83 \text{ MPa}$	stress tensor at point D: $\underline{\underline{F}}_D = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & 0 \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35.12 & -17.38 & 0 \\ -17.38 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ MPa}$
---	--

b) Rúd ellenőrzése

1) Feszültségeloszlás y és z tengelyek mentén: $\sigma_x = \frac{M_{hz}}{I_z} y$ $\tau_{yx} = -\frac{T_y S_{1z}(y)}{I_z a}$	2) Veszélyes pontok: - Hajlításból: $y = \pm \frac{b}{2}$ pontok (fenti és lenti oldalak összes pontja) - nyírásból: $y = 0$ pontok (z tengelyen lévő pontok)
---	--

3) Ellenőrzés *HMH* szerint

Az összes potenciális veszélyes pontban ki kell számítani a redukált feszültséget, kiválasztani közülük a legnagyobbat majd összehasonlítani azt a megengedett feszültséggel.

- Feszültségek a fenti és lenti oldalak pontjaiban (hajlításból adódó veszélyes pontok)

$\left \sigma_x \left(y = \pm \frac{b}{2} \right) \right = \frac{ M_{hz} }{I_z} \frac{b}{2} = \frac{0.4 \cdot 10^6}{113906.25} \cdot \frac{45}{2} = 79.01 \text{ MPa}$	$\tau_{yx} \left(y = \pm \frac{b}{2} \right) = 0 \text{ MPa}$
$\sigma_{red}(HMH) \Big _{y=\pm \frac{b}{2}} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{yx}^2} = \sqrt{79.01^2 + 3 \cdot 0^2} = 79.01 \text{ MPa}$	

- z tengelyen lévő veszélyes pontok (nyírásból adódó veszélyes pontok)

$\sigma_x(y=0) = 0 \text{ MPa}$	$\left \tau_{yx}(y=0) \right = \frac{3}{2} \tau_{köz} = \frac{3}{2} \frac{ T_y }{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{10^4}{675} = 22.23 \text{ MPa}$
$\sigma_{red}(HMH) \Big _{y=0} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{yx}^2} = \sqrt{0^2 + 3 \cdot 22.23^2} = 38.5 \text{ MPa}$	

- A keresztmetszeten fellépő legnagyobb redukált feszültség:

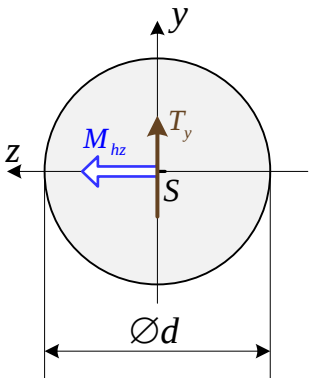
$$\sigma_{red \max}(HMH) = \sigma_{red}(HMH) \Big|_{y=\pm \frac{b}{2}} = 79.01 \text{ MPa}$$

- Ellenőrzés:

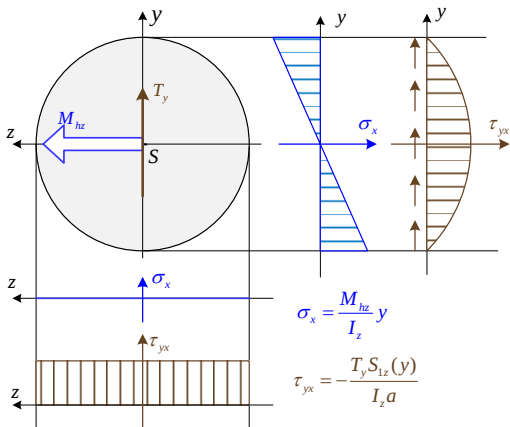
$$\sigma_{red \max}(HMH) = 79.01 \text{ MPa} < \sigma_{meg} = 100 \text{ MPa}$$

→ A rúd szilárdságtanilag megfelel.

6. feladat: hajlítás + nyírás (méretezés)

ADOTT:	FELADAT:
	$T_y = -30 \text{ kN}$ $M_{hz} = -6 \text{ kNm}$ $R_{p0.2} = 80 \text{ MPa}$ $n = 1.3$ Méretezés <i>Mohr</i> szerint.

MEGOLDÁS:

1) Feszültségeloszlás y és z tengelyek mentén: 	2) Veszélyes pontok: - Hajlításból: $y = \pm \frac{d}{2}$ pontok (fenti és lenti pontok) - nyírásból: $y = 0$ pontok (z tengelyen lévő pontok)
---	--

3) Rúd méretezése

Hajlítás+nyírás esetén vagy hajlításra méretezzünk majd nyírásra ellenőrzünk, vagy nyírásra méretezzünk majd hajlításra ellenőrzünk. Az, hogy melyik célszerűbb a rúd alakjától függ:

- Zömök rúd esetén a nyírás a veszélyesebb, így javasolt nyírásra méretezni, majd hajlításra ellenőrizni. Ha az ellenőrzés eredményeként a rúd nem felel meg, akkor mégis a hajlítás a veszélyesebb, így arra méretezzünk.
- Karcsú rúd esetén a hajlítás a veszélyesebb, így javasolt hajlításra méretezni, majd nyírásra ellenőrizni. Ha az ellenőrzés eredményeként a rúd nem felel meg, akkor mégis a nyírás a veszélyesebb, így arra méretezzünk.

3.1 Méretezés hajlításra

$$\sigma_{x \max} \leq \sigma_{meg}$$

$$\frac{|M_{hz}|}{I_z} y_{\max} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$\frac{64|M_{hz}|}{d^4 \pi} \frac{d}{2} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$\frac{32|M_{hz}|}{d^3 \pi} \leq \frac{R_{p0.2}}{n}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32|M_{hz}|n}{R_{p0.2}\pi}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 6 \cdot 10^6 \cdot 1.3}{80\pi}}$$

$$d \geq 99.77 \text{ mm}$$

legyen:

$$d = 100 \text{ mm}$$

3.2 Ellenőrzés nyírásra:

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = \frac{100^2 \pi}{4} = 7854 \text{ mm}^2$$

$$\tau_{yx \max} = |\tau_{yx}(y=0)| = \frac{4}{3} \frac{|T_y|}{A} = \frac{4}{3} \frac{30000}{7854} = 5.09 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{red \max} (Mohr)|_{y=0} = \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_{yx}^2} = \sqrt{0^2 + 4 \cdot 5.09^2} = 10.18 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{meg} = \frac{R_{p0.2}}{n} = \frac{80}{1.3} = 61.53 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{red \max} (Mohr) = 10.18 \text{ MPa} \leq \sigma_{meg} = 61.53 \text{ MPa}$$

A rúd szilárdságtanilag megfelel.