

Értékünk AZ **EMBER**

Humán erőforrás-fejlesztési Operatív Program



Hodossy László

ELEKTROTECHNIKA



SZÉCHENYI ISTVÁN
EGYETEM
GYŐR

Magyarország célba ér



Készült a HEFOP 3.3.1-P.-2004-09-0102/1.0 pályázat támogatásával.

Szerző: dr. Hodossy László
főiskolai docens

Lektor: dr. Hidvégi Timót
egyetemi docens

A dokumentum használata

Mozgás a dokumentumban

A dokumentumban való mozgáshoz a Windows és az Adobe Reader megszokott elemeit és módszereit használhatjuk.

Minden lap tetején és alján egy navigációs sor található, itt a megfelelő hivatkozásra kattintva ugorhatunk a használati útmutatóra, a tartalomjegyzékre, valamint a tárgymutatóra. A ◀ és a ▶ nyilakkal az előző és a következő oldalra léphetünk át, míg a Vissza mező az utoljára megnézett oldalra visz vissza bennünket.

Pozicionálás a könyvjelzőablak segítségével

A bal oldali könyvjelző ablakban tartalomjegyzékfa található, amelynek bejegyzéseire kattintva az adott fejezet/alfejezet első oldalára jutunk. Az aktuális pozícionkat a tartalomjegyzékfában kiemelt bejegyzés mutatja.

A tartalomjegyzék és a tárgymutató használata

Ugrás megadott helyre a tartalomjegyzék segítségével

Kattintsunk a tartalomjegyzék megfelelő pontjára, ezzel az adott fejezet első oldalára jutunk.

A tárgymutató használata, keresés a szövegben

Keressük meg a tárgyszavak között a bejegyzést, majd kattintsunk a hozzá tartozó oldalszámok közül a megfelelőre. A további előfordulások megtekintéséhez használjuk a Vissza mezőt.

A dokumentumban való kereséshez használjuk megszokott módon a Szerkesztés menü Keresés parancsát. Az Adobe Reader az adott pozíciótól kezdve keres a szövegben.

Tartalomjegyzék

1. Előszó	6
2. Hálózatok analízise	8
2.1. Egyenáramú hálózatok.....	8
2.2. Váltakozó áramú hálózatok	74
3. A mágneses tér	153
3.1. Tanulási célok.....	153
3.2. Erőhatás két párhuzamos áramvezető között	154
3.3. Az áram mágneses tere.....	155
3.4. A mágneses fluxussűrűség (mágneses indukció)	155
3.5. A mágneses fluxus	157
3.6. A mágneses térerősség.....	158
3.7. A gerjesztési törvény	158
3.8. Lorentz erőtvénye.....	160
3.9. Nyugalmi és mozgási indukció	160
3.10. Önindukció, önindukciós tényező	163
3.11. Kölcsönös indukció, kölcsönös induktivitás	164
3.12. A mágneses tér energiája.....	165
3.13. Mágneses tér anyagban	166
4. Villamos töltés, villamos tér	173
4.1. Tanulási célok.....	173
4.2. Coulomb törvény.....	173
4.3. Gauss-tétel	174
4.4. A feszültség származtatása.....	176
4.5. Kapacitás, kondenzátor.....	177
4.6. Mágneses és villamos tér - Feladatok.....	178
5. Villamos gépek	182
5.1. Tanulási célok.....	182
5.2. Transzformátorok.....	182
5.3. Aszinkron gépek	207
5.4. Egyenáramú gépek.....	234
5.5. Szinkrongépek	265
5.6. Különleges gépek.....	271

6. Áramirányítók.....	293
6.1. Tanulási célok.....	293
6.2. Egyenirányítók.....	295
<i>Irodalomjegyzék.....</i>	<i>310</i>
<i>Tárgymutató.....</i>	<i>311</i>

1. Előszó

Az elektrotechnika rejtelseibe bevezető olvasmányt tart kezében a kedves olvasó. Bevezetőnek szántuk, ami azt jelenti, hogy sok helyen csak a továbblépés lehetőségét villantjuk fel, esetleg továbbgondolás mikéntjét mutatjuk meg, a részletes kifejtés nélkül. Az első rész az Elektrotechnika tárgy legegyszerűbb, hálózatszámítási részének egyszerűbb első felével, az egyenáramú hálózatokkal foglalkozik. Célunk az alapvető összefüggések megismertetése és egy olyan szemlélet nyújtása, melyre majd a változó és váltakozó áramú hálózatok tárgyalása épülhet. Ebben a részben gyakorlati vonatkozást viszonylag keveset talál a kedves olvasó. Az egyenáramú hálózatok tárgyalása itt a fizikának a villamosságtan című fejezetébe tartozó, elméleti vizsgálatot jelenti. De fontosnak tartottuk, hogy az önellenőrzést és a szemlélet elmélyítését számpéldák bemutatásával és önállóan megoldandó feladatok megadásával segítsük. A fejezet célja a matematikai gondolkodás elmélyítése konkrét elektrotechnikai esetek vizsgálatával, a kapcsolási rajzok, diagramok, képletek sajátos műszaki nyelvezetének elsajátítása, a mértékegységekkel való műveletvégzés gyakoroltatása, logikus gondolkodásra ösztönzés.

A hálózatszámítás második része, mely az időben változó feszültségek és áramok eseteire tárgyalja a villamos hálózatok működését. Célunk az egyenáramú hálózatok vizsgálata során megismert összefüggések továbbgondolása, általánosítása, újraértelmezése. Módszerünk először az időfüggvények közötti matematikai összefüggések feltárása, majd szinuszos változások esetére a komplex számok alkalmazása. Most fokozottan szükség lesz matematikai ismeretekre, ezért ajánlott a következő fejezetek felfrissítése:

- folytonos, egyértékű függvények,
- a differenciálás elve és alapszabályai,
- az integrálás elve és alapszabályai,
- számtani és mértani középérték,
- hatványozás és gyökvonás azonosságai,
- komplex számok,
- a négy alpművelet tulajdonságai a valós és a komplex számok körében,
- trigonometrikus függvények,
- műveletek síkbeli vektorokkal.

A jegyzet további részeiben a műszaki életben leggyakrabban előforduló villamos gépek megismertetése a célunk. A teljesség igénye nélkül mutatjuk be a leggyakrabban alkalmazott energia-átalakítókat, felvillantva működésük és alkalmazásuk legfontosabb jellemzőit. A különleges gépek közül csupán a napjainkban leginkább használt típusokat említjük. Nem célunk a minden részletre kiterjedő ismertetés, ugyanis bevezetőnek szántuk ezt a részt is, hiszen más tantárgyak részletesebben foglalkoznak az egyes géptípusokkal.

Az utolsó fejezetben, az áramirányítók közül kiragadva néhányat, mutatjuk be a leggyakrabban használt alapkapcsolásokat és azok néhány jellemzőjét feltételezve, hogy szakirányú tárgyak kapcsán alaposabb tárgyalás mutatja be ezek működését.

Ajánljuk mindezt azoknak, akik ismereteiket az elektrotechnika területén a középiskola elvégzése után a felsőoktatásban, a most átalakuló főiskolai szintű képzés keretein belül, nem szakirányban kívánják elmélyíteni.

A jegyzetben szereplő „Hálózatok analízise” című fejezet egy korábban megjelent oktatási segédlet átdolgozásából született, amelyet Torda Béla kollégám készített, akinek ezúton mondok köszönetet értékes munkájáért és a kiadáshoz való hozzájárulásért.

A szerző ezúton mond köszönetet dr. Hidvégi Timót egyetemi docens lektornak (Széchenyi István Egyetem, Automatizálási Tanszék) az anyag összeállítása és egységesítése érdekében közölt és részletekbe menő nagy számú, igen értékes és hasznos szakmai tanácsaiért, észrevételeiért.

Kívánom minden kedves olvasómnak, hogy elérje célját munkám kézbevitelével. Észrevételeivel, javaslataival, ha vannak, kérem, keressen meg. Jó munkát, jó tanulást!

2006. május

a szerző
hodossy@sze.hu

2. Hálózatok analízise

2.1. Egyenáramú hálózatok

2.1.1. Tanulási célok

Az egyenáramú hálózatok áttanulmányozása után Ön képes lesz:

- Meghatározni kapcsolások eredő ellenállását, alkalmazni a feszültség- és áramosztót.
- Értelmezni Ohm és Kirchhoff törvényeit.
- Alkalmazni a különböző hálózatszámítási módszereket (szuperpozíció, helyettesítő generátorok, csomóponti potenciálok, hurokáramok módszere)
- Értelmezni a teljesítményszámítást.
- Megoldani összetett egyenáramú számítási feladatokat.

2.1.2. Bevezetés. A villamos jelenségek alapja az elemi töltések létezése. A töltés és mértékegysége. Coulomb-törvény. Erővonalkép

A villamos jelenségek oka az atomon belül található egyes részecskék villamos tulajdonsága. Az atom fő alkotóelemei közül az atommagban található proton pozitív, míg, a Bohr-féle atommodell szerint, az atommag körül keringő elektron pontosan ugyanakkora negatív töltéssel rendelkezik.

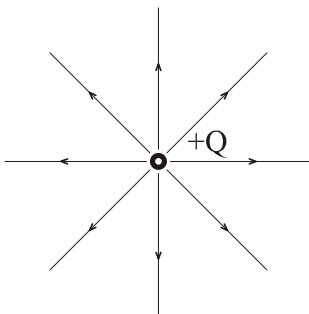
- A villamos töltés jele: Q és q .
- Mértékegysége: coulomb, jele: C $1C = 1As$.
- Az elektron töltése, az elemi töltés: $q_e = -1,603 \cdot 10^{-19} C$.

Az atomon belül általában ugyanannyi proton van, mint elektron. A kétféle, ellentétesen töltött részecskék villamosan egymást semlegesítik. Ugyanez mondható el anyagaink nagyobb térfogatú részeiről is. Ha a semleges állapotot megbontjuk azzal, hogy töltött részeket, például elektronokat szakítunk ki és távolítunk el, akkor a visszamaradó anyag pozitív töltés-többlettel fog rendelkezni, röviden pozitív töltésű lesz.

A villamos töltések egymásra erővel hatnak. Az azonos töltések taszítják, a különneűek vonzzák egymást. Egy Q_1 és egy Q_2 nagyságú, pontszerű töltés között ható erő nagysága kiszámítható Coulomb törvénye szerint:

$$F = konst \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2},$$

ahol r a két töltés közötti távolság. Az erő vektor, melyet a tér különböző pontjain erővonalképpel adhatunk meg. Az erő nagyságát az erővonalak sűrűsége érzékelteti, iránya a tér valamely pontján az erővonalhoz húzott érintő iránya és értelme (irányítotttsága) az erővonal értelmével egyezik (2.1. ábra). A tér valamely pontját a három térbeli irány egy-egy távolság-adatával, az erővektor nagyságát a három térbeli erőkomponens megadá-sával határozhatjuk meg. Mindez még időben változó is lehet.



2.1. ábra.

A villamos jelenségek ilyen általános tárgyalása bonyolult matematikai apparátust igényel, nehézkes és a lényegét gyakran elfedi. Célunk az, hogy először a lehető legegyszerűbb jelenségeket vizsgáljuk, azokból tapasztalatot gyűjtsünk, szemléletet szerezzünk, és ezekkel a lehető legjobban megalapozzuk az egyre összetettebb feladatok értelmezését és magyarázatát. Ennek szellemében a jelen tárgyban nagyrészt a hálózatszámítás törvényszerűségeivel foglalkozunk. Ezen belül először az időben változatlan, úgynevezett egyenáramú hálózatokat vizsgáljuk, majd az időben változó, főként szinuszos áramú hálózatokra általánosítjuk a megismert összefüggéseket. A villamos hálózatokat úgy tekintjük, mint az előbb körvonalazott általános villamos jelenségek egy dimenzióra korlátozott egyszerűbb esetei. A tananyag további részében a villamos és a mágneses tér jellemzőit is-

merhetik meg, majd az elméleti összefüggések alkalmazását a villamos gépek és a félvezetők területén.

2.1.3. A villamos hálózatok alapelemei és definícióik. A hálózatszámítás alapfogalmai és mértékegységeik. Ohm törvénye. Az ellenállás, mint lineáris elem

A villamos hálózatok alapelemeit két csoportra oszthatjuk, aktív és passzív alapelemekre. Az aktív alapelemeket generátoroknak nevezzük. A feszültséggenerátor rajzjele a 2.2. ábrán látható.



2.2. ábra.

Definíció: A feszültséggenerátor kapcsain mindig U_g feszültség mérhető.

A feszültség jele: U , jelölésére lándzsahegyű nyilat használunk, amely túlnyúlik azon a hálózatrészen vagy elemen, amelyre vonatkozik. A feszültség mértékegysége a volt, jele: V . Szokásos mértékegységek: μV , mV , V , kV . A feszültséggel kapcsolatban az „esik” igét használjuk.

Az áramgenerátor rajzjele a 2.3. ábrán látható.



2.3. ábra.

Definíció: Az áramgenerátoron mindig I_g áram folyik.

Az áram jele: I , jelölésére háromszöghegyű nyilat használunk, amelyet az azt vezető vezeték vagy hálózatelem mellé rajzolunk. A villamos áram a vezeték valamely keresztmetszetén egy másodperc alatt átáramló töltésmennyiséget fejezi ki. Az áram mértékegysége az amper, jele: A . Egy amper az áramerősség egy vezetéken, ha a keresztmetszetén egy másodperc

alatt egy coulomb töltés halad át. A villamos áram szokásos mértékegységei: nA, μA , mA, A, kA. A „nano” ritkán használt prefixummal:

$$1\text{nA} = 10^{-9} \text{ A}.$$

Az árammal kapcsolatban a „folyik” igét használjuk.



2.4. ábra.

A villamos hálózatok passzív elemei között egyenáramú hálózatokban csak egyetlen általános elem fordul elő, az ellenállás. Ezen kívül tárgyalunk még két különleges elemet, az ideális vezetőket és az ideális szigetelést. Az ellenállás rajzjelét a 2.4. ábrán láthatjuk, az ellenállás jele: R . A feszültséget és az áramot ellenálláson azonos irányításúra szokás felvenni. Az ellenálláson a feszültség és az áram kapcsolatát a gyakran emlegetett Ohm törvénye fejezi ki:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Ohm törvénye nem különleges törvény. A fizikában sokszor előforduló egyenes arányosságot jelenti a következők szerint. Az ellenálláson kétszer, háromszor, négyszer nagyobb feszültség hatására kétszer, háromszor, négyszer nagyobb áram folyik. Az ilyen elemet a matematikában lineáris elemnek nevezik, amit mi is többször fel fogunk használni. Ha az ellenállás áramát ábrázolnánk a feszültség függvényében, akkor egy origón átmenő ferde egyenest kapnánk, amelynek meredeksége az ellenállás reciproka.

$$R \cdot I = U$$

$$I = \frac{U}{R}$$

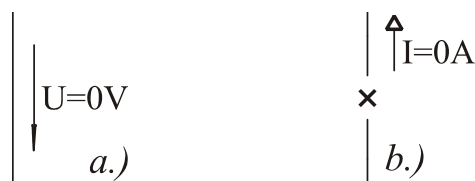
Nem kell tehát a függvényt megrajzolni, elegendő az ellenállás értékét megadni. Az Ohm törvényében szereplő ellenállás tehát egy mértékegységű arányossági tényező. Az ellenállás mértékegysége: ohm, jele: Ω (görög

nagy omega). Az $1\ \Omega$ -os ellenálláson $1\ \text{V}$ feszültség hatására $1\ \text{A}$ áram folyik.

$$1\ \Omega = \frac{1\text{V}}{1\text{A}}$$

Szokásos mértékegységek: Ω , $\text{k}\Omega$, $\text{M}\Omega$. A $\text{M}\Omega$ kiejtése: “megohm”. A műszaki gyakorlatban előforduló szerkezeti elemek és berendezések ellenállása általában az $1\ \Omega \dots 10\ \text{M}\Omega$ értéktartományba esik. Néha az ellenállás reciprokát, a vezetést használjuk, melynek jele G , mértékegysége a Siemens [S].

Vizsgáljuk meg most a passzív elemek csoportjába tartozónak tekinthető két különleges elemet, a vezetéket és a szigetelést. Ezek tulajdonképpen már ott szerepelnek az eddig vizsgált elemek mellett is. A vezetéket vagy más néven rövidzárt folytonos vonallal jelöljük (2.5.a ábra).



2.5. ábra.

Definíció: A vezetéken sosem esik feszültség.

Keressük azt az ellenállást, amelyen tetszőleges véges áram mellett $0\ \text{V}$ feszültség esik.

$$R \cdot I = 0\text{V}$$

miközben

$$I = \text{konst.}$$

Az egyenlet megoldása:

$$R = 0\ \Omega.$$

A vezetéket tehát az ellenállások nulla ohmos szélső értékének tekintjük. Ha jobban megvizsgáljuk a rövidzárra adott definíciót, akkor abban nem az ellenállásra, hanem a rövidzáron eső feszültségre teszünk kikötést. A

rövidzár ezért felfogható egyben a feszültséggenerátorok egy szélső esetének is, ahol

$$U_g = 0V.$$

Ez a felismerés hasznos lehet a későbbiekben.

A szigetelést vagy más néven szakadást keresztrel megszakított folytonos vonallal jelöljük (2.5.b ábra).

Definíció: A szakadáson sosem folyik áram.

Keressük azt az ellenállást, amelyen tetszőleges véges feszültség mellett sosem folyik áram.

$$\frac{U}{R} = 0A$$

miközben

$$U = konst.$$

Az egyenlet megoldása:

$$R = \infty\Omega.$$

A vezeték tehát az ellenállások végtelen ohmos szélső értékének tekintjük.

Ha jobban megvizsgáljuk a szakadásra adott definíciót is, akkor abban sem az ellenállásra, hanem a szakadáson folyó áramra teszünk kikötést. A szakadás ezért felfogható egyben az áramgenerátorok egy szélső esetének is, ahol

$$I_g = 0A.$$

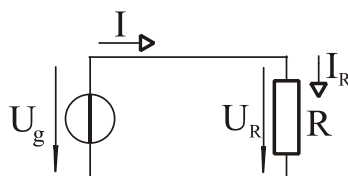
Ez a felismerés is hasznos lehet a későbbiekben.

Az ilyen gondolatmenetek, a pozitív és negatív töltés létezésének megfogalmazása után, megerősíthetnek abban, hogy az elektrotechnikán végigvonul egy, a természet nagy rendjébe illeszkedő dualitás vagy kettősség. A dualitás egyes eseteiben való elmélyülés nagyban segíthet bennünket abban, hogy az elektrotechnika más problémáiban is biztosan eligazodjunk.

Az utoljára meghatározott két elemről pedig még annyit érdemes említeni, hogy a vezeték minden előtte definiált elem hozzávezetéseként, a szigetelés pedig körülvevő közegeként hallgatólagosan ott volt.

2.1.4. Az alapelemek összekapcsolása. Egyszerű villamos áramkör. Kirchhoff törvényei. A három alaptörvény

Kapcsoljunk össze most egy aktív és egy passzív hálózatelemet! Aktív elemnek válasszunk feszültséggenerátort! A 2.6. ábrán látható egyszerű áramkörben a generátor feszültsége áramot fog hajtani az ellenálláson keresztül. A vezetékben a töltéshordozók, mint apró golyók egy csőben, körben fognak haladni. A generátor és az ellenállás árama megegyezik. A generátor feszültsége pedig - mivel vezetéken feszültség nem esik - teljes egészében az ellenállásra jut.



2.6. ábra.

$$I = I_R,$$

$$U_g = U_R$$

Az ellenállásra alkalmazható Ohm törvénye. Ennyi elegendő az egyszerű áramkör adatainak számításához. Ha például ismert a generátor feszültsége, U_g , és az ellenállás értéke, R , akkor a körben folyó áram számítható.

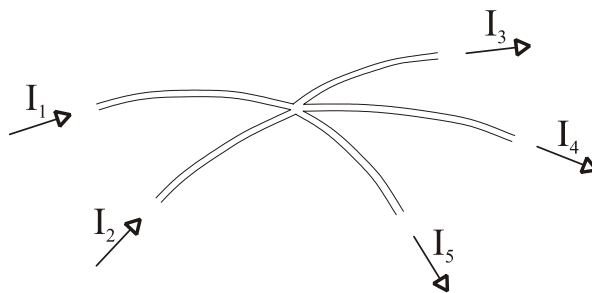
$$I = I_R = \frac{U_g}{R}$$

Az egyszerű áramkörnél tett magállapításainkat próbáljuk meg most általánosítani. A korábban meghatározott elemekből tetszőleges, összetett kapcsolásokat hozhatunk létre. Ezeket nevezzük összefoglaló néven villamos hálózatoknak. Az elemek elhelyezkedésével és az elrendezés bizonyos törvényszerűségeivel különböző hálózatokban, a gráfelmélet tudománya foglalkozik. A gráfelmélet három alapfogalma: csomópont, ág és hurok. Ezen fogalmakhoz kapcsolódóan villamos hálózatokban két alap-

vető törvényt ismerünk. Ezek a Gustav Robert Kirchoff német fizikus által megfogalmazott csomóponti és huroktörvény.

Kirchoff csomóponti törvénye: Egy csomópontba ágak futnak be. Az ágakhoz befolyó vagy kifolyó áramok rendelkeznek.

Definíció: Kirchoff csomóponti törvénye szerint a csomópont áramainak előjelhelyes összege nulla (2.7. ábra).



2.7. ábra.

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

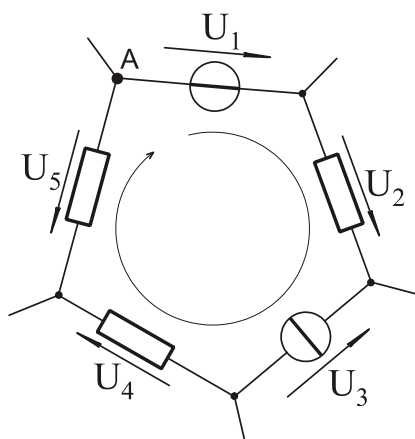
Az összegzéskor a befolyó és a kifolyó áramokat ellentétes előjellel kell figyelembe venni. Átrendezve:

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5.$$

Ebben a formájában a csomóponti törvény a következőt is jelenti: a befolyó áramok összege egyenlő a kifolyó áramok összegével. A belépő és kilépő elemi töltött részecskék száma azonos. Ez a fizika általános anyagmegmaradási törvényének egy elektrotechnikai esete. A csomóponti törvény általános megfogalmazása:

$$\sum_{j=1}^n I_j = 0$$

Kirchoff huroktörvénye: A hurok a villamos hálózatban egy tetszőleges zárt körüljárás. Az egyszerűség kedvéért a hurok képzésekor a hurokba bevonni kívánt hálózatelemeket csak egyszer járjuk át, de ez nem kötelező. Egy ilyen, általános hálózatból kiemelt hurok látható a 2.8. ábrán.



2.8. ábra.

Definíció: Kirchhoff huroktörvénye szerint a hurokban szereplő feszültségek előjelhelyes összege nulla.

Válasszunk a példaként szereplő hurokban egy kiinduló csomópontot, A-t és egy körüljárási irányt! A-ból kiindulva, és a körüljárással egyező irányú feszültségeket pozitívnak véve írható:

$$U_1 + U_2 - U_3 + U_4 - U_5 = 0$$

Kirchhoff huroktörvénye általános alakja:

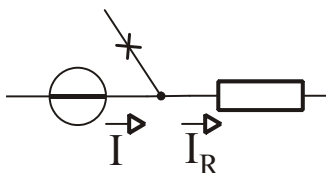
$$\sum_{i=1}^m U_i = 0$$

Az eddig megismert három törvény, Kirchhoff két törvénye és Ohm törvénye a hálózatszámítás három alaptörvénye. Az egyenáramú hálózatokban több, gyakran előforduló kapcsolásra ezen három alaptörvény segítségével fogunk törvényszerűségeket megállapítani. Továbbá azt is remélhetjük, hogy az időben változó áramú hálózatok tárgyalása során is segítségünkre lesznek.

2.1.5. Soros és párhuzamos kapcsolás, jellemzőik. Generátorok soros és párhuzamos kapcsolása

A villamos hálózatok két kivezetéssel rendelkező elemeit kétpólusoknak nevezzük.

Soros kapcsolás



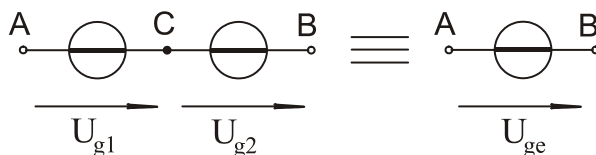
2.9. ábra.

Két kétpólus sorosan van kapcsolva, ha egy-egy kivezetésükkel össze vannak kötve és erre az összeköttetésre nem csatlakozik harmadik ág (2.9. ábra).

Definíció: Sorosan kapcsolt elemeken az áram azonos (csomóponti törvény).

$$I = I_R$$

A sorosan kapcsolt elemeken az eredő feszültséget az elemeken eső rész-feszültségek (előjelhelyes) összegeként számíthatjuk.



2.10. ábra.

Kapcsoljunk most két feszültséggenerátort sorosan (2.10. ábra). A két generátor eredő feszültsége a huroktörvény alapján:

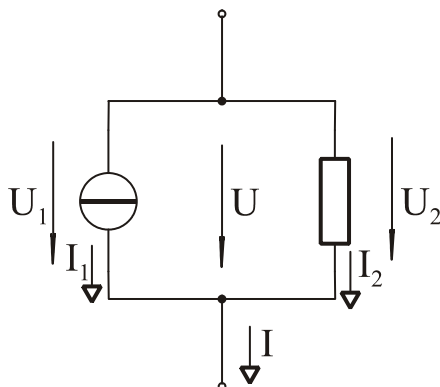
$$U_{AB} = U_{g1} + U_{g2}$$

A két feszültséggenerátort helyettesíthetjük egyetlen eredő feszültséggenerátorral amelynek forrásfeszültsége a két generátorfeszültség összege.

$$U_{ge} = U_{g1} + U_{g2}$$

Az összevonás után a C pont eltűnik, többé már nem hozzáférhető.

Párhuzamos kapcsolás



2.11. ábra.

Két kétpólus párhuzamosan van kapcsolva, ha mindkét kivezetésükkel össze vannak kötve (2.11. ábra). (A párhuzamos kapcsolásnak további kiegészítő feltétele – mint a sorosnak – nincsen.) Ha több kétpólus van mindkét kivezetésével összekötve, akkor valamennyi egymással párhuzamos kapcsolásban van.

Definíció: Párhuzamosan kapcsolt elemeken a feszültség azonos.

$$U_1 = U_2 = U$$

Ez belátható, ha két párhuzamosan kapcsolt elem által alkotott hurokra alkalmazzuk a huroktörvényt.

Párhuzamosan kapcsolt elemeken az eredő áramot az egyes ágak vagy elemek áramának (előjelhelyes) összegeként számíthatjuk.

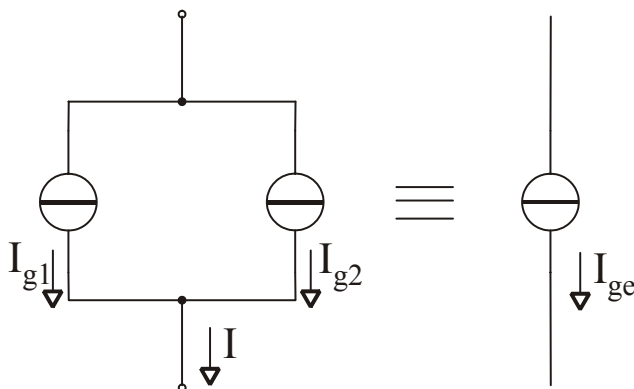
$$I = I_1 + I_2$$

Kapcsoljunk most két tetszőleges áramgenerátort párhuzamosan (2.12. ábra)! A két generátor eredő árama a csomóponti törvény alapján:

$$I = I_{g1} + I_{g2}$$

A két áramgenerátort helyettesíthetjük egyetlen eredő áramgenerátorral, amelynek forrásárama a két generátor áramának összege.

$$I_{ge} = I_{g1} + I_{g2}$$

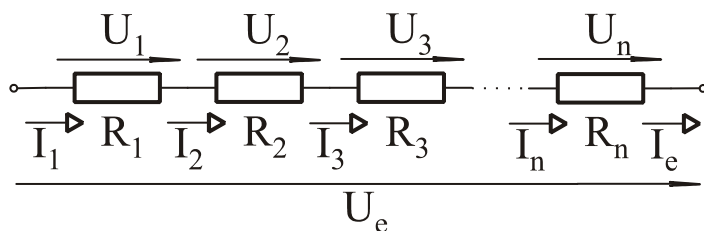


2.12. ábra.

Az összevonás után azonban a két ág külön-külön már nem hozzáférhető. (Megjegyzés: két áramgenerátor soros kapcsolása illetve két feszültséggenerátor párhuzamos kapcsolása csak akkor nem vezet ellentmondásra, ha a forrásáramuk illetve forrásfeszültségük azonos. Ilyenkor pedig az ág áramának illetve a két csomópont közötti feszültségnek a meghatározásához két generátor fölösleges, elegendő egyetlen generátor.)

2.1.6. Ellenállások soros és párhuzamos eredője

Sorosan kapcsolt ellenállások eredője (2.13. ábra)



2.13. ábra.

Ohm törvénye alapján:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1}, R_2 = \frac{U_2}{I_2}, R_3 = \frac{U_3}{I_3}, \dots, R_n = \frac{U_n}{I_n}. \quad (2.1)$$

Kirchhoff csomóponti törvénye alapján:

$$I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n = I_e \quad (2.2)$$

Kirchhoff huroktörvénye alapján:

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = U_e \quad (2.3)$$

Létezik egy fiktív, eredő ellenállás, amely az eredő feszültség és az eredő áram hányadosaként számítható. Erre is érvényes, hogy kétszer, háromszor, négyszer nagyobb feszültség hatására kétszer, háromszor, négyszer nagyobb áram alakul ki. Próbálkozzunk az R_{es} értékét a részellenállások értékével kifejezni!

$$R_{es} = \frac{U_e}{I_e} = \frac{U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n}{I_e} \quad (2.3) \text{ alapján}$$

$$R_{es} = \frac{U_1}{I_1} + \frac{U_2}{I_2} + \frac{U_3}{I_3} + \dots + \frac{U_n}{I_n} \quad (2.2) \text{ alapján}$$

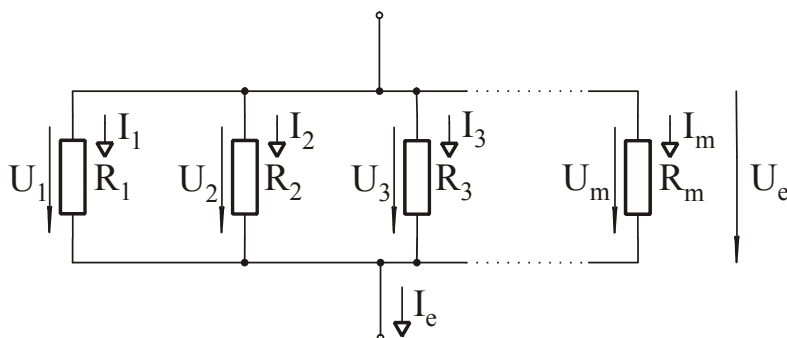
$$R_{es} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n \quad (2.1) \text{ alapján}$$

$$R_{es} = \sum_{i=1}^n R_i$$

2.1. tétel. Sorosan kapcsolt ellenállások eredője a részellenállások összegével egyenlő.

Ez azt is jelenti, hogy a sorosan kapcsolt ellenállások eredője minden részellenállásnál nagyobb. Bármilyen kis ellenállást kapcsolunk sorosan egy tetszőlegesen nagy ellenállással, az eredő nagyobb lesz a nagy ellenállásnál is, mert a töltéshordozóknak nagyobb akadályt kell leküzdeniük, hogy keresztülhaladjanak. Ha n darab azonos értékű ellenállást kapcsolunk sorosan, az eredő a soros elemek ellenállásának n -szerese lesz.

Párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredője (2.14. ábra)



2.14. ábra.

Ohm törvénye alapján:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1}, R_2 = \frac{U_2}{I_2}, R_3 = \frac{U_3}{I_3}, \dots, R_m = \frac{U_m}{I_m}. \quad (2.4)$$

Kirchhoff csomóponti törvénye alapján:

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_m = I_e \quad (2.5)$$

Kirchhoff huroktörvénye alapján:

$$U_1 = U_2 = U_3 = \dots = U_m = U_e \quad (2.6)$$

Párhuzamosan kapcsolt ellenállások is úgy tekinthetők a külső szemlélő számára mint egyetlen ellenállás. A párhuzamos kapcsolás helyettesíthető egyetlen eredővel:

$$R_{ep} = \frac{U_e}{I_e} = \frac{1}{\frac{I_e}{U_e}} = \frac{1}{\frac{I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_m}{U_e}} \quad (2.5) \text{ alapján,}$$

$$R_{ep} = \frac{1}{\frac{I_1}{U_1} + \frac{I_2}{U_2} + \frac{I_3}{U_3} + \dots + \frac{I_m}{U_m}} \quad (2.6) \text{ alapján,}$$

$$R_{ep} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_m}} \quad (2.4) \text{ alapján.}$$

Röviden:

$$R_{ep} = \frac{1}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{R_j}}$$

A képlet egyszerűbb alakú, ha vezetésekkel írjuk fel:

$$G_e = \sum_{i=1}^m G_i$$

(Az eredő vezetés minden részvezetésnél nagyobb, ezért:)

2.2. tétel. Párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredő vezetése a részvezetések összege.

Ez azt is jelenti, hogy a párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredő ellenállása minden részellenállásnál kisebb. Bármilyen nagy ellenállást kapcsolunk párhuzamosan egy tetszőlegesen kis ellenállással, az eredő kisebb lesz a kis ellenállásnál is, mert a töltéshordozók számára több áramút áll rendelkezésre, hogy keresztülhaladjanak. Ha n darab azonos értékű ellenállást kapcsolunk párhuzamosan, az eredő a párhuzamos elemek ellenállásának n -ed része lesz.

Két párhuzamosan kapcsolt ellenállás eredője

$$R_{e12} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Közös nevezőre hozva:

$$R_{e12} = \frac{1}{\frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{e12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = R_2 \times R_1$$

A \times jel neve: replusz. Elsősorban összetett kifejezések közötti párhuzamos eredő számításának jelölése esetén előnyös használata.

2.1.7. Feszültségosztó és áramosztó

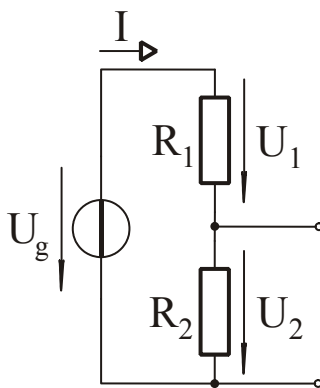
Feszültségosztó

Két ellenállás soros kapcsolása feszültségosztót képez (2.15. ábra).

Kirchhoff huroktörvénye alapján:

$$U_g = U_1 + U_2$$

A tápláló feszültség megoszlik az R_1 és R_2 ellenállás között. Ebből származik a feszültségosztó elnevezés. Egyenáramú hálózatban a rendelkezésre álló feszültségnél nagyobb feszültség nem állítható elő. Mind U_1 , mind U_2 legfeljebb U_g értékével lehet egyenlő akkor, ha a másiknak az értéke nulla.



2.15. ábra.

$$U_1 = I \cdot R_1$$

$$U_2 = I \cdot R_2$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I \cdot R_1}{I \cdot R_2}$$

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}}$$

2.3. tétel. Feszültségosztóban a feszültség az ellenállásokkal egyenes arányban oszlik meg.

Határozzuk meg most a feszültségosztó kimenő feszültségének, U_2 -nek az értékét a tápláló feszültség U_g és az ellenállások ismeretében!

$$U_2 = I \cdot R_2$$

A körben folyó áramot felírhatjuk a generátorra csatlakozó eredő ellenállással, R_1 és R_2 soros eredőjével:

$$I = \frac{U_g}{R_1 + R_2}, \text{ ebből}$$

$$U_2 = \frac{U_g}{R_1 + R_2} \cdot R_2 .$$

$$\boxed{U_2 = U_g \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

Ez a feszültségosztó képlet. Az U_g utáni tört mértékegység nélküli, értéke legfeljebb egy. Ez felel meg annak, hogy U_2 legfeljebb U_g értékű lehet.

Összetett kapcsolásainkat is gyakran célszerű két ellenállás soros kapcsolására egyszerűsíteni és utána a részfeszültségek meghatározásához a feszültségosztó képletet alkalmazni.

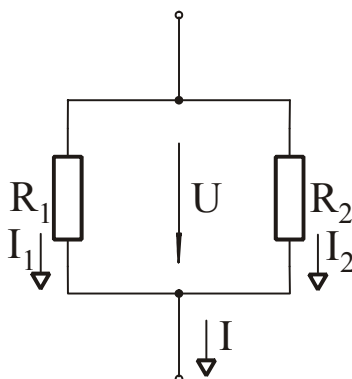
Áramosztó

Két ellenállás párhuzamos kapcsolása áramosztót képez (2.16. ábra).

Kirchhoff csomóponti törvénye alapján:

$$I = I_1 + I_2$$

A közös áram megoszlik R_1 és R_2 ellenállás között. Ebből származik az áramosztó elnevezés. Az áramokra is érvényes, hogy sem I_1 , sem I_2 nem lehet nagyobb a közös I áramnál.



2.16. ábra.

$$I_1 = \frac{U}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{U}{R_1}}{\frac{U}{R_2}}$$

2.4. tétel. Áramosztóban az áram az ellenállásokkal fordított arányban oszlik meg.

$$\boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}}$$

Határozzuk meg most az áramosztó egyik ellenállásán, például R_2 -n az áram értékét a közös áram és az ellenállások értékének ismeretében!

$$I_2 = \frac{U}{R_2}$$

Az ellenállásokon eső feszültséget felírhatjuk a közös áram és a két párhuzamosan kapcsolt ellenállás eredője segítségével.

$$U = I \cdot R_e = I \cdot (R_1 \times R_2) = I \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Behelyettesítve:

$$I_2 = \frac{1}{R_2} \cdot I \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}, \text{ ebből}$$

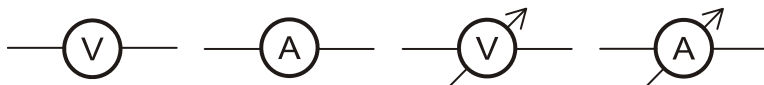
$$I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Ez az áramosztó képlet. Felépítése hasonlít a feszültségosztó képlethez azzal a lényeges különbséggel, hogy itt a tört számlálójában szereplő ellenállás és a keresett áram indexe nem azonos, hanem éppen ellentétes. Összetett kapcsolásainkat is gyakran célszerű két ellenállás párhuzamos kapcsolására visszavezetni és az áramosztó összefüggéseit alkalmazni.

2.1.8. Feszültség és áram mérése, ideális és valós mérőműszerek, méréshatárkiterjesztés, voltonkénti belső ellenállás

Áram mérésére a hálózat valamely ágát megszakítva, abba sorosan árammérőt iktatunk be. Az ideális árammérő vezetékként viselkedik, ellenállása nulla ohm. Ha ez teljesül, akkor az árammérő beiktatása nem változtatja meg a mérendő hálózatot, tehát a mérendő áram értékét sem. A sorosan beiktatott árammérőn átfolyik a mérendő áram.

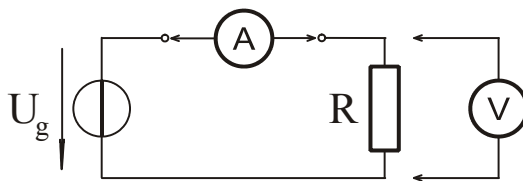
Feszültség mérésére a hálózat két pontja közé párhuzamosan feszültségmérőt iktatunk be. Az ideális feszültségmérő szigetelésként viselkedik, ellenállása végtelen ohm.



2.17. ábra.

A feszültség- és árammérő szabványos rajzjele a kör, és benne a mérendő mennyiség mértékegysége. A szakirodalomban gyakran találkozunk ennek – a műszer mutatójára emlékeztető – nyíllal történő kiegészítésével (2.17. ábra). A kiegészítés segíti a más hasonló rajzjelektől való megkülönbözte-

tést, ezért gyakori. Egy áramkörben a feszültség- és árammérő elhelyezése látható a 2.18. ábrán.



2.18. ábra.

A valós mérőműszerek ellenállása az ideálistól lényegesen eltér. A gyártók nem is gyártanak külön feszültség- és árammérőt, hanem nagy érzékenységgű, úgynevezett “alaplmszer”. Egy alapműszer mutatója U_m feszültség és I_m áram mellett lendül végkitérésbe. A végkitéréshez (FSD, Full Scale Deflection) tartozó skálaérték tehát egyaránt értelmezhető feszültség- és áramértékként is. Továbbá, mivel U_m és I_m a műszer ugyanazon állapotához (FSD) tartozó értékek, segítségével az alapműszer ellenállása kiszámítható:

$$R_m = \frac{U_m}{I_m} .$$

Vegyünk egy gyakori példát! Egy tipikus alapműszer végkitérésbe lendül

$$U_m = 50mV \text{ és}$$

$$I_m = 50\mu A \text{ hatására.}$$

A műszer ellenállása:

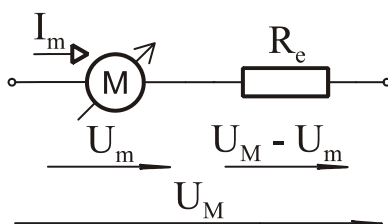
$$R_m = \frac{50mV}{50\mu A} = \frac{50 \cdot 10^{-3}V}{50 \cdot 10^{-6} A} = 10^3 \Omega = 1000\Omega = 1k\Omega .$$

Ezekkel az értékekkel kapcsolatban két lényeges probléma merül fel. Az első probléma az, hogy a műszaki gyakorlatban az $1\Omega \dots 10M\Omega$ ellenállásértéktartományba esnek általában a berendezések és eszközök ellenállásértékei. 1Ω -nál kisebb az elfogadható vezetékek ellenállása és a $10M\Omega$ -os értéknél nagyobbakra mondjuk, hogy szigetelésnek tekinthetők (a jó szigetelők sokkal nagyobb ellenállásúak). Ezért az $1k\Omega$ -os alapműszerünk nem tekinthető sem ideális árammérőnek, sem ideális feszültségmérőnek.

A második probléma az, hogy alaplőmérőnkkel reménytelen a szokásos több voltos, sőt több ezer voltos feszültségek vagy a több amperes áramok megmérése. Az alaplőmérő skálájáról csak a $0 \dots U_m$ illetve a $0 \dots I_m$ tartományba eső értékek olvashatók le. A végkitéréshez tartozó értékeknel lényegesen nagyobb értékek pedig biztosan tönkre is teszik a műszert. Ezen utóbbi probléma megoldására alkalmazható a mérőhatár-kiterjesztés. Ilyenkor vagy az áram-, vagy a feszültség-mérőhatárt növeljük. Az első problémáról nem megfelelően oldjuk meg először a mérőhatár-kiterjesztést.

Feszültség-mérőhatár kiterjesztése

Feladatunk, hogy az U_m -nél nagyobb feszültség mérésére nem alkalmas alaplőmérő annál nagyobb, U_M mérendő feszültség mérésére alkalmassá tegyük. Mindkét értéket ugyanazon állapotra, végkitérésre vonatkoztatjuk. Azt az elrendezést, melyben egy rendelkezésre álló feszültségnek csak egy része jut az egyik elemre, soros kapcsolással hozzuk létre és feszültségosztónak nevezzük. Az U_M mérendő feszültségből a műszerre U_m -nek kell jutni, hogy végkitérésbe lendüljön. A megmaradó $U_M - U_m$ feszültséget egy megfelelően méretezett ellenállás veszi magára, melynek neve előtétellenállás. A feszültségosztóban a műszert egy R_m nagyságú ellenállásnak tekintjük. A kapcsolat, feszültség és áramértékeivel a 2.19. ábrán látható.



2.19. ábra.

Azt, hogy a mérőhatárt hányszorosára növeljük, egy szorzóval adjuk meg:

$$n = \frac{U_M}{U_m}$$

Ez általában egész szám, sőt gyakran 10 egész kitevőjű hatványa, 100, 1000 stb. is, mert a műszer skálájáról történő leolvasás így a legegyszerűbb.

Az előtétellenállás értéke az azon eső feszültség, és a rajta átfolyó áram hányadosaként számítható.

$$R_e = \frac{U_e}{I_e} = \frac{U_M - U_m}{I_m} = \frac{n \cdot U_m - U_m}{I_m} = \frac{(n-1) \cdot U_m}{I_m} = (n-1) \cdot R_m$$

Egy alpműszer feszültségméréshatára egy azzal sorosan kapcsolt előtétellenállással terjeszthető ki, melynek értéke:

$$R_e = (n-1) \cdot R_m$$

2.1. példa

Terjesszük ki az előző példában szereplő alpműszer mérésahatárát $U_M = 5V$ -ra!

$$U_m = 50mV$$

$$I_m = 50\mu A$$

A műszer ellenállása:

$$R_m = \frac{50mV}{50\mu A} = \frac{50 \cdot 10^{-3}V}{50 \cdot 10^{-6}A} = 10^3 \Omega = 1000\Omega = 1k\Omega .$$

$$n = \frac{U_M}{U_m} = \frac{5V}{50mV} = \frac{5V}{5 \cdot 10^{-2}V} = 10^2 = 100$$

$$R_e = (n-1) \cdot R_m = (100-1) \cdot 1k\Omega = 99k\Omega$$

Az alpműszer mérésahatára tehát kiterjeszthető egy sorosan kapcsolt $99k\Omega$ nagyságú előtétellenállás segítségével. Az alpműszer és az előtétellenállás soros kapcsolása együtt

$$R_m + R_e = 1k\Omega + 99k\Omega = 100k\Omega$$

ellenállású.

Ez n -szeres növekedés az R_m -hez képest. A feszültség-mérésahatár kiterjesztés tehát arányos ellenállás-növekedéssel jár. Ez megoldás az alpműszerrel kapcsolatos első problémára. A mérésahatár növelésével a feszült-

ségmérő ellenállása nő, és bár általában nem lesz közel ideális, elhanyagolhatóan nagy, a mért értéket elfogadjuk, ritkán számítással korrigáljuk.

A kapcsolás ellenállása a méréshatárral egyenesen arányos. Kétszer, háromszor, négyszer nagyobb méréshatárhoz kétszer, háromszor, négyszer nagyobb $R_m + R_e$ eredő ellenállás tartozik. A feszültségmérőt méréshatártól függetlenül jellemzi az úgynevezett “voltonkénti belső ellenállás” vagy érzékenység:

$$\acute{e} = \frac{R_m + R_e}{U_M} \left[\frac{k\Omega}{V} \right]$$

A példában szereplő adatokkal

$$\acute{e} = \frac{R_m + R_e}{U_M} = \frac{1k\Omega + 99k\Omega}{5V} = \frac{100k\Omega}{5V} = 20 \frac{k\Omega}{V}$$

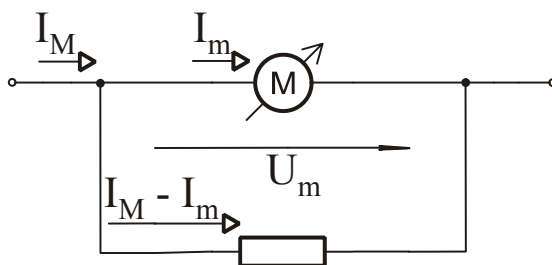
Ezt az értéket kapjuk akkor is, ha az alpműszer adataiból számolunk:

$$\acute{e} = \frac{R_m}{U_m} = \frac{1k\Omega}{50mV} = \frac{1k\Omega}{5 \cdot 10^{-2}V} = \frac{10^2 k\Omega}{5V} = 20 \frac{k\Omega}{V}$$

Laboratóriumokban elterjedt és gyakran használt a kapcsolóval tág határok között változtatható, sok méréshatárú feszültségmérő. Az ilyen műszerek skáláján fő jellemzőként szerepeltetik a voltonkénti belső ellenállás értékét.

Áram-méréshatár kiterjesztése

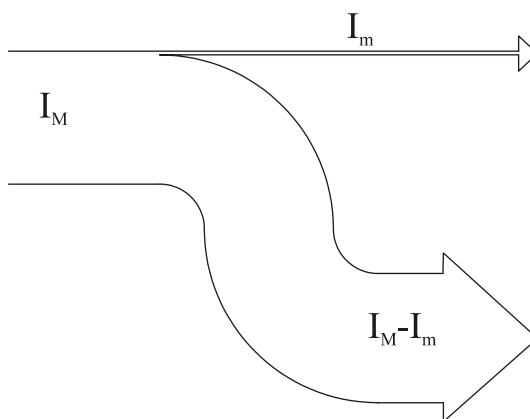
Az áram-méréshatár kiterjesztése akkor szükséges, ha az alpműszerrel végkitérésnél mérhető I_m áramnál nagyobbakat akarunk mérni. Jelöljük az új, végkitérésnél mérendő áramot I_M -mel!



2.20. ábra.

A mérendő áram megosztását két részre, a műszerre megengedetre és a fennmaradó többlet áramra, áramosztóval végezhetjük. A 2.20. ábrán látható áramosztó egyik ágát az alpműszer, másik ágát egy megfelelően méretezett ellenállás alkotja. Az ellenállás neve söntellenállás, jele: R_s .

Az áramoknak a két ág közötti megosztását áramszalag-diagram érzékelteti (2.21. ábra).



2.21. ábra.

Vezessük be a méréshatár növelését jellemző szorzót:

$$n = \frac{I_M}{I_m}$$

A söntellenállás áramát ismerjük, feszültsége pedig a párhuzamos kapcsolat miatt a műszer feszültségével egyezik meg. (Minden feszültség és áram végkitérésre vonatkozik.) A söntellenállás így már számítható:

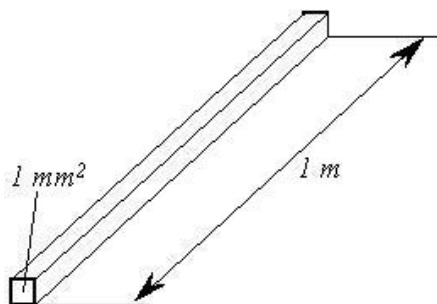
$$R_s = \frac{U_s}{I_s} = \frac{U_m}{I_M - I_m} = \frac{U_m}{n \cdot I_m - I_m} = \frac{U_m}{(n-1) \cdot I_m} = \frac{R_m}{(n-1)}$$

Egy alpműszer áram-méréshatára egy azzal párhuzamosan kapcsolt söntellenállással terjeszhető ki, melynek értéke:

$$R_s = \frac{R_m}{(n-1)}$$

2.1.9. Anyagok fajlagos ellenállása

A fajlagos ellenállás valamely anyag 1mm^2 keresztmetszetű, 1m hosszú darabjának az ellenállása (2.22. ábra). A fajlagos ellenállás anyagjellemző.



2.22. ábra.

Jele: ρ (ejtsd: ró, görög kisbetű)

Mértékegysége:

$$\Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

$$1\Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} = 10^{-6} \Omega\text{m}$$

Néhány fém fajlagos ellenállása:

Anyag	Vegyjel	$\rho \left[\Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \right]$
réz	Cu	0,0178
alumínium	Al	0,0286
ezüst	Ag	0,0160
arany	Au	0,0220

2.1. táblázat.

Ezek a legjobb vezetők. Az adatok elemi, nagy (legalább 99,99 %) tisztaságú anyagokra vonatkoznak. Napjainkban vezeték céljára legelterjedtebb a vörösréz. Rögzített, beépített helyeken tömör, mozgatható helyeken

több vékony szálból sodrott, hajlékony vezetéket használnak. Beépített helyeken gyakran találunk tömör alumínium vezetéket is. Az alumínium előnye a kisebb súly, hátránya a rosszabb mechanikai tulajdonságokban van. Az aranyat, kihasználva korrózióállóságát, igényes, sokpólusú csatlakozók és kapcsolók érintkezőinek bevonataként használják.

Ha a fémeket ötvözzük, a fajlagos ellenállásuk nő. Egy vezeték ellenállása a következőképpen számítható:

$$R_v = \rho \cdot \frac{l}{A},$$

ahol

R_v a vezeték ellenállása [Ω],

ρ a fajlagos ellenállás [$\Omega \cdot \frac{mm^2}{m}$],

l a vezeték hossza [m],

A a vezeték keresztmetszete [mm^2].

A vezeték ellenállása egyenesen arányos a hosszával és fordítottan arányos a keresztmetszetével. Az anyagok fajlagos ellenállásuk szerint három csoportba sorolhatók.

- Vezetők: fémek, szén, sós ionos oldatok.
- Félvezetők: szilícium, germánium stb.
- Szigetelők: üveg, porcelán, gumi, a legtöbb műanyag, a száraz levegő és általában a gázok, olaj.

A legjobb vezető és a legjobb szigetelő fajlagos ellenállása között nagyon nagy, 25 nagyságrend különbség van. Ez azt jelenti, hogy a műszaki megvalósítások során alkalmazott vezetékek illetve szigetelések elfogadhatók az elméleti számítások során feltételezett, ideális nulla ohmos illetve végtelen ohmos ellenállásúaknak.

Az anyagok ellenállását, illetve fajlagos ellenállását általában $20^\circ C$ hőmérsékletre vonatkoztatva adják meg. Kis, legfeljebb néhányszor $10^\circ C$ -os hőmérsékletváltozásig szokásos az ellenállás-változás lineáris közelítése. Valamely R ellenállás $20^\circ C$ hőmérsékleten mutatott R_0 ellenállása egy más, T_1 hőmérsékleten:

$$R_1 = R_0(1 + \alpha \cdot (T_1 - 20^\circ C)),$$

ahol

R_l az ellenállás értéke T_l hőmérsékleten,
 α hőfoktényező.

Az α hőfoktényező lehet pozitív és negatív is. A hőmérséklet növekedésével az előbbi esetben nő, az utóbbi esetben csökken az ellenállás. Fémekre a hőfoktényező jó közelítéssel:

$$\alpha = 4 \frac{\text{‰}}{\text{K}}.$$

A hőfoktényező mértékegysége:

$$[\alpha] = \frac{1}{\text{K}} = \frac{1}{\text{°C}} = 100 \frac{\text{‰}}{\text{K}} = 100 \frac{\text{‰}}{\text{°C}},$$

ahol K : Kelvin.

A hőfoktényező összefüggésébe R_l és R_0 helyett természetesen a fajlagos ellenállás ϱ_l és ϱ_0 értékét is írhatjuk.

2.1.10. Hálózatszámítási módszerek

A hálózatszámítás célja a hálózatban előforduló elemek (kétpólusok: generátorok és passzív elemek) feszültségének és áramának meghatározása. Ha a hálózat valamennyi elemének feszültségét és áramát ismerjük, a hálózat teljesen határozottnak tekinthető, mivel az esetlegesen ismeretlen ellenállásokat vagy teljesítményeket már elemenként számíthatjuk.

Hálózatszámítási módszerek:

- Ellenálláshű átalakítás,
- Helyettesítő generátorok (Thèvenin és Norton) tétele,
- Csomóponti potenciálok módszere (CsPM),
- Hurok áramok módszere (HÁM)
- Szuperpozíció.

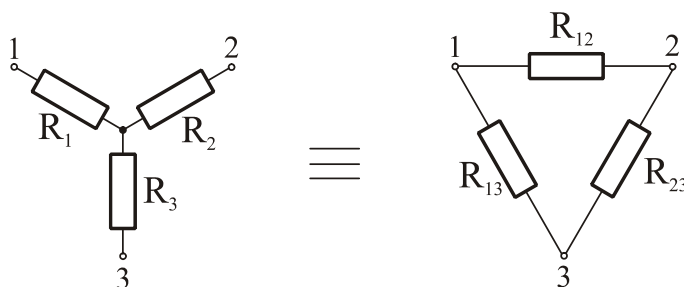
2.1.10.1. Ellenálláshű átalakítás

Az ellenálláshű átalakítás módszerével összetett ellenállás-hálózatunkat egyszerűsíthetjük. Akkor célszerű alkalmazni, ha csak ellenállásokat tartalmazó hálózatunk van, vagy csak egyetlen generátor van a hálózatunkban. Utóbbi esetben a generátorra csatlakozó hálózat értelemszerűen már csak ellenállást tartalmazhat.

Az eredő ellenállás számításához soros és párhuzamos részkapcsolásokat kell keresnünk. Ezeket eredőjükkel helyettesíthetjük. Ha sem sorosan, sem párhuzamosan kapcsolt ellenállásokat nem találunk, akkor a hálózatnak valamely általunk választott részén csillag-háromszög átalakítást kell végrehajtanunk (gyakran csillag-delta vagy delta-csillag átalakítást szoktak említeni). A soros, a párhuzamos és a csillag-háromszög átalakítás együttesen biztosan elegendő minden probléma megoldására.

A csillag-háromszög átalakítás.

Tegyük fel, hogy három csomópont között három-három ellenállás egyik esetben csillag, másik esetben háromszög kapcsolást alkot (2.23. ábra). Az ellenállások megfelelő megválasztása esetén a két kapcsolás ekvivalens, külső hálózat számára azonosnak látszik, semmilyen külső vizsgálattal köztük különbség nem tehető.



2.23. ábra.

Az ellenállásokat indexeljük aszerint, hogy melyik csomóponthoz illetve mely csomópontpárhoz csatlakoznak. A háromszöghkapcsolásból csillagba történő átszámításhoz vezessük be a következő jelölést:

$$R_h = R_{12} + R_{13} + R_{23}$$

Vizsgáljuk mindkét kapcsolást egy-egy csomópontpárnál miközben a harmadik csomópont árammentes. Ily módon az alábbi három egyenlethez jutunk:

$$\text{I. } R_{10} + R_{20} = R_{12} \times (R_{23} + R_{13}) = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{13})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$\text{II. } R_{20} + R_{30} = R_{23} \times (R_{13} + R_{12}) = \frac{R_{23}(R_{13} + R_{12})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$\text{III. } R_{10} + R_{30} = R_{13} \times (R_{12} + R_{23}) = \frac{R_{13}(R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

Az első és a harmadik egyenlet összegéből a másodikat kivonva $2R_{10} \equiv 2R_1$ értékének kifejezését kapjuk (I.+III.-II.). Hasonlóan fejezhetjük ki a másik két csillagellenállást is:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_h}$$

$$R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_h}$$

$$R_3 = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_h}$$

A csillagból háromszögbe történő átszámításhoz hasonló struktúrájú képleteket kapunk, ha áttérünk a villamos vezetésre (a $G_{cs} = G_1 + G_2 + G_3$ jelölés bevezetésével):

$$G_{12} = \frac{G_1 \cdot G_2}{G_{cs}}$$

$$G_{13} = \frac{G_1 \cdot G_3}{G_{cs}}$$

$$G_{23} = \frac{G_2 \cdot G_3}{G_{cs}}$$

Az eddigiekben általános hálózatszámítási módszerként a hálózategyenletek teljes rendszerének felírását és megoldását tekintettük. Ilyenkor a Kirchhoff egyenletek száma megegyezik az ágak számával. Azonban alkalmasan megválasztott új ismeretlenek bevezetésével jelentősen csökkenthető a számításoknál használt egyenletek száma. Az egyik ilyen eljárás a csomóponti potenciálok módszere, a másik a hurokáramok módszere. A továbbiakban ezen módszereket mutatjuk be.

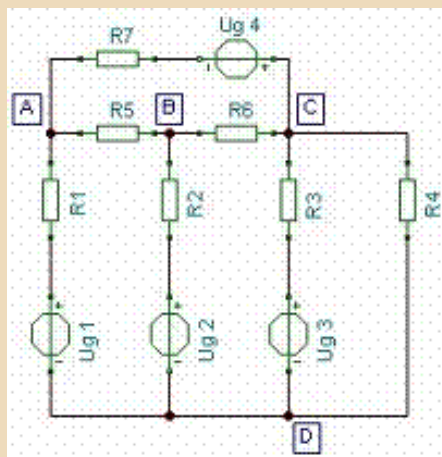
2.1.10.2. Csomóponti potenciálok módszere (CsPM)

A hálózatra felírható egyenletek száma csökkenthető a csomóponti potenciálok bevezetésével is. A módszer alapgondolata a következő. Valamely hálózatban folyó ágáramok nagysága független attól, hogy a hálózatnak egy tetszőleges csomópontja mekkora potenciálon van egy tetszőleges külső, a hálózattal konduktív kapcsolatban nem lévő ponthoz képest. Ennek következtében a hálózat egyik csomópontjának potenciálját önkényesen felvehetjük, pl. nullának tekinthetjük. Ha az ágáramokat az Ohm törvényből kiszámítjuk, vagyis az ág által összekötött két csomópont potenciáljának különbségét az ág ellenállásával elosztjuk és ezekkel az ágáramokkal a csomóponti egyenleteket felírjuk, akkor $N_{cs}-1$ független egyenletet kapunk. Ezen egyenletek megoldása $N_{cs}-1$ potenciált eredményez. Mint hogy az N -ik csomópont potenciálját önkényesen felvehetjük, a feladatot megoldottuk, hiszen minden csomópont potenciálját ismerjük és az ágáramokat az Ohm törvényből számíthatjuk. A csomóponti potenciálok meghatározásánál természetesen a hálózatot tápláló generátorokat is figyelembe kell venni.

Megjegyzés: Egy hálózatban N_a az ágak száma, N_h a hurkok száma és N_{cs} a csomópontok száma.

2.2. példa

A módszer alkalmazását egy példán keresztül mutatjuk be.



2.24. ábra.

A fenti hálózatban az ágak száma: 7, a csomópontok száma: 4 (D csomópontban 4 ág találkozik!). A független hurkok száma: 4.

$$\dot{A}g = N_h + N_{cs} - 1$$

Az ismeretlennek tekintett csomóponti potenciálok: U_A ; U_B ; U_C ; U_D

Legyen: $U_D=0!!!$

Írjuk fel a csomóponti egyenleteket rendre az A, B és C csomópontokra:

$$A: \frac{U_A - U_{g1}}{R_1} + \frac{U_A + U_{g4} - U_C}{R_7} + \frac{U_A - U_B}{R_5} = 0$$

$$B: \frac{U_B - U_{g2}}{R_2} + \frac{U_B - U_A}{R_5} + \frac{U_B - U_C}{R_6} = 0$$

$$C: \frac{U_C - U_{g3}}{R_3} + \frac{U_C}{R_4} + \frac{U_C - U_{g4} - U_A}{R_7} + \frac{U_C - U_B}{R_6} = 0$$

Az egyenletrendszer megoldása az U_A ; U_B ; U_C csomóponti potenciálokat szolgáltatja. A csomóponti egyenletek egyes tört-kifejezései pedig az ágak áramokat szolgáltatják.

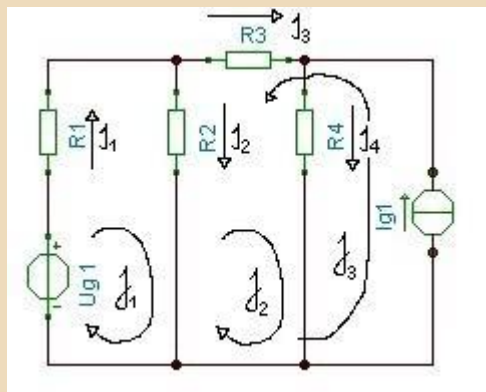
Figyelem! Ha $R_1 = 0 \Rightarrow U_A = U_{g1}$

2.1.10.3. Hurokáramok módszere (HÁM)

A hurokáramok módszerének lényege abban rejlik, hogy nem az ágak áramokat tekintjük elsődleges ismeretlennek, hanem az ún. hurokáramokat. A módszer alkalmazása során a hálózatban először kijelöljük a független hurkokat és ezekben felvesszünk olyan fiktív hurokáramokat, amelyek e hurkoknak megfelelő zárt körben folynak. Az ismeretlen ágak áramokat ezen hurokáramok meghatározásával számítjuk ki.

2.3. példa

A módszer alkalmazását egy példán keresztül mutatjuk be.



2.25. ábra.

A hálózatban kijelöltük a független hurkokat és ezekben felvettünk olyan fiktív hurokáramokat (J_1, J_2, J_3), amelyek e hurkoknak megfelelő zárt körben folynak az ellenállásokon és generátorokon keresztül. Az ágáramok ezen hurokáramok eredőjeként foghatók fel.

$$I_1 = J_1$$

$$I_2 = J_1 - J_2 + J_3$$

$$I_3 = J_2 - J_3$$

$$I_4 = J_2$$

$$I_{g1} = J_3$$

A hurokáramok a hurok egyenletekből határozhatók meg:

$$-U_{g1} + R_1 J_1 + R_2 (J_1 - J_2 + J_3) = 0$$

$$R_2 (-J_1 + J_2 - J_3) + R_4 J_2 = 0$$

$$J_3 = I_{g1}$$

Az egyenletrendszer megoldásával nyert J_1, J_2, J_3 hurokáramok segítségével az ágáramok már könnyen számíthatók.

2.1.10.4. Szuperpozíció tétele

Ha a hálózatunk több generátort tartalmaz, akkor használhatjuk a keresett feszültségek és áramok kiszámítására a szuperpozíció tételt. A hálózatban található generátorokat külön-külön, egyenként vesszük figyelembe és ezáltal részeredményeket kapunk. Valamely keresett feszültség vagy áram értékét úgy számítjuk ki, hogy a részeredmények előjelhelyes összegét képezzük. Ez utóbbi lépés a tulajdonképpeni szuperpozíció.

Ahhoz, hogy egy generátor hatását külön tudjuk számítani, az összes többi generátort helyettesíteni, szakkifejezéssel dezaktivizálni kell. A hálózati elemek jellemzésénél megállapítottuk, hogy szélső esetben egy rövidzár tekinthető egy nulla voltos feszültséggenerátornak és egy szakadás egy nulla amperes áramgenerátornak. Ez a dezaktivizálás alapja (2.26. ábra). Természetesen speciális esetben az előbbitől eltérhetünk, ha két vagy három generátor hatása együtt is könnyen számítható. A fontos csak az, hogy a hálózatban található valamennyi generátort egyszer és csakis egyszer vegyük figyelembe.



2.26. ábra.

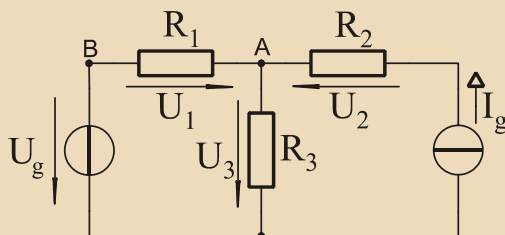
A szuperpozíció tétel csak akkor alkalmazható, ha a hálózatunk lineáris. Ez egyenáramú hálózatban akkor teljesül, ha a benne található valamennyi passzív elem Ohm törvényének eleget tesz, tehát lineáris, ohmos ellenállás. Eddig kizárólag ilyen eseteket tárgyaltunk.

(Megjegyzés: az ohmos ellenállás feszültség-áram karakterisztikája egy origón átfutó ferde egyenes. A karakterisztikát nem szokás megrajzolni, hanem elegendő azt a meredekségével, azaz az ellenállás értékével jellemeznünk. Nemlineáris elem esetén a görbe érintőjének a meredeksége pontról pontra változik. Nemlineáris elemek például a félvezető eszközök, a diódák, tranzistorok, tirisztorok. A gyártók ezeket vastag katalógusokban megadott, részletes feszültség-áram karakterisztikákkal jellemzik.)

A szuperpozíció tétel az összetett hálózatot több egyszerű részhálózatra bontja. Így a megoldás egyszerűbb, de hosszadalmasabb lesz, mint az összetett hálózatot közvetlenül kezelő módszereké. Szuperpozíció alkalmazása a bonyolultabb hálózatok esetén előnyös inkább.

2.4. példa

Vizsgáljuk meg egy példán keresztül a tétel alkalmazását!
Tekintsük a 2.27. ábrán látható kapcsolást!



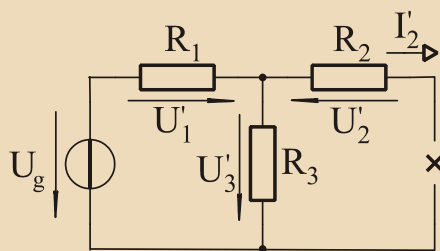
2.27. ábra.

$$U_g = 100V$$

$$I_g = 1A$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = 100\Omega$$

1. eset: A feszültséggenerátor hatásának vizsgálata. Helyettesítsük az áramgenerátort szakadással (2.28. ábra)!



2.28. ábra.

Vegyük fel a keresett három feszültség nyílirányát a kiinduló feladatban megadottal azonosan! Különböztessük meg a részfeszültségeket és a rész-áramot felső vesszővel az eredeti kapcsolásbeli értékektől.

Az R_2 ellenálláson nem folyik áram, mert szakadás kapcsolódik vele sorosan.

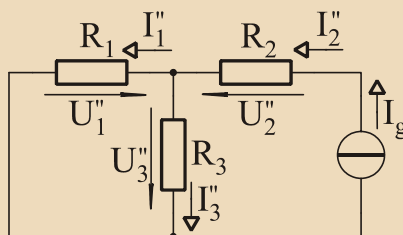
$$I_2' = 0A, \quad U_2' = I_2' \cdot R_2 = 0V$$

R_1 és R_3 feszültségosztónak tekinthető, áramuk azonos, mivel I_2' értéke nulla.

$$U_1' = U_g \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 100V \cdot \frac{100\Omega}{100\Omega + 100\Omega} = 100V \cdot \frac{100\Omega}{200\Omega} = 50V$$

$$U_3' = U_g \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 100V \cdot \frac{100\Omega}{100\Omega + 100\Omega} = 100V \cdot \frac{100\Omega}{200\Omega} = 50V$$

2. eset: Az áramgenerátor hatásának vizsgálata. Helyettesítsük a feszültséggenerátort rövidzárral (2.29. ábra)!



2.29. ábra.

Vegyük fel a keresett három feszültség nyílirányát ismét a kiinduló feladatban megadottal azonosan! Különböztessük meg a részfeszültségeket és a részáramokat két felső vesszővel a korábbi jelölésektől.

Az R_2 ellenállás árama az áramgenerátor áramával megegyezik.

$$I_2'' = I_g, \quad U_2'' = I_2'' \cdot R_2 = I_g \cdot R_2 = 1A \cdot 100\Omega = 100V$$

R_1 és R_3 párhuzamosan vannak kapcsolva, áramosztót képeznek.

$$I_1'' = I_2'' \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3} = I_g \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 1A \cdot \frac{100\Omega}{100\Omega + 100\Omega} = 1A \cdot \frac{100\Omega}{200\Omega} = 0,5A$$

$$I_3'' = I_2'' \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = I_g \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 1A \cdot \frac{100\Omega}{100\Omega + 100\Omega} = 1A \cdot \frac{100\Omega}{200\Omega} = 0,5A$$

Ohm törvénye alapján:

$$U_3'' = I_3'' \cdot R_3 = 0,5A \cdot 100\Omega = 50V$$

Az R_1 ellenálláson a feszültség és az áram iránya ellentétes, ezért

$$U_1'' = -I_1'' \cdot R_1 !$$

Behelyettesítve

$$U_1'' = -0,5A \cdot 100\Omega = -50V .$$

Szuperpozíció: Összegezzük előjelhelyesen a részeredményeket! Most élvezzük annak előnyét, hogy mindkét esetben és mindhárom feszültségre következetesen az eredeti irányokat megtartottuk. Ezért valamennyi rész-feszültséget pozitív előjellel kell szerepeltetnünk.

$$U_1 = U_1' + U_1'' = 50V - 50V = 0V$$

$$U_2 = U_2' + U_2'' = 0V + 100V = 100V$$

$$U_3 = U_3' + U_3'' = 50V + 50V = 100V$$

Értékelés:

Némileg váratlan, hogy az R_1 ellenállás feszültsége nulla, de az ellenőrzés ezt alátámasztja:

U_g és U_3 azonos, $100V$ értékű és R_1 felől nézve ellentétesek. Az eredőjük valóban nulla. R_1 kapcsai között nincs feszültségkülönbség: az A és B pontok „ekvipotenciálisak”. Jó tudni, hogy ha egy ellenállás ilyen helyzetbe kerül, akkor elvehetjük, azaz szakadással helyettesíthetjük, rövidre zárhatjuk, illetve értékét tetszőlegesen módosíthatjuk anélkül, hogy a kapcsolat többi elemének villamos állapota megváltozna. Példánkban ez azt jelenti, hogy a feszültséggenerátor árammentes, az R_2 , az R_3 és az áramgenerátor árama $1A$. Némi megfontolás után belátható, hogy R_1 változása ezen áramokra nincs hatással.

Végeredményünket alátámasztja a következő gondolatmenet is. Áramgenerátorral sorosan kapcsolt ellenállás árama a generátor áramával, feszültséggenerátorral párhuzamosan kapcsolt ellenállás feszültsége a generátor feszültségével megegyezik. Ezekre az esetekre a szuperpozíció alkalmazása mellőzhető. Példánkban az R_2 árama, és ezzel feszültsége is így ellenőrizhető, és helyes.

A szuperpozíció egy további előnyét is érdemes tanulmányozni. A részeredményeket fizikai tartalommal ugyan nem ruházhatjuk fel, de számítási eljárásunkban sajátos tulajdonságuk van. Valamely generátor megváltozása ugyanis csak azon részeredmények értékére van hatással, amelyeket az adott generátor figyelembevételével számítottunk. A többi részeredmény számításánál az adott generátor dezaktivizált, passzív.

2.5. példa

Hogyan változnak meg az eredmények az előző példánkban, ha az áramgenerátor kapcsait felcseréljük?

Egy olyan egygenerátoros kapcsolásban, mint amilyen a szuperpozíció tétel alapján végzett részsámításaink során is szerepel, érvényes a következő szabály. A kapcsolat valamennyi árama és feszültsége a generátor jellemzőjének megváltoztatását arányosan követi. Ha a tápláló generátor forrásfeszültségét vagy forrásáramát kétszer, háromszor, négyszer nagyobb értékűre választjuk, akkor a kapcsolat valamennyi feszültsége és árama is kétszeresére, háromszorosára, négyszeresére nő.

(Megjegyzés: az állítás azért igaz, mert lineáris a hálózatunk.)

Példánkban a generátor kapcsainak felcserélése egyenértékű I_g értékének előjelváltásával. A generátor áramának előjelváltása pedig a hálózat valamennyi feszültségének és áramának előjelváltását eredményezi. Az előző példa 2. esete részeredményeinek előjelváltásával a végeredmény:

$$U_1 = U'_1 - U''_1 = 50V + 50V = 100V$$

$$U_2 = U'_2 - U''_2 = 0V - 100V = -100V$$

$$U_3 = U'_3 - U''_3 = 50V - 50V = 0V$$

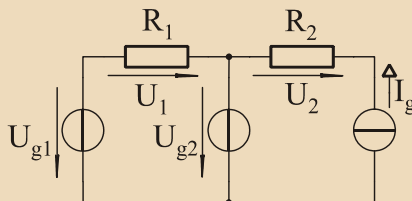
Értékelés:

Az U_2 előjelváltással követte az áramgenerátor áramának előjelváltását. Ebben a példában az A és C pont ekvipotenciális, R_3 elhagyható, rövidre zárható, megváltoztatható. Végül levonhatunk egy következtetést: a szuperpozíciós részeredmények ismerete jelentős könnyebbséget ad a több-

generátoros hálózat valamely generátora megváltozásának gyors követésére számításainkban.

2.6. példa

Tekintsük a 2.30. ábrán látható kapcsolást. Az adatok:



2.30. ábra.

$$U_{g1} = U_{g2} = 100V$$

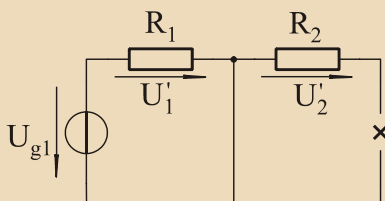
$$I_g = 1A$$

$$R_1 = R_2 = 100\Omega$$

$$U_1 =$$

$$U_2 =$$

1. eset:

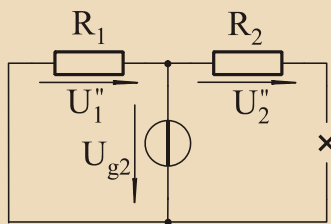


2.31. ábra.

$$U'_1 = U_{g1} = 100V$$

$$U'_2 = 0A \cdot R_2 = 0V$$

2. eset:

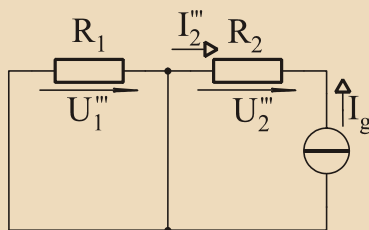


2.32. ábra.

$$U_1'' = -U_{g2} = -100V$$

$$U_2'' = 0A \cdot R_2 = 0V$$

3. eset:



2.33. ábra.

$$U_1''' = 0A \cdot R_1 = 0V$$

$$I_2''' = -I_g$$

$$U_2''' = I_2''' \cdot R_2 = -I_g \cdot R_2 = -1A \cdot 100\Omega = -100V$$

Összegzés:

$$U_1 = U_1' + U_1'' + U_1''' = 100V - 100V + 0V = 0V$$

$$U_2 = U_2' + U_2'' + U_2''' = 0V + 0V - 100V = -100V$$

Ellenőrzés: $U_1 = U_{g1} - U_{g2} = 0V$, feszültségmentes (huroktörvény alapján),

Ig átfolyik R2-n (soros kapcsolás), ezért

$$U_2 = -I_g \cdot R_2 = -100V .$$

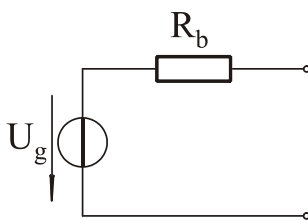
2.1.10.5. Helyettesítő generátorok (Thèvenin és Norton) tétele

Valós feszültséggenerátor

Az ideális feszültséggenerátor kapcsain a feszültség minden körülmények között a rá megadott, „definiált” érték. Nem függ attól, hogy mekkora terhelő ellenállást csatlakoztatunk rá, vagy más megfogalmazásban attól, hogy mekkora árammal terheljük. És nem változik meg attól sem, ha bármilyen összetett hálózatra csatlakoztatjuk.

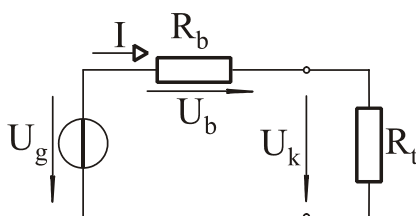
A gyakorlatban generátoraink többnyire feszültséggenerátorok, az áramgenerátor megvalósítása nehezekebb. Mégis ritkán fogadhatjuk el a műszaki megvalósítást ideálisnak. Nem kell azonban az eddig megismert, ideális elemekkel történő modellezést feladunk.

2.5. tétel. Egy valós feszültséggenerátor modellezhető egy ideális feszültséggenerátor és egy úgynevezett „belső ellenállás” soros kapcsolásával (2.34. ábra).



2.34. ábra.

A valós feszültséggenerátor közel ideális, ha terhelt állapotban (2.35. ábra) a kapocsfeszültség, U_k megegyezik U_g -vel, vagy ahhoz közeli értékű. Ha a körben áram folyik, akkor a belső ellenálláson egy belső feszültségesés jön létre. Ez a kapocsfeszültséget csökkenti:



2.35. ábra.

$$U_k = U_g - U_b = U_g - I \cdot R_b.$$

A kapocsfeszültség tehát akkor közelíti meg az ideális generátor forrásfeszültségét, ha mind az áram, mind a belső ellenállás kicsi. Ebből a felismerésből két következtetés vezethető le. Az egyik az, hogy ha a belső ellenállás értéke nulla, akkor a valós feszültséggenerátor határeseteként az ideális feszültséggenerátorhoz jutunk. Ha nem így lenne, akkor következtetés-láncolatunkban valahol hibát követtünk volna el.

A másik kérdés az, hogy mikor fogadhatjuk el a valós feszültséggenerátort közel ideálisnak. Ez akkor teljesül, ha

$$U_k \approx U_g,$$

$$U_g - U_b \approx U_g,$$

$$U_b \ll U_g,$$

$$I \cdot R_b \ll U_g.$$

Az áramot kifejezhetjük a generátorfeszültség és a két ellenállás soros eredőjének hányadosával:

$$I = \frac{U_g}{R_b + R_t}, \text{ ebből}$$

$$\frac{U_g}{R_b + R_t} \cdot R_b \ll U_g,$$

$$\frac{R_b}{R_b + R_t} \ll 1,$$

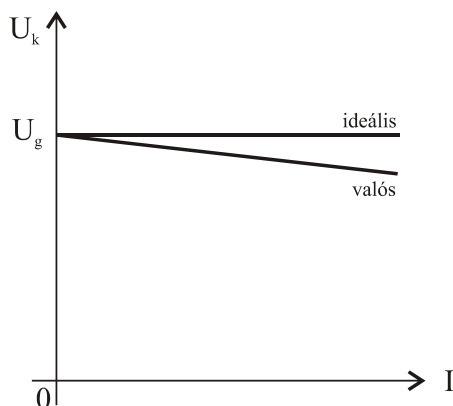
$$R_b \ll R_b + R_t,$$

$$\boxed{R_b \ll R_t}$$

reláció következik.

A valós feszültséggenerátor tehát akkor tekinthető közel ideálisnak, ha a belső ellenállása az éppen alkalmazott terhelő ellenállásnál lényegesen kisebb. A reláció általános érvényű, de a mértékét minden esetben a támasztott pontossági követelmények alapján külön-külön kell meghatározni.

A kapocsfeszültség alakulását egy diagramon is szemléltethetjük (2.36. ábra). Ha a terhelő áram nulla, akkor a kapocsfeszültség a generátorfeszültséggel megegyezik. Ebből a pontból a diagramon ideális feszültséggenerátor esetén egy vízszintes egyenes, valós generátor esetén egy enyhén lejtő ferde egyenes indul ki. Minél kisebb a ferde egyenes lejtése, annál jobban közelíti a valós generátor az ideálisat.

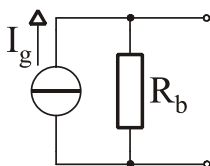


2.36. ábra.

Valós áramgenerátor

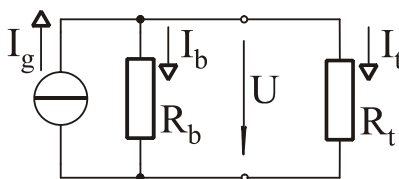
Az ideális áramgenerátor mindig a rá jellemző, „definiált” áramot hajtja keresztül a csatlakozó hálózaton. A gyakorlatban áramgenerátorokat legtöbbször elektronikusan valósítunk meg és ezek csak jól meghatározott korlátok között képesek az ideálisat megközelíteni. Generátoraink kapcsait gyakran hagyjuk szabadon. Ez a feszültséggenerátornál nem, de az áramgenerátornál ellentmondáshoz vezet. A szakadáson ugyanis nem folyhat áram, az ideális generátornak viszont át kellene hajtani az áramát. Ilyenkor az áramgenerátorunk hibája megmutatkozik.

A valós áramgenerátor modellje egy ideális áramgenerátorból és egy párhuzamosan kapcsolt belső ellenállásból áll (2.37. ábra).



2.37. ábra.

2.6. tétel. A valós áramgenerátor akkor közelíti az ideálisat, ha belső ellenállása kellően nagy. Az ideális áramgenerátor belső ellenállása végtelen nagy.



2.38. ábra.

Ha az áramgenerátor nem ideális, akkor a forrásárama megoszlik a belső ellenállás és a terhelő ellenállás között (2.38. ábra).

$$I_g = I_b + I_t$$

A valós áramgenerátor közel ideális, ha a generátoráram csaknem teljes egészében a terhelésre jut.

$$I_g \approx I_t$$

Ez akkor teljesül, ha a terhelő ellenállás árama mellett a belső ellenállás árama elhanyagolható.

$$I_g \gg I_b \text{ és } I_t \gg I_b.$$

Utóbbiba behelyettesítve:

$$\frac{U}{R_t} \gg \frac{U}{R_b}$$

$$\frac{1}{R_t} \gg \frac{1}{R_b}$$

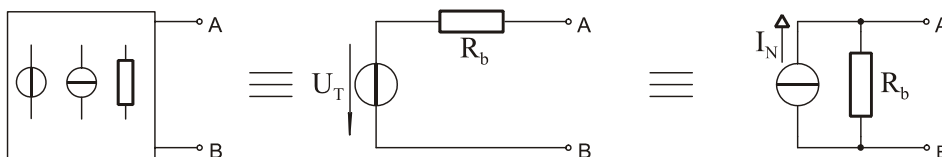
$$\boxed{R_t \ll R_b}$$

A valós áramgenerátor tehát akkor tekinthető közel ideálisnak, ha a belső ellenállása az éppen alkalmazott terhelő ellenállásnál lényegesen nagyobb.

Helyettesítő generátorok tétele

2.7. tétel. Egy általános, (ellenállásokat, feszültséggenerátorokat, áramgenerátorokat tartalmazó) lineáris hálózat két pontjára helyettesíthető mind egy valós feszültséggenerátorral, Thèvenin generátorral, mind egy valós áramgenerátorral, Norton generátorral.

A két pontot megkülönböztetésül A-val és B-vel jelöljük (2.39. ábra).



2.39. ábra.

A Thèvenin és a Norton generátor természetesen egymásba is átalakítható. A helyettesítő generátorok jellemző adatainak meghatározásához a helyettesítendő hálózat két tetszőleges, különböző állapotát kell ismernünk. Legegyszerűbb, ha az üresjárési és a rövidzársi állapotot vizsgáljuk.

Üresjárási állapot

Üresjárásban egy hálózat kimenetén áram nem folyik. Ezért elegendő a három esetre az üresjárési feszültséget meghatározni. Ha a három kapcsolás üresjárési feszültsége megegyezik, akkor erre az esetre a három kapcsolás azonosan viselkedik, egymást helyettesíti. Jelöljük a helyettesítendő hálózat üresjárési feszültséget U_{ii} -vel! Értékét számítással vagy méréssel határozhatjuk meg, a feladat jellegének megfelelően.

A Thèvenin generátor üresjárési feszültsége megegyezik feszültséggenerátorának forrásfeszültségével. Ezért a helyettesítéshez az

$$U_T = U_{ii}$$

azonosságot kell biztosítani.

A Norton generátor kapcsain üresjárásban a generátoráram által a belső ellenálláson ejtett feszültség jelenik meg. A helyettesítéshez tehát teljesítendő:

$$I_N \cdot R_{bN} = U_{ii} .$$

Rövidzárási állapot

Rövidrezárt állapotban egy hálózat kimenetén feszültség nem esik. Ezért elegendő a három, egymást helyettesítő esetre a rövidzárási áramot meghatározni. Ha a három kapcsolás rövidzárási árama megegyezik, akkor erre az esetre a három kapcsolás azonosan viselkedik, egymást helyettesíti. Jelöljük a helyettesítendő hálózat rövidzárási áramát I_{rz} -vel! Határozzuk meg az értékét!

A Norton generátor áramgenerátorának árama teljes egészében a rövidzáron folyik. A belső ellenálláson nem folyik áram. Ezért

$$I_N = I_{rz}$$

A Thèvenin generátor rövidre zárásával egy zárt áramkör alakul ki. A kialakuló áramot a feszültséggenerátor feszültsége és a belső ellenállás nagysága határozza meg. Ezért az

$$\frac{U_T}{R_{bT}} = I_{rz}$$

egyenlőséget kell a helyettesítéshez teljesíteni.

A Thèvenin generátor belső ellenállása:

$$R_{bT} = \frac{U_T}{I_{rz}} = \frac{U_{\ddot{u}}}{I_{rz}}.$$

A Norton generátor belső ellenállása:

$$R_{bN} = \frac{U_{\ddot{u}}}{I_N} = \frac{U_{\ddot{u}}}{I_{rz}}$$

A két belső ellenállás tehát megegyezik, ahogyan az a 2.39. ábra jelöléseiben is látható:

$$R_b = \frac{U_{\ddot{u}}}{I_{rz}}$$

A belső ellenállás úgy is meghatározható, hogy a kapcsolásban található összes feszültséggenerátort rövidzárral, az összes áramgenerátort szakadással helyettesítjük (a hálózatot „dezaktivizáljuk”). Az ezután az A-B kapcsolások között kialakuló eredő ellenállás megegyezik a belső ellenállással.

2.8. tétel. Ha az általános lineáris hálózatunkat egy Thèvenin illetve egy Norton generátor két tetszőleges állapotban (például üresjárásban és rövidzár esetén) helyettesíti, akkor minden más állapotban is helyettesíti.

A helyettesítő generátorok alkalmazása akkor célszerű, ha egy hálózatunknak az A-B kapcsaira csatlakozó több különböző terhelése mellett kell a feszültség- és az áramállapotát meghatároznunk.

2.1.11. Villamos teljesítmény

A villamos teljesítmény jele: P .

Valamely villamos hálózati elem feszültségének és áramának szorzata a villamos teljesítmény vagy munkavégzőképesség.

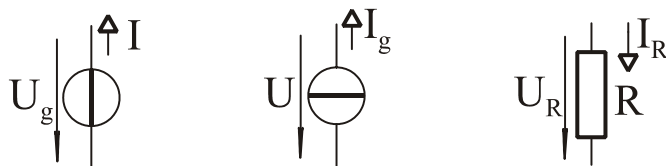
$$P = U \cdot I$$

A teljesítmény mértékegysége: watt,

jele: W , $1W = 1V \cdot 1A$.

További szokásos mértékegységek: mW, kW, MW.

Generátorok és ellenállások feszültségét és áramát a 2.40. ábrán látható nyílirányok szerint szokás megadni. Ha ezek után a számított teljesítmény pozitív, akkor az a generátornál leadott, az ellenállásnál pedig felvett teljesítmény. Negatív érték generátornál felvett teljesítményt jelent, ami egy akkumulátor töltésének felel meg. Negatív teljesítmény ellenálláson nem értelmezhető, aktív, energiatermelő fogyasztót nehéz elképzelni.



2.40. ábra.

Egy ellenálláson a teljesítményt, Ohm törvényét felhasználva háromféleképpen is számíthatjuk, aszerint, hogy a három jellemző mennyiség közül éppen melyik kettőt ismerjük.

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R$$

A villamos munka jele: W , a villamos energia jele: E , az angol elnevezésük kezdőbetűje alapján.

A villamos munka vagy energia, a teljesítmény és a munkavégzésre fordított idő szorzataként számítható, ugyanúgy, mint a fizika más területein.

$$W = E = P \cdot t = U \cdot I \cdot t$$

A villamos munka és a villamos energia mértékegysége a wattsekundum, jele: Ws ,

$$1Ws = 1V \cdot 1A \cdot 1s .$$

Kapcsolata a mechanikai munka mértékegységeivel:

$$1Ws = 1J = 1Nm$$

Tehát a villamos hálózat $1Ws$ munkája egyenértékű az $1N$ erő ellenében $1m$ úton végzett mechanikai munkával. A wattsekundum kicsi mértékegység, háztartások, műhelyek, gépek fogyasztásának jellemzésére az általánosan elterjedt mértékegység a kilowattóra.

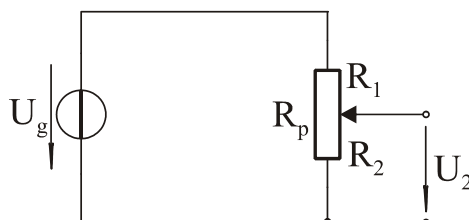
$$1kWh = 1000W \cdot 1h = 1000W \cdot 60 \cdot 60s = 3600000Ws = 3,6 \cdot 10^6 Ws$$

A kilowattóra, amelyből egy háztartásban naponta többet elfogyasztunk, és amelyért napjainkban néhányszor tíz forintot fizetünk, jelentős, több millió newtonméter mechanikai energiának felel meg. A villamos energiaellátás alig több mint száz éves múltra tekint vissza, mégis a legelterjedtebb. A villamos energia szállítása távvezetéken egyszerű, a felhasználása tiszta, a felhasználásához az eszközök rendelkezésre állnak. Hátránya, hogy tárolása villamos állapotban egyáltalán nem, bármely más módon is csak erősen korlátozott mértékben oldható meg. A villamos energiaellátó hálózatban ezért a termelésnek és a fogyasztásnak minden pillanatban egyensúlyban kell lenni. Az erőművek és a nagy fogyasztók szigorú, előre meghatározott, percre pontos ütemterv szerint kapcsolnak be illetve ki.

Ha egy villamos hálózatban megkülönböztethető a hasznos és az összes teljesítmény, akkor ugyanúgy, mint a fizika más területein értelmezhető, a hatásfok (η) fogalma:

$$\eta = \frac{P_{hasznos}}{P_{összes}} .$$

2.1.12. A potenciométer. Terheletlen és terhelt potenciométer kimenő feszültsége, teljesítménye, hatásfoka. Teljesítményillesztés



2.41. ábra.

Gyakran van szükség a rendelkezésre álló feszültség folyamatos változtathatósi lehetőségére, állítható feszültségosztóra. Ilyenkor egy ellenállás teljes ellenálláspályájának két kivezetése között egy harmadik, mozgó érintkezőt, csúszkát is elhelyeznek mely az így kialakított potenciométer R_p ellenállását két részre osztja.

$$R_p = R_1 + R_2 \quad (1)$$

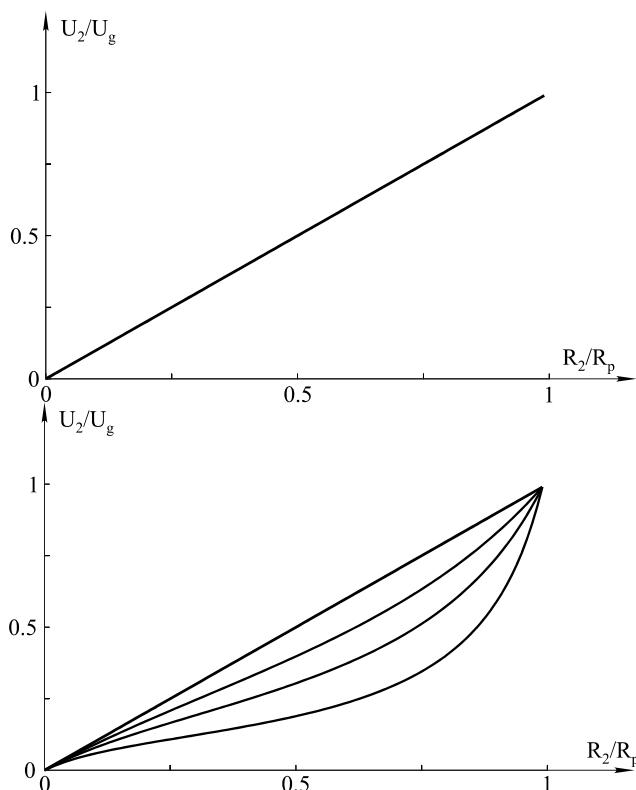
A leosztott feszültség a feszültségosztónál megismert összefüggés szerint számítható.

$$U_2 = U_g \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (2)$$

A csúszka helyzetével a két részellenállást 0 és R_p , a leosztott feszültséget pedig 0 és U_g között változtatni tudjuk. Ábrázoljuk a leosztott feszültség relatív értékét U_2/U_g -t az osztóellenállás relatív értékének R_2/R_p -nek függvényében. A (2) egyenletet átrendezve és (1)-et behelyettesítve:

$$\frac{U_2}{U_g} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_p} .$$

Ezt ábrázolva, a függvény a $(0,0)$ és $(1,1)$ pontok között értelmezett ferde egyenes. A két ponton túl a függvény nincs értelmezve! Ezt nevezzük a terheletlen potenciométer esetének (2.42. ábra).



2.42. ábra.

A gyakorlatban azonban általában terhelte potenciométerrel találkozunk. A leosztott feszültséget továbbvezetjük, az osztó kimenetére valamilyen berendezés bemenete csatlakozik. Ezt az állapotot egy véges, R_t ellenállású terheléssel vesszük figyelembe.

Az új helyzetben az osztó alsó tagjának az eredeti R_2 ellenállás és a terhelő ellenállás párhuzamos eredőjét tekintjük.

$$R_{2t} = R_2 \times R_t \quad (3)$$

A megváltozott kimenő feszültség:

$$U_{2t} = U_g \cdot \frac{R_{2t}}{R_1 + R_{2t}} \quad (4)$$

Vizsgáljuk meg, hogyan változott a kimenő feszültség a terhelés hatására! Két ellenállás párhuzamos eredője kisebb, mint bármelyik összetevő, ezért

$$R_{2t} \leq R_2$$

A (4) egyenlet átrendezésével a kimenő feszültség:

$$U_{2t} = U_g \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_{2t}}}$$

Az ellenállásokra írható a (3) egyenlőtlenség felhasználásával:

$$\begin{aligned} \frac{R_1}{R_2} &\leq \frac{R_1}{R_{2t}} \\ 1 + \frac{R_1}{R_2} &\leq 1 + \frac{R_1}{R_{2t}} \\ \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}} &\geq \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_{2t}}} \end{aligned}$$

Ebből a kimenő feszültség:

$$U_g \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}} \geq U_g \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_{2t}}}$$

$$\boxed{U_2 \geq U_{2t}}$$

A terheletlen potenciométernek tehát a terhelés rákapcsolásakor - változatlan csúszkaállás mellett - lecsökken a kimenő feszültsége. Ez az állítás megérősíthető, ha a potenciométer Thèvenin helyettesítő generátorára gondolunk. A generátor üresjárású feszültsége, ami a terheletlen állapotnak felel meg, mindig nagyobb, mint a terhelés esetén a kimenetre jutó feszültség.

A 2.42. ábrán a terhelt potenciométer kimenő feszültségére több görbét láthatunk. Valamennyi görbe a terheletlen esetnek megfelelő ferde egyenes alatt fut. A terhelt eset görbéje annál jobban eltávolodik a terhe-

letlen eset egyenesétől, minél nagyobb a terhelés, minél kisebb a terhelő ellenállás értéke.

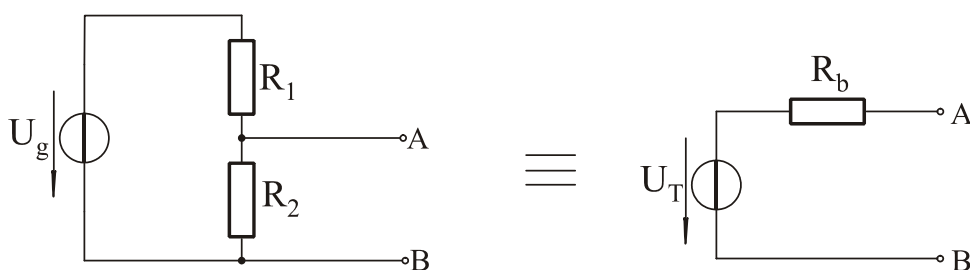
(Megjegyzés: a terhelt potenciométer kimenő feszültségének görbéjében inflexiós pont van. Az origótól kiindulva a görbe egyre csökkenő meredekségű, majd az inflexiós pontnál vált, és attól egyre növekvő meredekségű pontok következnek.)

Határozzuk meg most a terheletlen potenciométernek mint feszültségosztónak Thèvenin helyettesítő kapcsolását! A Thèvenin generátor forrásfeszültsége a terheletlen potenciométer üresjárási kimenő feszültsége. A feszültségosztó képlettel:

$$U_T = U_g \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

A Thèvenin generátor belső ellenállása meghatározható úgy, hogy a 2.41. ábrán látható U_g feszültségű generátor helyére rövidzárt képzelünk. Ekkor a potenciométer kimeneti kapcsai között az ellenállás a keresett belső ellenállás:

$$R_b = R_1 \times R_2 .$$



2.43. ábra.

A Thèvenin helyettesítő kapcsolás a 2.43. ábrán látható. Vizsgáljuk meg ennek segítségével, hogy a mekkora teljesítmény jut a terhelő ellenállásra.

$$P_t = I^2 \cdot R_t$$

Ugyanekkor a belső ellenállásra jutó teljesítmény:

$$P_b = I^2 \cdot R_b$$

A terhelésre jutó teljesítményt hasznosnak, a belső ellenállásra jutó teljesítményt veszteségnek tekintve megfogalmazhatjuk a hatásfokot, a hasznos és az összes teljesítmény hányadosát.

$$\eta = \frac{P_{\text{hasznos}}}{P_{\text{összes}}} = \frac{I^2 \cdot R_t}{I^2 \cdot R_t + I^2 \cdot R_b} = \frac{R_t}{R_t + R_b} = \frac{1}{1 + \frac{R_b}{R_t}}$$

A potenciométer hatásfoka a terhelő ellenállás értékének növekedésével monoton növekvő értéket vesz fel.

Vizsgáljuk meg most a kimenő teljesítményt! A terhelésre jutó teljesítmény az ellenállás értékének változásával jelentősen változik. Ha a terhelő ellenállás helyén rövidzár van, akkor az átfolyó áram maximális, a rövidzárási áram. De a terhelésen eső feszültség értéke nulla. Ha a terhelő ellenállás helyén szakadás van, akkor a terhelésre jutó feszültség maximális, az üresjárási feszültség. Ekkor viszont a terhelésen átfolyó áram értéke nulla. A terhelésre jutó teljesítmény, a feszültség és áram szorzata, mindkét szélső esetben nulla. Véges terhelő ellenállás érték mellett azonban mind a feszültség, mind az áram és így a szorzatuk is véges. A teljesítménynek a terhelő ellenállástól való folytonos, egyértékű függvényében (legalább egy) maximumhelynek kell lenni. A szélsőérték keresés szabályai szerint a

$$P_t = \frac{U_t^2}{R_t} = \frac{1}{R_t} \left(U_T \cdot \frac{R_t}{R_b + R_t} \right)^2 = U_T^2 \left(\frac{1}{\frac{R_b}{R_t} + 1} \right)^2 \frac{1}{R_t}$$

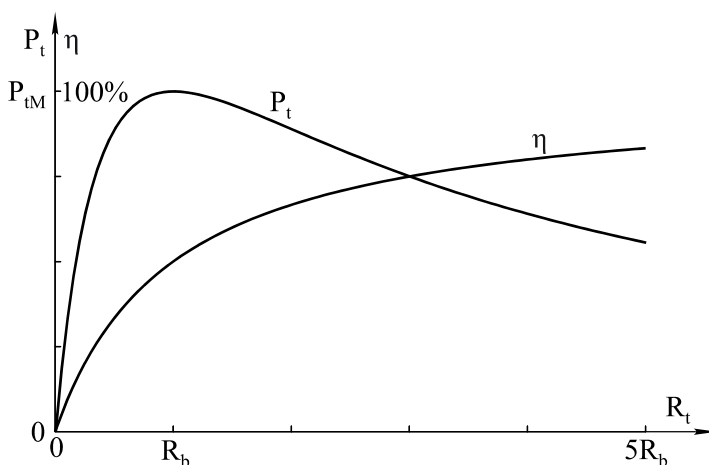
függvénynek az

$$\boxed{R_t = R_b}$$

helyen van maximuma. Ezt nevezzük teljesítményillesztésnek. Ekkor mind a belső ellenállásra, mind a terhelő ellenállásra a Thèvenin generátor feszültségének fele jut. A generátorból a terhelésen kivehető maximális teljesítmény:

$$P_{tM} = \frac{U_T^2}{4 \cdot R_b}$$

A teljesítményillesztés megvalósítására törekszünk kis jelek feldolgozásánál, de nem törekszünk az energiaellátásban, mert a teljesítményillesztés esetén a hatásfok csak 50 %. A terhelésre jutó teljesítménynek és a hatásfoknak a terhelő ellenállástól való függése látható a 2.44. ábrán.



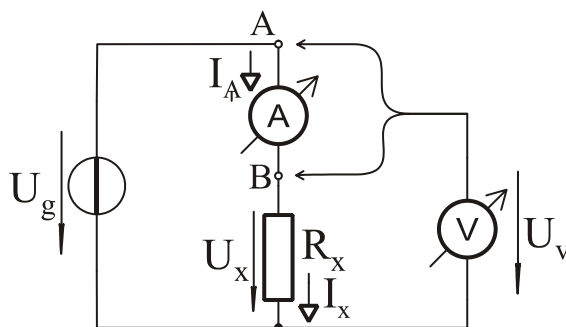
2.44. ábra.

2.1.13. Ellenállásmérési módszerek

2.1.13.1. Ellenállásmérés feszültség és áram méréssel

Egy ellenállás értékét meghatározhatjuk, ha külön-külön megmérjük a rajta eső feszültséget és a rajta átfolyó áramot. Ezután az ismeretlen ellenállás értékét az ellenállás megmért feszültsége és megmért árama hányadosaként számítással határozzuk meg. Pontos mérés esetén

$$R_x = R_{\text{számított}} = \frac{U_x}{I_x} .$$



2.45. ábra.

Ennek a módszernek a hibája a 2.45. ábrán követhető. Ha a voltmérőt az A jelű pontra csatlakoztatjuk, akkor hibát okoz, hogy a voltmérő az ellenállás feszültségéhez hozzáméri az ampermérőn eső feszültséget is. A mért feszültség és áram hányadosaként számított érték

$$R_{\text{számított}} = \frac{U_V}{I_A} = R_x + R_A$$

Ez a módszer nagy ellenállások mérésénél használható, amikor az ampermérő ellenállása elhanyagolhatóan kicsi.

$$R_x \gg R_A$$

Ha a voltmérőt a B pontra csatlakoztatjuk, akkor az okoz hibát, hogy az ampermérő a voltmérő áramát is méri. A mért feszültség és áram hányadosaként számított érték:

$$R_{\text{számított}} = \frac{U_V}{I_A} = R_x \times R_V$$

Ez a módszer kis ellenállások mérésére használható, amikor a voltmérő ellenállása a mérendő ellenállás értéke mellett elhanyagolhatóan nagy.

$$R_x \ll R_V$$

Ha betartjuk, hogy a kis ellenállásokat az első, a nagy ellenállásokat a második kapcsolási változat szerint mérjük, akkor a mérési hiba nem lesz számottevő.

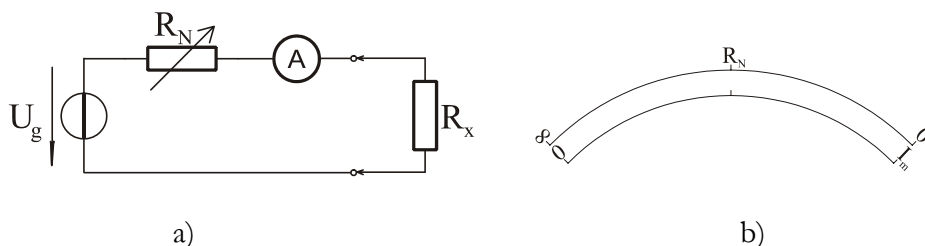
(Megjegyzés: azt, hogy egy ellenállást kicsinek vagy nagyoknak kell tekintenünk, a jelen esetben a két műszer ellenállása dönti el. A kicsi illetve nagy minősítés határesetete a voltmérő és az ampermérő ellenállásának mértani közepe, azaz a két műszer ellenállásának szorzatából vont négyzetgyök értéke.)

Hibát okoz viszont az, hogy két műszerrel mérünk. Általában a laboratóriumi műszerek 1-3% hibával mérnek. De arra, hogy adott esetben a két műszer hibája egymást erősíti, vagy esetleg egymást gyengíti, nem tudunk választ adni.

A két műszerrel történő mérés nehézkességét elkerülhetjük közvetlenmutató ellenállásmérővel.

2.1.13.2. Soros közvetlenmutató ellenállásmérő

A soros közvetlenmutató ellenállásmérő kapcsolását a 2.46.a ábrán láthatjuk.

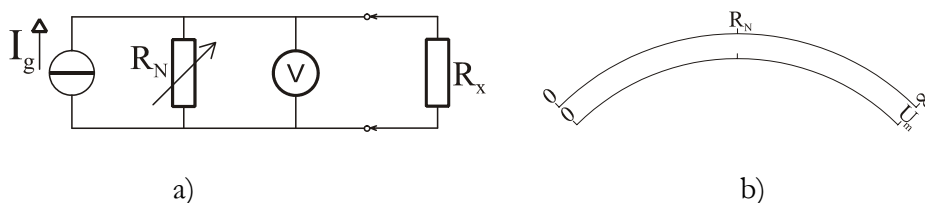


2.46. ábra.

Ha R_x helyén rövidzár van, az árammérő műszer végkitérésbe lendül. Ha R_x helyén szakadás van, nincs zárt áramkör, a műszer alaphelyzetben marad. A skála nemlineáris, fordított (2.46.b ábra). Az átfolyó áram $0 \dots I_m$ közötti növekedése tükrözi az ismeretlen ellenállás végtelentől nulláig való csökkenését.

2.1.13.3. Párhuzamos közvetlenmutató ellenállásmérő

A párhuzamos közvetlenmutató ellenállásmérő kapcsolása a 2.47.a ábrán látható. Ha R_x helyén rövidzár van, a feszültségmérő műszer nyugalomban marad. Rövidzáron az átfolyó I_g áram ellenére sem esik feszültség. Ha R_x helyén szakadás van, a generátor árama az R_N ellenálláson folyik keresztül. I_g és R_N értékét úgy választjuk meg, hogy a feszültségmérő éppen végkitérésig térjen ki. A skála nemlineáris, egyenes (14.3.b ábra).



2.47. ábra.

A közvetlenmutató ellenállásmérőket megtaláljuk univerzális laboratóriumi kéziműszerekben, ahol üzemmódváltó kapcsolóval feszültség-, áram- és ellenállásmérő módot állíthatunk. Egy-egy üzemmódon belül pedig méréshatárváltó kapcsolóval több méréshatár közül választhatunk. A generátor, az R_N normállenállás és a mérőműszer az univerzális műszer részét képezi, azon belül kerül elhelyezésre.

2.1.14. Számítási feladatok gyakorlása

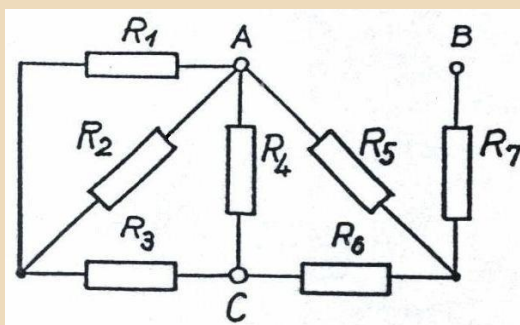
A tanulási cél az, hogy az egyáramú hálózatok tárgyalásának befejezése-képpen gyakorló számításokat végezzünk először eredő ellenállásoknak, majd egygenerátoros kapcsolások feszültségeinek és áramainak meghatározására.

Eredő ellenállás számítása

2.7. példa

Számítsuk ki a kapcsolás jelölt kapcsai közötti eredő ellenállásokat (15.1. ábra)!

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 13\Omega$$



2.48. ábra.

Megoldás

$$R_{AB} = ((R_1 \times R_2 + R_3) \times R_4 + R_6) \times R_5 + R_7 = 21\Omega$$

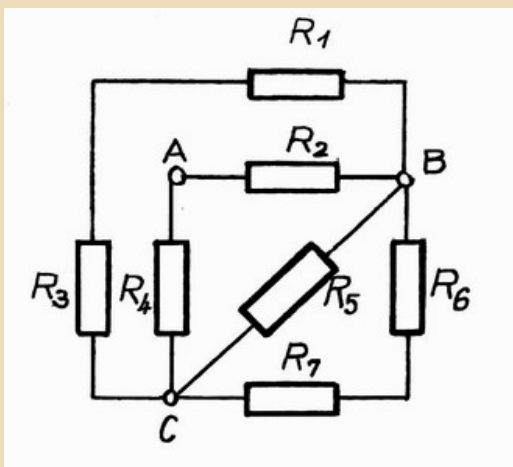
R7 értéke itt az eredményt nem befolyásolja.

$$R_{BC} = ((R_1 \times R_2 + R_3) \times R_4 + R_5) \times R_6 + R_7 = 21\Omega$$

2.8. példa

Számítsuk ki a kapcsolás jelölt kapcsai közötti eredő ellenállásokat (2.49. ábra)!

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = R$$



2.49. ábra.

Megoldás

$$R_{AB} = ((R_1 + R_3) \times R_5 \times (R_6 + R_7) + R_4) \times R_2 = \frac{3}{5}R$$

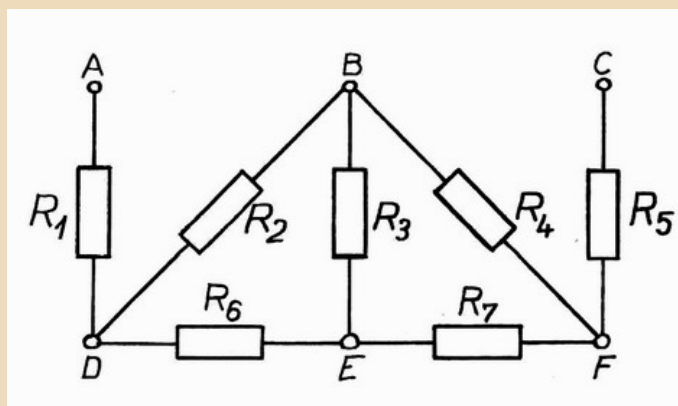
$$R_{AC} = ((R_1 + R_3) \times R_5 \times (R_6 + R_7) + R_2) \times R_4 = \frac{3}{5}R$$

$$R_{BC} = (R_1 + R_3) \times (R_2 + R_4) \times R_5 \times (R_6 + R_7) = \frac{2}{5}R$$

2.9. példa

Számítsunk ki a kapcsolásban példaképpen néhány eredő ellenállást (2.50. ábra)!

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 80\Omega$$



2.50. ábra.

Megoldás

$$R_{AB} = ((R_4 + R_7) \times R_3 + R_6) \times R_2 + R_1 = 130\Omega$$

$$R_{AD} = R_1 = 80\Omega$$

$$R_{BD} = ((R_4 + R_7) \times R_3 + R_6) \times R_2 = 50\Omega$$

$$R_{BE} = (R_2 + R_6) \times R_3 \times (R_4 + R_7) = 40\Omega$$

$$R_{BF} = ((R_2 + R_6) \times R_3 + R_7) \times R_4 = 50\Omega$$

$$R_{DE} = ((R_4 + R_7) \times R_3 + R_2) \times R_6 = 50\Omega$$

$$R_{CE} = ((R_2 + R_6) \times R_3 + R_4) \times R_7 + R_5 = 130\Omega$$

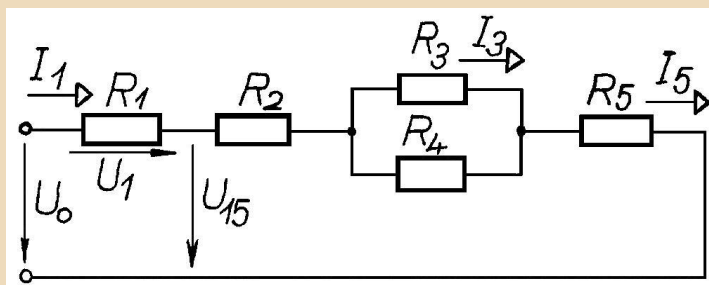
$$R_{EF} = ((R_2 + R_6) \times R_3 + R_4) \times R_7 = 50\Omega$$

Feszültségek és áramok számítása

2.10. példa

Számítsuk ki a kapcsolásban jelölt feszültségeket és áramokat (2.51. ábra)!

$$R_1 = R_2 = R_3 = 30\Omega, R_4 = R_5 = 60\Omega, U_0 = 420V$$



2.51. ábra.

Megoldás

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 \times R_4 + R_5 = 30\Omega + 30\Omega + 60\Omega \times 30\Omega + 60\Omega = 140\Omega$$

$$I_1 = I_5 = \frac{U_0}{R_e} = \frac{420V}{140\Omega} = 3A$$

$$U_1 = I_1 \cdot R_1 = 3A \cdot 30\Omega = 90V$$

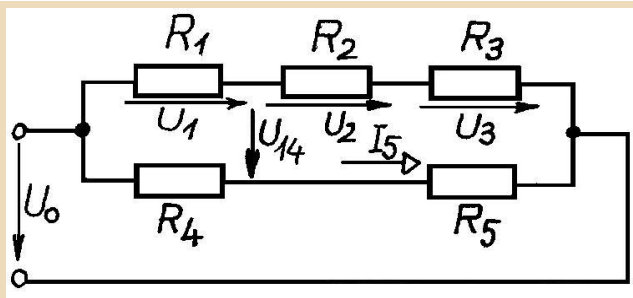
$$U_{15} = U_0 - U_1 = 420 - 90 = 330V$$

$$I_3 = I_1 \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 3A \cdot \frac{60\Omega}{30\Omega + 60\Omega} = 2A$$

2.11. példa

Számítsuk ki a kapcsolásban jelölt feszültségeket és áramokat (2.52. ábra)!
Számítsuk ki, hogy mekkora teljesítmény alakul hővé az R_2 -es ellenálláson!

$$R_1 = R_3 = 20\Omega, R_2 = R_4 = R_5 = 80\Omega, U_0 = 240V$$



2.52. ábra.

Megoldás

$$U_1 = U_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + (R_2 + R_3)} = 240V \cdot \frac{20\Omega}{20\Omega + 80\Omega + 20\Omega} = 40V$$

$$U_2 = U_0 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 240V \cdot \frac{80\Omega}{20\Omega + 80\Omega + 20\Omega} = 160V$$

$$U_3 = U_0 \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 240V \cdot \frac{20\Omega}{20\Omega + 80\Omega + 20\Omega} = 40V$$

Ellenőrzés:

$$U_0 = U_1 + U_2 + U_3 = 40V + 160V + 40V = 240V$$

(Megjegyzés: vegyük észre, hogy a három feszültség értékét a kapcsolás alsó ágának figyelembe vétele nélkül tudtuk kiszámítani!)

$$I_5 = \frac{U_0}{R_4 + R_5} = \frac{240V}{80\Omega + 80\Omega} = 1,5A$$

$$U_{14} = U_0 - U_1 - I_5 \cdot R_5 = 240V - 40V - 1,5A \cdot 80\Omega = 80V$$

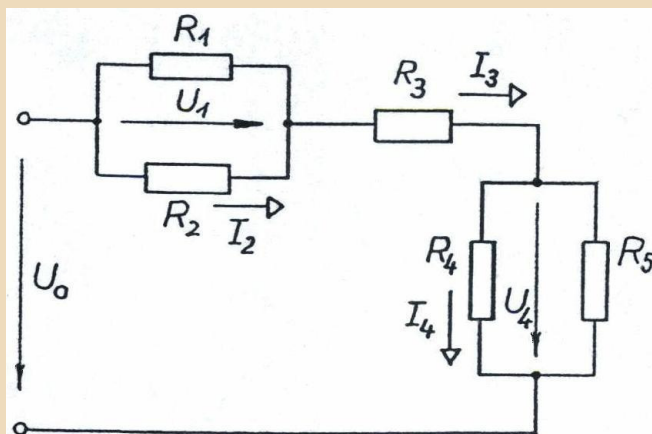
$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{(160V)^2}{80\Omega} = 320W$$

2.12. példa

Számítsuk ki a kapcsolásban jelölt feszültségeket és áramokat (2.53. ábra)!

Számítsuk ki, hogy mekkora teljesítmény disszipálódik az R_3 -as ellenálláson!

$$R_1 = R_2 = R_3 = 40\Omega, R_4 = 60\Omega, R_5 = 120\Omega, U_0 = 300V$$



2.53. ábra.

Megoldás

$$R_e = R_1 \times R_2 + R_3 + R_4 \times R_5 = 40\Omega \times 40\Omega + 40\Omega + 60\Omega \times 120\Omega = 100\Omega$$

$$I_3 = \frac{U_0}{R_e} = \frac{300V}{100\Omega} = 3A$$

$$I_2 = I_3 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 3A \cdot \frac{40\Omega}{40\Omega + 40\Omega} = 1,5A$$

$$I_4 = I_3 \cdot \frac{R_5}{R_4 + R_5} = 3A \cdot \frac{120\Omega}{60\Omega + 120\Omega} = 2A$$

$$U_1 = U_2 = I_2 \cdot R_2 = 1,5A \cdot 40\Omega = 60V$$

$$U_4 = I_4 \cdot R_4 = 2A \cdot 60\Omega = 120V$$

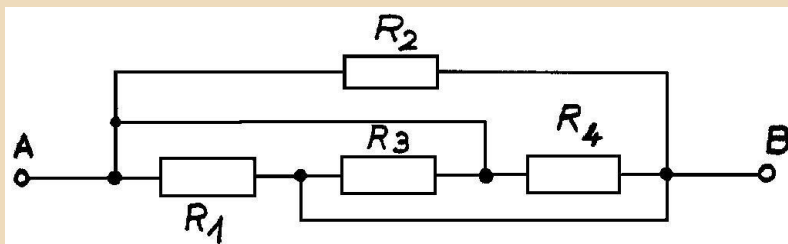
$$P_3 = U_3 \cdot I_3 = I_3^2 \cdot R_3 = (2A)^2 \cdot 40\Omega = 160W$$

2.13. példa

Számítsa ki a kapcsolás jelölt kapcsai közötti eredő ellenállást (2.54. ábra)!

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 20\Omega$$

Válassza ki a helyes végeredményt!



2.54. ábra.

Válaszok

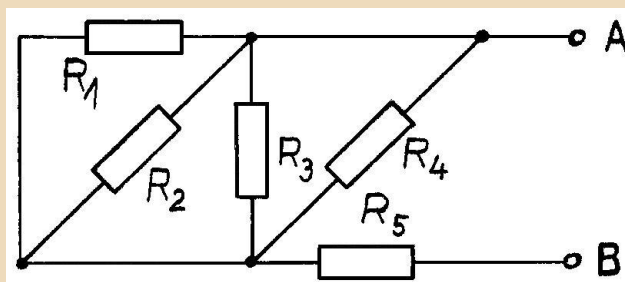
R_{AB} : 5Ω; 10Ω; 20Ω; 40Ω; 50Ω

2.14. példa

Számítsa ki a kapcsolás jelölt kapcsai közötti eredő ellenállást (2.55. ábra)!

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 100\Omega$$

Válassza ki a helyes végeredményt!



2.55. ábra.

Válaszok

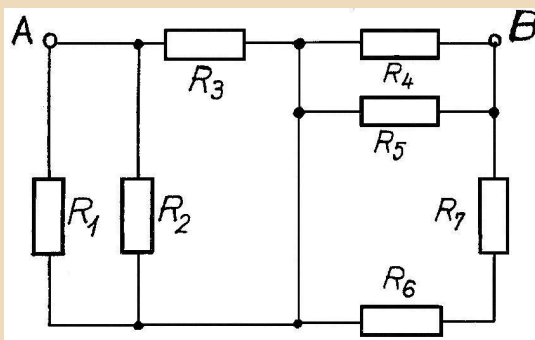
R_{AB} : 100Ω; 125Ω; 150Ω; 200Ω; 250Ω

2.15. példa

Számítsa ki a kapcsolás jelölt kapcsai közötti eredő ellenállást (2.56. ábra)!

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 30\Omega$$

Válassza ki a helyes végeredményt!



2.56. ábra.

Válaszok

R_{AB} : 10Ω; 12Ω; 22Ω; 25Ω; 3Ω

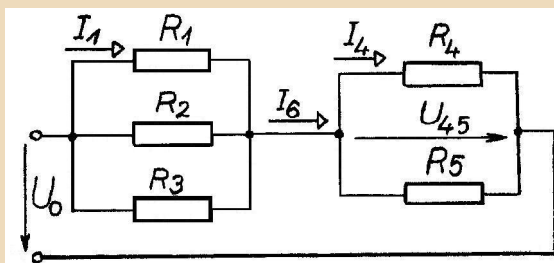
2.16. példa

Számítsa ki a kapcsolásban jelölt feszültséget és áramokat (2.57. ábra)!

Számítsa ki, hogy mekkora teljesítmény alakul hővé az R_4 -es ellenálláson!

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 60\Omega, R_5 = 30\Omega, U_0 = 240V$$

Válassza ki a helyes végeredményt!



2.57. ábra.

Válaszok

I_1 : 1A; 2A; 4A; 6A; 12A

I_4 : 1A; 2A; 4A; 6A; 12A

I_6 : 1A; 2A; 4A; 6A; 12A;

U_{45} : 80V; 120V; 160V; 240V; 480V

P_4 : 1W; 20W; 240W; 400W; 1200A

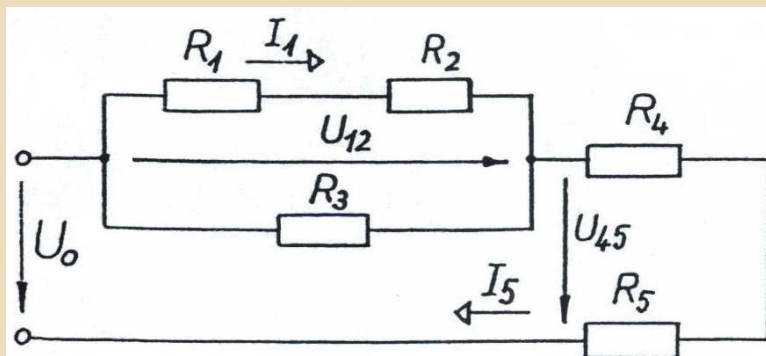
2.17. példa

Számítsa ki a kapcsolásban jelölt feszültségeket és áramokat (2.58. ábra)!

Számítsa ki, hogy mekkora teljesítmény alakul hővé az R_3 -as ellenálláson!

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 300\Omega, U_0 = 300V$$

Válassza ki a helyes végeredményeket!



2.58. ábra.

Válaszok

I_1 : 0,1A; 0,125A; 0,375A; 1A; 1,2A

I_5 : 0,1A; 0,125A; 0,375A; 1A; 1,2A

U_{12} : 5V; 25V; 75V; 125V; 225V

U_{45} : 5V; 25V; 75V; 125V; 225V

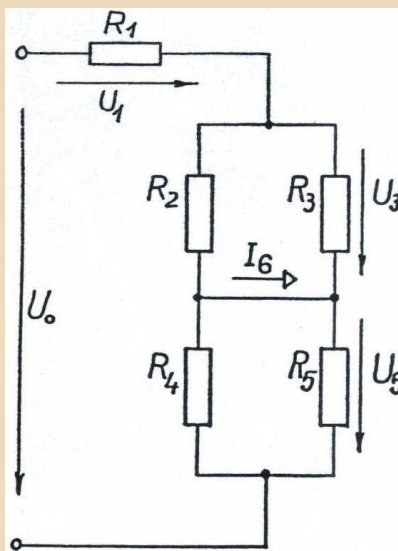
P_3 : 5W; 18,75W; 25W; 125W; 300W

2.18. példa

Számítsa ki a kapcsolásban jelölt feszültségeket és áramot (2.59. ábra)!
 Számítsa ki, hogy mekkora teljesítmény alakul hővé az R_2 -es ellenálláson!

$$R_1 = 16\Omega, \quad R_2 = 40\Omega, \quad R_3 = R_5 = 60\Omega, \quad R_4 = 30\Omega, \quad U_0 = 180V$$

Válassza ki a helyes végeredményeket!



2.59. ábra.

Válaszok

$$U_1: 5V; 25V; 48V; 72V; 200V$$

$$U_3: 5V; 25V; 48V; 72V; 200V$$

$$U_5: 5V; 20V; 50V; 60V; 100V$$

$$I_6: 0,1A; 0,2A; -0,1A; -0,2A; -1A;$$

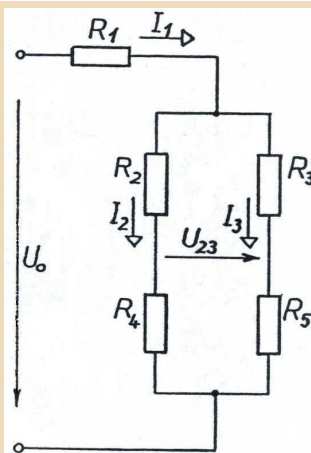
$$P_2: 52,7W; 129,6W; 251W; 282W; 300W$$

2.19. példa

Számítsa ki a kapcsolásban jelölt feszültséget és áramokat (2.60. ábra)!

$$R_1 = R_4 = 20\Omega, \quad R_2 = R_3 = 40\Omega, \quad R_5 = 80\Omega, \quad U_0 = 180V$$

Válassza ki a helyes végeredményeket!



2.60. ábra.

Válaszok

I_1 : 1A; 2A; 3A; 4A; -4A

I_2 : 1A; 2A; 3A; 4A; -4A

I_3 : 1A; 2A; 3A; 4A; -4A

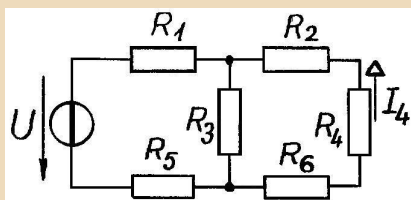
U_{23} : 10V; 20V; 40V; 50V; 60V

2.20. példa

Számítsa ki a kapcsolásban jelölt áramot (2.61. ábra)!

$$R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = R_6 = 1\Omega, R_3 = 6\Omega, U_0 = 120V$$

Válassza ki a helyes végeredményt!



2.61. ábra.

Válaszok

I_4 : -10A; 20A; -20A; 30A; -30A; 40A; -4A

2.2. Váltakozó áramú hálózatok

2.2.1. Tanulási célok

A váltakozó áramú hálózatok áttanulmányozása után Ön képes lesz:

- Értelmezni a tranziens folyamatokat egyszerű kapcsolásokban,
- Meghatározni a kapcsolások eredő impedanciáját komplex alakban is,
- Értelmezni az Ohm törvény komplex alakját és ennek alkalmazásával váltakozó áramú hálózatokban számításokat végezni,
- Alkalmazni a különböző hálózatszámítási módszereket váltakozó áramú hálózatokban is,
- Értelmezni a különböző teljesítményfajtákat és a teljesítménytényezőket.
- Saját szavaival elmagyarázni a háromfázisú hálózatok legfontosabb jellemzőit,
- Megoldani összetett váltakozó áramú számítási feladatokat.

2.2.2. Változó feszültség és áram jellemzése, jelölése.

Ellenállás viselkedése változó áram esetén

Most, az egyenáramú hálózatok vizsgálata után, térjünk át az időben változó áramú hálózatok tárgyalására. Célunk, hogy az eddig megismert összefüggéseket általánosítsuk, és az új feltételek mellett is alkalmazzuk.

Az időben változó feszültségek és áramok jelölésére kisbetűket használunk. Az időfüggvény jelölését vagy használjuk, vagy gyakran el is hagyjuk:

$$\begin{aligned}u(t) &= u, \\ i(t) &= i .\end{aligned}$$

Nagybetűket továbbra is használunk, de csak konstansok és középértékek jelölésére. (Mivel az ellenállás értéke nem függ az időtől, ezért továbbra is az R jelölést használjuk.)

Egy ellenállásra változó feszültséget kapcsolva azon időben változó áram fog folyni. Az ellenállás feszültség- és áram-időfüggvénye között a következő összefüggés teremt kapcsolatot:

$$R = \frac{u(t)}{i(t)}$$

Ez az összefüggés Ohm törvényének egyenáramú hálózatokban megismert képletére emlékeztet, és két következtetést lehet ennek alapján levonni. Egyrészt kimondhatjuk, hogy Ohm törvénye általánosítható az

időben változó feszültség- és áram-időfüggvények pillanatértékeire is. Másrészt az egyenlet csak akkor lehet igaz, ha a feszültség- és az áram-időfüggvény azonos jellegű matematikai függvénye az időnek. A két függvény ugyan nagyságra, sőt mértékegységre is különbözik, de az idő függvényében a változás iránya és meredeksége meg kell, hogy egyezzen.

2.2.3. Kondenzátor és tekercs mibenléte, jellemzése

Az időben változó feszültség és áram megjelenésével két új áramköri elem létezését kell megtapasztalnunk. Az egyik a tekercs, a másik a kondenzátor (mindkét elemmel gyakran találkozhatunk az erős- és a gyengeáramú technikában pl. motorok indítókondenzátora, szűrőkapcsolások, stb.). A tekercs maga körül mágneses teret hoz létre. Jellemzője az önindukciós tényező vagy induktivitás. Az induktivitás jele: L , mértékegysége: henry, mértékegységének jele: H .

$$H = \frac{V \cdot s}{A}$$

szokásos mértékegységek: H , mH , μH .

Egy tekercs időben változó feszültsége és árama között egy differenciálegyenlet teremt kapcsolatot:

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

A kondenzátor villamos teret hoz létre a belsejében. Jellemzője a kapacitás vagy töltéstároló-képesség. A kapacitás jele: C , mértékegysége: farad, mértékegységének jele: F .

$$F = \frac{A \cdot s}{V}$$

A farad nagy mértékegység. A szokásos mértékegységek: μF , nF , pF .

A kevésbé ismert pikofarad:

$$1 pF = 10^{-12} F$$

Egy kondenzátor időben változó feszültsége és árama között is egy differenciálegyenlet teremt kapcsolatot:

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

(Bizonyos esetekben az egyenlet konstansokkal kiegészülhet.)



2.62. ábra.

A kondenzátor és a tekercs rajzjele a 2.62. ábrán látható. Amíg az ellenállás viselkedése jól kezelhető, a kondenzátor és a tekercs sok nehézséget vetít előre. A differenciálegyenletek halmazódása ugyanis hamar igen nehezen megoldható helyzetbe hozhat bennünket. Márpedig kapcsolásainkban minden egyes kondenzátor vagy tekercs – együttesen ezeket reaktanciáknak fogjuk nevezni - egy-egy újabb differenciálegyenletet eredményezhet a hálózat számításában.

Vizsgáljuk meg most azt a kérdést, hogy miért csak most kell foglalkoznunk a reaktanciákkal! Miért nem kellett kondenzátor vagy tekercs hatásával számolni egyenáramú hálózatokban? Az egyenáramú hálózatban a feszültség és az áram nem változik, állandó, konstans. Ezt kell a két differenciálegyenletbe beírni, hogy kérdéseinkre választ kapjunk.

Kondenzátor esetében

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt} = C \cdot \frac{d\text{konst}}{dt} = C \cdot 0 = 0A.$$

A kondenzátor egy olyan passzív egyenáramú áramköri elemnek felel meg, amely tetszőleges, véges egyenfeszültség hatására nulla áramot enged át önmagán. Ezt a feltételt a végtelen ellenállás, a szigetelés teljesíti.

Tekercs esetén

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = L \cdot \frac{d\text{konst}}{dt} = L \cdot 0 = 0V.$$

A tekercs pedig egy olyan passzív egyenáramú áramköri elemnek felel meg, amelyen semmilyen tetszőleges, véges egyenáram hatására nem esik feszültség. Ezt a feltételt a nulla ellenállás, a vezeték teljesíti.

Az egyenáramú hálózatokban tehát minden szigetelés egy-egy kondenzátor és minden vezeték egy-egy tekercs rejtett jelenlétét jelentheti. Ezek-

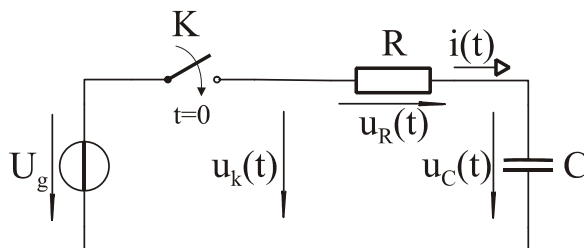
nek az elemeknek a tényleges jelenléte azonban csak a feszültségek és áramok megváltozásakor derül ki.

A változó áramú hálózatok tárgyalásának két útját választhatjuk. Először az általános időfüggvényű esetekre foglalkozunk a legegyszerűbb, egyreaktanciás, soros ellenállásos kapcsolásokkal. A gerjesztő változás egyszerű egyenfeszültség-ugrás lesz. Ennek során differenciálegyenleteket oldunk meg. A megoldás nehézsége miatt erre kevés figyelmet fogunk fordítani. Második részben a periodikus időfüggvényű esetekre, ezen belül is a szinuszos esetekre korlátozzuk vizsgálatainkat. Itt a komplex vektorok alkalmazásával jelentős, a gyakorlat számára is fontos ismeretekre teszünk szert. Ez utóbbi fejezetet a szakirodalom váltakozó áramú hálózatok címen tárgyalja.

2.2.4. Be- és kikapcsolási jelenségek soros RC körben

Soros RC elemek egyenfeszültségre kapcsolása

Tekintsük a 2.63. ábrán látható kapcsolást!



2.63. ábra.

Az ellenállás és kondenzátor soros kapcsolását a K kapcsolóval $t = 0$ pillanatban U_g egyenfeszültségű generátorra kapcsoljuk. Az u_k feszültségben egy U_g nagyságú ugrás jön létre. Ez az a változás, amely az ellenállás feszültségében, a kondenzátor feszültségében és a kör áramában változásokat okoz! Írjuk fel a huroktörvényt az áramkörre!

$$u_k = u_R + u_C$$

Vizsgáljuk azt az általános esetet, amikor a bekapcsolás előtt a passzív elemek energia- és feszültségmentesek.

$t < 0$ esetén

$$u_k(t) = 0, u_R(t) = 0, u_C(t) = 0$$

A kapcsoló zárásával az u_k kapocsfeszültség felveszi a generátorfeszültség értékét, tehát:

$t \geq 0$ esetén

$$U_g = u_k(t) = u_R(t) + u_C(t)$$

Használjuk fel az ellenállásra megismert összefüggést.

$$u_R(t) = R \cdot i(t) \text{ ebből}$$

$$U_g = R \cdot i(t) + u_C(t)$$

A közös áram szerepel a kondenzátor egyenletében is.

$$i(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}, \text{ ebből} \quad (1)$$

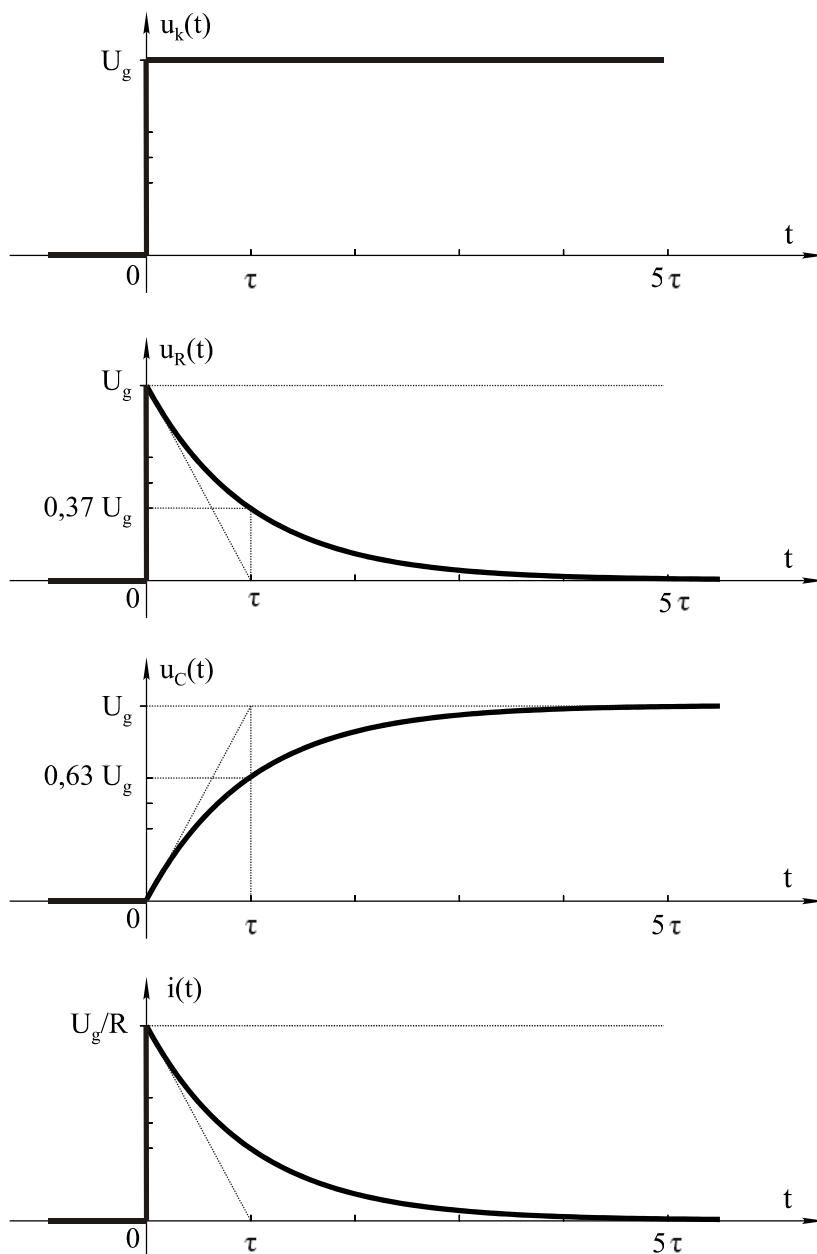
$$U_g = R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

Egy inhomogén differenciálegyenletet kaptunk, melyben a kondenzátor feszültségének időfüggvénye az egyetlen ismeretlen. A differenciálegyenlet megoldása függvénykeresés. Keressük a kondenzátor feszültségének azon időfüggvényét, amely kielégíti a differenciálegyenletet. Az ilyen típusú differenciálegyenlet megoldása az e^x exponenciális függvény valamely alkalmas transzformáltja.

A kondenzátor (1) differenciálegyenletéből még egy hasznos következtetést vonhatunk le. Ha a kondenzátor feszültségében ugrás van, akkor abban a pillanatban a feszültség deriváltja és ezzel az árama végtelen értéket vesz fel, ami gyakorlatilag lehetetlen. A kondenzátor feszültsége tehát a bekapcsolás pillanatában meg kell, hogy tartsa a bekapcsolás előtti nulla értékét. Az ezt a feltételt is teljesítő, a differenciálegyenletet kielégítő megoldás:

$$\boxed{u_C(t) = U_g \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)} \quad 0 \leq t < \infty$$

Az időfüggvényt a 2.64. ábrán tekinthetjük meg. A kondenzátor feszültsége bekapcsoláskor nulláról indulva aszimptotikusan közelíti U_g értékét.



2.64. ábra.

Az exponenciális függvény kitevőjében a független változó, az idő, fizikai mennyiség, tehát van mértékegysége. A kitevő nevezőjében szereplő konstans szintén idő mértékegységű mennyiség, így a teljes kitevő mértékegység nélküli, és akár egészként, akár törtként a matematika szabályai szerint értelmezhető. Az áramkör további időfüggvényei:

$$\boxed{u_R(t) = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}} \quad 0 \leq t < \infty$$

$$\boxed{i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{U_g}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}} \quad 0 \leq t < \infty$$

A huroktörvény teljesül:

$$u_R(t) + u_C(t) = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + U_g \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = U_g \cdot (e^{-\frac{t}{\tau}} + 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = U_g \quad 0 \leq t < \infty.$$

Az időállandó

A kitevőben szereplő konstans értékének változtatása vízszintes nyújtást vagy zsugorítást eredményez. A neve: időállandó, jele: τ . Szerkesztéssel a bekapcsolás pillanatában az időfüggvényhez húzott érintővel az érintési pontja és a végtelenbeli vízszintes érintő metszéspontja közötti vízszintes távolságként kaphatjuk meg. Algebrai kifejezését a differenciálegyenletben a deriváltfüggvény szorzójaként szereplő kifejezésként találjuk meg. Soros RC kapcsolás időállandója:

$$\boxed{\tau = R \cdot C}$$

Ellenőrizzük a mértékegységeket:

$$[R] \cdot [C] = \frac{V}{A} \cdot \frac{A \cdot s}{V} = s = [\tau] = [t]$$

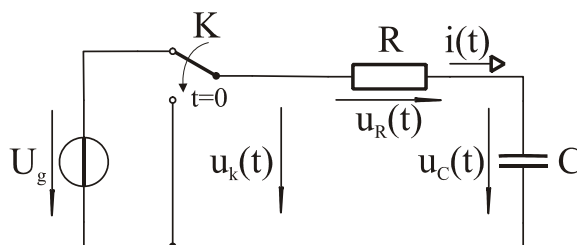
Figyeljük meg gondosan a 2.64. ábra négy, azonos léptékben egymás alá rajzolt időfüggvényét! Bármely pillanatban húzott függőleges rendező négy olyan pillanatértéket jelöl ki, melyek között a huroktörvény ellenőrizhető.

Az exponenciális függvények elméletileg csak a végtelenben érik el vízszintes érintőjüket. De mennyi idő alatt zajlik le a bekapcsolás gyakorlatilag? Ezt ahhoz az időponthoz kötjük, amelynél a görbék az U_g feszültségnek az 1%-ánál kisebb hibával megközelítik a végső értéküket. Keresünk a következő egyenlet megoldását: $0,01 = e^{-\frac{t}{\tau}}$. A megoldás: $t = 4,6 \cdot \tau$.

A műszaki gyakorlatban a leegyszerűsített szabály: 5τ idő alatt a tranziens folyamat lezajlik, és állandósult állapot jön létre.

Állandósult állapot

Soros RC kapcsolásunkban ez az állandósult állapot azt jelenti, hogy az ellenálláson elhanyagolhatóan kis feszültség esik, és a kondenzátor magára veszi gyakorlatilag a teljes U_g feszültséget, ami megfelel az egyenáramú állapotnak.



2.65. ábra.

Soros RC elemek kikapcsolása

Ha a feltöltött kondenzátort a soros ellenállással $t = 0$ pillanatban rövidre zárjuk (2.65. ábra), egy kikapcsolási tranziens folyamat játszódik le. A feltöltött kondenzátor a kikapcsolás pillanatában az ellenállásra az előzővel ellentétes irányú, U_g nagyságú feszültségugrást kényszerít rá. A megoldást most egy homogén differenciálegyenlet adja.

A végeredmények ($0 \leq t < \infty$):

$$u_R(t) = -U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C(t) = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = -\frac{U_g}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

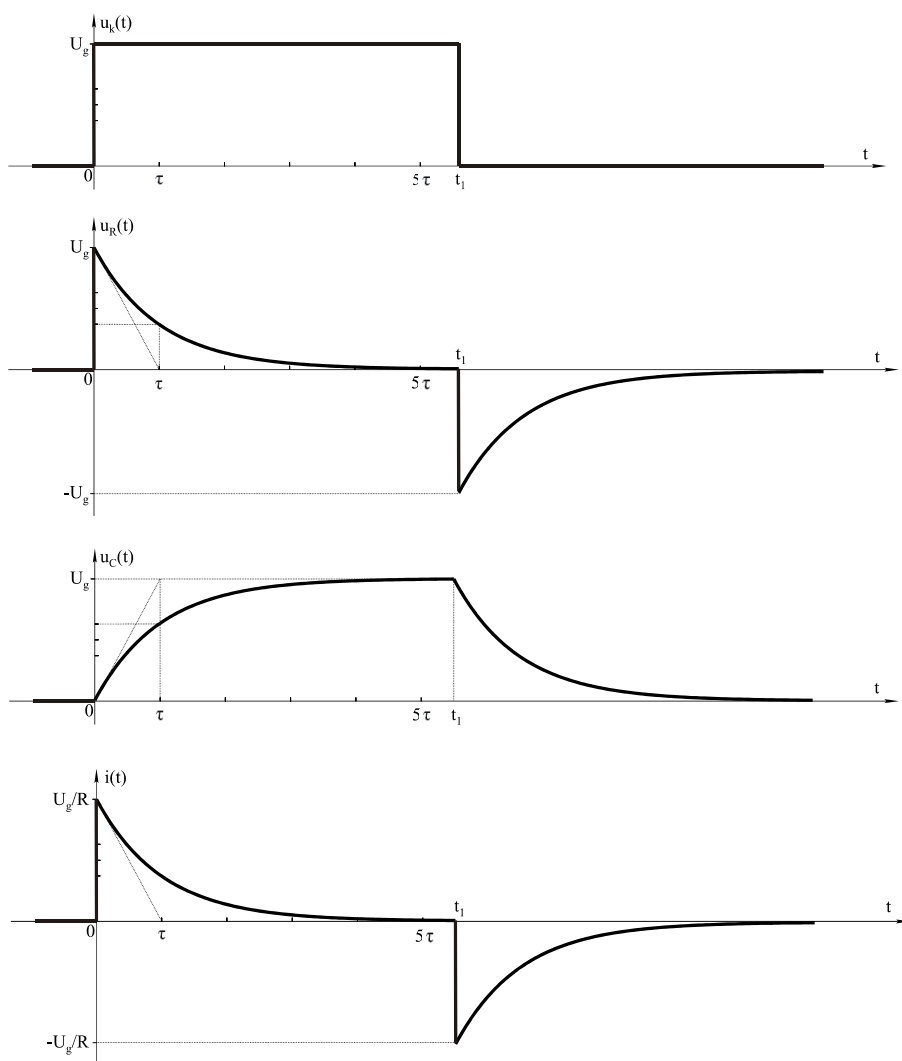
A huroktörvény szerint:

$$u_R(t) + u_C(t) = -U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

Az időállandó most is:

$$\tau = R \cdot C .$$

Ha az ellenállás és kondenzátor soros kapcsolását $t = 0$ pillanatban U_g egyenfeszültségű generátorra kapcsoljuk, majd az állandósult állapot jó megközelítését, legalább 5τ időt kivárva t_1 pillanatban kikapcsoljuk, a 2.66. ábra szerinti folyamatok játszódnak le.

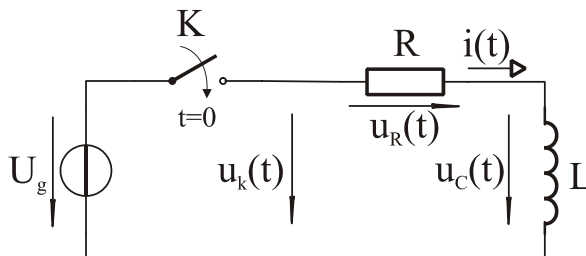


2.66. ábra.

2.2.5. Be- és kikapcsolási jelenségek soros RL körben

Soros RL elemek egyenfeszültségre kapcsolása

Tekintsük a 2.67. ábrán látható kapcsolást!



2.67. ábra.

Most az ellenállás és a tekercs soros kapcsolását csatlakoztatjuk a K kapcsolóval $t = 0$ pillanatban U_g egyenfeszültségű generátorra. A kapcsoló zárása előtt, $t < 0$ esetén, minden elemet feszültség-, áram- illetve energiamentesnek tekintünk, a három feszültség és az áram nulla. A kapcsoló zárása után U_g egyenfeszültség jut a kapcsolásra. A hurokegyenlet:

$$u_k(t) = u_R(t) + u_L(t)$$

A kapcsoló zárása után:

$$U_g = u_R(t) + u_L(t) \quad 0 \leq t < \infty$$

Felhasználva az ellenállás feszültsége és árama közötti kapcsolatot:

$$U_g = R \cdot i(t) + u_L(t)$$

A tekercs differenciálegyenlete alapján:

$$U_g = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Az ellenállás értékével osztva:

$$\frac{U_g}{R} = i(t) + \frac{L}{R} \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Az RC kapcsoláshoz nagyon hasonló differenciálegyenletet kapunk. A megoldás is hasonló:

$$\boxed{i(t) = \frac{U_g}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})} \quad 0 \leq t < \infty$$

A további időfüggvények:

$$u_R(t) = R \cdot i(t) = U_g \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\boxed{u_R(t) = U_g \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})} \quad 0 \leq t < \infty$$

$$\boxed{u_L(t) = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}} \quad 0 \leq t < \infty$$

Az időfüggvényeket a RC kapcsoláshoz hasonlóan, egymás alatt a 2.68. ábrán szemléltethetjük.

Az időállandó:

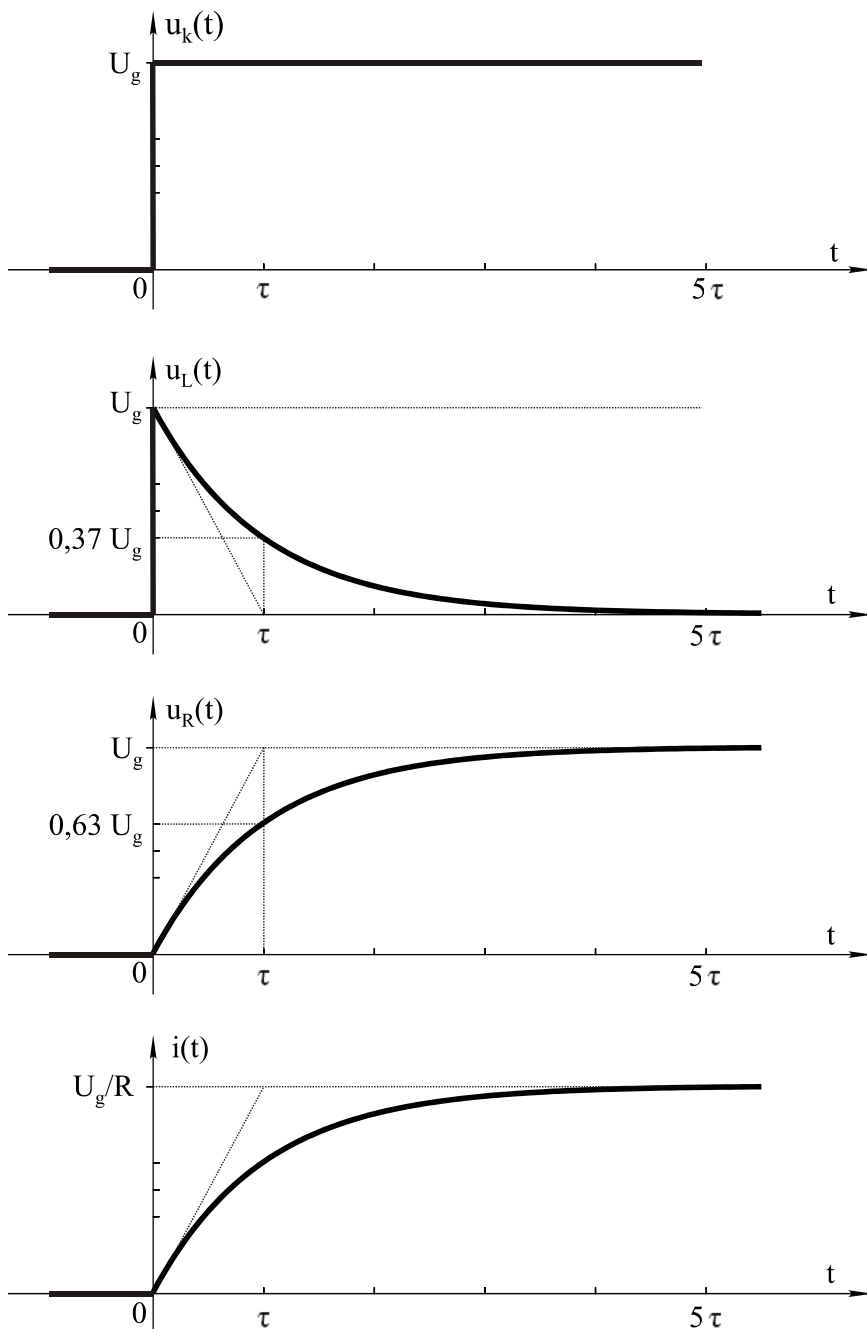
$$\boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

A mértékegységekkel ellenőrizve:

$$\frac{[L]}{[R]} = \frac{\frac{V \cdot s}{A}}{\frac{V}{A}} = s = [\tau] = [t]$$

Az időfüggvények megrajzolásánál τ helye ugyanaz, mint RC kapcsolás esetében. Tulajdonképpen az ellenállás és a reaktáns elem feszültségét cseréltük fel. Az áram pedig mindig az ellenállás feszültségének időfüggvényéhez kötődik.

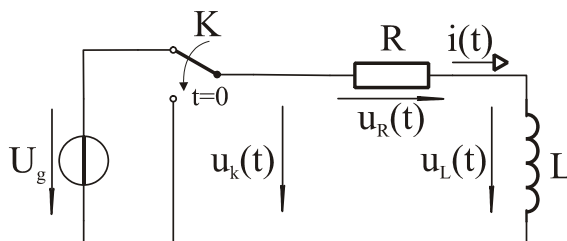
A tekercs differenciálegyenletéből itt kikövetkeztethető, hogy a tekercsnél annak áramában nem lehet ugrás. (Megjegyzés: ez a magyarázata annak a gyakorlatban tapasztalt jelenségnek, hogy a nagyobb tekercset tartalmazó kapcsolások kikapcsolásakor erős szikrázás tapasztalható, ami a kapcsoló élettartamát csökkenti.)



2.68. ábra.

Soros RL elemek kikapcsolása

Az előző, bekapcsolási esetet követheti a kikapcsolás a 2.69. ábra szerinti kapcsolásban.



2.69. ábra.

A kikapcsolás a K kapcsolónak a felső állásból az alsó állásba elvileg nulla idő alatt történő átváltásával valósul meg. A gyors, gyakran elektronikus átváltás lehetővé teszi, hogy az áram változatlan maradjon. A kapcsoló feszültségben a kapcsoló átváltásakor most a generátorfeszültségből nullába való ugrás következik be. A differenciálegyenlet is egyszerűbb:

$$u_k(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Az átkapcsolás, $t=0$ után:

$$0 = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad 0 \leq t < \infty$$

$$0 = i(t) + \frac{L}{R} \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad 0 \leq t < \infty$$

Ez egy homogén differenciálegyenlet, mely átrendezve így alakul:

$$i(t) = \frac{L}{R} \cdot \frac{di(t)}{dt},$$

és azt a kérdést veti fel számunkra, hogy (a konstansoktól eltekintve) melyik az a függvény, amelynek a deriváltja önmaga. Erre a matematikában a közismert megoldás a természetes alapú exponenciális függvény.

$$y = e^{-x}$$

A mi esetünkben a megoldás, a következő:

$$i(t) = \frac{U_g}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

A tekercs lassan elveszti áramát, árammentessé válik. Az időfüggvény kiinduló értékét a bekapcsolás utáni, állandósult állapotból “megörököltük”. Ez indokolja, hogy bár a kikapcsolás után nem marad U_g forrásfeszültségű generátor az áramkörünkben, annak értéke az áram időfüggvényében mégis szerepel. Az időállandó változatlan.

$$\tau = \frac{L}{R}$$

A feszültségek:

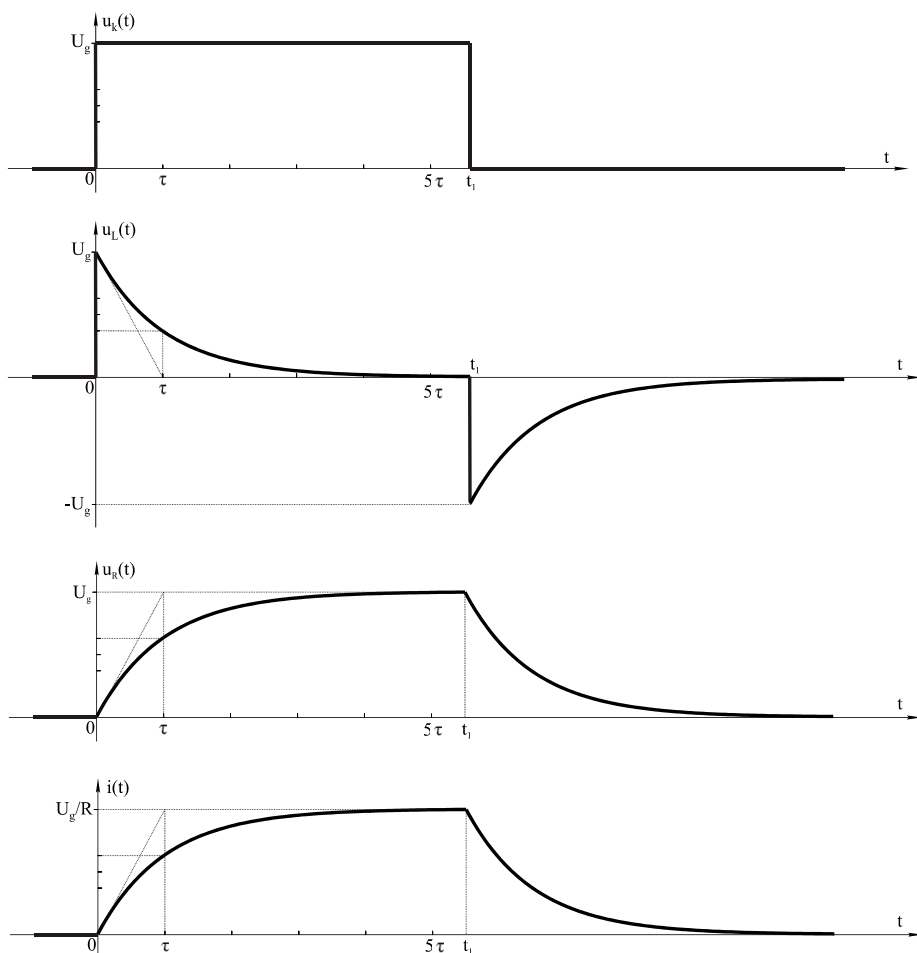
$$u_R(t) = R \cdot i(t) = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_R(t) = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_L(t) = -u_R(t) = -U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_L(t) = -U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

A kikapcsolási tranziens (átmeneti) folyamat is gyakorlatilag 5τ idő alatt lezajlottnak tekinthető. Utána az elemek feszültség- és árammentesek lesznek. Egy bekapcsolási, majd annak gyakorlatilag teljes lezajlása után, t_1 pillanattól a kikapcsolási átmeneti folyamat időfüggvényeit a 2.70. ábrán szemléltethetjük.



2.70. ábra.

Soros RL és RC elemek egyenfeszültségre kapcsolása esetén a feszültségek és az áram keresése a differenciálegyenlet egyértelmű megoldásával exponenciális időfüggvényeket eredményezett. Összetettebb kapcsolás vagy gerjesztő időfüggvény összetettebb megoldást eredményez. Például egy ellenállás-tekerces-kondenzátor kapcsolás saját frekvenciával rendelkezik, és csillapodó lengéseket eredményezhet. Az általános hálózat és időfüggvény tárgyalása elvileg is nehézkes, bonyolult feladat. Jól kezelhetővé problémáink akkor válnak, ha vizsgálatainkat periodikus időfüggvényekre korlátozzuk.

2.2.6. Váltakozó áramú hálózatok. Periodikus időfüggvény matematikai jellemzése. A periódusidő. Fourier tétele. Szinuszos feszültség- illetve áram-időfüggvény jellemzése az időtartományban. Frekvencia és körfrekvencia

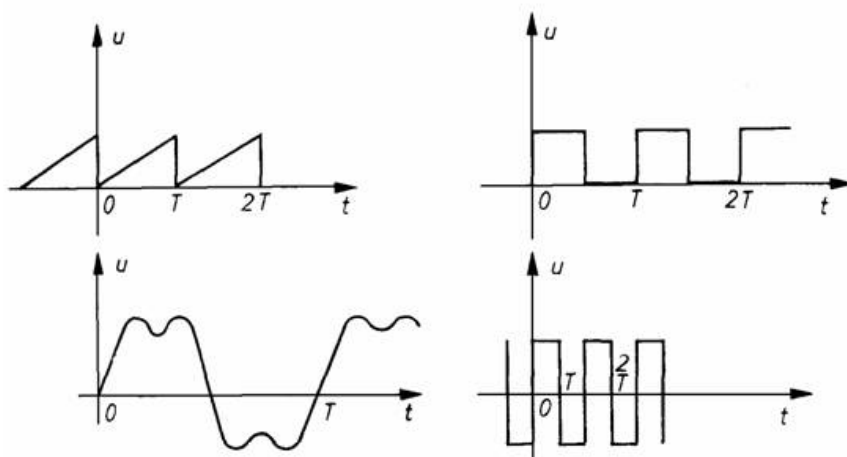
Periodikus időfüggvény matematikai jellemzése

Az általános időfüggvények két csoportba sorolhatók, a véletlenszerű vagy sztochasztikus és a determinisztikus időfüggvények csoportjába. A determinisztikus időfüggvények lehetnek nem periodikusak vagy periodikusak. A periodikus időfüggvény eleget tesz a következő egyenletnek:

$$f(t) = f(t + T) \quad -\infty < t < +\infty$$

Szavakkal: bármely t időpontban választott függvényérték megegyezik a T idővel későbbi (vagy korábbi) függvényértékkel. Másképp megfogalmazva ez azt is jelenti, hogy ha egy T szélességű „ablakon” keresztül vizsgáljuk a függvényünket, akkor pontosan ugyanazt látjuk, mintha az ablakot T -vel egyszer vagy többször, balra vagy jobbra eltoljuk. Egy megtalált T érték mellett annak kétszerese, háromszorosa, négyszerese stb. is természetesen kielégíti a feltételül szabott egyenletet. Nekünk a legkisebb T értékre van szükségünk.

Néhány, a gyakorlatban előforduló periodikus jelet mutat az alábbi ábra:



2.71. ábra.

Definíció: T a függvény periódusideje, ha nem létezik annál kisebb $0 < T_0 < T$ érték, amely a feltételi egyenletet szintén kielégíti.

(Megjegyzés: Itt fizikai mennyiségeknek az idő $[-\infty, +\infty]$ teljes intervallumán értelmezett folytonos, egyértékű függvényeivel foglalkozunk. Vegyük észre, hogy semmi más kikötést nem teszünk a vizsgált függvényre, mint azt, hogy T periódusidőnként ismétlődjön. A periódusidő a periodikus függvény egyetlen jellemzője.)

A periódusidő reciproka a frekvencia.

$$f = \frac{1}{T}$$

A frekvencia a másodpercenkénti periódusok száma. A frekvencia mértékegysége a hertz, jele: Hz.

$$1\text{Hz} = \frac{1}{\text{s}}$$

1 Hz a periodikus függvény frekvenciája, ha egy másodperc alatt egyetlen periódus zajlik le. A gyakorlatban általában lényegesen nagyobb frekvenciájú jelenségekkel találkozunk. Szokásos mértékegységek: Hz, kHz, MHz, GHz (GHz: ejtsd „gigahertz”).

$$1\text{GHz} = 10^9 \text{ Hz}$$

Középértékek

A periodikus mennyiséget az egy periódusra értelmezett függvény jellemzi. Gyakorlati szempontból elegendő lehet néhány jellemző adat, így pl. a különböző középértékek megadása. Az alábbiakban ezeket foglaljuk össze áram esetén.

Az egyszerű középérték az egy periódusra vonatkozó átlag.

$$I_e = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i dt$$

I_a az abszolút középérték, amely az áram abszolút értékének egyszerű középértéke.

$$I_a = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |i| dt$$

A négyzetes középérték vagy effektív érték az egy periódusra vonatkozó négyzetes középérték:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 dt}$$

Megjegyzés: Az időtengelyre szimmetrikus (DC-vel el nem tölt) szinuszos jel effektív értéke:

$$I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

Két alapjellemező tényezőt szoktak definiálni. A k_f formatényező az effektív érték és az abszolút középérték hányadosa.

$$k_f = \frac{I}{I_a} \geq 1,$$

a k_M csúcstényező a csúcserték és az effektív érték hányadosa:

$$k_M = \frac{\hat{I}}{I} \geq 1$$

Fourier tétele

2.9. tétel. Minden periodikus időfüggvény felbontható szinuszos összetevőkre.

Az összetevők:

- egyenkomponens,
- alapharmonikus,
- felharmonikusok.

Az egyenkomponens segítségével megadhatjuk, hogy a függvény az alaphelyzethez, vagy egy azzal azonos másik függvényhez képest függőleges irányban mennyire van eltolva. Az egyenkomponenst itt a koszinuszfüggvény végtelen periódusidejű határesetének tekinthetjük.

Az alapharmonikus a periodikus időfüggvény periódusidejével kifejezve

$$f = \frac{1}{T}$$

frekvenciájú szinuszos jel.

Az alapharmonikus a felbontandó periodikus függvényhez igazodó kezdőfázissal és amplitúdóval, a periódusidőnyi szélességű ablakban egyetlen teljes periódust ír le.

A felharmonikusok a periodikus függvénynek olyan, különböző amplitúdójú és kezdőfázisú (szinuszos) összetevői, amelyeknek frekvenciája rendre

$$f = k \cdot \frac{1}{T},$$

ahol $k=2, 3, 4, 5, 6, \dots$

(Megjegyzés: „alharmonikus” nincs! A $k=1$ értékhez pedig az alapharmonikus tartozik.)

A periodikus jelek felbontása

A periodikus folyamatok vizsgálatának egy lehetséges módja tehát az ún. Fourier - analízis. Legyen $f(t)$ egy periodikus függvény, amelynek periódusideje T , a hozzá tartozó körfrekvencia ω . Az $f(t)$ függvény végtelen tagszámú szinuszos és koszinuszos függvények összegével előállítható.

$f(t) = F_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + \dots + B_1 \sin \omega t + \dots$, tömörebb formában:

$$f_{(t)} = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos k\omega t + B_k \sin k\omega t),$$

ahol

$$F_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f_{(t)} dt$$

$$A_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f_{(t)} \cdot \cos k\omega t dt$$

$$B_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f_{(t)} \cdot \sin k\omega t dt$$

A Fourier - sor az alábbi formában is felírható:

$$F_{(t)} = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} F_k \cos(k\omega t + \varphi_k),$$

ahol

$$F_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$$

$$\varphi_k = \arctg\left(\frac{B_k}{A_k}\right)$$

A Fourier - analízis lehetővé teszi a periodikus áramú hálózatok számítását a szinuszos áramú hálózatokkal kapcsolatban megismert technikával. A periodikus jelet szinuszos és koszinuszos összetevőkre bontva a szuperpozíció elv alapján történik a számítás.

Szinuszos időfüggvény matematikai jellemzése

A periodikus időfüggvények egy speciális esete a szinuszos vagy harmonikus időfüggvény:

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Ahol t a független változó, az idő, u a függő változó, most éppen a feszültség, továbbá

- \hat{U} a csúcérték vagy amplitúdó,
- ω a körfrekvencia vagy szögsebesség és
- φ a fáziseltolás vagy kezdőfázis.

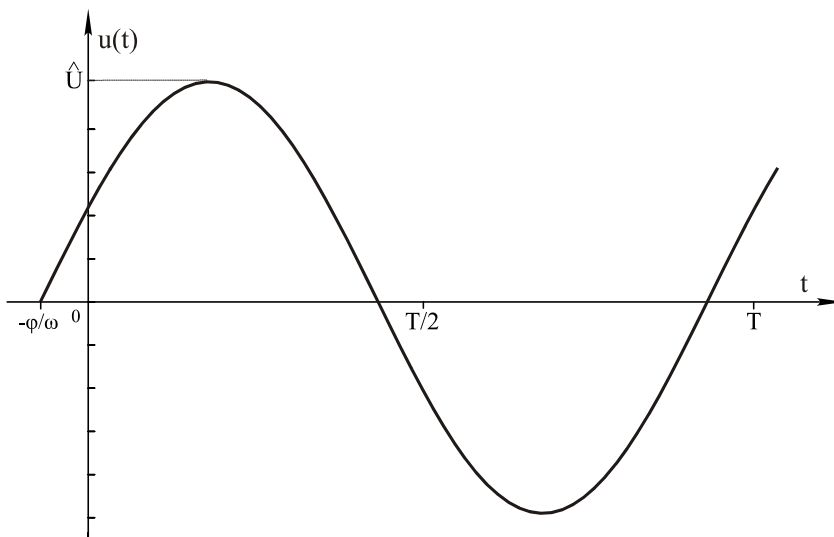
A körfrekvencia az egy másodperc alatti szögelfordulást adja meg radiánban. A szögelfordulás lehet tényleges és lehet, mint esetünkben is, elképzelt.

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

$$[\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \frac{1}{\text{s}}$$

A körfrekvencia mértékegységében szereplő radián egy puszta viszonyszám. A mértékegységek közötti műveletek során elhagyható, de a kör-

frekvencia mértékegységében szerepeltetni kell. Az amplitúdó az a szélső érték, amelyet pozitív és negatív előjellel a függvény még éppen felvesz.



2.72. ábra.

Egy általános szinuszos feszültség-időfüggvényt láthatunk a 2.72. ábrán.

A váltakozó áramú hálózat linearitásáról

Az egyenáramú hálózatok tárgyalása során megtudtuk, hogy lineáris hálózatban alkalmazható a szuperpozíció elve. A csak ohmos ellenállást tartalmazó váltakozó áramú hálózat természetesen szintén ugyanúgy lineárisnak tekinthető. De vajon érvényes-e a kondenzátorra, hogy rajta kétszer, háromszor négyszer nagyobb feszültség hatására kétszer, háromszor, négyszer nagyobb áram folyik?

Ha az

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

differenciálegyenletbe a feszültség-időfüggvény konstansszorosát írjuk, akkor a differenciálás szabályai szerint a konstans kiemelve az áram-időfüggvény konstansszorosát kapjuk.

$$C \cdot \frac{dkonst \cdot u(t)}{dt} = konst \cdot C \cdot \frac{du(t)}{dt} = konst \cdot i(t)$$

Tehát a kondenzátor – és ugyanilyen gondolatmenettel belátható, hogy a tekercs is – lineáris elem. Ebből következik, hogy a csak ohmos ellenállást, kondenzátort és tekercset tartalmazó váltakozó áramú hálózat lineáris hálózat, tehát alkalmazható és érvényes rá a szuperpozíció tétele. (Megjegyzés: a hálózat linearitása tetszőlegesen változó áramú hálózat esetén is igaz, de ez most számunkra kevésbé fontos.)

Fourier tételének és a hálózat linearitásának következménye

Egy tetszőleges, periodikus időfüggvényű feszültséggenerátor felfogható Fourier tételét figyelembe véve, szinuszos feszültséggenerátorok soros kapcsolásának. Egy tetszőleges, periodikus időfüggvényű áramgenerátor pedig hasonló megfontolások alapján felfogható szinuszos áramgenerátorok párhuzamos kapcsolásának. Ha a szuperpozíció elvét alkalmazzuk, akkor elegendő minden szinuszos generátorral külön-külön foglalkozni.

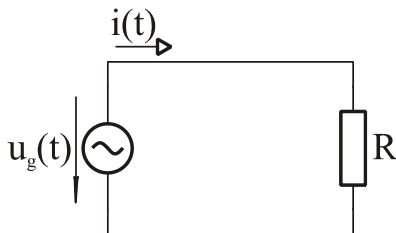
Ez a gondolatmenet igen nagy elvi jelentőséggel bír. Nemcsak az általános periodikus időfüggvényű egyes gyakorlati esetek számítását befolyásolja, hanem meghatározó jelentőségű a váltakozó áramú hálózatok elméletét tárgyaló fejezet elvi felépítésében is. Véggkövetkeztetésként ugyanis kijelentjük, hogy elegendő csak szinuszos áramú hálózatokkal foglalkoznunk, mindaddig, amíg R , L és C passzív elemeket használunk. Ez lényegesen egyszerűbb matematikai tárgyalást tesz majd lehetővé.

Következzen tehát a megismert három elem és az ezekkel felépített hálózatok vizsgálata szinuszos feszültségű vagy áramú generátorok mellett.

2.2.7. Ellenállás, tekercs és kondenzátor viselkedése váltakozó áramú körben. Frekvenciafüggés

Ellenállás viselkedése szinuszos feszültség hatására

Kapcsoljunk egy ellenállásra szinuszos feszültséggenerátort (2.73 ábra)!



2.73. ábra.

Legyen a generátor feszültségének időfüggvénye

$$u_g(t) = \hat{U}_g \cdot \sin \omega \cdot t .$$

Az ellenállás árama kiszámítható:

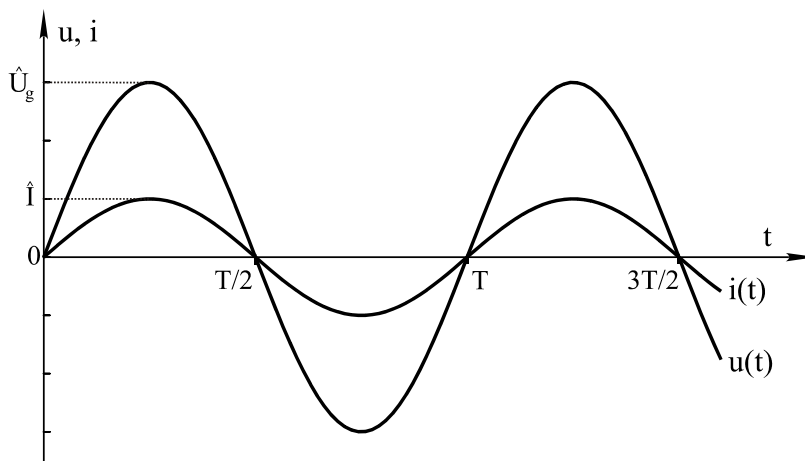
$$R = \frac{u_R(t)}{i_R(t)} = \frac{u_g(t)}{i(t)} ,$$

$$i(t) = \frac{u_g(t)}{R} = \frac{\hat{U}_g \cdot \sin \omega \cdot t}{R} = \frac{\hat{U}_g}{R} \cdot \sin \omega \cdot t .$$

Az ellenállás árama

$$\frac{\hat{U}_g}{R}$$

amplitúdójú, a feszültséggel megegyező körfrekvenciájú és kezdőfázisú időfüggvény lesz. A két időfüggvény közös koordinátarendszerben a 2.74. ábrán szemléltethető.

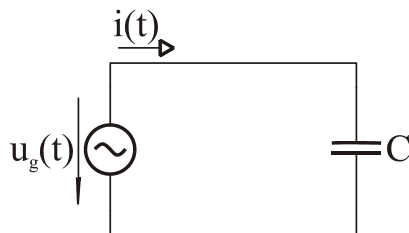


2.74. ábra.

2.10. tétel. Ellenálláson a feszültség és az áram fázisban van.

Kondenzátor viselkedése szinuszos feszültség hatására.

Kapcsoljunk egy kondenzátorra szinuszos feszültséggenerátort.



2.75. ábra.

Legyen a generátor feszültségének időfüggvénye

$$u_g(t) = \hat{U}_g \cdot \sin \omega \cdot t .$$

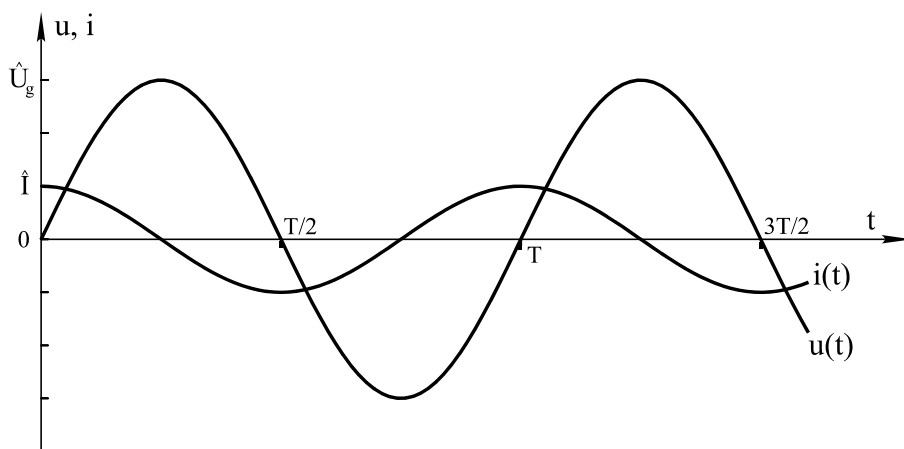
A kondenzátor árama kiszámítható:

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

általában, esetünkben pedig

$$\begin{aligned} i(t) &= C \cdot \frac{d\hat{U}_g \cdot \sin \omega \cdot t}{dt} = C \cdot \hat{U}_g \cdot \frac{d \sin \omega \cdot t}{dt} = \\ &= \hat{U}_g \cdot \omega \cdot C \cdot \cos \omega \cdot t = \hat{U}_g \cdot \omega \cdot C \cdot \sin(\omega \cdot t + 90^\circ) \\ \hat{I} &= \hat{U}_g \cdot \omega \cdot C \end{aligned}$$

A kondenzátor árama \hat{I} amplitúdójú, a feszültségével azonos körfrekvenciájú, de ahhoz képest 90° -kal, egy negyed periódussal siető szinuszos időfüggvényű.



2.76. ábra.

A kondenzátor feszültség- és áramidőfüggvénye közös koordinátarendszerben a 2.76. ábrán szemlélhető.

2.11. tétel. Kondenzátoron az áram 90 fokot siet a feszültséghez képest.

Tekercs viselkedése szinuszos áram hatására

Kapcsoljunk egy tekercsre szinuszos áramgenerátort (2.77. ábra).



2.77. ábra.

Legyen a generátor áramának időfüggvénye:

$$i_g(t) = \hat{I}_g \cdot \sin \omega \cdot t$$

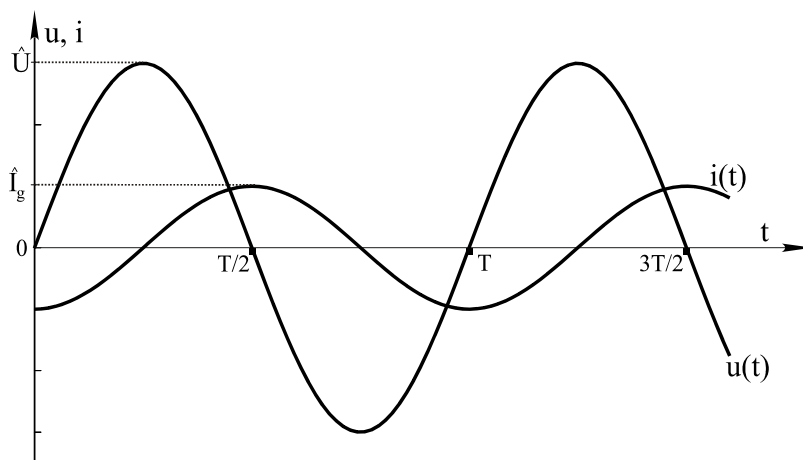
A tekercs feszültsége:

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

általában, esetünkben

$$\begin{aligned}
 u(t) &= L \cdot \frac{d\hat{I}_g \cdot \sin \omega \cdot t}{dt} = L \cdot \hat{I}_g \cdot \frac{d \sin \omega \cdot t}{dt} = \\
 &= \hat{I}_g \cdot \omega \cdot L \cdot \cos \omega \cdot t = \hat{I}_g \cdot \omega \cdot L \cdot \sin(\omega \cdot t + 90^\circ) \\
 \hat{U} &= \hat{I}_g \cdot \omega \cdot L
 \end{aligned}$$

A tekercs feszültsége \hat{U} amplitúdójú, a feszültségével azonos körfrekvenenciájú, az áramhoz képest 90° -kal, azaz egy negyed periódussal siető, szinuszos időfüggvényű. A tekercs feszültség- és áram-időfüggvénye a 2.78. ábrán szemléltethető.



2.78. ábra.

Az előző időfüggvény-párokkal való összehasonlíthatóság érdekében az ábrázolást negyed periódussal korábban kezdjük, hogy a feszültség-időfüggvény szinuszos legyen.

2.12. tétel. A tekercs feszültsége 90 fokot siet az áramához képest.

Következtetések: az ellenállásokból, tekercsekből és kondenzátorokból álló általános hálózatra is érvényes úgy, ahogy az elemekre, hogy a hálózatot szinuszos generátorra kapcsolva a hálózat minden feszültsége és árama

a generátoréval azonos körfrekvenciájú. A feszültségeket és áramokat két jellemző, amplitúdójuk és kezdőfázisuk különbözteti meg.

A kondenzátor és a tekercs esetén a feszültség és áram pillanatértékek hányadosa nem hordoz információt, mint az ellenállásnál. Egy negyed periódus alatt a hányados nulla és végtelen között minden értéket felvesz. A feszültség és az áram közötti kapcsolat az amplitúdók hányadosában fogalmazható meg. Kondenzátor és tekercs esetén a két amplitúdó közötti kapcsolat frekvenciafüggő, azt a körfrekvencia és a kapacitás illetve az induktivitás szorzata teremti meg.

2.2.8. Szinuszos feszültség- illetve áram-időfüggvény komplex leírása. Komplex időfüggvény és komplex amplitúdó

A szinuszos időfüggvények megadásához két adat, az amplitúdó és a kezdőfázis szükséges. Ellentétben az egyenáramú hálózatokkal, ahol elegendő egyetlen adat. A mennyiségenként két adat síkbeli vektoros megadással lehetséges. Erre a komplex számok matematikai eszközkészletét használjuk.

Komplex számok

Egy \bar{K} komplex szám két részből, a valós vagy reális és a képzetes vagy imaginárius részből áll. A képzetes rész a képzetes egységgel meg van szorozva. A képzetes egység jele az elektrotechnikában: j .

$$\boxed{j = \sqrt{-1}}$$

A komplex számok négy alakját használjuk.
Algebrai alak:

$$\bar{K} = a + j \cdot b$$

ahol

a : valós vagy reális rész,

b : képzetes vagy imaginárius rész.

Trigonometrikus alak:

$$\bar{K} = K \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi)$$

ahol

K : abszolút érték, $K = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\varphi: \text{kezdőfázis, } \varphi = \arctg \frac{b}{a}$$

Exponenciális vagy Euler alak:

$$\overline{K} = K \cdot e^{j\varphi} .$$

Az $e^{j\varphi}$ kifejezés jelentése: egységnyi abszolút értékű, φ fázisszögű komplex szám.

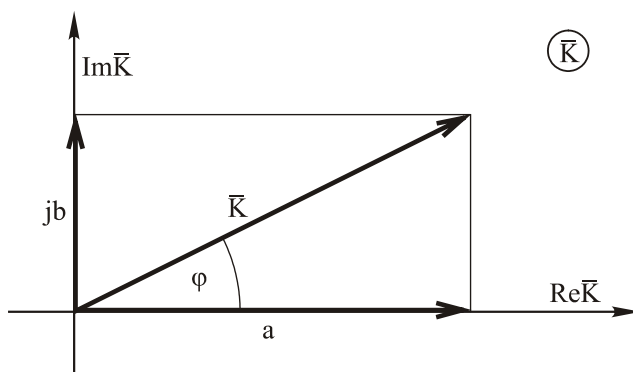
$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \cdot \sin \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}}{2}$$

$$\sin \varphi = \frac{e^{j\varphi} - e^{-j\varphi}}{2 \cdot j}$$

Grafikus ábrázolás

A 2.79. ábra egy komplex számot derékszögű koordinátarendszerben tudunk megadni. A fázisszöget a valós tengelytől óramutató járásával elmentés irányban mérjük. Az egyenáramú hálózatokban három alaptörvényünk volt. Ohm törvényében szorzás vagy osztás, Kirchhoff törvényeiben összeadás és kivonás műveleteket kellett végeznünk. A törvények általánosítása után a komplex számok körében is a négy alpművelettel kell majd számításainkat végeznünk. Az összeadás és a kivonás elvégzésére az algebrai alak a legmegfelelőbb. De fogjuk komplex vektorok összegét és különbségét képezni grafikusan is, az ismert nyílfolyam vagy paralelogramma módszerrel.



2.79. ábra.

Műveletek komplex számokkal

Legyen két komplex számunk:

$$\overline{K}_1 = a_1 + j \cdot b_1 = K_1 \cdot e^{j \cdot \varphi_1} ,$$

$$\overline{K}_2 = a_2 + j \cdot b_2 = K_2 \cdot e^{j \cdot \varphi_2} .$$

Összeadás, kivonás:

$$\overline{K}_1 + \overline{K}_2 = (a_1 + a_2) + j \cdot (b_1 + b_2)$$

Szorzás:

$$\overline{K}_1 \cdot \overline{K}_2 = K_1 \cdot K_2 \cdot e^{j \cdot (\varphi_1 + \varphi_2)}$$

Osztás:

$$\frac{\overline{K}_1}{\overline{K}_2} = \frac{K_1}{K_2} \cdot e^{j \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Konjugált:

A \overline{K} komplex szám konjugáltját kapjuk a képzetes rész előjelmének váltásával, vagy a vektornak a valós tengelyre való tükrözésével. A konjugált jele a felső csillag.

Ha $\overline{K} = a + j \cdot b$, akkor a konjugált

$$\overline{K}^* = a - j \cdot b .$$

Jó tudni, hogy az imaginárius egységgel való szorzás 90 fokkal való forgatás pozitív irányban. A j -vel való osztás megfelel mínusz j -vel való szorzásnak, azaz forgatás 90 fokkal negatív irányban.

2.21. példa

$$\overline{K_3} = a$$

$$j \cdot \overline{K_3} = j \cdot a$$

$$\frac{\overline{K_3}}{j} = \frac{a}{j} = \frac{a}{j} \cdot \frac{j}{j} = \frac{j \cdot a}{j^2} = \frac{j \cdot a}{-1} = -j \cdot a$$

Szinuszos időfüggvények komplex leírása

Tekintsük a következő általános szinuszos időfüggvényt:

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) .$$

A komplex időfüggvény

Képezzünk komplex időfüggvényt az amplitúdó és a szinusz argumentumában levő teljes kifejezés, mint fázisszög felhasználásával.

$$\overline{u(t)} = \hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$

A komplex időfüggvényből visszatérhetünk a valós időfüggvényhez a trigonometrikus alakon keresztül.

$$\begin{aligned} \overline{u(t)} &= \hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = \hat{U} \cdot (\cos(\omega \cdot t + \varphi) + j \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)) = \\ &= \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) + j \cdot \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \end{aligned}$$

$$\boxed{u(t) = \text{Im} \overline{u(t)}}$$

A valós időfüggvény a komplex időfüggvény képzetes része. (A differenciálegyenletek a komplex időfüggvényekre is érvényesek.)

A komplex amplitúdó

A feszültség és áramidőfüggvény komplex leírásával célunk olyan tárgyalási módot találni, amely a számításainkat egyszerűsíti. Ehhez a komplex időfüggvény még nem megfelelő. Alakítsuk tovább kifejezésünket!

$$\overline{u(t)} = \hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = \hat{U} \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} = \overline{\hat{U}} \cdot e^{j\omega t}$$

Az $\overline{\hat{U}} = \hat{U} \cdot e^{j\varphi}$ kifejezést komplex amplitúdónak nevezzük. Ez nem tartalmazza az időfüggő részt – ebből származik az amplitúdó elnevezés, de a valós amplitúdó mellett a fázisszöget is megtaláljuk benne. Ezek miatt a tulajdonságok miatt a szinuszos időfüggvényű hálózatok tárgyalása jelentősen leegyszerűsödik a komplex amplitúdó alkalmazásával.

Kirchhoff törvényei érvényesek komplex amplitúdókkal is. A csomóponti törvény:

$$\sum_{j=1}^n \overline{\hat{I}}_j = 0$$

A huroktörvény:

$$\sum_{i=1}^m \overline{\hat{U}}_i = 0$$

2.2.9. A komplex impedancia fogalma és elemei

Impedancia

Az egyenáramú hálózatokban valamely passzív elem feszültségének és áramának hányadosát, az áramakadályozó-képességet ellenállásnak nevezzük. A szinuszos áramú hálózatokban új fogalmat vezetünk be. Valamely passzív elem komplex feszültség- és áram-amplitúdójának hányadosát impedanciának nevezzük.

$$\overline{Z} = \frac{\overline{\hat{U}}}{\overline{\hat{I}}}$$

$$\overline{Z} = \frac{\overline{\hat{U}}}{\overline{\hat{I}}} = \frac{\hat{U} \cdot e^{j\varphi_U}}{\hat{I} \cdot e^{j\varphi_I}} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} e^{j(\varphi_U - \varphi_I)}$$

Az impedancia abszolút értéke a feszültség- és az áram-amplitúdó hányadosa ohmban. Fázisszöge pedig megadja a feszültség és az áram-időfüggvény egymáshoz képesti eltoltságát, fáziseltolását. Az impedancia fázisszöge természetesen nem változik, ha az idő-koordinátarendszerünk kezdőpontját balra vagy jobbra eltoljuk, hiszen ugyan mindkét fázisszög változik, de a különbségük ugyanakkora marad. (Megjegyzés: a pillanatér-

tékek hányadosa csak ellenállások estén használható. Reaktanciák esetén teljesen értelmetlen, mert egy negyed periódus alatt a hányados befutja a teljes $0, \infty$ tartományt.)

Ellenállás impedanciája

Kapcsoljuk az ellenállásunkra a következő szinuszos feszültséget!

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin \omega \cdot t$$

A feszültség komplex időfüggvénye:

$$\overline{u(t)} = \hat{U} \cdot e^{j\omega t}$$

Az ellenállás feszültségének komplex amplitúdója tiszta valós:

$$\overline{\hat{U}} = \hat{U}$$

Az ellenállás árama:

$$i(t) = \frac{u(t)}{R}$$

$$\overline{i(t)} = \frac{\overline{u(t)}}{R} = \frac{\hat{U} \cdot e^{j\omega t}}{R} = \frac{\hat{U}}{R} \cdot e^{j\omega t} = \hat{I} \cdot e^{j\omega t}$$

ebből

$$\overline{\hat{I}} = \frac{\hat{U}}{R}$$

az ellenállás áramának komplex amplitúdója is tiszta valós.

Ebből az impedancia:

$$\overline{Z_R} = \frac{\overline{\hat{U}}}{\overline{\hat{I}}} = \frac{\hat{U}}{\frac{\hat{U}}{R}} = R$$

Az ellenállás impedanciája tiszta valós, megegyezik az egyenáramú ellenállással. A feszültség és az áram között nincs fázistolás, ennek megfelelően az ellenállás impedanciájának fázisszöge nulla.

$$\boxed{\overline{Z_R} = R}$$

Kondenzátor impedanciája

Válasszuk a kondenzátor feszültségének a következő időfüggvényét.

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin \omega \cdot t$$

A feszültség komplex időfüggvénye:

$$\overline{u(t)} = \hat{U} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}$$

A feszültség komplex amplitúdója ismét tiszta valós:

$$\overline{\hat{U}} = \hat{U}$$

Az áram időfüggvénye:

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$\begin{aligned} \overline{i(t)} &= C \cdot \frac{d\overline{u(t)}}{dt} = C \cdot \frac{d(\hat{U} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t})}{dt} = C \cdot \hat{U} \cdot \frac{de^{j \cdot \omega \cdot t}}{dt} = \\ &= j \cdot \omega \cdot C \cdot \hat{U} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} = \hat{I} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \end{aligned}$$

Ebből az áram komplex amplitúdója:

$$\overline{\hat{I}} = j \cdot \omega \cdot C \cdot \hat{U} .$$

A kondenzátor impedanciája:

$$\begin{aligned} \overline{Z_c} &= \frac{\overline{\hat{U}}}{\overline{\hat{I}}} = \frac{\hat{U}}{j \cdot \omega \cdot C \cdot \hat{U}} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} \cdot \frac{j}{j} = \\ &= \frac{j}{j^2 \cdot \omega \cdot C} = \frac{j}{-\omega \cdot C} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} \end{aligned}$$

A kondenzátor impedanciája negatív, tiszta képzetes.

$$\boxed{\overline{Z_c} = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}}$$

Tekercs impedanciája

Válasszuk a tekercs áramának a következő időfüggvényt.

$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin \omega \cdot t$$

A feszültség komplex időfüggvénye:

$$\overline{i(t)} = \hat{I} \cdot e^{j\omega t}$$

A feszültség komplex amplitúdója ismét tiszta valós:

$$\overline{\hat{I}} = \hat{I}$$

Az feszültség időfüggvénye:

$$\begin{aligned} u(t) &= L \cdot \frac{di(t)}{dt} \\ \overline{u(t)} &= L \cdot \frac{d\overline{i(t)}}{dt} = L \cdot \frac{d(\hat{I} \cdot e^{j\omega t})}{dt} = L \cdot \hat{I} \cdot \frac{de^{j\omega t}}{dt} = \\ &= j \cdot \omega \cdot L \cdot \hat{I} \cdot e^{j\omega t} = \overline{\hat{U}} \cdot e^{j\omega t} \end{aligned}$$

Ebből a feszültség komplex amplitúdója:

$$\overline{\hat{U}} = j \cdot \omega \cdot L \cdot \hat{I}$$

A tekercs impedanciája:

$$\overline{Z_L} = \frac{\overline{\hat{U}}}{\hat{I}} = \frac{j \cdot \omega \cdot L \cdot \hat{I}}{\hat{I}} = j \cdot \omega \cdot L$$

A tekercs impedanciája pozitív, tiszta képzetes.

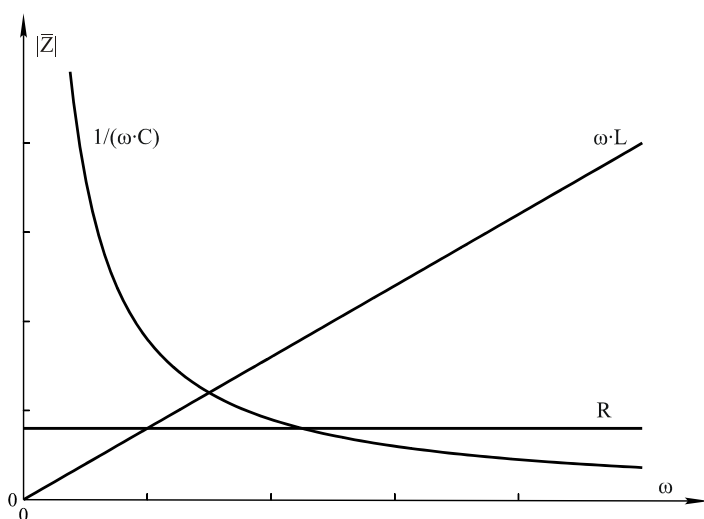
$$\boxed{\overline{Z_L} = j \cdot \omega \cdot L}$$

A tekercs és a kondenzátor impedanciája abszolút értékének, az úgynevezett látszólagos ellenállásnak a jelölésére használjuk:

$$\boxed{X_L = \omega \cdot L}$$

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}}$$

A három passzív elem közül az ellenállás frekvenciától független impedanciájú. A tekercs és a kondenzátor látszólagos ellenállása frekvenciafüggő. A tekercs látszólagos ellenállása a frekvenciával egyenesen arányos, egyenáramon nulla és a frekvencia növekedésével tart a végtelenhez. A kondenzátor látszólagos ellenállása a frekvenciával fordítottan arányos. Egyenáramon végtelen és a frekvencia növekedésével tart a nullához. A passzív elemek látszólagos ellenállásának frekvenciafüggését a 2.80. ábra mutatja. (Megjegyzés: a tekercs és a kondenzátor impedanciájának fázisszöge 90° illetve -90° , frekvenciától függetlenül!!)



2.80. ábra.

A frekvenciafüggés az időfüggvények mellett a másik fontos vizsgálati, szemléleti mód melynek elsősorban jelfeldolgozási, hírközlési berendezések, eszközök minősítésénél van nagy szerepe.

Sorosan kapcsolt elemek eredő impedanciája

Az egyenáramú hálózatoknál megismert levezetés alapján általánosíthatunk.

2.13. tétel. Sorosan kapcsolt passzív elemek eredője az egyes elemek impedanciájának összege.

$$\overline{Z}_{es} = \sum_{i=1}^n \overline{Z}_i$$

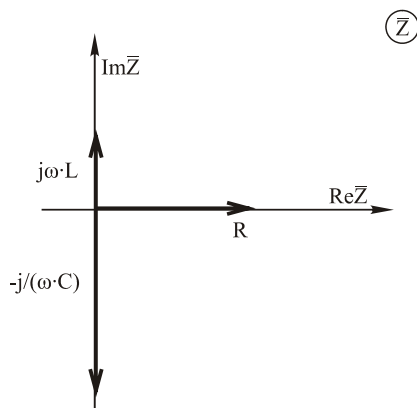
Párhuzamosan kapcsolt elemek eredő impedanciája

Szintén az egyenáramú esethez hasonló a megoldás.

2.14. tétel. Párhuzamosan kapcsolt passzív elemek eredője az egyes elemek impedanciája reciprokából képzett összeg reciproka.

$$\overline{Z}_{ep} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{\overline{Z}_j}$$

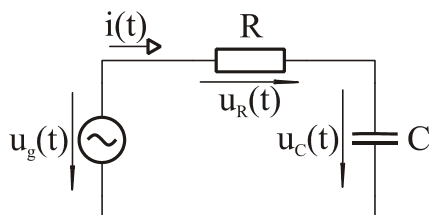
Az impedancia-vektorokat ábrázolhatjuk komplex vektorként. Az erre szolgáló koordináta-rendszerben megadunk egy hosszúság-ellenállás egyenértéket, amely nemcsak a tengelyek mentén, hanem ferde irányban is megszabja az egy-egy vektornak vagy szakasz hosszának megfelelő ellenállást. Ebben a koordináta-rendszerben más mértékegységű mennyiség ábrázolása értelmetlen! A megismert három passzív elem impedancia-vektorát ábrázolja példaképpen a 2.81. ábra.



2.81. ábra.

2.2.10. Soros RC kapcsolás analízise

Kapcsoljunk sorosan egy ellenállást és egy kondenzátort szinuszos feszültséggenerátorra (2.81. ábra)!

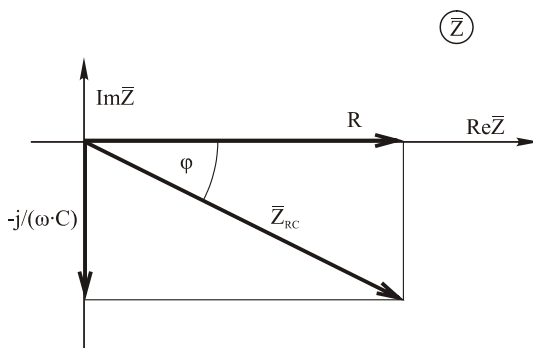


2.82. ábra.

A generátort a két soros elem eredő impedanciája terheli.

$$\overline{Z}_{RC} = \overline{Z}_R + \overline{Z}_C = R - j \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Az impedancia-elemek összegzését grafikusán is elvégezhetjük a 2.83. ábra szerint. Az ellenállás és a kondenzátor impedancia-vektorával párhuzamosan rajzolva a két vektort téglalappá egészítjük ki. A két vektor összege a téglalap átlójában húzott ferde eredő vektor.



2.83. ábra.

Az eredő abszolút értéke Pythagorasz tétellel számítható. A képzetes egység az abszolút értéket nem befolyásolja, a képletben nem szabad szerepeltetni. Az impedancia abszolút értékét a felülvonás elhagyásával is jelölhetjük.

$$|\overline{Z_{RC}}| = Z_{RC} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$$

Az impedancia fázisszöge

$$\varphi = \arctg \frac{-\frac{1}{\omega \cdot C}}{R} = -\arctg \frac{1}{\omega \cdot R \cdot C}$$

A fázisszög 0 és -90° közötti érték (a kapcsolat „kapacitív”).

Válasszunk a generátor feszültségének tiszta szinuszos feszültséget:

$$u_g(t) = \hat{U}_g \cdot \sin \omega \cdot t .$$

A komplex időfüggvény:

$$\overline{u_g(t)} = \hat{U}_g \cdot e^{j\omega t} .$$

A komplex amplitúdó:

$$\overline{\hat{U}_g} = \hat{U}_g .$$

Az eredő impedancia a generátor feszültsége és az áram között teremt kapcsolatot

$$\overline{Z_{RC}} = \frac{\overline{\hat{U}_g}}{\hat{I}} .$$

Ebből kifejezhető az áram komplex amplitúdója:

$$\hat{I} = \frac{\overline{\hat{U}_g}}{\overline{Z_{RC}}} = \frac{\hat{U}_g}{\overline{Z_{RC}}} .$$

Az áram komplex amplitúdója ismeretében a részfeszültségek komplex amplitúdói is számíthatók.

$$\overline{\hat{U}_R} = \hat{I} \cdot \overline{Z_R} = \hat{I} \cdot R$$

$$\overline{\hat{U}_C} = \hat{I} \cdot \overline{Z_C} = \hat{I} \cdot \left(-j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}\right)$$

Ebből a valós amplitúdók:

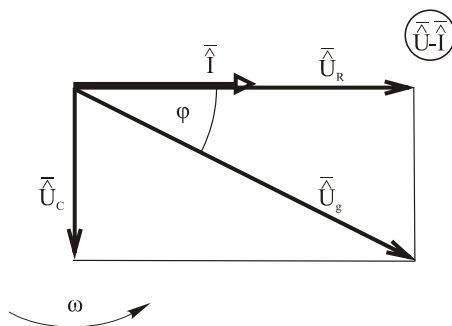
$$\hat{I} = \frac{\hat{U}_g}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}},$$

$$\hat{U}_R = \hat{I} \cdot R,$$

$$\hat{U}_C = \hat{I} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = \hat{I} \cdot X_C.$$

Feszültség-áram vektorábra

A kiszámított feszültségeket és az áramot vektorosan az impedancia-vektorábrától függetlenül, egy újabb, úgynevezett feszültség-áram vektorábrában ábrázolhatjuk (2.84. ábra). Ez a vektorábra a másiktól kissé eltér. Nem rajzolunk tengelyeket és az egymáshoz képest elforgatott, de egyébként egybevágó ábrák ugyanazon vektoregyüttes különböző pillanatbeli állapotát tükrözik. A komplex időfüggvényt egy óramutató járásával ellentétes irányú nyílal és az „ ω ” felirattal érzékeltetjük.



2.84. ábra.

A feszültség-áram vektorábra az impedancia-vektorábrával lehet egybevágó, de mindenképpen hasonló. Ezt erősíti meg a vektorábrákon a „ φ ” fázisszög szerepeltetése. Az áram és az ellenállás-feszültség vektora egy egyenesbe esik, szorosan egymás mellé kell rajzolni.

Az időfüggvények a vektorábrából felírhatók. Az áram időfüggvényéből célszerű kiindulni, amely φ fázisszöggel siet a generátorfeszültséghez képest.

$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

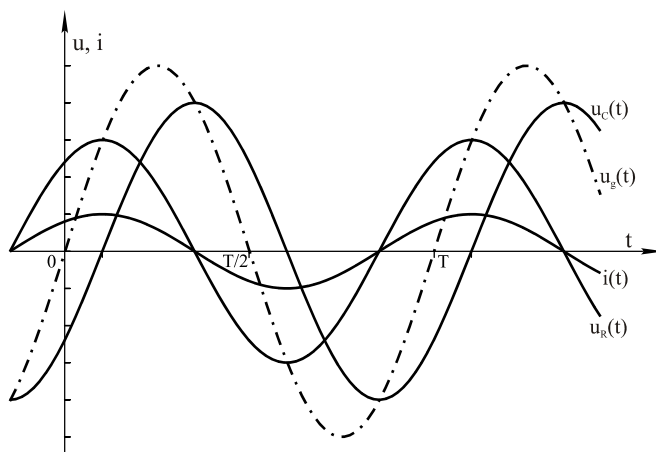
Az ellenállás feszültsége az árammal fázisban van.

$$u_R(t) = \hat{U}_R \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

A kondenzátor feszültsége 90° -ot késik az áramhoz képest.

$$u_C(t) = \hat{U}_C \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi - 90^\circ)$$

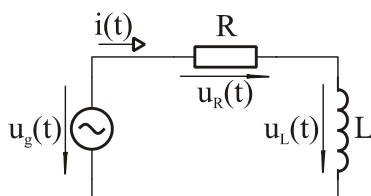
Az időfüggvényeket a jó összehasonlíthatóság érdekében közös koordináta-rendszerben ábrázoljuk. A vízszintes tengelyen felmért értékeket időben adjuk meg (a fázisszögeket a körfrekvenciával osztani kellene) (2.85. ábra).



2.85. ábra.

2.2.11. Soros RL kapcsolás analízise

Kapcsoljunk sorosan egy ellenállást és egy tekercset szinuszos feszültség-generátorra (2.86. ábra)!

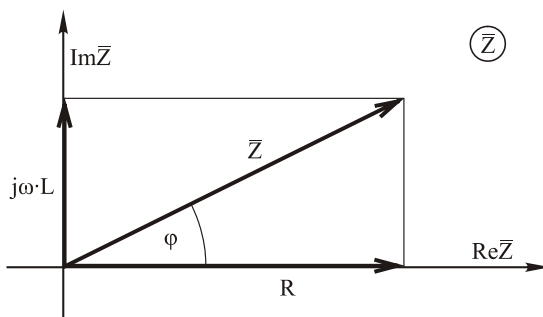


2.86. ábra.

A generátort a két soros elem eredő impedanciája terheli.

$$\overline{Z}_{RL} = \overline{Z}_R + \overline{Z}_L = R + j \cdot \omega \cdot L$$

A két impedanciaelem összegzése a vektorábrában szemléletesen követhető (2.87. ábra). Az ellenállás és a tekercs impedancia-vektorát téglalappá egészítjük ki. A két vektor összege a téglalap átlójában húzott ferde vektor.



2.87. ábra.

Az eredő abszolút értéke Pythagorasz tétellel számítható.

$$|\overline{Z}_{RL}| = Z_{RL} = \sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}$$

Az impedancia fázisszöge

$$\varphi = \arctg \frac{\omega \cdot L}{R}$$

A fázisszög 0 és +90° közötti érték (a kapcsolás „induktív”).

Legyen a kapcsolást tápláló generátor feszültsége ismét tiszta szinuszos feszültség.

$$u_g(t) = \hat{U}_g \cdot \sin \omega \cdot t$$

A generátorfeszültség komplex időfüggvénye:

$$\overline{u}_g(t) = \hat{U}_g \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} .$$

A komplex amplitúdó:

$$\overline{\hat{U}}_g = \hat{U}_g$$

Az eredő impedancia:

$$\overline{Z_{RL}} = \frac{\overline{\hat{U}}_g}{\hat{I}}$$

Ebből az áram komplex amplitúdója:

$$\hat{I} = \frac{\overline{\hat{U}}_g}{\overline{Z_{RL}}} = \frac{\hat{U}_g}{Z_{RL}}$$

Az áram komplex amplitúdója ismeretében a részfeszültségek komplex amplitúdói számíthatók.

$$\overline{\hat{U}}_R = \hat{I} \cdot \overline{Z_R} = \hat{I} \cdot R$$

$$\overline{\hat{U}}_L = \hat{I} \cdot \overline{Z_L} = \hat{I} \cdot j \cdot \omega \cdot L$$

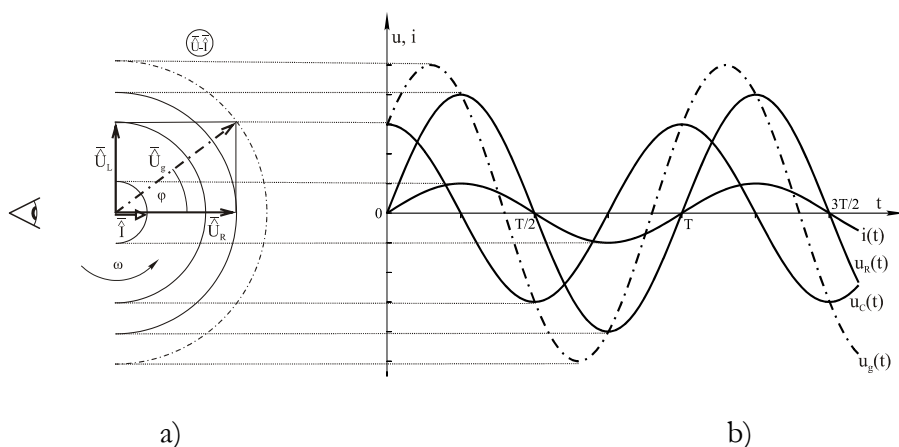
Ebből a valós amplitúdók:

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}_g}{\sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}}$$

$$\hat{U}_R = \hat{I} \cdot R$$

$$\hat{U}_L = \hat{I} \cdot \omega \cdot L = \hat{I} \cdot X_L$$

Az eredményt a feszültség-áram vektorábrán vizsgálhatjuk (2.88.a ábra).



2.88. ábra.

A vektorábrát olyan helyzetben vettük fel, hogy a generátorfeszültség időfüggvényét kissé módosítottuk.

$$u_g(t) = \hat{U}_g \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Vizsgáljuk meg most azt, hogyan származtathatók a vektorábrából az időfüggvények. A feszültség-áram vektorábra elemei komplex amplitúdók. A komplex időfüggvényre utalunk a körbeforgás jelzésével és hozzá az ω körfrekvencia megadásával. A vektorábra a $t=0$ pillanatban mutatja a vektoraink helyzetét. Egy más, t_1 időpontban a vektorok $\omega \cdot t_1$ szöggel elfordított helyzetben vannak. A valós időfüggvény úgy képezhető, hogy a komplex időfüggvény képzetes részét vesszük.

$$u(t) = \text{Im} \overline{u(t)}$$

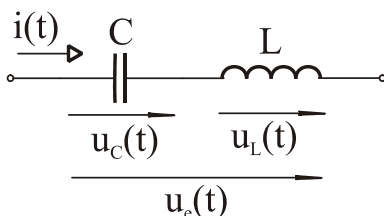
Ez a mi ábrázolásunk mellett megfelel a függőleges vetületnek. Az időfüggvényeket tehát úgy származtathatjuk, hogy először vektoraink végpontjait a függőleges tengelyre vetítjük. Utána tetszőleges időpontnak megfelelően a vektorábrát elforgatjuk, és a vektorok végpontjait az új időpontnak megfelelő függőleges rendezőre vetítjük. A vetítést érzékeltetjük a vektorábra mellé, balra rajzolt, stilizált szem-mel. Az eredményt a 25.3.b ábra szemlélteti. Az ábrán ellenőrizhető, hogy minden pillanatértékre érvényesül Kirchhoff huroktörvénye.

$$u_g(t) = u_R(t) + u_L(t)$$

2.2.12. Soros RLC kapcsolás, rezgőkör. Rezonancia, rezonanciafrekvencia. Jósági tényező. Feszültség-áram vektorábrák különböző frekvenciákon. Az elemek feszültségeinek és áramának frekvenciafüggése. Az impedancia frekvenciafüggése. Párhuzamos rezgőkör

Soros LC kapcsolás

Kapcsoljunk sorosan egy tekercset és egy kondenzátort (2.89. ábra)!



2.89. ábra.

Tegyük fel, hogy elemeinken egy külső hálózat szinuszos áramot hajt keresztül.

$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin \omega \cdot t$$

A kondenzátor és a tekercs látszólagos ellenállása:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} ,$$

$$X_L = \omega \cdot L .$$

Az áram az elemeken szinuszosan váltakozó feszültségeket hoz létre, melyek körfrekvenciája az áraméval azonos. A feszültségek amplitúdói számíthatók.

$$\hat{U}_C = \hat{I} \cdot X_C = \hat{I} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} ,$$

$$\hat{U}_L = \hat{I} \cdot X_L = \hat{I} \cdot \omega \cdot L .$$

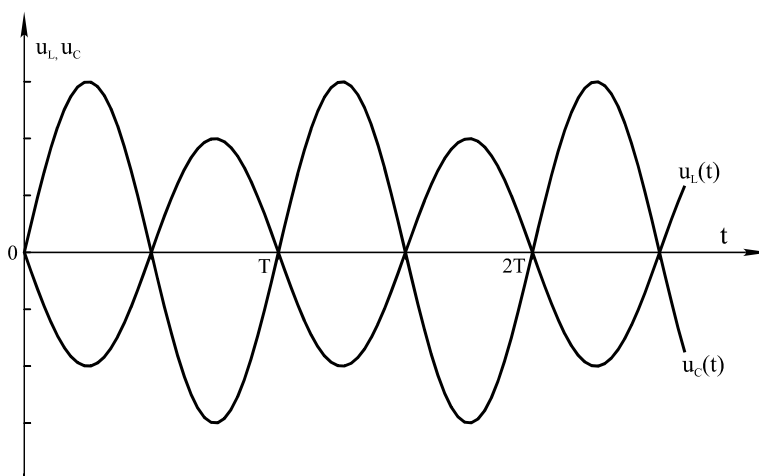
A képletekben a kapacitás és az induktivitás a két passzív elem felépítéséből származó jellemző. Ezért a két feszültség arányát kizárólag a közös áram körfrekvenciájával tudjuk befolyásolni.

Ahhoz, hogy a két elem közös eredő feszültségét meghatározzuk, vizsgálunk kell a részfeszültségek időfüggvényét. A korábbi ismeretek alapján tudjuk, hogy a kondenzátoron a feszültség késik, és a tekercsen a feszültség siet bármilyen szinuszos áram esetén, éspedig pontosan 90° -ot. Ez elegendő az időfüggvények felírásához.

$$u_C(t) = \hat{U}_C \cdot \sin(\omega \cdot t - 90^\circ) = -\hat{U}_C \cdot \cos \omega \cdot t$$

$$u_L(t) = \hat{U}_L \cdot \sin(\omega \cdot t + 90^\circ) = \hat{U}_L \cdot \cos \omega \cdot t$$

Ábrázolva a három időfüggvényt a két feszültség között egy sajátos kapcsolatot láthatunk (2.90. ábra).



2.90. ábra.

A két feszültség pillanatértékei mindig ellentétes előjelűek, egymásból kivonódnak. Kirchhoff huroktörvénye szerint

$$u_e(t) = u_L(t) + u_C(t)$$

Az eredő feszültség amplitúdója a két amplitúdó különbsége.

$$\hat{U}_e = \hat{U}_L - \hat{U}_C$$

Az eredő feszültség koszinuszos, ha a különbség pozitív, és mínusz koszinuszos, ha negatív. Ebben a sajátos esetben sikerült csupán az időfüggvé-

nyek vizsgálatával feladatunkat megoldani. Természetesen ugyanezt az eredményt kapjuk a komplex számítás mód alkalmazásával is.

A két soros elem eredő impedanciája a részimpedanciák összege.

$$\overline{Z}_{LC} = \overline{Z}_L + \overline{Z}_C = j \cdot \omega \cdot L + \left(-j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}\right) = j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)$$

Az áram nulla kezdőfázisú, tiszta szinuszos.

$$\overline{\hat{I}} = \hat{I}$$

A részfeszültségek komplex amplitúdói:

$$\overline{\hat{U}}_C = \overline{\hat{I}} \cdot \left(-j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}\right) = -j \cdot \frac{\hat{I}}{\omega \cdot C} = \frac{\hat{I}}{\omega \cdot C} \cdot e^{(-j90^\circ)}$$

$$\overline{\hat{U}}_L = \overline{\hat{I}} \cdot j \cdot \omega \cdot L = j \cdot \hat{I} \cdot \omega \cdot L = \hat{I} \cdot \omega \cdot L \cdot e^{j90^\circ}$$

Az eredő feszültség komplex amplitúdója:

$$\overline{\hat{U}}_e = \overline{\hat{I}} \cdot \overline{Z}_{LC} = j \cdot \hat{I} \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right) = \hat{I} \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right) \cdot e^{j90^\circ}$$

Az időfüggvények amplitúdói és kezdőfázisai a komplex amplitúdókból kiolvastva előző eredményeinkkel megegyeznek.

Rezonancia

Az eredő feszültség komplex amplitúdójának zárójeles kifejezése két látszólagos ellenállás különbségét tartalmazza. A körfrekvencia növekedésével a tekercs monoton nő, a kondenzátoré monoton csökken. Létezik egy olyan speciális eset, amikor a két látszólagos ellenállás egyenlő, a különbségük nulla. Az így előálló helyzet a rezonancia. Ekkor az ideális tekercs és kondenzátor soros kapcsolása rövidzárként viselkedik. Az az érték, amelyenél a két elem látszólagos ellenállása megegyezik, a rezonancia-körfrekvencia, jele: ω_0 , értéke a következőképpen számítható:

$$\omega_0 \cdot L = \frac{1}{\omega_0 \cdot C}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C}$$

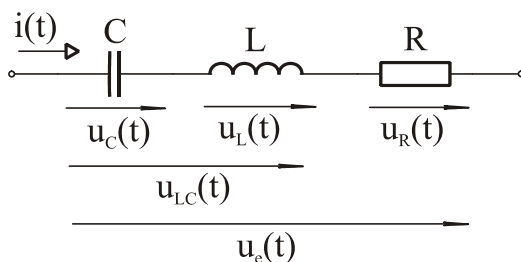
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Ez az úgynevezett Thomson képlet. Rezonancián az a sajátos helyzet áll elő, hogy miközben a tekercsen is és a kondenzátoron is jól mérhető szinuszos feszültség esik, a két elem eredő feszültsége nulla. Ez azzal is magyarázható, hogy a 2.90. ábrán a kondenzátor és a tekercs feszültségének amplitúdója azonos, pillanatértékeik minden időpontban kivonódva egymásból nullát adnak eredményül.

Megjegyzés: A rendszer energia-felvétel nélkül sajátrezgést végez. Hasonló történik, mint a mechanikában egy rugóra függesztett tömeg csillapítatlan rezgése esetén.

Soros RLC kapcsolás

Az előző, ideális soros rezgőkörhöz képest a gyakorlatban – elsősorban a tekercsek veszteségei miatt – egy soros ellenállással kiegészített modell a megfelelő (2.91. ábra).



2.91. ábra.

Ennek vizsgálatát már csak komplex számítás móddal végezzük el. A kapcsolás eredő impedanciája:

$$\begin{aligned} \overline{Z}_{RLC} &= \overline{Z}_R + \overline{Z}_L + \overline{Z}_C = R + j \cdot \omega \cdot L + \left(-j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}\right) = \\ &= R + j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right) \end{aligned}$$

Tételezzük fel, hogy továbbra is nulla kezdőfázisú, szinuszos áram folyik az elemeken.

$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$\bar{\hat{I}} = \hat{I}$$

Az egyes elemek feszültségének komplex amplitúdói:

$$\overline{\hat{U}_R} = \bar{\hat{I}} \cdot R = \hat{I} \cdot R$$

$$\overline{\hat{U}_L} = \bar{\hat{I}} \cdot j \cdot \omega \cdot L = j \cdot \hat{I} \cdot \omega \cdot L = \hat{I} \cdot \omega \cdot L \cdot e^{j90^\circ}$$

$$\overline{\hat{U}_C} = \bar{\hat{I}} \cdot \left(-j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}\right) = -j \cdot \frac{\hat{I}}{\omega \cdot C} = \frac{\hat{I}}{\omega \cdot C} \cdot e^{(-j90^\circ)}$$

Az eredő feszültség komplex amplitúdója:

$$\overline{\hat{U}_e} = \bar{\hat{I}} \cdot \overline{Z_{RLC}} = \hat{I} \cdot \left[R + j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)\right] = \hat{I} \cdot Z_{RLC} \cdot e^{j\varphi},$$

ahol

$$\varphi = \arctg \frac{\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}}{R}$$

Rezonancia továbbra is az

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

körfrekvencia mellett áll elő.

Ilyenkor

$$\overline{\hat{U}_L} - \overline{\hat{U}_C} = 0$$

$$\hat{U}_L = \hat{U}_C$$

$$u_{LC}(t) \equiv 0$$

Rezonancián impedancia-minimum van, melynek értéke

$$\overline{Z_{RLC \min}} = \overline{Z_{RLC}(\omega_0)} = R.$$

Ezért rezonancián alakul ki a legnagyobb áram, feltéve, hogy nem ideális áramgenerátor táplálja a rezgőkört. A soros rezgőkörnek a rezonancia kör-

nyékén mutatott viselkedését frekvenciaszelektív tulajdonságnak nevezzük. Ugyanis kevert, sok, különböző frekvenciájú szinuszos feszültségből álló táplálás hatására a rezonanciafrekvenciával megegyező, vagy ahhoz közeli frekvenciájú komponensekre kiugróan nagy árammal válaszol. (Megjegyzés: sokfrekvenciás, kevert jel fordul elő például rádiótechnikai vevőkészülékek – rádió, TV, mobiltelefon stb. – bemenetén, és sokcsatornás, úgynevezett frekvenciamultiplex kábeles rendszerekben.) A frekvenciaszelektív tulajdonsággal kapcsolatban szokás a soros rezgőkör jóságát definiálni.

Jósági tényező

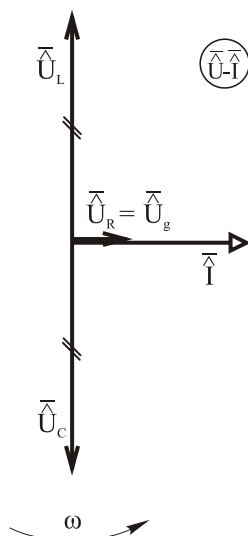
A jósági tényező jele: Q_0 . A rezonancia-körfrekvencián mutatott látszólagos ellenállások hányadosával számítható.

$$Q_0 = \frac{\omega_0 \cdot L}{R} = \frac{1}{\omega_0 \cdot C}$$

A soros rezgőkör jó, ha $Q_0 \gg 1$.

Vektorábra

Rajzoljuk meg a soros rezgőkör feszültség-áram vektorábráját (2.92. ábra) rezonanciafrekvencián, $\omega = \omega_0$ és $Q_0 \approx 4$ mellett.



2.92. ábra.

$$\overline{\hat{U}}_L + \overline{\hat{U}}_C = 0 ,$$

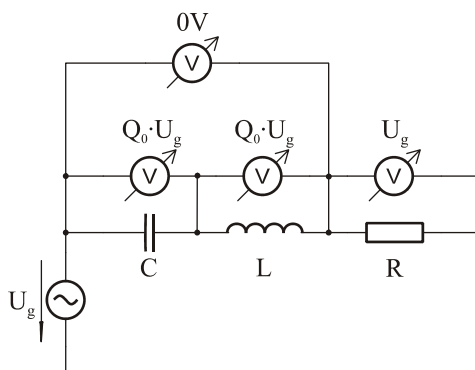
mert a két vektor azonos hosszúságú és pontosan ellentétes irányú. Ezért a generátorfeszültség teljes egészében az ellenállásra jut.

$$\overline{\hat{U}}_R = \overline{\hat{U}}_g .$$

Az áramot csak az – általában kis értékű – ellenállás korlátozza.

$$\overline{\hat{I}} = \frac{\overline{\hat{U}}_g}{R} ,$$

$$\hat{I} = \frac{\hat{U}_g}{R} .$$



2.93. ábra.

Frekvenciafüggés

A soros rezgőkör látszólagos ellenállása a rezonanciafrekvencián kis értékű (R), attól távolodva mind a csökkenő, mind a növekvő frekvenciák felé tart a végtelenhez:

$$Z_{RLC} = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}$$

Létrehozhatunk R L és C elemek párhuzamos kapcsolásával is rezgőkört. Ennek neve párhuzamos rezgőkör. Rezonanciafrekvenciája a soroséval megegyező, de frekvenciafüggése fordított. Ennek látszólagos ellenállása a

rezonanciafrekvencián nagy érték (R), attól távolodva mind a csökkenő, mind a növekvő frekvenciák felé tart a nullához.

2.2.13. Teljesítmény-időfüggvény és átlagteljesítmény ellenálláson. A hatásos teljesítmény

Váltakozó áramú teljesítmény

Az egyenáramú hálózatokhoz hasonlóan, foglalkozzunk most is, a bennünket érdeklő kapcsolások feszültség- és áramállapotainak vizsgálata után, a teljesítményviszonyokkal. Az egyenáramú hálózatoknál ez egyszerű feladat volt, mert ott konstans értékeket kaptunk eredményül. Változó áram és feszültség esetén a szorzatuk, a teljesítmény is természetesen időben változó érték.

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Előző vizsgálatainkból azt is tudjuk, hogy a szinuszos feszültség és az áram időfüggvény egymáshoz képest eltérő helyzetű aszerint, hogy milyen áramköri elemen jön létre. A teljesítményviszonyokat is célszerű külön vizsgálni ellenállásra, reaktanciákra és általános impedanciákra vonatkozóan. Az időfüggvény jellegét tekintve csak a periodikus időfüggvény esetén érdemes részletes vizsgálatot végezni. A nemperiodikus időfüggvény vagy véges időtartamú és véges energiájú, tranziens, vagy időben nem korlátozott, és így összességében végtelen energiájú.

Váltakozó áramú teljesítmény ellenálláson

Kapcsoljunk egy ellenállást szinuszos feszültségre.

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin \omega \cdot t$$

Az ellenállás árama:

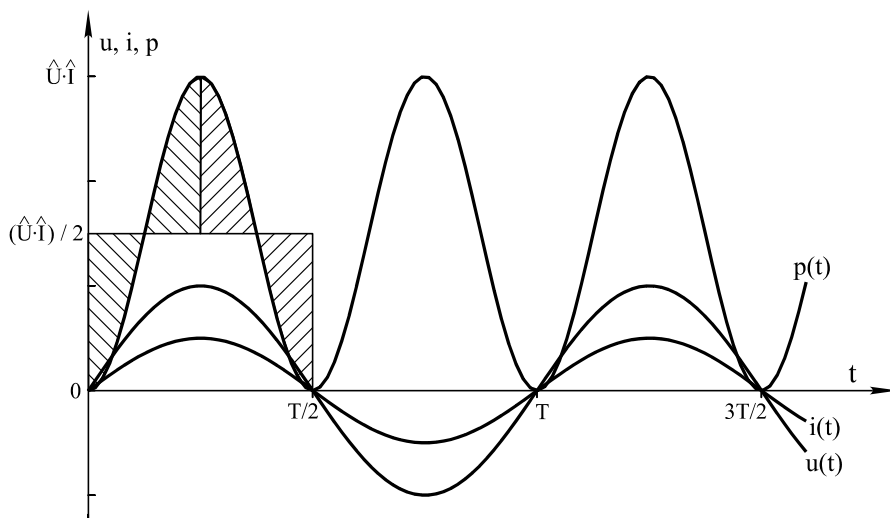
$$i(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{\hat{U} \cdot \sin \omega \cdot t}{R} = \frac{\hat{U}}{R} \cdot \sin \omega \cdot t = \hat{I} \cdot \sin \omega \cdot t$$

Az ellenállás teljesítménye:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot (\sin \omega \cdot t)^2$$

A szinusznégyszet-függvényt ismert trigonometriai átalakítással tovább írhatjuk:

$$p(t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot (\sin \omega \cdot t)^2 = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \frac{1 - \cos 2 \cdot \omega \cdot t}{2}$$



2.94. ábra.

Ezt a teljesítmény-időfüggvényt ábrázolja a 2.94. ábra. Az időfüggvény a vízszintes tengelyt felülről érinti, minden pillanatértéke nemnegatív, vagyis nulla vagy pozitív érték. Kétszeres frekvenciájú, az

$$\hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \frac{1}{2}$$

amplitúdóértékkel fölfelé eltolt, a jelen ábrázolásban mínusz koszinuszos függvény. A változó teljesítményértéket bármelyik pillanatban leolvashatjuk. Ennél azonban sokkal nagyobb jelentősége van annak, hogy milyen közepes, átlagos teljesítményre számíthatunk hosszabb idő után.

A villamos energiaellátás hazánkban 50 Hz frekvenciájú szinuszos feszültséggel valósul meg.

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50 \text{ Hz}} = 20 \text{ ms}$$

A periódusidő rövid az emberi cselekvésekhez képest, ezért a mindennapi életben a teljesítmény-időfüggvény helyett valamely elem teljesítményállapotát az egy periódusra vett átlagértékkel jellemezzük. Ezt a felírt függvénynek egy periódusra vett integráljával számítjuk. (Tekintettel arra, hogy a teljesítmény-időfüggvény dupla frekvenciájú, a fél periódusra végzett integrálás is ugyanazt az eredményt adná.) Az átlagteljesítmény jelölésére vezessük be: P.

$$P = \frac{1}{T} \int_T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_T \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot (\sin \omega \cdot t)^2 dt = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2}$$

Az integrálás eredménye, az átlagteljesítmény a feszültség- és az áram-amplitúdó szorzatának a fele, ahogyan az időfüggvények ábrájából is sejtethető. A vonalkázott területek leforgatva éppen kiegészítik téglalappá a görbe alatti felületet. A kettes osztót pedig megoszthatjuk a két amplitúdó között.

$$P = \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

Effektív érték

Az így kapott két értéket effektív értéknek nevezzük. Az effektív értéket a teljesítményszámításnál használjuk. Az effektív érték – DC-vel el nem tolt – szinuszos időfüggvények esetén a csúcserték osztva $\sqrt{2}$ -vel.

$$U_{\text{eff}} = U = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{\text{eff}} = I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

Az effektív érték a leggyakrabban használt érték, ezért jelölését elhagyhatjuk. Szinuszos áramú hálózatokban az alsó index nélküli feszültség vagy áram jel az effektív értéket jelenti, és csak akkor használunk jelölést, ha a csúcsertékre vagy más középértékre akarunk utalni. A szinuszos feszültségre való hivatkozáskor is az effektív értéket adjuk meg. Például az energiaellátó hálózat hagyományosan 220 voltosnak mondott, vagy a napjainkban szabványos 230 voltos értéke is effektív érték. Az ezekhez tartozó csúcsertékek számíthatók.

$$220 \cdot \sqrt{2} \text{V} \cong 310 \text{V}$$

$$230 \cdot \sqrt{2} \text{V} \cong 325 \text{V}$$

A villamos mérőműszereket is effektív értékre szokás skálázni. Az effektív érték tulajdonképpen egy középérték, mégpedig négyzetes középérték. Kiszámítása általános periodikus időfüggvény esetén integrálással lehetséges.

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T [u(t)]^2 dt}$$

A számítás során rövid, dt időtartamra állandónak tekintjük a pillanatérték négyzetét és egy kicsiny dt szélességű, $[u(t)]^2$ magasságú téglalap területét képezzük. Az integrálás ezen keskeny téglalapoknak az összegzése egy teljes periódusidőre. Az integrálás eredményét úgy tekintjük, mint egy periódusidő szélességű, átlagos feszültségnégyzet magasságú téglalap területét. A téglalap magasságát periódusidővel való osztás révén kapjuk meg. A négyzetes középérték a téglalap magasságából vont négyzetgyök. (Megjegyzés: nyelvünk szépen érzékelteti, hogy egy középérték "közepes", azaz a csúcserőtnél nem nagyobb. A középértékek, és így az effektív értékek is általában csúcserőtnél kisebbek, nulla és csúcserőtek közé esnek. Kivétel az időtengelyre szimmetrikusan azonos értéket felvevő négyszögjel, melynek effektív értéke megegyezik a csúcserőttel, nem kisebb annál.)

Hatásos teljesítmény

A vizsgálatainkban szereplő szinuszos feszültség az ellenálláson munkát végez. Az egy periódus alatt elvégzett munkát integrálással számíthatjuk.

$$W_T = \int_T p(t) dt = P \cdot T$$

A teljesítmény-pillanatértéket rövid időre állandónak tekintjük, és képezzük egy elemi, keskeny $p(t) \cdot dt$ téglalaprak a területét. A terület egy elemi munkarész. Az integrálás az elemi, keskeny téglalapok területének összegét, a göbe alatti területet eredményezi. Ez éppen az a mód, ahogyan korábban ellenállásunkon az átlagteljesítményt is számítottuk. Ezért az integrálás helyett az átlagteljesítményt felhasználva is kifejezhetjük az egy periódus alatt elvégzett munkát a $P \cdot T$ szorzattal.

Az ellenálláson a villamos teljesítmény elfogyasztásra kerül. Átalakul más (mechanikai, hő, fény, kémiai, stb.) teljesítménytípusú. Azt a váltakozó áramú teljesítményt, amely más teljesítménytípusú átalakul, hatásos teljesítménynek nevezzük.

Megjegyzés: a hatásos teljesítmény nem tévesztendő össze a “hasznos”-sal.

2.15. tétel. Ellenálláson mindig hatásos teljesítmény jön létre.

2.16. tétel. Hatásos teljesítmény csak ellenálláson jön létre.

A hatásos teljesítmény jele: P .

Mértékegység jele: W , neve: watt.

2.2.14. Teljesítmény-időfüggvény és átlagteljesítmény kondenzátoron illetve tekercsen. A meddő teljesítmény

Váltakozó áramú teljesítmény kondenzátoron

Kapcsoljunk a kondenzátorunkra szinuszos feszültséget.

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin \omega \cdot t$$

A kondenzátor árama:

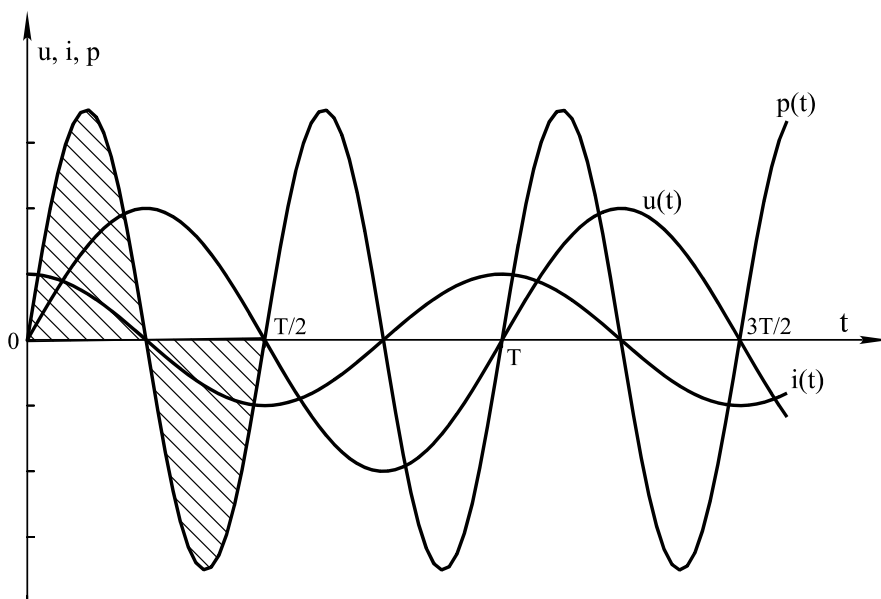
$$\begin{aligned} i(t) &= C \frac{du(t)}{dt} = C \frac{d\hat{U} \cdot \sin \omega \cdot t}{dt} = \\ &= \hat{U} \cdot \omega \cdot C \cdot \sin(\omega \cdot t + 90^\circ) = \hat{I} \cdot \cos \omega \cdot t \end{aligned}$$

A kondenzátor teljesítménye:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Az időfüggvényt trigonometriai átalakítással tovább írhatjuk:

$$p(t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\omega \cdot t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \frac{\sin 2 \cdot \omega \cdot t}{2}$$



2.95. ábra.

A teljesítmény-időfüggvényt a 2.95. ábrán vizsgálhatjuk. Az időfüggvény a vízszintes tengelyre szimmetrikus, pillanatértékei váltakozva pozitív és negatív értékek. Kétszeres frekvenciájú,

$$\hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \frac{1}{2}$$

amplitúdójú, a jelen ábrázolásban szinuszos függvény. A teljesítmény-időfüggvény pozitív és negatív félperiódusa vonalkázott területe megegyezik. Ezért az integrálás eredménye félperiódusra a két vonalkázott terület különbsége, tehát nulla.

Váltakozó áramú teljesítmény tekercsen

Kapcsoljunk a tekercsre szinuszos áramot.

$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin \omega \cdot t$$

A tekercs feszültsége:

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} = L \frac{d\hat{I} \cdot \sin \omega \cdot t}{dt} = \hat{I} \cdot \omega \cdot L \cdot \sin(\omega \cdot t + 90^\circ) = \hat{U} \cdot \cos \omega \cdot t$$

A tekercs teljesítménye:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Trigonometriai átalakítás után:

$$p(t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \frac{\sin 2 \cdot \omega \cdot t}{2}$$

A teljesítmény-időfüggvény tehát hasonló a kondenzátoréhoz. A vízszintes tengelyre szimmetrikus, kétszeres frekvenciájú,

$$\hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \frac{1}{2}$$

amplitúdójú. Mindkét esetre érvényes, hogy az egy teljes periódusra vett átlag nulla. A teljesítmény pozitív és negatív félperiódusai azonos görbe alatti területet fednek.

$$\int_T p(t) dt = \int_T \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot \frac{\sin 2 \cdot \omega \cdot t}{2} dt = 0$$

A tekercs és a kondenzátor tehát teljes periódusra nézve energiát nem fogyaszt. Ez úgy lehetséges, hogy a belsejükben felépítenek egy villamos illetve mágneses teret, ehhez egy negyed periódus alatt energiát vesznek fel a tápláló generátorból, majd a második negyed periódus alatt a téből az energia visszatáplálódik a generátorba. A harmadik negyed periódusban ellentétes irányú tér épül fel, amelyben tárolt energia a negyedik negyedben jut vissza a generátorba. Röviden *teljesítménylengés* alakul ki anélkül, hogy energia elfogyasztásra kerülne.

Meddő teljesítmény

A kondenzátoron és a tekercsen fellépő teljesítményt meddő teljesítménynek nevezzük. A tekercsen pozitív, a kondenzátoron negatív előjellel vesszük figyelembe a meddő teljesítményt, tehát ha egy kapcsolatban tekercs és kondenzátor is található, akkor a hálózat eredő meddő teljesítménye az induktív és a kapacitív meddő teljesítmény különbsége, a két meddő teljesítmény egymást kompenzálja.

Megjegyzés: a meddő teljesítmény nem tévesztendő össze a "veszteségi" teljesítménnyel.

2.17. tétel. Kondenzátoron és tekercsen mindig meddő teljesítmény jön létre.

2.18. tétel. Meddő teljesítmény csak kondenzátoron vagy tekercsen jön létre.

A meddő teljesítmény jele: Q .

Mértékegység jele: VA_r , neve: voltamperreaktív (a mértékegység régebbi, ma már nem szabványos, de előforduló jelölése: var).

2.2.15. Váltakozó áramú teljesítménytípusok és kiszámításuk általános impedancia esetén. A teljesítmény komplex vektora. A teljesítménytényező. A fázisjavítás

Váltakozó áramú teljesítmény általános impedancián

Tegyük fel, hogy általános váltakozó áramú hálózatunk valamely két pontja között ellenállások, tekercsek, és kondenzátorok vegyes kapcsolása található. Ez a passzív hálózatrész helyettesíthető egyetlen eredő impedanciával. Az eredő impedancia meghatározását az egyenáramú hálózatok tárgyalásakor megismert elvek (soros, párhuzamos eredő, stb.) továbbgondolásával elvégezhetjük, itt most nem részletezzük. Ha az általános eredő impedanciánk áramának és feszültségének csak az effektív értékét ismerjük, de a kettő közötti fázisszöget nem, akkor a két érték szorzásával egy új teljesítményt kapunk. Ez a teljesítmény sem nem kerül teljes egészében elfogyasztásra, sem nem jelent teljes egészében teljesítménylengést.

Látszólagos teljesítmény

Valamely általános impedancián eső szinuszos feszültség és az átfolyó áram effektív értékének szorzatát látszólagos teljesítménynek nevezzük. A látszólagos teljesítmény jele: S , mértékegysége jele: VA , neve: voltamper.

$$S = U \cdot I$$

Hatásos teljesítmény általános impedancián

Írjuk fel az eredő impedanciánkat!

$$\overline{Z}_e = Z_e \cdot e^{j\varphi} = Z_e \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) = \operatorname{Re}(\overline{Z}_e) + j \cdot \operatorname{Im}(\overline{Z}_e)$$

A két impedanciarész összege megfelel egy ohmos ellenállás és egy reaktancia soros kapcsolásának. Valós áramamplitúdót feltételezve az impedanciához hasonló feszültségamplitúdót is képezhetünk.

$$\hat{I} \cdot \overline{Z_e} = \hat{I} \cdot \overline{Z_e} = \hat{I} \cdot Z_e \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) = \hat{U} \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi)$$

Hasonlóan írható komplex effektív értékekkel is.

$$\bar{I} \cdot \overline{Z_e} = I \cdot \overline{Z_e} = I \cdot Z_e \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) = U \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi)$$

A feszültség valós részéből származtatható az elfogyasztásra kerülő, azaz hatásos teljesítmény

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Általános hálózatban a hatásos teljesítményt úgy számíthatjuk, hogy a feszültség és az áram effektív értékeinek szorzatát képezzük, és szorozzuk a feszültség és az áram közötti fáziseltolódás koszinuszával. (Az áramot a feszültségnek az árammal fázisban levő komponensével szorozzuk.)

Meddő teljesítmény általános impedancián

Az előző gondolatmenetet folytatva a feszültségvektor képzetes részéből származtathatjuk a meddő teljesítményt.

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

Általános hálózat valamely pontján a meddő teljesítményt úgy számíthatjuk, hogy a feszültség és az áram effektív értékeinek szorzatát képezzük, és szorozzuk a feszültség és az áram közötti fáziseltérés szinuszával. (Az áramot a feszültségnek az áramvektorra merőleges vektorkomponensével szorozzuk.)

Kapcsolat az egyes teljesítménytípusok között

Képezzük a hatásos és a meddő teljesítmény négyzetének összegét!

$$\begin{aligned} P^2 + Q^2 &= (U \cdot I \cdot \cos \varphi)^2 + (U \cdot I \cdot \sin \varphi)^2 = \\ &= U^2 \cdot I^2 \cdot (\cos \varphi)^2 + U^2 \cdot I^2 \cdot (\sin \varphi)^2 = \\ &= U^2 \cdot I^2 \cdot ((\cos \varphi)^2 + (\sin \varphi)^2) = \\ &= U^2 \cdot I^2 \cdot 1 = U^2 \cdot I^2 = S^2 \end{aligned}$$

Tehát

$$P^2 + Q^2 = S^2$$

azaz

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Komplex teljesítmény

A látszólagos teljesítményt tehát Pythagorasz tételére emlékeztető módon számíthatjuk. Ugyanúgy, mint feszültség vagy áram vagy impedancia valós és képzetes részéből az abszolút értéket. Így képezhetjük a hatásos, elfogyasztásra kerülő teljesítményből, mint valós részből és a meddő, elfogyasztásra nem kerülő teljesítményből, mint képzetes részből a komplex teljesítményt, \bar{S} -t.

$$\bar{S} = P + j \cdot Q$$

A komplex teljesítmény vektora a harmadik független komplex vektor a feszültség-áram és az impedancia vektoregyüttes mellett. A három vektor-ábra hasonló.

Az illesztés kérdésével az egyenáramú hálózatok kapcsán már foglalkoztunk. Ott a generátor belső ellenállásának és a terhelőellenállásnak a viszonyát kerestük ahhoz, hogy a terhelésen maximális legyen a teljesítmény. Most legyen ugyanez a feladat, de ellenállások helyett komplex impedanciák vannak. Ezenkívül váltakozóáram esetén többféle teljesítményt definiáltunk, ezért elvileg többféle teljesítményillesztésről beszélhetünk.

Határozzuk meg a hatásos teljesítményre való illesztés feltételét úgy, hogy az U_g váltakozó áramú generátor belső impedanciája legyen

$$\bar{Z}_b = R_b + jX_b,$$

míg a terhelő impedancia

$$\bar{Z}_t = R_t + jX_t$$

alakú. A hatásos teljesítmény az alábbi alakban adható meg:

$$P = \frac{U_g^2 R_t}{(R_b + R_t)^2 + (X_b + X_t)^2}$$

A hatásos teljesítmény tehát függvénye a terhelés valós és képzetes részének is. A szélsőértéket parciális deriválással lehet meghatározni. A leveztetés mellőzésével a végeredmény:

$$\bar{Z}_t = \bar{Z}_b^* = R_b - jX_b$$

vagyis a terhelő impedancia a belső impedancia konjugáltja. A hatásfok ekkor 50%.

Teljesítményillesztés esetén a maximális teljesítmény kifejezése most is:

$$P = \frac{U_g^2}{4R_b}$$

Váltakozó áramú teljesítménytípusok megítélése

A hatásos teljesítmény átalakul más teljesítménytípusá, elfogyasztásra kerül, ugyanúgy, mint az egyenáramú teljesítmény.

A meddő teljesítmény más, nincs egyenáramú megfelelője. Teljesítménylengés generátor és reaktancia között. Elfogyasztásra nem kerül, ezért az áramszolgáltató a fogyasztótól ellenszolgáltatásra nem tarthat igényt. Ugyanakkor a tekercs vagy kondenzátor jelentős áramot igényelhet. Ezt az áramot kell az áramszolgáltatónak a távvezetékein szállítani. Számolni kell a távvezeték véges ellenállásával és az ezen létrejövő teljesítményvesztéssel. A P_v veszteség számítható a vezetékellenállás, R_v és a rajta átfolyó szinuszos áram I effektív értékének felhasználásával.

$$P_v = I^2 \cdot R_v$$

Az áramszolgáltatónak tehát vesztesége keletkezik, miközben ebből bevétele nem származik. Ezért a meddő teljesítmény *kerülendő*.

A meddő teljesítmény jelenlétének jelzésére a *teljesítménytényezőt* használjuk. A teljesítménytényező: $\cos\varphi$.

A teljesítménytényező optimális, ha $\cos\varphi = 1$. Ilyenkor nincs meddő teljesítmény, mert ugyanakkor $\sin\varphi = 0$. Ha a teljesítménytényező nem optimális, akkor a meglévő meddő teljesítmény kompenzálására *fázisjavítást* kell alkalmazni. A gyárak, üzemek, nagy fogyasztók általában induktív meddő teljesítményt okoznak. Ezt kell a fogyasztás helyén párhuzamosan kapcsolt kondenzátorokkal, a változó terheléshez állandóan igazodva kompenzálni. Ez a fázisjavítás. Az áramszolgáltató kedvezményben része-

síti a nagy fogyasztóit, ha a teljesítménytényező értékét folyamatosan az előre megállapított érték felett tartják. A teljesítménytényező folyamatos figyelemmel kísérése céljából $\cos\varphi$ -regisztráló készüléket használnak.

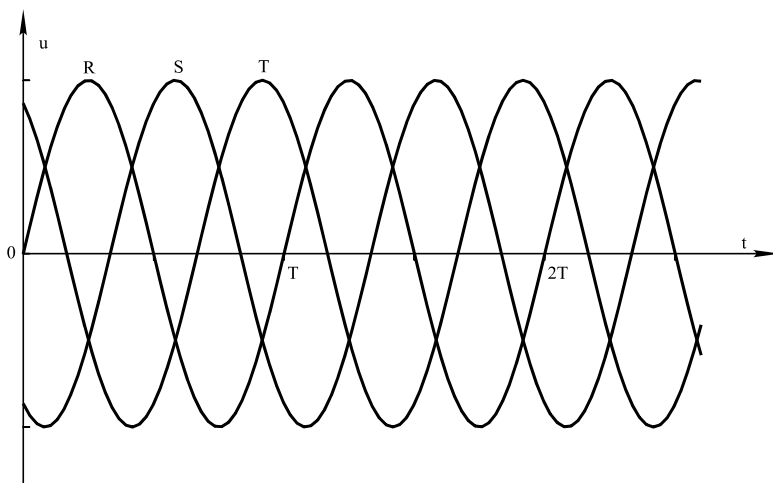
2.2.16. Szimmetrikus háromfázisú hálózatok. Vonali- és fázisjellemzők. Aszimmetria

A villamos energiaellátás kezdeti időszakában a generátorokat és fogyasztókat független, pont-pont közötti összeköttetésekkel kötötték össze. Napjainkban a kontinenseket behálózzák a távvezetékek. Sok országot magukba foglaló egységes villamosenergia-rendszerek működnek. Az ellátó rendszerek, távvezetékek és berendezések létesítése és üzemeltetése költséges. A költségek optimalizálhatók háromfázisú hálózatok alkalmazásával. Ma a villamos energiaellátás csaknem kizárólag háromfázisú rendszerben történik.

Három szinuszos feszültséggenerátor szimmetrikus generátorhármast alkot, ha

- frekvenciájuk pontosan megegyezik,
- feszültségük amplitúdója megegyezik,
- szimmetrikusan eltoltak úgy, hogy kezdőfázisuk rendre 0° , 120° , és 240° .

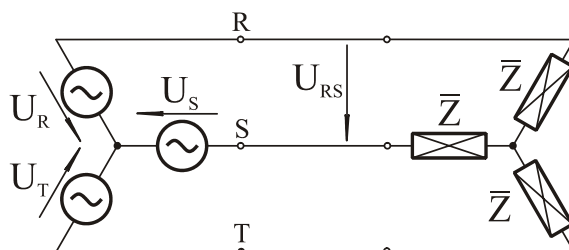
A három „fázis” szokásos elnevezése: R, S és T fázis. A három fázis időfüggvénye a 2.96. ábrán látható.



2.96. ábra.

Az ábrán figyelemmel kísérhető, hogy bármely időpontban a három időfüggvény pillanatértékeinek összege nullát ad eredményül:

$$u_R(t) + u_S(t) + u_T(t) = 0 .$$



2.97. ábra.

A három generátorból csillag és háromszög kapcsolást egyaránt képezhetünk. A 2.97. ábrán egy csillagkapcsolású generátorhármaszt csillagkapcsolású három impedancia terhel. A szimmetria feltétele a korábban a generátorokra tett kikötések mellett az, hogy a három terhelő impedancia legyen azonos. Ha ez teljesül, akkor például abban a pillanatban amikor az R és S fázis vezetékén a generátortól a terhelés felé folyik áram, a T fázis vezetékén éppen az előző két áram összege folyik ellenkező irányba.

$$i_R(t) + i_S(t) + i_T(t) = 0$$

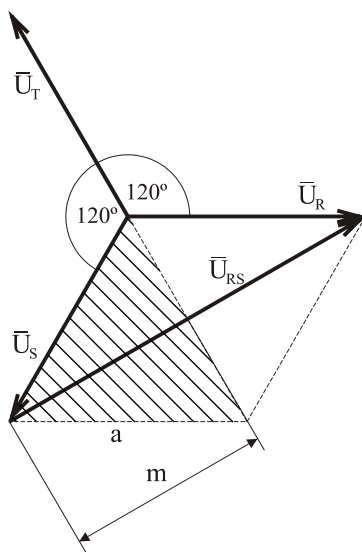
Ez indokolja, hogy a két csillagpontot nem kötjük össze, háromvezetékes rendszert használunk. Ha a két csillagpontot összekötnénk, ezen a negyedik vezetéken nem folyrna áram a szimmetria következtében.

A generátoron folyó áramot fázisáramnak, a generátoron eső feszültséget fázisfeszültségnek nevezzük. A távvezeték árama a vonali áram, feszültsége a vonali feszültség. Csillagkapcsolású generátorok esetében a fázisáram, I_f , és a vonali áram, I_v mint az előbb vizsgáltuk, megegyezik.

$$I_f = I_v$$

Nem így a két feszültség. Kapcsolatukhoz rajzoljuk fel először a generátorok szimmetrikus vektorhármását, \overline{U}_R -t, \overline{U}_S -t és \overline{U}_T -t (2.98. ábra). Három azonos hosszúságú, egymással 120° -os szöget bezáró feszültségvektor alkotja. A vonali feszültséget megfelelő két fázisfeszültség vektoriális különbségeként határozhatjuk meg. Például:

$$\overline{U}_{RS} = \overline{U}_R - \overline{U}_S .$$



2.98. ábra.

Vektorábránkon a vonalkázott terület egy egyenlő oldalú háromszög. Tudjuk, hogy ebben az oldalhosszúság, a és a magasságvonal, m hossza közötti összefüggés:

$$m = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$$

Az oldalhosszúságnak a fázisfeszültség, a magasságnak a vonali feszültségnek a fele felel meg, ezért csillagkapcsolású generátoraink esetében az összefüggés:

$$\boxed{U_v = U_f \cdot \sqrt{3}}$$

Háromszöghozzákapcsolású generátorok esetén a fázis- és a vonali feszültség megegyezik. Az áramokra pedig a következő összefüggés érvényes.

$$\boxed{U_{vh} = U_{fh}}$$

$$\boxed{I_{vh} = I_{fh} \cdot \sqrt{3}}$$

A háromfázisú hálózatok üzemeltetése során folyamatosan ügyelünk a szimmetria fenntartására. Ennek ellenére előfordulhat fáziskimaradás, aszimmetrikus terhelés, vagy más rendellenesség.

A háromfázisú teljesítmények

Egy háromfázisú fogyasztó teljesítménye a fázisteljesítményekből határozható meg:

$$\Sigma P = P_1 + P_2 + P_3$$

ahol $P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$;

P_1 az 1. fázis hatásos teljesítménye. Szimmetrikus esetben - delta és csillag kapcsolás esetén egyaránt - a fázisteljesítmények egyenlők, így

$$\Sigma P = 3P_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi ,$$

ill. vonali mennyiségekre áttérve

$$\Sigma P = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi .$$

Hasonló eredményt kapunk a meddőteljesítményekre is :

$$\Sigma Q = 3Q_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \sin \varphi ,$$

ill. a látszólagos teljesítményre

$$\Sigma S = 3S_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v .$$

Ha a fogyasztói impedanciák nem egyenlők, vagy ha a generátor fázisfeszültségei nem alkotnak szimmetrikus rendszert, a háromfázisú rendszer aszimmetrikussá válik. Ilyenkor a teljes rendszert kell vizsgálni. Teljesen általános aszimmetrikus feszültségrendszer esetén az ún. szimmetrikus összetevők módszerével több szimmetrikus feszültségrendszerre bontjuk szét az aszimmetrikus rendszert, és ezzel számolunk tovább.

Aszimmetria háromvezetékes rendszerben

Az aszimmetria a 2.97. ábra szerinti csillag-csillag kapcsolású háromvezetékes rendszerben nem várt feszültség-eltolódásokat okoz. A két csillagpont között úgynevezett „csillagponteltolódás” jön létre. A csillagpontok közötti \overline{U}_0 komplex amplitúdójú eltolódási feszültség szinuszos időfüggvényű. Az aszimmetria hatására az egyes fázisokra is a névleges feszültség-

től eltérő nagyobb vagy kisebb feszültség jut. A névlegestől eltérő feszültség az üzemeltetett berendezések, eszközök tönkremenetelét vagy hibás működését okozza, tehát nem engedhető meg.

Aszimmetria négyvezetékes rendszerben

A feszültségtartást biztosítja és a két csillagpont közötti feszültségeltolódást akadályozza meg, ha a két csillagpontot egy negyedik vezetékkel összekötjük. Ez az úgynevezett nullavezeték. Rajta szimmetrikus esetben nem folyik áram. Aszimmetria esetén viszont szinuszos kiegyenlítő áram alakul ki benne. A kiegyenlítő áram biztosítja a fázisáramok kívánt aszimmetriáját, mely utóbbi pedig lehetővé teszi, hogy fázisonként eltérő terhelő impedanciák ellenére a fázisfeszültségek azonosak maradjanak.

Ma otthonainkban és a gyárak, üzemek, intézmények számára a villamos energiaellátás szimmetrikus háromfázisú rendszerben történik. A fázisfeszültség ma szabványosan 230V-os effektív értékű. A közvélemény nagy része azonban a régi, megszokott és a feliratokon ma is gyakran szereplő 220V-os értéket ismeri. Lakásainkba tehát fázisfeszültség jut. Több-lakásos épületben lakásonként más-más fázisról biztosítják a táplálást. Egy-egy fázisra sok lakást csatlakoztatva a szimmetria statisztikusan megvalósul. A nullavezetéknek a lakásokba, irodákba bevezetett szakasza természetesen az energiaellátáshoz szükséges teljes áramot vezeti, árammenetessége szimmetria esetén csak a háromfázisú szakaszra érvényes.

Magyarországon a az ún. kisméretű villamos energiaellátó hálózat szabványosan földelt csillagpontú. Jó tudni, hogy az épületek fémből készült gáz- és vízvezetékei, a vízcsapok, az épületvasalás, a nedves padló a nullavezetékkel összeköttetésben van. A másik vezetéknek, az úgynevezett fázisvezetőnek az érintése ezért önmagában is elegendő lehet ahhoz, hogy zárt áramkör alakuljon ki, és áramütés következzen be.

A nagyobb fogyasztók háromfázisú táplálást kapnak, és gyakran üzemeltetnek is háromfázisú gépeket, berendezéseket. Az előbb említett 230V-os fázisfeszültség effektív értékhez a

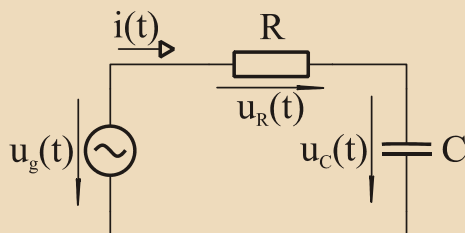
$$230V \cdot \sqrt{3} \cong 400V$$

vonali feszültség tartozik, amit például transzformátorállomások, elosztók, villamos közlekedéssel kapcsolatos létesítmények közelében, figyelmeztető feliratokon gyakran láthatunk.

2.2.17. Számítási feladatok gyakorlása

2.22. példa

Tekintsük a 2.99. ábrán látható soros RC kapcsolást.



2.99. ábra.

Kiinduló időfüggvény és adatok:

$$u_g(t) = 100 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t \text{ [V]},$$

$$R = 80\Omega ,$$

$$I = 1\text{A} .$$

Határozzuk meg a feszültségeket, az áram időfüggvényét, rajzoljuk meg a vektorábrákat!

Megoldás

A generátor időfüggvényéből kiolvasható adatok:

$$U_g = 100\text{V} \text{ (ez effektív érték!!)}.$$

$$\omega = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} .$$

A frekvencia és a periódusidő:

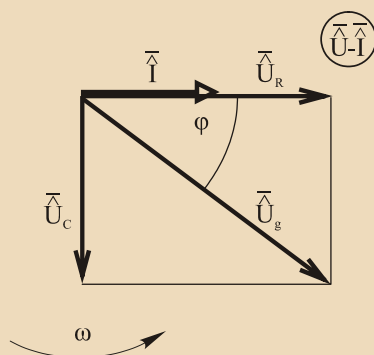
$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = 50\text{Hz} ,$$

$$T = \frac{1}{f} = 20\text{ms} .$$

Az ellenállás feszültsége:

$$U_R = I \cdot R = 1A \cdot 80\Omega = 80V .$$

Mivel az áram megadott értéke effektív érték, ezért az eredmény is effektív érték. A feszültség-áram vektorábra megrajzolható. Csak a kondenzátor feszültsége ismeretlen, ezért a generátor és az ellenállás feszültségének vektoriális különbségéként meg tudjuk szerkeszteni (2.100. ábra).



2.100. ábra.

A kondenzátor feszültségének effektív értéke Pythagorasz tétele szerint:

$$U_C = \sqrt{U_g^2 - U_R^2} = \sqrt{(100V)^2 - (80V)^2} = 60V$$

A kondenzátor látszólagos ellenállása:

$$X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{60V}{1A} = 60\Omega .$$

A kondenzátor kapacitása:

$$C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 60\Omega} = \frac{1}{314 \cdot 60} \cdot \frac{\text{As}}{\text{V}} = 53,08 \mu\text{F} .$$

Az eredő impedancia abszolút értéke:

$$Z_{RC} = \frac{U_g}{I} = \frac{100V}{1A} = 100\Omega .$$

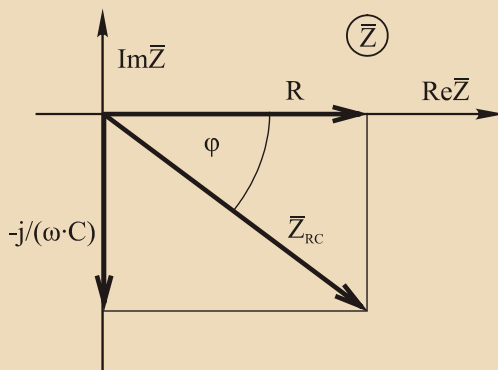
Ez megegyezik azzal, amit Pythagorasz-tétellel számíthatunk.

$$Z_{RL} = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(80\Omega)^2 + (60\Omega)^2} = 100\Omega .$$

A fázisszög a feszültség-vektorábrából:

$$\varphi = -\arctg \frac{U_C}{U_R} = -\arctg \frac{60V}{80V} = -\arctg 0,75 = -36,9^\circ .$$

Most már megrajzolhatjuk az impedancia-vektorábrát.



2.101. ábra.

A hatásos teljesítmény:

$$P = U_g \cdot I \cdot \cos \varphi = U_R \cdot I = 80V \cdot 1A = 80W .$$

A meddő teljesítmény:

$$Q = U_g \cdot I \cdot \sin \varphi = U_C \cdot I = 60V \cdot 1A = 60VA_{\text{r}} \text{ kapacitív.}$$

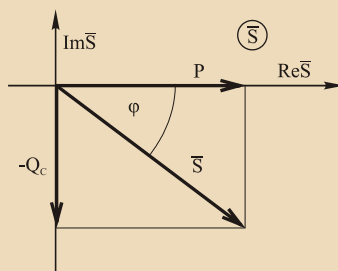
A látszólagos teljesítmény:

$$S = U_g \cdot I = 100V \cdot 1A = 100VA .$$

A teljesítmény komplex értéke:

$$\bar{S} = 80 - j \cdot 60 \text{ [VA].}$$

A teljesítmény-vektorábra:



2.102. ábra.

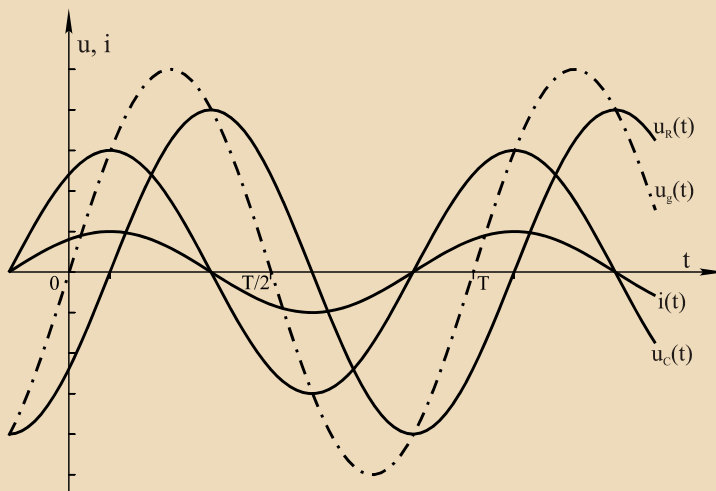
A három vektorábra egybevágó!

Az időfüggvények:

$$u_R(t) = 80 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t + 36,9^\circ\right) \text{ [V]},$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t + 36,9^\circ\right) \text{ [A]},$$

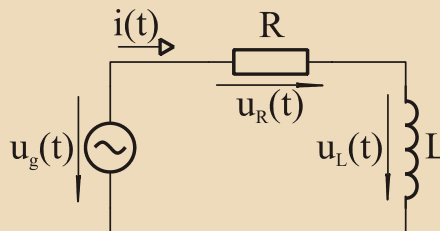
$$\begin{aligned} u_C(t) &= 60 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t + 36,9^\circ - 90^\circ\right) = \\ &= 60 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(314 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot t - 53,1^\circ\right) \text{ [V]} \end{aligned}$$



2.103. ábra.

2.23. példa

Tekintsük a 2.104. ábrán látható soros RL kapcsolást.



2.104. ábra.

A kapcsolat által felvett hatásos teljesítmény:

$$P = 100W .$$

További adatok:

$$L = 100mH , \quad \omega = 10^3 \frac{rad}{s} , \quad U_L = 100V$$

A fenti adatokból számítsuk ki a hiányzó feszültségeket, impedanciákat, teljesítményeket, az áramot, a fázisszöveget és határozzuk meg a szükséges fázisjavító kondenzátor értékét!

Megoldás

A tekercs látszólagos ellenállása:

$$X_L = \omega \cdot L = 10^3 \frac{rad}{s} \cdot 100 \cdot 10^{-3} H = 100 \frac{rad}{s} \cdot \frac{Vs}{A} = 100\Omega .$$

Ebből a kör árama:

$$I = \frac{U_L}{X_L} = \frac{100V}{100\Omega} = 1A .$$

$$P = U_g \cdot I \cdot \cos \varphi = U_R \cdot I = 100W , \text{ ebből}$$

$$U_R = \frac{P}{I} = \frac{100W}{1A} = 100V ,$$

Az ellenálláson és a tekercsen a feszültség megegyezik, a feszültségvektorábra egy négyzet, a fázisszög 45° .

$$\varphi = \arctg \frac{U_L}{U_R} = \arctg \frac{100V}{100V} = \arctg 1 = 45^\circ ,$$

$$S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{100W}{\cos 45^\circ} = \frac{100W}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \cong 141VA ,$$

$$Q = S \cdot \sin \varphi = 141VA \cdot \sin 45^\circ = \frac{141VA}{\sqrt{2}} = 100VAr , \text{ inductív,}$$

$$U_g = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{(100V)^2 + (100V)^2} \cong 141V$$

Az eredő impedancia:

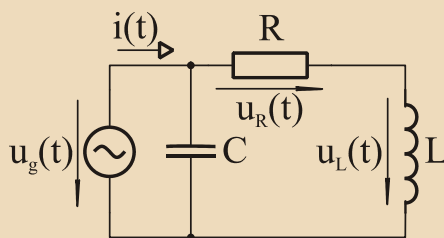
$$Z_{RL} = \frac{U_g}{I} \cong \frac{141V}{1A} = 141\Omega .$$

A komplex impedancia és a komplex teljesítmény:

$$\overline{Z}_{RL} = R + j \cdot X_L = 100 + j \cdot 100[\Omega] ,$$

$$\overline{S} = 100 + j \cdot 100[VA] .$$

Fázisjavítás érdekében a soros RL kapcsolással párhuzamosan csatlakoztatunk egy kondenzátort (2.105. ábra).



2.105. ábra.

Értékét úgy kell megválasztanunk, hogy meddő teljesítménye megegyezzen a tekercs által okozott meddő teljesítménnyel.

$$Q_C = Q_L = 100\text{VA}r$$

Mivel a kondenzátorra a generátor feszültsége jut

$$I_C = \frac{Q_C}{U_g} = \frac{Q_L}{U_g} \cong \frac{100\text{VA}r}{14\text{V}} \cong 0,707\text{A} \text{ , ebből}$$

$$X_C = \frac{U_C}{I_C} = \frac{U_g}{I_C} \cong \frac{14\text{V}}{0,707\text{A}} \cong 200\Omega \text{ .}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \text{ , ebből a keresett kapacitás:}$$

$$C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} \cong \frac{1}{10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 200\Omega} = \frac{10^{-5}}{2} \cdot \frac{\text{As}}{\text{V}} = 5\mu\text{F} \text{ .}$$

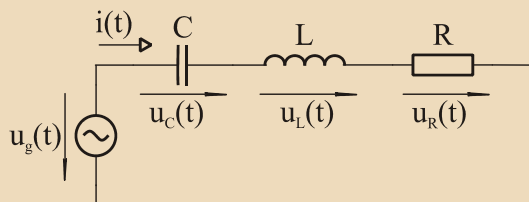
Tökéletes fázisjavítás érdekében tehát $5\mu\text{F}$ kapacitású kondenzátort kell a kapcsolással párhuzamosan csatlakoztatni. Ilyenkor a generátor csak hatásos teljesítményt ad le, ezért árama

$$I_{g,\text{fázisjavított}} = \frac{P}{U_g} \cong \frac{100\text{W}}{14\text{V}} \cong 0,707\text{A} \text{ .}$$

Eközben az ellenállás és a tekercs feszültség-, áram- és teljesítményállapota természetesen változatlan!!

2.24. példa

Soros R, L és C elemeket $U_g=5\text{V}$ feszültségű szinuszos generátor táplál (2.106. ábra).



2.106. ábra.

Mekkora feszültség jelenik meg az egyes elemeken és mekkora a kör árama, ha a generátor frekvenciája éppen a rezonanciafrekvencia? Mekkora a jósági tényező és mekkora a rezonancia-körfrekvencia?

$$L = 100\mu H, \quad C = 10nF, \quad R = 25\Omega$$

Megoldás

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-4} \frac{Vs}{A} \cdot 10^{-8} \frac{As}{V}}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-12} s^2}} = 10^6 \frac{rad}{s}.$$

Rezonancia-körfrekvencián a látszólagos ellenállások megegyeznek.

$$X_L = \omega_0 \cdot L = 10^6 \frac{rad}{s} \cdot 10^{-4} \frac{Vs}{A} = 100\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega_0 \cdot C} = \frac{1}{10^6 \frac{rad}{s} \cdot 10^{-8} \frac{As}{V}} = \frac{1}{10^{-2} \frac{A}{V}} = 100\Omega$$

Rezonanciafrekvencián a kondenzátor és a tekercs látszólagos ellenállása kivonódva egymásból nullát ad eredményül. Az eredő impedancia ezért az ellenállás értékével egyezik meg

$$Z_{RLC} = R = 25\Omega$$

A generátorfeszültség teljes egészében az ellenállásra jut.

$$U_R = U_g = 5V \text{ (effektív érték!!)}$$

Az áram:

$$I = \frac{U_R}{R} = \frac{5V}{25\Omega} = 0,2A.$$

A két reaktancia együttes feszültsége rezonancián $U_{LC} = 0V$, de ezen belül a két feszültség azonos, nem nulla.

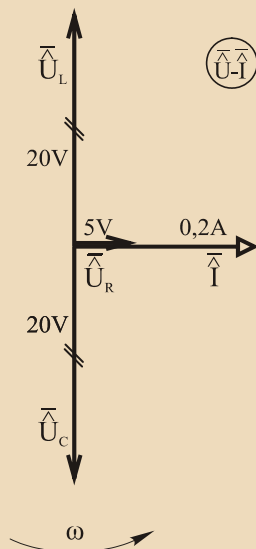
$$U_L = I \cdot X_L = 0,2A \cdot 100\Omega = 20V.$$

$$U_C = I \cdot X_C = 0,2A \cdot 100\Omega = 20V.$$

A jósági tényező:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 \cdot L}{R} = \frac{100\Omega}{25\Omega} = 4 .$$

A feszültség-áram vektorábra rezonancián a 2.107. ábrán látható, a vektorokon azok effektív értéke is olvasható.

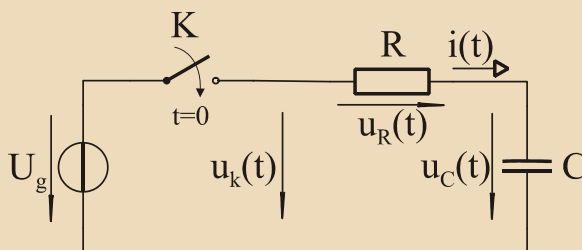


2.107. ábra.

2.25. példa

Soros RC kört $U_0=10V$ egyenfeszültségre kapcsolunk (2.108. ábra).

$R=1k\Omega$; $C=10nF$.



2.108. ábra.

Válassza ki a helyes végeredményeket!

Mekkora az időállandó, τ ?

$0,01\mu s$, $0,01ms$, $1ms$, $10\mu s$, $10^{-2}s$, $10^{-5}s$, $10^{-8}s$.

Mekkora az áram a bekapcsolás pillanatában?

$1A$; $10A$; 0 ; ∞ ; $10mA$; $0,01mA$.

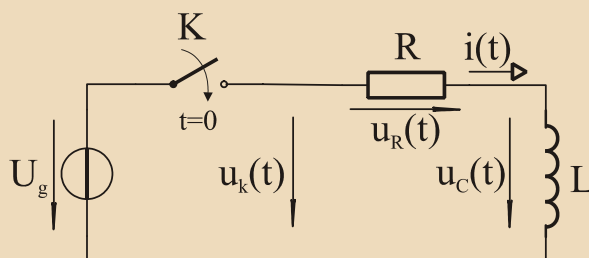
Mekkora az áram a bekapcsolás után, állandósult állapotban?

$1A$, $10A$, 0 , ∞ , $10mA$, $0,01mA$.

2.26. példa

Soros RL kört $U_0=100V$ egyenfeszültségre kapcsolunk (2.109. ábra).

$R=100\Omega$, $L=100\mu H$.



2.109. ábra.

Válassza ki a helyes végeredményeket!

Mennyi idő után tekintjük befejezettnek a bekapcsolás utáni átmeneti változásokat?

$1\mu s$, $5\mu s$, $10\mu s$, $50\mu s$, $10ms$, $50ms$.

Mekkora az áram a bekapcsolás pillanatában?

$1A$, $10A$, 0 , ∞ , $10mA$, $0,01mA$.

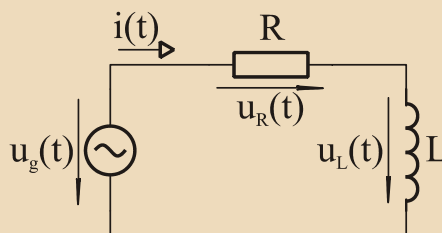
Mekkora az áram a bekapcsolás után, állandósult állapotban?

$1A$, $10A$, 0 , ∞ , $10mA$, $0,01mA$.

2.27. példa

Színuszos feszültséggenerátorral táplált soros RL kapcsolásban (31.12. ábra):

$$R=100\Omega, \quad L=100\text{mH}, \quad \omega = 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad I_{\text{eff}} = 1\text{A}.$$



2.110. ábra.

Válassza ki a helyes végeredményeket!

Mekkora a generátor feszültségének effektív értéke, U_g ?

0V, 2V, 14,14V, 20V, 141,4V, 200V, ∞ V .

Mekkora az ellenállás feszültségének effektív értéke, U_R ?

0V, 1V, 10V, 100V, 141,4V, 1000V, ∞ V .

Mekkora a tekercs feszültségének effektív értéke, U_L ?

0V, 1V, 10V, 100V, 141,4V, 1000V, ∞ V .

Mekkora a hatásos teljesítmény?

0, 10VA, 10VA_r, 10W, 100VA, 100VA_r, 100W.

Mekkora a meddő teljesítmény?

0, 10VA, 10VA_r, 10W, 100VA, 100VA_r, 100W.

Mekkora a látszólagos teljesítmény?

0, 100VA, 100W, 141,4W, 141,4VA, 200W, 200VA_r.

Mekkora a teljesítménytényező?

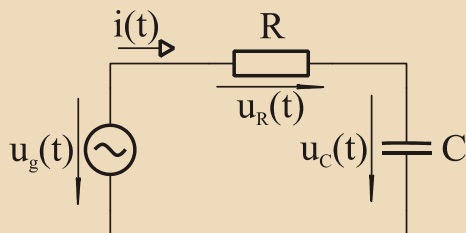
100W, 10%, 1, 1,414, 0,707, 0,5, 50%.

2.28. példa

Színuszos feszültséggenerátorral táplált soros RC kapcsolásban (2.111. ábra):

$$u_g(t) = 100 \cdot \sqrt{2} \sin \omega \cdot t [\text{V}],$$

$$R=40\Omega, \quad U_C=60\text{V}, \quad C=106\mu\text{F}.$$



2.111. ábra.

Válassza ki a helyes végeredményeket!

Mekkora a generátor feszültségének effektív értéke, U_g ?

0V, 10V, 14,14V, 100V, 141,4V, 1000V, ∞ V ,

Mekkora az ellenállás feszültségének effektív értéke, U_R ?

0V, 40V, 80V, 81,4V, 160V, 136V, 141,4V, ∞ V .

Mekkora az áram effektív értéke?

0A, 1A, 2A, 2,04A, 4A, ∞ A .

Mekkora a szinuszos feszültségek és áramok frekvenciája?

$25 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, 25Hz, 50Hz, 100Hz.

Mekkora a hatásos teljesítmény?

0, 40W, 80VA, 160W, 166VA, 640W.

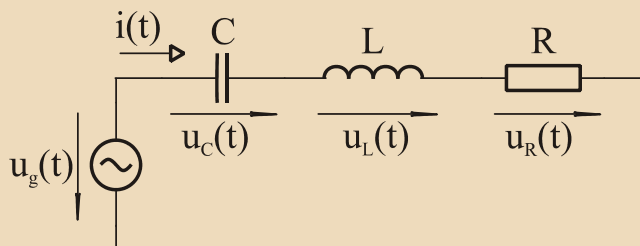
Mekkora az eredő látszólagos ellenállás?

0, 25 Ω , 50 Ω , 70,7 Ω , 100 Ω , 141,4 Ω , $\infty\Omega$.

2.29. példa

Soros rezgőkör (2.112. ábra) elemei:

$$R=10\Omega, \quad L=1\text{mH}, \quad C=1\text{nF}.$$



2.112. ábra.

A rezgőkört $U_g=10\text{V}$ feszültségű szinuszos feszültséggenerátorra kapcsoljuk.

Válassza ki a helyes végeredményeket!

Mekkora a rezonancia-körfrekvencia?

$$10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ jó}; \quad 10^{-12} \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad 1\text{kHz}, \quad 1\text{MHz}, \quad 1\text{GHz}.$$

Mekkora a jósági tényező?

$$1, \quad 5, \quad 10, \quad 50, \quad 100, \quad 500.$$

Mekkora a feszültség az ellenálláson rezonancián?

$$0\text{V}, \quad 5\text{V}, \quad 10\text{V}, \quad 50\text{V}, \quad 100\text{V}, \quad 500\text{V}.$$

Mekkora a feszültség a kondenzátoron rezonancián?

$$0\text{V}, \quad 5\text{V}, \quad 10\text{V}, \quad 100\text{V}, \quad 500\text{V}, \quad 1000\text{V}.$$

3. A mágneses tér

3.1. Tanulási célok

A lecke áttanulmányozása után Ön képes lesz:

- Értelmezni a mágneses tér jellemzőit és a legfontosabb összefüggéseket;
- Saját szavaival elmagyarázni a Faraday féle indukció törvényeket;
- Felrajzolni a ferromágneses anyagok mágnesezési görbéjét;

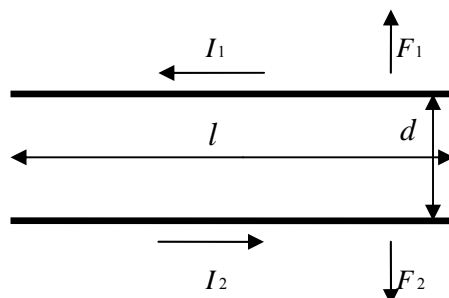
Az előző fejezetben láttuk, hogy a villamos áramot minden esetben töltések áramlása hozza létre. Az áramnak különböző hatásai vannak:

- hőhatás - pl.: villamos fűtőtest
- fényhatás - pl.: gáztöltésű kisülőcsőben (fénycső)
- kémiai - pl.: elektrolitba helyezett két fémpóluson kémiai jelenség játszódik le, vagy akkumulátor töltése
- mágneses - pl.: árammal átjárt vezető közelébe mágnesűt helyezve annak elmozdulását figyelhetjük meg.

A villamos és mágneses jelenségek sokban hasonlítanak egymásra, és ezért régóta gyanították, hogy a kettő között valamiféle kapcsolat van. Mi tudjuk, hogy ezt a létező kapcsolatot az első két Maxwell egyenlet mutatja, amelyek értelmében a villamos áram örvényes mágneses teret, a változó mágneses tér pedig örvényes villamos teret kelt. A sztatikus térben azonban nincsen áram, és a mágneses tér sem változik. Ilyenkor tehát a villamos és mágneses terek között nincs is kapcsolat: a mágnesrúd nem hat a megdörzsölt borostyánkőre és viszont. Ennek fényében érthetjük meg azt, hogy hiába ismertek jól bizonyos elektro- és magnetosztatikai jelenségeket már az ókorban is, miután nem tudtak villamos áramot előállítani, ezért az elektrodinamika igazi kezdetére Oersted felfedezéséig kellett várni. 1820-ig a tudomány hivatalos álláspontja az volt, hogy elektromosság és mágnesesség között nincsen kapcsolat.

A továbbiakban a gyakorlat szempontjából nagyon fontos és a villamos gépek tárgyalásához elengedhetetlenül szükséges legfontosabb mágneses jelenségekkel és hatásokkal foglalkozunk. Elsőként az időben állandó mágneses tér jellemzésével foglalkozunk.

3.2. Erőhatás két párhuzamos áramvezető között



3.1. ábra.

Ha két párhuzamos áramvezetőben I_1 ill. I_2 áram folyik, akkor a vezetők között taszító- vagy vonzóerő lép fel (F_1 és F_2) az áramok irányától függően. Ellentétes áramirány esetén taszítás, azonos áramiránynál vonzás figyelhető meg.

Kísérletileg kimutatható, hogy ezen erők azonos nagyságúak. Vákuum környezet esetén ez az erő egy bizonyos l [m] hosszra vonatkoztatva fordítottan arányos a vezetők d [m] távolságával és arányos az I_1 [A] és I_2 [A] árammal és a vizsgált hosszal:

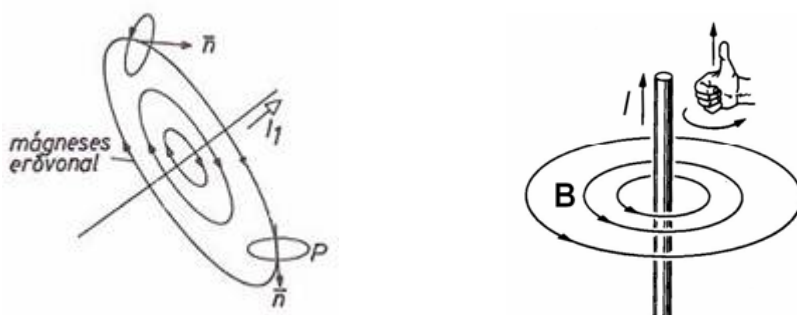
$$F_1 = F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot l [\text{N}]$$

ahol μ_0 a vákuum permeabilitása, értéke:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right]$$

Mágneses jelenségek tárgyalásánál úgy gondolkozhatunk, hogy a vezetőkben folyó áram kondicionálja a teret, azaz különleges, ún. mágneses állapotot hoz létre. Ezt az erőteret minőségileg a mágneses erővonalakkal, mennyiségileg a mágneses térerősség, a mágneses fluxus és a mágneses fluxussűrűség fogalmának bevezetésével írhatjuk le.

3.3. Az áram mágneses tere



3.2. ábra.

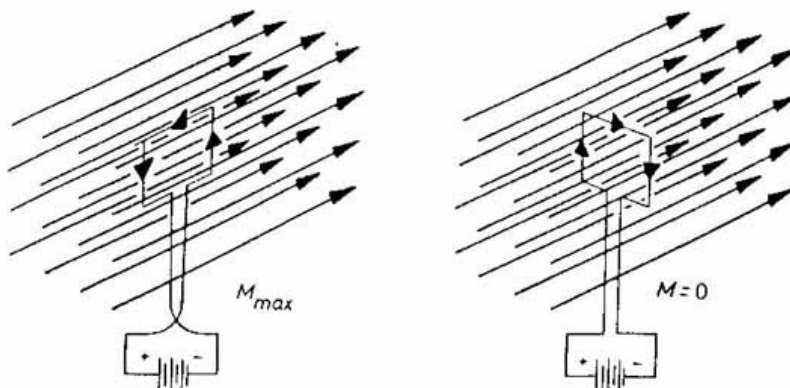
I_1 árammal átjárt hosszú egyenes vezető közelébe próbatekereszt helyezünk. A próbatekereszt egy I_k állandó egyenárammal átjárt kör alakú zárt vezetőhurok, amelyre a kifizített A_k felület igen kicsi. A tekercshez rendelt n normálisvektor a felületre merőleges, értelmé a jobbcsvár (jobb kéz) szabály szerint van az I_k áramhoz rendelve. Tapasztalat szerint a próbatekeresztre nyomaték hat. Ha a tekercs a rögzített P középpontja körül elfordulhat, akkor a 3.2. ábrán is látható semleges helyzetet vesz fel, amelyben a normálist n -el jelöltük és a rá ható nyomaték zérus. Ha a próbatekereszt mindig az n normális irányába mozgatjuk, akkor az általa leírt – jelen esetben koncentrikus kör – pályát mágneses erővonalnak nevezzük.

Definíció szerint az erővonal iránya megegyezik a próbatekereszt normálisának irányával.

Az erővonalak irányítása és az I_1 áram iránya között a jobb kéz szabály teremt kapcsolatot (lásd 3.2. ábra jobb oldala). Az erővonalak alakja I_1 -től független és önmagukban zártak.

3.4. A mágneses fluxussűrűség (mágneses indukció)

A mágneses térbe helyezett próbatekereszt P geometriai középpontja körül természetes helyzetéből elforgatva a 90° -os helyzetben kapjuk a legnagyobb nyomatékot (forgatónyomatékot), amely arányos a próbatekereszt áramával és feszültségével.



3.3. ábra.

Az arányossági tényező neve mágneses indukció:

$$B_p = \frac{M_{\max}}{I_k \cdot A_k} = \text{áll.}$$

Ezzel a kifejezéssel csak a mágneses tér egy adott P pontjának környezetére jellemző átlagos indukció értékét kapjuk meg. A P pont mágneses állapotát jellemző érték:

$$B = \lim_{A_k \rightarrow 0} \frac{M_{\max}}{I_k \cdot A_k} \left[\frac{Vs}{m^2} = T \right]$$

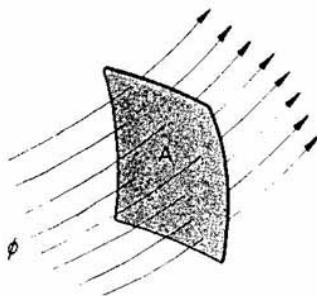
Definíciószerűen az indukció iránya megegyezik a próbatekerics normálisának természetes helyzetben felvett irányával:

$$\vec{B} = \vec{n} \times \vec{B}$$

Az indukcióvektor és az erővonalak között mennyiségi kapcsolatot is lehet definiálni (felületegységen merőlegesen áthaladó erővonalak száma).

3.5. A mágneses fluxus

Az A területű felületen merőlegesen áthaladó indukcióvonal számot mágneses fluxusnak vagy indukciófluxusnak, röviden egyszerűen csak fluxusnak nevezük és Φ -vel jelöljük.



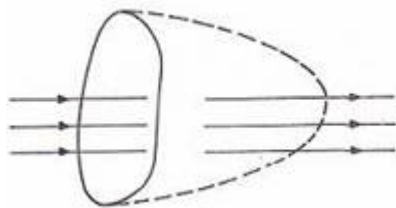
3.4. ábra.

Definíció szerint a mágneses fluxus:

$$\Phi = \int_A \overline{B} dA, [Vs = Wb]$$

vagyis számértéke arányos az adott felületen áthaladó összes mágneses erővonalak számával.

Az A felületet egy zárt görbére tetszőlegesen illeszthetjük.



3.5. ábra.

A mágneses erővonalak zártak, tehát zárt felületre vett integráljuk zérus:

$$\oint_A \overline{B} d\overline{A} = 0$$

Ha a mágneses tér homogén, valamint dA és B merőleges egymásra, akkor

$$\Phi = B \cdot A$$

3.6. A mágneses térerősség

A mágneses térerősség a mágneses teret jellemző mennyiség, melyet definíció szerint a mágneses indukcióból az alábbiak szerint kaphatunk meg:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \quad [\text{A/m}]$$

ahol

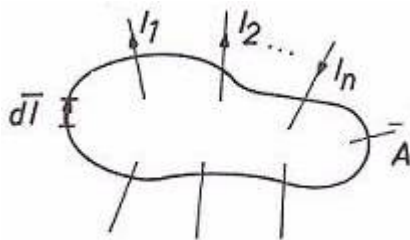
- $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ a permeabilitás és
- μ_0 a vákuum permeabilitása ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right]$),
- μ_r az anyagjellemző ún. relatív permeabilitás:

Számos anyagnál μ_r értéke 1 közeli szám, ezek az ún. para- és diamágneses anyagok:

- $\mu_r \approx 1$ para és diamágneses anyagok
A villamos gépekben használatos ún. ferromágneses anyagoknál μ_r értéke 1-nél lényegesen nagyobb:
- $\mu_r \gg 1$ ferromágneses anyagok
A fenti definíció szerint tehát a H térerősség B -vel egyirányú. A mágneses erővonalkép a térerősség fogalmához is kapcsolható.

3.7. A gerjesztési törvény

A gerjesztési törvény segítségével a tér egy tetszőleges pontjában meghatározható a mágneses térerősség.



3.6. ábra.

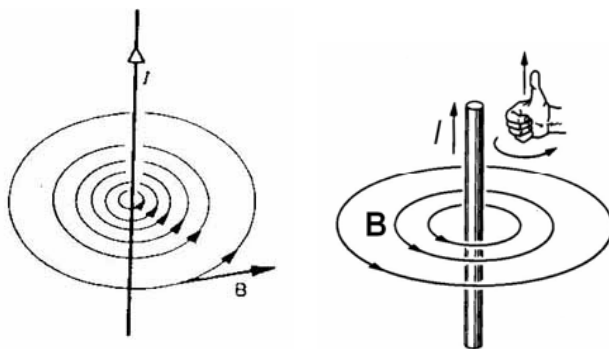
A gerjesztési törvény kísérletekkel viszonylag könnyen igazolható, de matematikailag nehezen vezethető le. Gondolatkísérletünkben tetszőleges zárt görbére illesztett A felületet I_1, I_2, \dots, I_n áramszálak döfik át. A gerjesztési törvény értelmében a mágneses térerősség zárt görbére vett integrálja egyenlő az áramok előjeles összegével.

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^n I_i = \Theta$$

A $\sum I_i = \Theta$ mennyiséget eredő gerjesztésnek hívjuk. Az eredő gerjesztés pozitív irányát és a körüljárási pozitív irányt (dl) a jobbkéz szabály kapcsolja össze.

3.7.1. A végtelen hosszú egyenes vezető mágneses tere

Alkalmazzuk a gerjesztési törvényt egy végtelen hosszú egyenes vezető mágneses terének meghatározásához. Tapasztalat szerint a kialakuló tér hengersizmetrikus, vagyis a vezetőtől r távolságra B mindenütt ugyanakkora értékű és merőleges mind r , mind I irányára, azaz az erővonalak koncentrikus körök (lásd 3.7. ábra, jobbkéz szabály).



3.7. ábra.

A gerjesztési törvényt egy r sugarú körre felírva:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \oint_l H dl \cdot \cos \varphi = H \cdot \oint_l dl = H \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = I$$

amiből

$$H = \frac{I}{2 \cdot r \cdot \pi}$$

vagy

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot r \cdot \pi}.$$

Tehát a vezetőben folyó árammal egyenesen, míg a tőle való távolsággal fordítottan arányos a térerősség illetve az indukció.

3.8. Lorentz erőtvénnye

A B homogén mágneses térbe helyezett I árammal átjárt egyenes vezetőre erő hat, melyet a vezető l hosszúságú szakaszára az alábbi összefüggés alapján határozhatunk meg.

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

ahol l iránya I irányával megegyező. Ha l és B merőleges akkor $F = B \cdot I \cdot l$, ami a 3.2. fejezetben felírt képlettel azonos eredmény, hiszen I_2 áram által az I_1 áramot vezető huzalra, I_1 irányra merőlegesen ható indukció:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d}.$$

A Lorentz erőtvény – ahogy majd később látni fogjuk - meghatározó jelentőségű az egyenáramú motorok működésében.

3.9. Nyugalmi és mozgási indukció

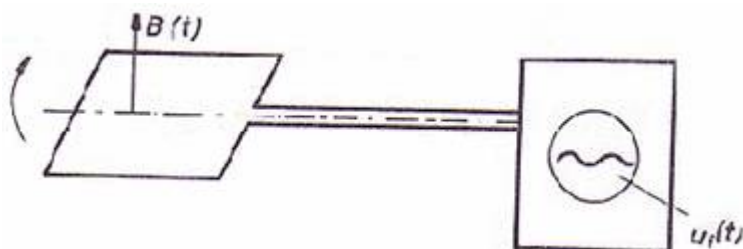
Az előzőekben az időben állandó mágneses tér viselkedését vizsgáltuk. Tekintsük most át az időben változó mágneses térre vonatkozó legfontosabb törvényszerűségeket.

Az időben változó mágneses tér alapvető törvénye a Faraday – féle indukció törvény.

E szerint: ha egy vezető által körülfogott mágneses fluxus az időben változik, akkor a vezető két vége között indukált feszültség lép fel.

$$u_i(t) = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Az indukciótörvény ellenőrzésére sokféle kísérlet állítható össze. Vegyünk pl. egy nagy tekercset és ennek a mágneses terében helyezünk el forgathatóan egy kis vezető keretet.

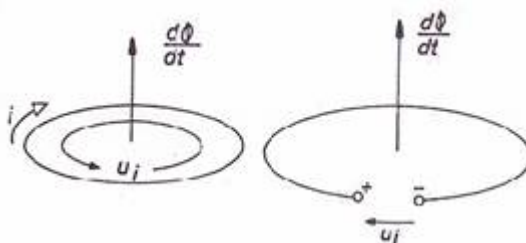


3.8. ábra.

A keret két végét kapcsoljuk pl. oszcilloszkópra. A tekercsre időben változó $u(t)$ feszültséget kapcsolva vizsgáljuk a keretben fellépő $u_i(t)$ feszültséget. Ha $u(t)$ koszinusz görbe szerint változik akkor $u_i(t)$ szinusz görbe szerint változik. Ha a keretet elforgatjuk, a kapott jel alakja hasonló az előbbihez, értéke azonban megváltozik, mégpedig a keretnek B irányra merőleges síkra vett vetületével arányosan.

Az indukciótörvény megfogalmazásakor az egyes mennyiségek iránya közti kapcsolatot is rögzítették.

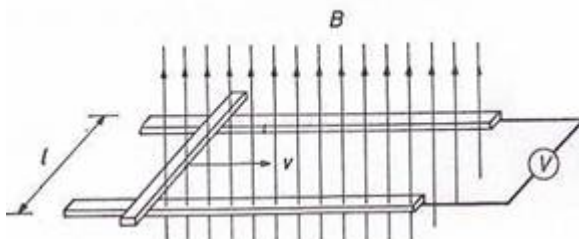
u_i és $d\Phi/dt$ iránya a jobbkéz szabályával van összerendelve. A képletben szereplő negatív előjel a Lenz törvényt fejezi ki: az indukált feszültség által létrehozott áram olyan irányú, hogy az indukált feszültséget létrehozó változást gátolja.



3.9. ábra.

3.9.1. Mozgási indukció

$B =$ állandó indukciójú homogén mágneses térre merőlegesen helyezünk el két párhuzamos vezetőt.



3.10. ábra.

A vezetők végére kapcsoljunk feszültségmérőt és a vezetőket érintő és rájuk merőleges vezetődarabot mozgassuk $v =$ állandó sebességgel. Azt tapasztaljuk, hogy a vezetők végén u_i feszültség lép fel, mely arányos a mozgatás sebességével, az indukcióval és a vezetők távolságával

$$u_i = B \cdot l \cdot v$$

Ez a jelenség a mozgási indukció. A két párhuzamos, a mozgó vezető és a mérőműszer zárt hurkot alkot. Miközben a vezető mozog, a hurok által bezárt fluxus változik. A mozgó vezető az időegység alatt $l \cdot v$ felületet sűrol, a vezető által közbezárt fluxus dt idő alatt $d\Phi$ - vel változik (csökken):

$$-d\Phi = B \cdot l \cdot v \cdot dt ,$$

azaz

$$-\frac{d\Phi}{dt} = B \cdot l \cdot v = u_i$$

Formailag ugyanazt az egyenletet kaptuk, mint nyugalmi indukciónál. Nyugalmi indukciónál azonban a vezető és a fluxust létrehozó eszköz egymáshoz képest nyugalomban van és a fluxus változik az időben. A mozgási indukciónál pedig a vezető mozog, és az indukció jelensége akkor is észlelhető, ha a fluxus időben állandó. Nyugalmi indukció vezető nélkül is létrejön, mozgási indukcióhoz vezető jelenléte szükséges.

3.10. Önindukció, önindukciós tényező

A mágneses fluxus a

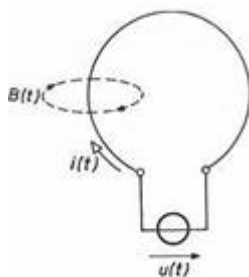
$$\Phi = \int_A \bar{B} d\bar{A}$$

definíció szerint egy A felületen áthaladó összes erővonalsszámmal, míg a felületegységen áthaladó erővonalsszám a gerjesztő árammal arányos.

$$\Psi = N \cdot \Phi = L \cdot i$$

Ahol az L arányossági tényezőt önindukciós tényezőnek nevezzük, mértékegysége a Henry /H/.

Vizsgáljunk meg egy vezetőlurkot, amelynek kapcsaira időben változó nagyságú feszültséget szolgáltató generátort iktatunk.



3.11. ábra.

A zárt áramkörben kialakuló $i(t)$ áram időben változó $B(t)$ mágneses teret, a vezetőkön belül változó fluxust hoz létre, a vezetőkben

$$u_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

nagyságú feszültséget indukál.

A jelenséget önindukciónak nevezzük. Az indukciós feszültség az előzőek alapján

$$u_i = -L \frac{di}{dt}.$$

N menetszámú tekercs esetén a vezetőre kifizített A összefüggő felületet a tekercsben folyó I áram által létesített B indukcióvonalak jelentős része N -szer döfi át. Az A felülettel kapcsolódó fluxus az úgynevezett tekercsfluxus Ψ az egyes menetekkel kapcsolódó fluxusok algebrai összegeként számítható.

$$\Psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n$$

Az egyes menetekkel kapcsolódó fluxus közel azonos, így $\Psi = N \cdot \Phi$, a tekercs önindukciós tényezője pedig

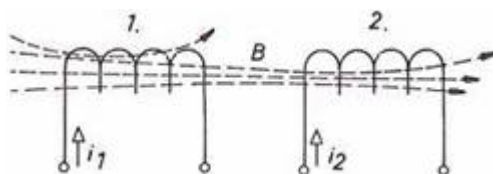
$$L = \frac{\Psi}{I} = N \frac{\Phi}{I}.$$

Az indukált feszültség nagysága az

$$u_i = \frac{d\Psi}{dt} = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

összefüggéssel számítható.

3.11. Kölcsönös indukció, kölcsönös induktivitás



3.12. ábra.

Az ábra szerinti elrendezésben $i_2 = 0$ és i_1 áram hatására létrejövő indukcióvonalak egy része a 2. tekercsben is áthalad. Az 1. tekercs i_1 árama által létrehozott fluxusnak a 2. tekercsrel kapcsolódó része Φ_{12} arányos az i_1 árammal

$$\Phi_{12} = L_{12} \cdot i_1,$$

az L_{12} arányossági tényezőt kölcsönös induktivitási tényezőnek, röviden kölcsönös induktitásnak nevezzük.

Az áram változásakor a 2. tekercsben indukált feszültség

$$u_{i_2} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -L_{12} \cdot \frac{di_1}{dt}$$

Ha $i_1 = 0$ és i_2 nem nulla, akkor az 1. tekercssel $\psi_{21} = L_{21} \cdot i_2$ tekercsfluxus kapcsolódik és az indukált feszültség

$$u_{i_1} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = L_{21} \cdot \frac{di_2}{dt}$$

Bebizonyítható, hogy $L_{12} = L_{21}$.

Ha a két tekercset sorba kapcsoljuk, akkor $i_1 = i_2 = i$. Az u_1 eredő indukált feszültség négy összetevőből áll: az

$$L_1 \cdot \frac{di}{dt} \text{ és } L_2 \cdot \frac{di}{dt}$$

önindukációs feszültségek összeadódnak. Ehhez pozitív (illetve negatív) előjellel adódik hozzá a

$$2L_{12} \cdot \frac{di}{dt}$$

kölcsönös indukcióból származó feszültség, ha a két tekercs mágneses tere erősíti (illetve gyengíti) egymást:

$$u_i = -(L_1 + L_2 \pm 2L_{12}) \cdot \frac{di}{dt}$$

A kölcsönös indukció jelenségén alapszik a transzformátorok működése.

3.12. A mágneses tér energiája

Tapasztalati tény, hogy egy L induktivitású tekercs mágneses energiát képes tárolni. Egy L induktivitású, R ellenállású tekercsre u feszültséget kapcsolva a Kirchhoff hurokegyenlet

$$u = i \cdot R + \frac{d\Psi}{dt}$$

alakú. Az egyenlet mindkét oldalát formálisan $i \cdot dt$ -vel beszorozva:

$$u \cdot i \cdot dt = i^2 \cdot R \cdot dt + i \cdot d\Psi$$

összefüggés az áramkör energiaegyensúlyát mutatja.

Itt

- $u \cdot i \cdot dt$ – a termelő által a tekercsnek dt idő alatt átadott energia
- $i^2 \cdot R \cdot dt$ – dt idő alatt hővé alakuló energia (a vezeték ohmikus ellenállásán)
- $i \cdot d\psi$ – a tekercs mágneses terében tárolt energia.

A mágneses térben a t idő alatt felhalmozott energia:

$$W_m = \int_0^\Psi i d\Psi = \int_0^i L \cdot i di = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

Bevezetve a térfogategységben tárolt mágneses energia, vagyis az energiasűrűség fogalmát, a H és B mennyiségekkel is kifejezhetjük a mágneses tér energiáját

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{1}{2} HB = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2,$$

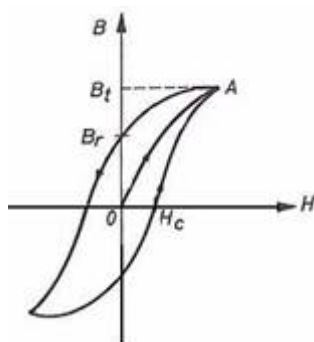
ahol V jelenti a térfogatot.

Megjegyzendő, hogy az összefüggés csak olyan térben érvényes, ahol ún. ferromágneses anyag nincs jelen.

3.13. Mágneses tér anyagban

Már megismertük a B és H közti kapcsolatot, a $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$ összefüggést. Az összefüggésben μ_r a relatív permeabilitás, amely egy dimenzió nélküli szám, amely megmutatja, hogy hányszorosára nő a permeabilitás az anyag jelenlétében a vákuumhoz viszonyítva. Az ún. dia- és paramágneses anyagokban $\mu_r \approx 1$, az elektrotechnikában fontos szerepet játszó ferromágneses anyagokban $\mu_r \gg 1$, 100-1000, sőt esetenként ennél is nagyobb, de értéke függ H értékétől.

Egy vas típusú (ferromágneses) anyag viselkedését a mágneses térben a B - H jelleggörbe, az ún. mágnesezési görbe mutatja. A mágnesezési görbét kísérleti úton is meg lehet határozni. A ferromágneses anyagok jellegzetes mágnesezési görbéje látható az alábbi ábrán:



3.13. ábra.

A ferromágneses anyagok mágnesezésekor az O pontból az A felé haladva, azaz a térerősséget pozitív irányban növelve az ún. első mágnesezési, vagy szűzgörbét kapjuk. Az A pontból a H-t csökkentve nem az eredeti útvonalon jutunk vissza. A H térerősséget periodikusan változtatva az ábrán látható centrálisan szimmetrikus ún. hiszterézis görbét kapjuk. A görbe nevezetes pontjai: a B_r remanens indukció, a B_t telítési indukció és a H_c koercitív térerősség.

A ferromágneses jelenséget az atommag körül keringő elektronok által képviselt elemi köráramok (elemi iránytűk, idegen elnevezéssel domének) segítségével magyarázhatjuk meg. Külső tér hatására ezek a köráramok a tér nagyságától függően rendeződnek, egy irányba állnak be. A köráramok által keltett mágneses tér a külső térhez hozzáadódik, μ_r - szeresre növeli azt. Ha az elemi köráramok mind beálltak a külső tér hatására, az anyag telítődött, további erőter növelés hatására csupán a $B = \mu_0 \cdot H$ egyenletnek megfelelően nő az anyagban a mágneses indukció.

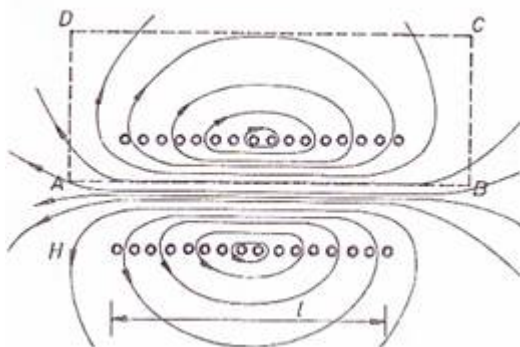
A 3.13. ábra szerinti periodikus térerősség változtatás alkalmával a vasanyag periodikus átmágnesezése nem veszteségmentes, tapasztalati tény, hogy a vas melegszik. Egy mágnesezési ciklus során elvesztett energia a hiszterézis görbe által körbezárt területnek felel meg. Ezt nevezzük hiszterézis veszteségnek.

Megjegyzés: a váltakozó áramú gépek szerkezetében fontos szerepet játszó ferromágneses anyagokban azonban a veszteséget az ún. hiszterézisveszteség és az örvényáramú-veszteség együttesen okozza, a két veszteséget együtt vasveszteségnek nevezik. Az előbbi a frekvenciával, az utóbbi a frekvencia négyzetével arányos.

3.13.1. Alkalmazási példák

Egyenes tekercs (szolenoid)

Határozzuk meg egy egyenes tekercs más néven szolenoid önindukció együtthatóját. Amennyiben a tekercs hossza jelentősen meghaladja a tekercs átmérőjét, akkor a tekercs belsejében az erővonal-sűrűség, azaz a mágneses térerősség jóval nagyobb, mint a tekercsen kívül. Ilyenkor a tekercs belsejében a mágneses tér közelítőleg homogénnek tekinthető.



3.14. ábra.

Az eddigi megállapítások felhasználásával a gerjesztési törvény az A-B-C-D-A négyszög mentén

$$\oint_{ABCD} \vec{H} d\vec{l} \approx \int_{AB} \vec{H} d\vec{l} = Hl = NI$$

ahol N a menetszám, I a tekercsben folyó áram, l a tekercs hossza.

Így

$$H = \frac{NI}{l}$$

és

$$B = \mu \frac{NI}{l},$$

valamint a fluxus

$$\Phi = BA = \mu \frac{NI}{l} A$$

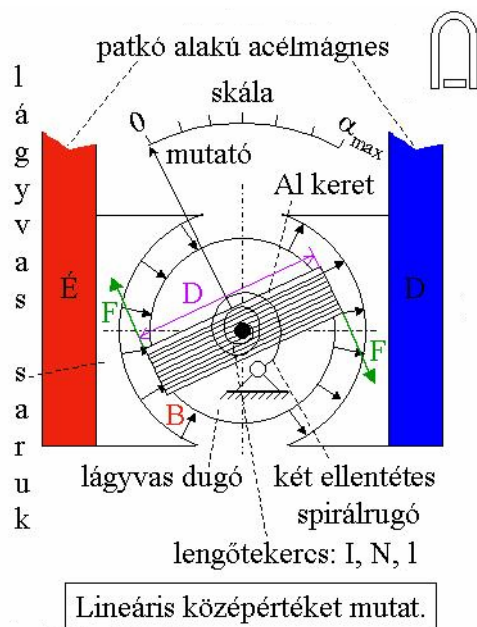
Így az önindukciós együttható:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \mu \frac{N^2 A}{l}.$$

Az összefüggés jól mutatja, hogy a tekercs geometriája kevésbé, míg a menetszáma jelentősen képes befolyásolni az induktivitást, azonban döntő jelentőségű a tekercs belsejében lévő anyag permeabilitása.

Depréz rendszerű műszer

A Depréz rendszerű mutatós műszereket egyenfeszültség vagy egyenáram mérésére használják. Az ábra mutatja a műszer elvi vázlatát.



3.15. ábra.

A mérőmű hengeres furatában lágvasból készült körhenger van, melynek palástján helyezkedik el az áramot vezető tekercs. A tekercs tengelyéhez van rögzítve a műszer mutatója. Spirálrugó biztosítja, hogy árammentes állapotban a mutató kitérése 0 legyen. Ha a légrésben az indukció értéke B,

a tekercs tengelyirányú hossza l , menetszáma N és a tekercsben I áram folyik, akkor a tekercs felületén fellépő erő

$$F = B \cdot l \cdot N \cdot I$$

Állandósult állapotban a rugóerő által kifejtett M_r nyomaték megegyezik az elektromágneses erő M_e nyomatékával.

$$M_r = c_r \cdot \alpha$$

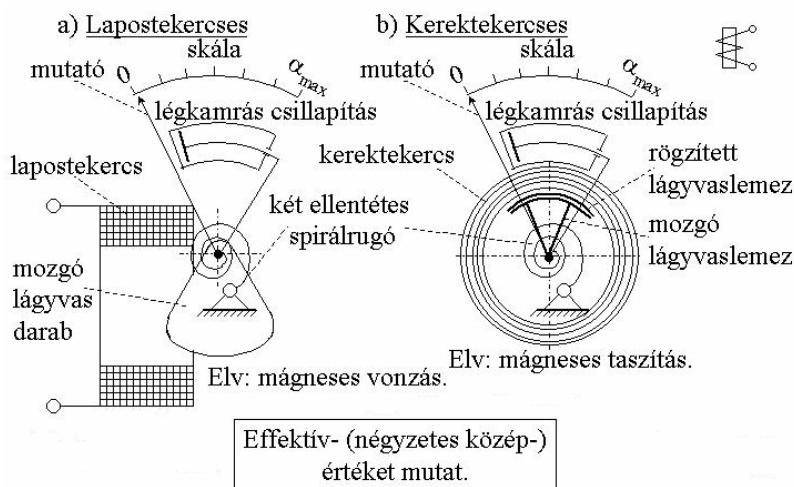
$$M_e = 2rF = k_e I$$

így,

$$I = k\alpha$$

ahol α a mutató szögelfordulása. Mivel a műszer forgórészén a mérendő áram folyik keresztül, ennek középértéke, vagyis az egyszerű középérték olvasható le a skálán. Amennyiben a Dépréz rendszerű műszerrel szinuszos váltakozóáramot vagy –feszültséget akarnak mérni, akkor a műszert ki kell egészíteni egy ún. egyenirányítóval, amely a váltakozó jelet egyenirányítja, s az így kapott jelet kell a Dépréz műszerre kapcsolni. A műszer ebben az esetben az egyenirányított jelet egyszerű középértékét, azaz az eredeti jel abszolút középértékét érzékeli, azonban a skálája a jel négyzetes középértékének, azaz az effektív értéknek megfelelően készül.

Lágyvasas műszer

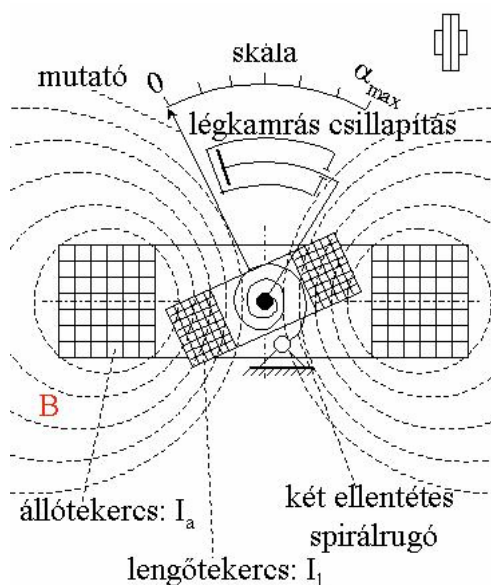


3.16. ábra.

A mérőmű két fő egységből áll. Az állórész egy viszonylag nagy méretű tekercs, ezen folyik át a mérendő áram. Az áram mágneses teret gerjeszt a tekercs belsejében, amely felmágnesezi a tekercsbe kissé benyúló, excentrikusan csapágyazott vaslemezét. A felmágnesezett vaslemez és a tekercs mágneses erőtere között erőhatás lép fel, ennek következtében a vaslemez tengelye körül elfordul, s vele a hozzá rögzített mutató is. Az elfordulás mértéke a vaslemezre ható erőtől függ, ezt viszont a tekercsben lévő mágneses indukció és a vaslemez mágnesezettsége szabja meg. Végül is mindegyik a tekercsben folyó áramtól függ, így a műszer mutatójának kitérése közelítőleg az áram négyzetével arányos.

A műszer kitérése független a tekercsben folyó áram irányától. Változó áram esetén a vaslemez és a mutató tehetetlenségénél fogva nem képes követni a minden pillanatban változó erőhatást. A kitérés az erőhatások középértékének felel meg. Mivel a váltakozó áram négyzetének közepes értéke az effektív áramerősség négyzete, a lágvasvas műszer kitérése az effektív értéktől függ.

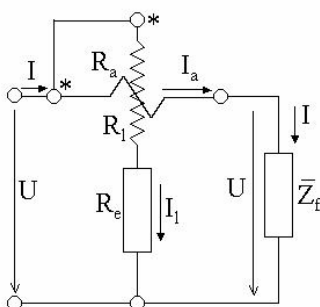
Elektrodinamikus műszer



3.17. ábra.

Működési elve részben hasonló a Depréz - rendszerű műszerek működéséhez. A mutató itt is a forgó tekercshez rögzített, ez a tekercs azonban nem egy állandó mágnes erőterében, hanem egy másik, rögzített tekercs erőterében fordul el. Megfelelő kialakítással biztosítható, hogy a forgó tekercsre ható nyomaték arányos legyen az álló és a forgó tekercs áramainak a szorzatával. E nyomaték hatására a forgó tekercs a hozzárögzített mutatóval rugó ellenében elfordul. A műszer mutatójának a kitérése tehát a két tekercs áramának a szorzatával arányos. A két tekercset sorba kapcsolva a kitérés az áram négyzetével lesz arányos.

Az elektrodinamikus műszer legfontosabb felhasználási területe a teljesítménymérés.



3.18. ábra.

A műszer egyik tekercsére a feszültséggel, a másikkra az árammal arányos jelet kapcsolva – effektív értékek esetén – a hatásos teljesítménnyel arányos kitérést kapunk. Meddő teljesítmény méréséhez a feszültségtekercs áramát a vizsgált feszültséghez képest 90° -os fáziseltérésbe kell hozni. Ez pl. induktív feszültségelőtétellel oldható meg.

4. Villamos töltés, villamos tér

4.1. Tanulási célok

A lecke áttanulmányozása után Ön képes lesz:

- Értelmezni a villamos tér jellemzőit és a legfontosabb összefüggéseket;
- Saját szavaival elmagyarázni a Coulomb törvényt és a Gauss tételt;
- Értelmezni a villamos feszültséget és potenciált.

A villamos töltés és a villamos tér egymástól elválaszthatatlan fogalmak. A jegyzet bevezetőjében láttuk, hogy a villamos jelenségek oka az atomon belül található egyes részecskék villamos tulajdonsága. Az atom fő alkotóelemei közül az atommagban található proton pozitív, míg, a Bohr-féle atommodell szerint, az atommag körül keringő elektron pontosan ugyanakkora negatív töltéssel rendelkezik.

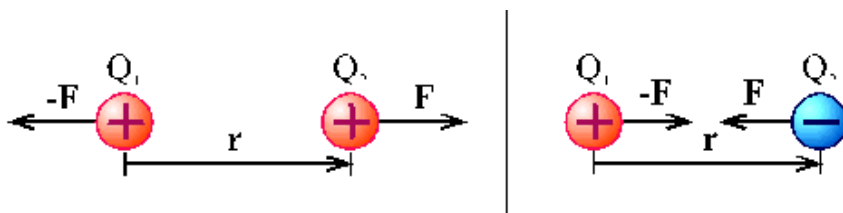
Villamos tér önmagában, a mágneses tér jelenléte nélkül csak akkor létezik, ha időben nem változik.

Nyugvó villamos töltések által létrehozott villamos teret statikus villamos térnek nevezzük. A statikus villamos tér időben nem változó villamos tér.

4.2. Coulomb törvény

A villamos töltések egymásra erővel hatnak. Az azonos töltések taszítják, a különeműek vonzzák egymást.

Egy Q_1 és egy Q_2 nagyságú, pontszerű töltés között ható erő nagysága kiszámítható Coulomb törvénye szerint:



4.1. ábra.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

ahol ϵ a permittivitás, amely 2 tényező szorzata:

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

ϵ_0 a vákuum dielektromos tényezője vagy más néven a vákuum permittivitása és ϵ_r pedig az anyagra jellemző relatív permittivitás.

A statikus villamos tér örvénymentes, potenciálos, konzervatív erőter.

A statikus villamos teret a Maxwell - egyenletek, illetve az azokból származtatott egyenletek írják le. A statikus villamos teret a villamos tér térjellemzői, a villamos térerősség és a villamos eltolási vektorok jellemzik. Munkavégző képessége szempontjából a statikus villamos tér (és csak az) viszonylagos módon jellemezhető még a potenciál segítségével is.

A statikus villamos tér tárgyalásával az elektrosztatika tudományága foglalkozik.

A statikus villamos tér csakúgy, mint a villamos tér egyik legfontosabb tulajdonsága, hogy erőhatást gyakorol a benne elhelyezkedő villamos töltésekre. A villamos tér E [V/m] villamos térerősség vektorral jellemzett pontjába helyezett Q töltésre ható F erő:

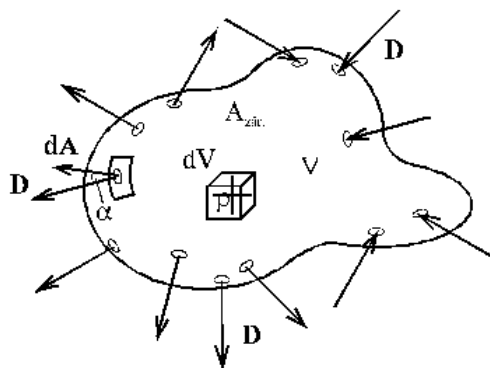
$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$$

Az erő nagysága arányos a térerősséggel és a töltés nagyságával. Pozitív töltésre a térerősséggel megegyező irányú, negatív töltésre azzal ellentétes irányú erő hat a villamos térben.

4.3. Gauss-tétel

Az elektrosztatika Gauss-tétele a statikus villamos tér forrásosságát kifejező Maxwell-egyenlet (kiegészítő egyenlet).

Az elektrosztatika Gauss-tétele értelmében a villamos térben tetszőlegesen felvett zárt felületre integrálva a villamos eltolási vektort, az egyenlő a zárt felület által bezárt térrészben levő összes villamos töltéssel. A villamos eltolási vektor és az elemi felület vektorok skaláris szorzatát kell képezni.



4.2. ábra.

Az elektrosztatika Gauss-tétele a statikus villamos tér forrásos tulajdonságára utal és megadja, hogy a térben tetszőlegesen felvett zárt felületre integrálva a villamos eltolási vektort - az eltolási vektorok és a felületvektorok skaláris szorzatát képezve - a zárt felület által körülvett térrészben levő összes töltéssel egyenlő.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_0}{r^2}$$

$$\oint_A \vec{E} d\vec{A} = \frac{\sum Q}{\epsilon}$$

$$\epsilon \vec{E} = \vec{D} \left[\frac{As}{m^2} \right]$$

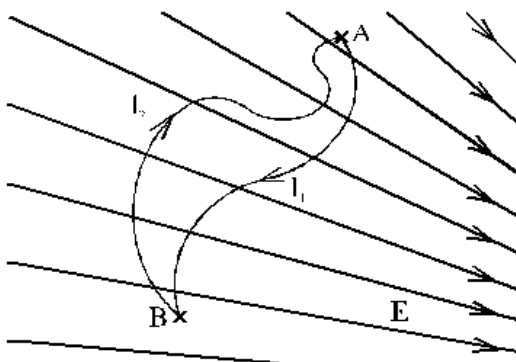
ahol D az eltolási vektor. A villamos eltolási vektor a villamos tér adott pontjában a tér töltésszétválasztó képességét adja meg. A villamos eltolás a villamos teret az azt kitöltő közegtől (anyagtól) függetlenül jellemzi.

$$\oint_A \vec{D} d\vec{A} = Q$$

4.4. A feszültség származtatása

A statikus villamos tér konzervatív, örvénymentes, potenciálos erőter, amelyben a zárt útvonalon végzett munka zérus. A villamos erőter a benne mozgó töltött részecskékre erőt gyakorol, tehát rajtuk munkát végez.

A villamos erőteret a töltött testeken végzett munkájával, célszerűbben a fajlagos (egységnyi töltésen végzett) munkájával is jellemezhetjük. Ez a fajlagos munka a villamos feszültség.



4.3. ábra.

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} d\vec{l} = Q \int_A^B \vec{E} d\vec{l} = QU_{AB}$$

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q} = \int_A^B \vec{E} d\vec{l}$$

Ha a villamos térben kijelölünk egy 0 vonatkoztatási pontot (referenciapont), akkor a tetszés szerinti helyen felvett 1 és 2 jelű pontok közötti feszültség független az úttól. Ezért

$$U_{12} = U_{10} - U_{20},$$

ahol U_{10} és U_{20} feszültségek rendre az 1 és 2 pontoktól a referenciapontig mért vagy számított feszültségek, amelyeket potenciáloknak nevezünk. Míthogy a referenciapont tetszés szerinti, de mindig meg kell adni, megállapodunk abban, hogy a potenciáloknál csak a kezdőpontot jelöljük meg.

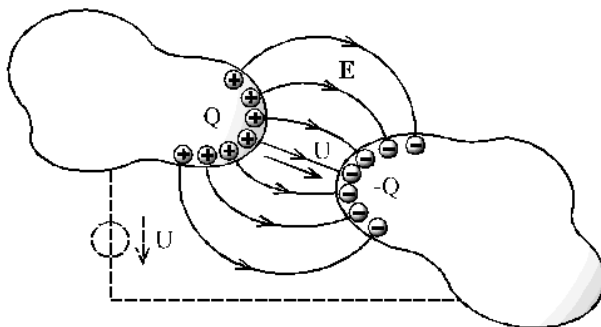
Ezért bevezetjük az 1 és 2 pontban az U_1 ill. U_2 potenciál jelölést. Így az előző egyenlőség:

$$U_{12} = U_1 - U_2.$$

Tehát a sztatikus villamos térben a feszültség potenciálkülönbséggel egyenlő.

4.5. Kapacitás, kondenzátor

Homogén szigetelő közegben (anyagban), egymás környezetében elhelyezkedő két vezető anyagú test kapacitása az egységnyi feszültség hatására a vezető testeken szétváló villamos töltés mennyiségét adja meg. Az ilyen elrendezést kondenzátornak szokás nevezni.



4.4. ábra.

$$Q = CU$$

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

ahol „A” a felületek nagyságát, d a távolságát jelenti.

Amennyiben a kondenzátorokat villamosan párhuzamosan kapcsoljuk, akkor ezek eredőjét az alábbi módon határozhatjuk meg:

$$C_p = \sum_{i=1}^n C_i$$

Soros kapcsolás esetén az eredő:

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

4.6. Mágneses és villamos tér - Feladatok

Töltse ki az alábbi feladatlapot!

4.1. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

Ha két párhuzamos áramvezetőn I_1 ill. I_2 áram folyik, akkor a vezetők között *erőhatás* lép fel

4.2. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

Az A területű felületen merőlegesen áthaladó indukcióvonal számot mágneses *fluxusnak* nevezzük

4.3. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

μ_0 : a vákuum permeabilitása

μ_r : anyagjellemző állandó, azaz a relatív permeabilitás

4.4. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A mágneses térerősség mértékegysége: $[V/m]$

A mágneses térerősség mértékegysége: $[A/m]$

A mágneses térerősség mértékegysége: $[Vs=Wb]$

4.5. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A mágneses indukció mértékegysége: $[V/m]$

A mágneses indukció mértékegysége: $[Vs/m^2]$

A mágneses indukció mértékegysége: $[Vs=Wb]$

4.6. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A mágneses fluxus mértékegysége: [V/m]

A mágneses fluxus mértékegysége: [Vs/m²]

A mágneses fluxus mértékegysége: [Vs=Wb]

4.7. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Melyik törvényszerűséget fejezi ki az alábbi összefüggés:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^n I_i = \Theta$$

Lorentz féle erőhatás

Gerjesztési törvény

Faraday féle indukciótörvény

4.8. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Melyik törvényszerűséget fejezi ki az alábbi összefüggés:

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

Faraday féle indukciótörvény

Gerjesztési törvény

Lorentz féle erőhatás

4.9. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Melyik törvényszerűséget fejezi ki az alábbi összefüggés:

$$u_i(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Gerjesztési törvény

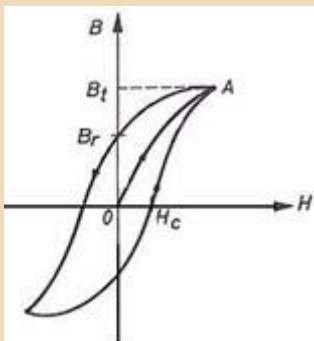
Faraday féle indukciótörvény

Lorentz féle erőhatás

4.10. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

A mágnesezési görbe nevezetes pontjai: B_r *remanens* indukció, a B_t *telítési* indukció és a H_c *koercitív* térerősség.



4.11. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

Deprez rendszerű műszer skáláján DC mennyiség mérésekor a mért feszültség vagy áram *egyszerű* középértéke olvasható le.

4.12. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

A lágyvasas műszer mutatójának kitérése közelítőleg az áram *négyzetével* arányos.

4.13. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Melyik törvényszerűséget fejezi ki az alábbi összefüggés:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Gauss tétel

Coulomb törvény

4.14. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

$C_p = \sum_{i=1}^n C_i$ összefüggéssel a *párhuzamosan* kapcsolt kondenzátorok eredője határozható meg.

4.15. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

$\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$ összefüggéssel a *sorosan* kapcsolt kondenzátorok eredője határozható meg.

5. Villamos gépek

A villamos gépek – mint általában a gépek – energiát alakítanak át, ezért szokás a villamos gépeket energiaátalakító berendezéseknek is nevezni. A villamos energiaátvitel és elosztás általános elterjedése a transzformátor-nak köszönhető, amellyel adott feszültségű váltakozó áramú villamos teljesítmény, az elosztás számára kedvezőbb más feszültségű, azonos frekvenciájú teljesítménnyé alakítható át. A transzformátorok tehát villamos energiából villamos energiát képeznek, a forgó villamos gépek többnyire mechanikai energiát alakítanak át villamos energiává vagy fordítva.

5.1. Tanulási célok

A lecke áttanulmányozása után Ön képes lesz:

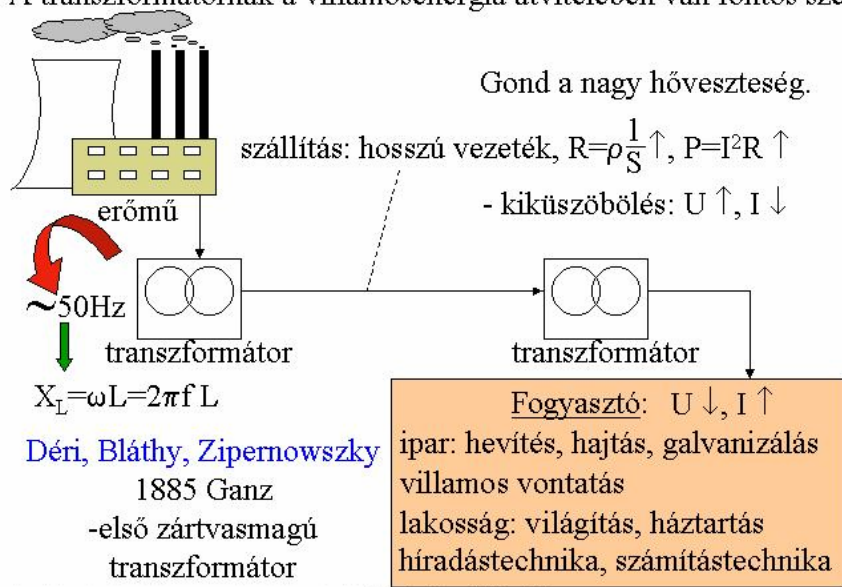
- Elmagyarázni a transzformátorok szerkezetét, működését;
- Értelmezni a legfontosabb működési összefüggéseket;
- Felrajzolni a villamos helyettesítő kapcsolást és ez alapján értelmezni a különböző üzemállapotokra vonatkozó vektorábrákat;
- Saját szavaival meghatározni a drop fogalmát.
- Saját szavaival megfogalmazni, hogy mikor van szükség a transzformátorok párhuzamos üzemére.
- Saját szavaival megfogalmazni a párhuzamos üzem feltételeit.
- Saját szavaival megfogalmazni a takarékkapcsolású transzformátorok működését, alkalmazásának előnyeit és hátrányait.
- Saját szavaival megfogalmazni a mérőtranszformátorok működését, alkalmazási lehetőségeit.

5.2. Transzformátorok

A „transzformátor” elnevezés, annak zárt vasmaggal készített alakja és párhuzamos kapcsolhatóságának felfedezése magyar mérnökök: Bláthy, Déri és Zipernowszky nevéhez fűződik. Szabadalmuk alapján 1885-ben a Ganz gyár kezdi gyártani a transzformátorokat és ezzel indul meg a villamos energia alkalmazásának rohamos fejlődése is, mivel a transzformátorok segítségével a termelés, elosztás és felhasználás feszültség szintje az igényeknek és céloknak legmegfelelőbben választható meg.

A transzformátorokat a műszaki élet legkülönbözőbb területein használják. Alkalmazásukkal a villamos energia jellemzőit (feszültségét, áramerősségét, néha fázisszámát) változtatják meg. Azokat a transzformátorokat, amelyek a villamos energia átvitelében vesznek részt, gyűjtőnéven „erőátviteli” transzformátoroknak nevezzük.

A transzformátornak a villamosenergia átvitelében van fontos szerepe.



5.1. ábra.

Természetesen a műszaki élet egyéb területein is használnak transzformátorokat, pl. elektronika, távközléstechnika, biztonságtechnika, stb. Az alkalmazás célja nagyon változó: feszültség, áram vagy impedancia átalakítása lehet a cél.

5.2.1. Egyfázisú transzformátorok

A transzformátorok működését az egyfázisú transzformátorok esetén vizsgáljuk. A transzformátorok működési elve a Faraday féle indukción alapszik, emlékeztetőül:

$$u_i = N \frac{d\Phi}{dt}$$

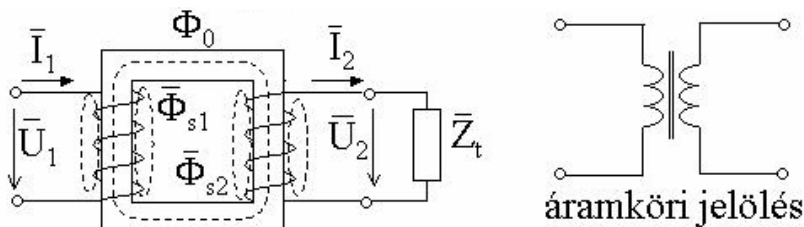
A transzformátorok legfontosabb szerkezeti eleme a vasmag és az ezen elhelyezett egy vagy több tekercs.

A transzformátor vasmagját általában lemezelten készítik, hogy csökkentsék az örvényáramú veszteséget (vasveszteség = örvényáramú + hiszterézis veszteség). A vasmag kialakítása szerint létezik

- mag
- láncszem
- köpeny

típusú transzformátor.

Tápláljuk a transzformátor tekercsét időben szinuszos lefolyású, f frekvenciájú váltakozó árammal. A gerjesztőáram hatására a vasmagban jó közelítéssel olyan mágneses tér keletkezik, amelynek indukciója a vasmag egész keresztmetszetén állandó, de nagysága állandóan változik.



5.2. ábra.

A fenti ábrában Φ_0 az ún. főfluxus, Φ_{s1} és Φ_{s2} a primer és szekunder tekercsen valamint a levegőn keresztül záródó ún. primer és szekunder szórt fluxus.

Az energiaáramlás szempontjából nézve primer tekercsnek nevezzük azt az oldalt, ahova az energiát betápláljuk. Szekunder tekercs az, ahonnan az energiát elvezetjük a fogyasztó/terhelés (Z_t) táplálása érdekében.

Határozzuk meg a transzformátor tekercseiben indukálódó feszültséget:

$$\Phi_0 = \Phi_{0\max} \cdot \sin \omega t$$

Az indukciótörvényt felhasználva:

$$u_{i1} = N_1 \cdot \frac{d\Phi_0}{dt} = N_1 \cdot \Phi_{0\max} \cdot \cos \omega t$$

$$u_{i2} = N_2 \cdot \frac{d\Phi_0}{dt} = N_2 \cdot \Phi_{0\max} \cdot \cos \omega t$$

Az indukált feszültség maximuma:

$$u_{i\max} = 2\pi f N \Phi_{0\max}$$

$$u_i = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f N \Phi_{0\max} = 4,44 \cdot f N \Phi_{0\max}$$

Azaz az indukált feszültség az N_1 és N_2 menetű tekercsekben:

$$u_{i1} = 4,44 f N_1 \Phi_{0\max}$$

$$u_{i2} = 4,44 f N_2 \Phi_{0\max}$$

A menetszámáttétel nem más, mint a menetszámok aránya:

$$a = \frac{N_1}{N_2}$$

Az indukált feszültségek aránya megegyezik a menetszámáttétellel. Ezt hívjuk feszültségáttétellelnek:

$$a_u = \frac{U_{i1}}{U_{i2}} = a = \frac{N_1}{N_2}$$

Ezt az áttételt üresjárásban mérve:

$$U_{i2} = U_{20}$$

$$U_{i1} \approx U_1$$

$$a_u \approx \frac{U_1}{U_{20}}$$

Az ún. áramáttétel a feszültségáttétel reciproka:

$$U_{i1} \cdot I_1 = U_{i2} \cdot I_2$$

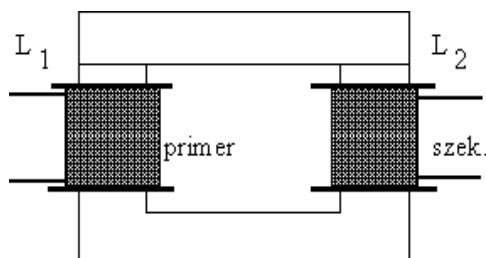
$$a_i = \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_{i2}}{U_{i1}} = \frac{1}{a_u} = \frac{1}{a}$$

Az impedanciaáttétel:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\frac{U_1}{I_1}}{\frac{U_2}{I_2}} = \frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{I_2}{I_1} = a^2$$

Egyfázisú transzformátor szerkezete

Az alábbi ábra a hagyományos, két tekercses transzformátorok kialakítását mutatja, külön oszlopon helyezkedik el a primer és a szekunder tekercs.

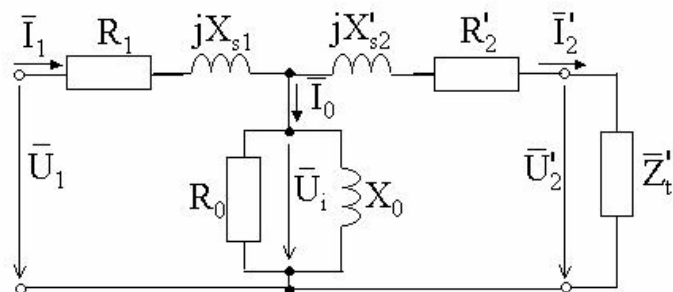


5.3. ábra.

A villamos energia átvitelére – mint ismeretes – majdnem kizárólag háromfázisú feszültségrendszert használnak. Az erőátviteli transzformátorok ezért rendszerint háromfázisú kivitelben készülnek. Háromfázisú teljesítmény transzformálása három egyfázisú transzformátorral is megoldható. A három egyfázisú transzformátorból álló gépcsoport azonban drágább és rosszabb hatásfokú az egy egységben épített háromfázisú transzformátornál. Igen nagy teljesítmény transzformálásához mégis egyfázisú transzformátorokat alkalmaznak, mivel a szállíthatóság (pl. vasúti úrszelvény) korlátozza az egy egységben megépíthető transzformátor méretét.

Helyettesítő kapcsolási vázlat

Az alábbi ábra mutatja a transzformátorok villamos helyettesítő kapcsolási képét. Ez egy műkapcsolás, amelyhez a transzformátor tényleges fizikai folyamataitól való elvonatkoztatással jutunk. A helyettesítő kapcsolási vázlat ellenállások és reaktanciák kombinációja, amely bizonyos elhanyagolásokkal úgy viselkedik, mint az erőátviteli transzformátor állandósult állapotban.



5.4. ábra.

A helyettesítő kapcsolásban szereplő elemek jelentése:

- R_1, R_2 : primer illetve szekunder tekercs ohmikus ellenállása
- X_{S1}, X_{S2} : primer illetve szekunder oldali szórási reaktancia
- R_0 : vasvesztéséget szimbolizáló ellenállás
- X_0 : a főfluxust szimbolizáló reaktancia
- Z_t : terhelő impedancia

A vessző (') jelentése: szekunder oldali mennyiségek átszámítása/redukálása a primer oldalra az áttétel (a) figyelembe vételével (pl. $R'_2 = a^2 R_2$)

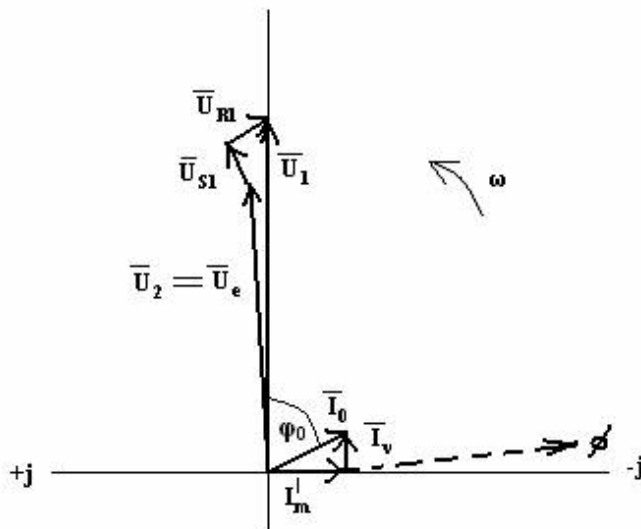
A helyettesítő képből szereplő mennyiségek egymáshoz viszonyított aránya a következő (tájékoztató adatok):

$$R_1 : R_2 : X_{S1} : X_{S2} : X_0 : R_0 = 1 : 1 : 2 : 2 : 1000 : 10000$$

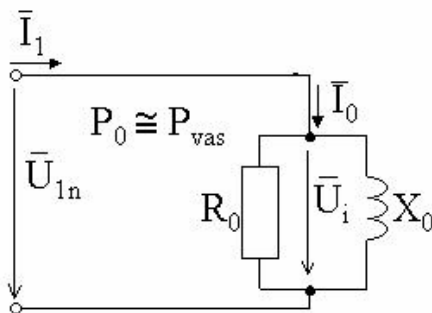
Vizsgáljuk meg a transzformátorok működését különböző üzemi állapotban: üresjárásban, névleges terhelésnél és rövidzár esetén.

Üresjárás

Üresjárás esetén a transzformátor szekunder kapcsaira nem kapcsolunk terhelést, így a szekunder tekercsben nem folyik áram. Az egyszerűsített helyettesítő kép a 5.6. ábrán, az üzemállapotra jellemző vektorábra a 5.5. ábrán látható.



5.5. ábra.



5.6. ábra.

A vektorábra felrajzolásához illetve értelmezéséhez az alábbi összefüggések szolgálnak segítségül:

Üresjárás esetén: $\rightarrow \cos \varphi \sim 0,1$

$$\begin{aligned} I_2' &= 0 \Rightarrow \bar{U}_2 = \bar{U}_e \\ \bar{U}_e + \bar{U}_{S1} + \bar{U}_{R1} + \bar{U}_1 &= 0 \\ \bar{U}_e &= \bar{U}_1 - \bar{U}_{R1} - \bar{U}_{S1} \end{aligned}$$

ahol:

- U_1 : primer kapcsolófeszültség
- I_v : üresjárási áram wattos komponense
- I_m : üresjárási áram meddő komponense
- I_0 : üresjárási primer áram
- φ_0 : üresjárási fázisszög ($\cos \varphi_0$ üresjárási teljesítménytényező értéke: $\sim 0,1$)
- U_{R1} : primer tekercs ellenállásán eső feszültség
- U_{S1} : primer tekercs reaktanciáján eső feszültség
- U_e : főfluxus által indukált feszültség

A főfluxus által indukált feszültséget úgy kapjuk meg, hogy az U_1 primer kapcsolófeszültségből levonjuk az üresjárási áram által a primer tekercs ellenállásán és szórási reaktanciáján okozott feszültségeket. Az ohmos feszültség fázisban van az üresjárási árammal, a szórt fluxus által indukált feszültség pedig negyed periódussal siet (induktív feszültség).

Terhelés

Terheléskor a szekunder kapcsolókra fogyasztókat kapcsolunk. A fogyasztókon és a szekunder tekercsen keresztül megindul az I_2 szekunder áram, illetve a helyettesítő kapcsolási vázlat redukált szekunder tekercsén keresztül az I_2' redukált szekunder áram. Nagyságát és fázisát a fogyasztók szabják meg. A fogyasztók általában wattos és meddő teljesítményt is fogyasztanak. Ezért I_2 , illetve I_2' általában késik a szekunder kapcsolófeszültség mögött.

Az üzemállapotra jellemző egyenletek:

$$\begin{aligned} I_2' &\neq 0 \\ \bar{U}_e &= \bar{U}_1 - \bar{U}_{R1} - \bar{U}_{S1} \\ \bar{U}_2' &= \bar{U}_e - \bar{U}_{S2}' - \bar{U}_{R2}' \end{aligned}$$

A terhelt transzformator I_1 primer arama nagyobb, mint az I_0 uresjarasi primer aram es mas a fazisa. Ezert megvaltoztak a primer aram által a primer tekercs ellenallasan es szorasi reaktancijan okozott feszultesegesek is:

$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1$$

$$U_{S1} = j \cdot S_1 \cdot I_1$$

Ezert valtozatlan U_1 primer kapocsfeszulteseg eseten kis mertekben megvaltozik U_e is.

$$U_e = U_1 - I_1 \cdot R_1 - j \cdot X_{S1} \cdot I_1$$

Rovidebben jelolve:

$$U_e = U_1 - U_{R1} - U_{S1}$$

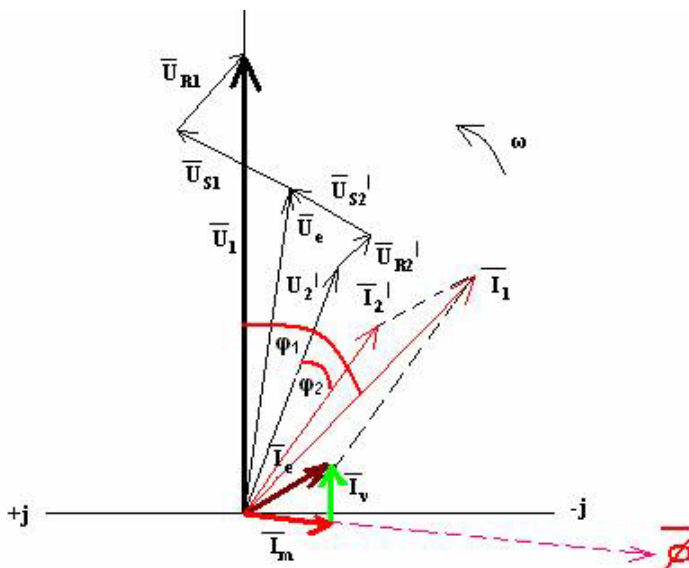
A redukalt szekunder kapocsfeszulteseg:

$$U_2' = U_e - j \cdot X_{S2} \cdot I_2' - R_2' \cdot I_2'$$

Rovidebben jelolve:

$$U_2' = U_e - U_{S2}' - U_{R2}'$$

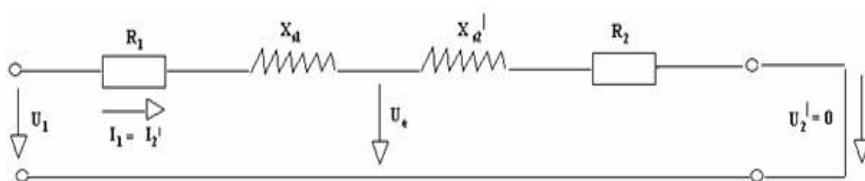
Nevleges terhelés esetén az érvényes vektorábra a fentiek alapján az alábbi ábrán látható:



5.7. ábra.

Rövidzárás

A rövidzárási állapot az üresjárásival ellentétes szélső terhelési állapot. A szekunder kapcsokat rövidre zárjuk, de ez az állapot nem üzemszerű állapot! Hosszú ideig nem tartható fent, mert a tekercsekben folyó áramok erőssége 10-25-szor nagyobb, mint névleges terhelés esetén. Ez az állapot a transzformátor tönkremenetelét okozhatja ezért különböző védelmeket (pl. megszakítók, olvadó biztosítók) kell beépíteni. A lekapcsolásnak olyan rövid idő alatt kell megtörténnie, hogy a tekercsek ne égienek el a rövid lekapcsolási idő alatt (nincs idejük felmelegedni). A primer, illetve szekunder árammal arányosan megnőnek azonban a szórt fluxusok. A szórt fluxusok nagy mechanikai erőt fejtenek ki a tekercsre a rövidzárási állapotban, ezért a mechanikai méretezésnél ezt figyelembe kell venni. Az üzemi állapotban érvényes helyettesítő kép az alábbi ábrán látható:



5.8. ábra.

Rövidzárás esetén az alábbi összefüggések érvényesek:

$$I_1 = I_2' = \frac{\bar{U}_1}{R_1 + jX_{S1} + R_2' + jX_{S2}}$$

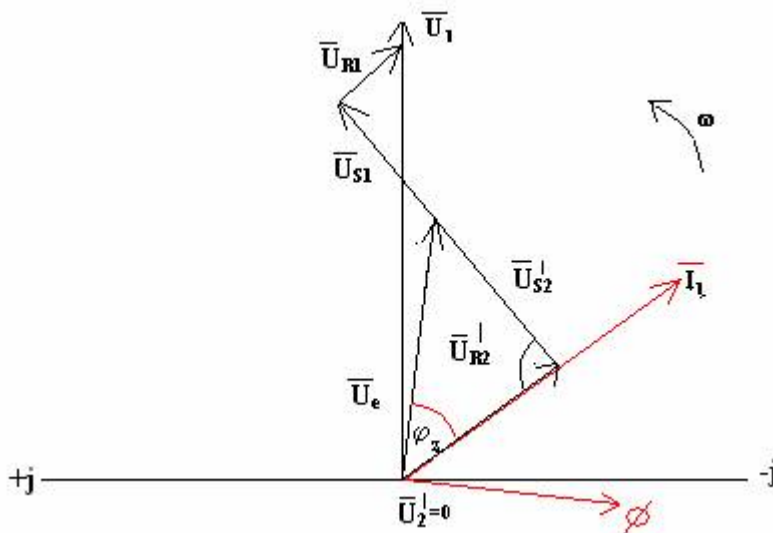
$$I_{1rz} \approx I_{1n} 10 \div 30$$

$$\bar{U}_e = \bar{U}_{R2}' + \bar{U}_{S2}'$$

$$\bar{U}_e = \bar{U}_1 - \bar{U}_{R1} - \bar{U}_{S1}$$

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_{R2}' + \bar{U}_{S2}' + \bar{U}_{S1} + \bar{U}_{R1} \Rightarrow \bar{U}_e \approx \frac{\bar{U}_1}{2}$$

A fentiek alapján a rövidzársban érvényes vektorábra:



5.9. ábra.

Drop (százalékos rövidzársi feszültség)

A drop vagy százalékos rövidzársi feszültség az erőátviteli transzformátorok adattáblájáról leolvasható fontos műszaki paraméter, értékét a gyártómű méréssel határozza meg.

A transzformátor szekunder kapcsait rövidre zárva, azt a primer feszültséget, amelyenél a primer tekercsben a névleges primer áram (I_{1n}) folyik, rövidzársi feszültségnek nevezzük:

$$U_{1z} = I_{1n} Z_z,$$

természetesen ilyenkor a szekunder tekercsben is a névleges szekunder áram (I_{2n}) folyik. A rövidzársi feszültségnek a névleges primer feszültséghez viszonyított értéke a drop, vagy százalékos rövidzársi feszültség:

$$\varepsilon = \frac{U_{1rz}}{U_{1n}} \cdot 100\% = \frac{I_{1n}}{I_{1rz}} \cdot 100\%$$

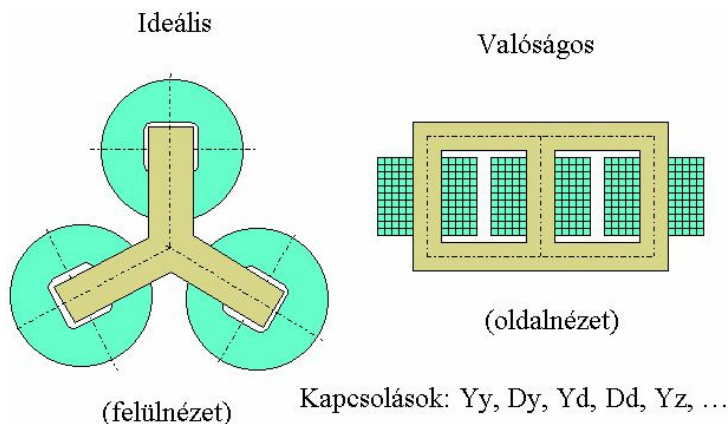
A drop kiszámításával a transzformátor maximális terhelési értékét lehet meghatározni.

A drop tehát a rövidzárási feszültségnek a névleges primer feszültséghez viszonyított értéke százalékos értékben kifejezve. A rövidzárási mérés a rövidzárási feszültség és a tekercs veszteség meghatározására szolgál.

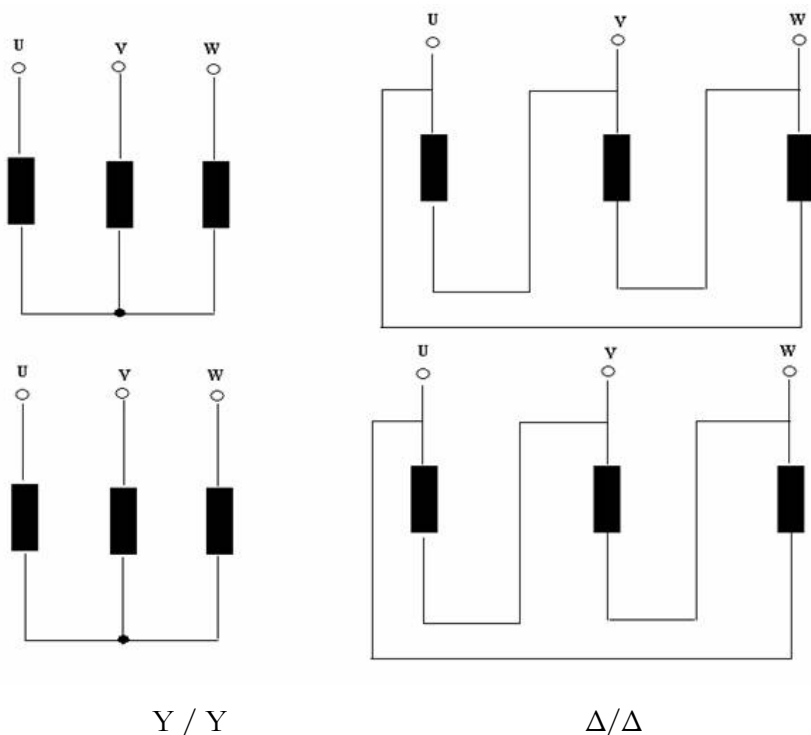
Amennyiben egy transzformátor terhelését növelni kívánjuk, akkor figyelembe kell venni a dropot, mert a kis drop értékű transzformátor túlterhelődik, melegszik és tönkremegy. Ezért általában a transzformátorokat úgy méretezik, hogy még maximális terhelés esetén is legyen 10-20% -os tartaléka.

5.2.2. Háromfázisú transzformátorok

Erőátviteli transzformátorokat tekintve a háromfázisú transzformátoroknak nagyobb a jelentősége, mint az egyfázisúaknak, mivel a villamos energia termelése, elosztása és felhasználása – a gazdasági előnyök miatt – túlnyomórészt háromfázisú rendszerrel történik. Az alábbi ábrákon példaként néhány tipikusnak mondható szerkezeti felépítésű és kapcsolású transzformátor látható.



5.10. ábra.



5.11. ábra.

Az erőátviteli transzformátorok leggyakrabban ún. magtípusú kivitelben készülnek. A primer, illetve a szekunder tekercsüket a vasmag három oszlopára fűzik fel, hengeres tekercselrendezésben. A három fázistekercs kapcsolható háromszögbe (delta), csillagba és ún. zezugba. Ugyanannak a transzformátornak más kapcsolású lehet a nagyobb feszültségű tekercsrendszere és más a kisebb feszültségűé. A nagyobb feszültségű tekercsüket vagy csillagba, vagy háromszögbe kapcsolják, a kisebb feszültségű tekercsüket pedig csillagba, háromszögbe vagy zezugba. A gyakorlatban előforduló kapcsolások: csillag-csillag, csillag-zezug, csillag-háromszög és háromszög-csillag. Könnyen belátható, hogy az egyes kapcsolások esetén a primer vonali feszültséghez képest a megfelelő szekunder vonali feszültség eltérő fázisú lesz. Például a csillag-csillag kapcsolású transzformátor nagyobb feszültségű oldalán a pozitív irányok ellentétesek a kisebb feszültségű oldal pozitív irányjaival (a két feszültség éppen ellenfázisban van, azaz 180° -os a fáziseltérés). Ha a nagyobb vonali feszültséget az óra nagymutatójának, a kisebbet pedig a kismutatójának képzeljük, akkor a nagymutató

a 12-esre, a kismutató pedig a 6-osra mutat. Az energetikában az ilyen transzformátort 6 órásnak mondják és a szabványos kapcsolási csoport jelölése: Yy6. (A nagybetű a nagyobb feszültségű oldalra, a kisbetű a kisebb feszültségűre vonatkozik.) Szokásos kapcsolási csoportok: Yz5, Yd5, Dy5.

Csillag-csillag kapcsolású transzformátor

A primer oldalon nincs „0” vezető (szabványos nagyfeszültségű rendszerek). A kiegyenlítő áram a fázistekercseken keresztül tud folyni oly módon, hogy mindegyik üresjárási áramhoz hozzáadódik a kiegyenlítő áram egy-egy harmada.

A primer fázis tekercsben a szükséges gerjesztő áramon kívül még a kiegyenlítő áram egy-egy harmada is folyik, melyek minden fázistekercsben azonos fázisúak. Ezek az áramok a szabályos (szimmetrikus) háromfázisú fluxuson felül minden oszlopban azonos fázisú fluxust gerjesztenek. A fluxusok azonos fázisa azt jelenti, hogy irányuk mindhárom oszlopban felfelé, majd egy fél periódus idő múlva lefelé mutat.

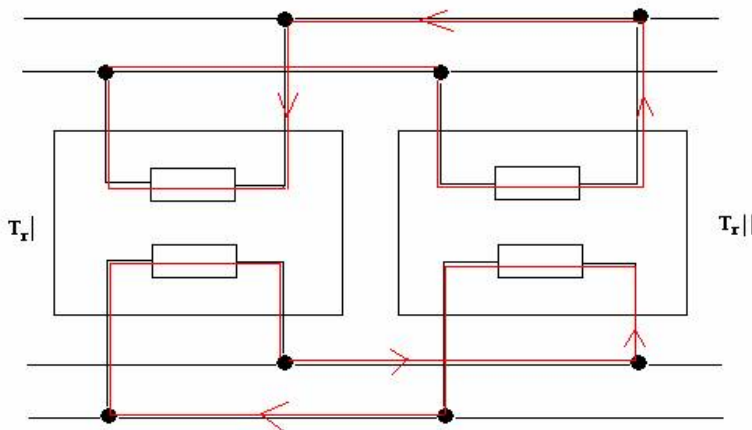
Háromszög kapcsolású transzformátorok

A háromoszlopos transzformátorok vasmagjában fellépő azonos fluxusok feszültséget indukálnak az egyes fázistekercsekben. Ezek a feszültségek azonos fázisúak, akárcsak az őket indukáló fluxusok, ezért szuperponálódnak (megváltoztatják a fázis feszültségeket, fázisát, jelleggörbe alakját). Ezért a járom fluxusok hatásának kiküszöbölésére a járommenetek alkalmasak. Alkalmazásukkal az oszlopokban folyó fő fluxusok összege minden pillanatban zérus. Hatásukra a járommenetekben olyan áram kering, amelyeknek gerjesztése az indukáló fluxusok ellen hat. Ezért az azonos fázisú fluxusok elhanyagolhatóan kicsinyek lesznek. A háromszög kapcsolású tekercselés önmagában úgy záródik, hogy mindhárom oszlopot azonos menetszámmal és értelemben járja körül. Hatása ezért olyan, mint a járommeneteké. Az egyfázisú (azonos fázisú zérus – sorrendű) fluxusok elhanyagolhatóan kicsinyek, ha a transzformátor bármelyik tekercselése háromszög kapcsolású. A háromszög kapcsolású tekercselésen belül kering az az áram, amelynek gerjesztése az azonos fázisú fluxusokat lerontja.

5.2.3. Transzformátorok párhuzamos üzeme

Ha adott teljesítmény átvitelére egy transzformátor nem elegendő, akkor több transzformátort kapcsolunk párhuzamosan. Ez azt jelenti, hogy a

transzformátorok a teljesítményt közös primer hálózatról veszik fel és közös szekunder fogyasztórendszerre adják le.



5.12. ábra.

A párhuzamos kapcsolást illetve a párhuzamos üzemet az alábbi feltételek egyidejű teljesülése esetén tekinthetjük kifogástalannak:

Párhuzamos üzemhez az alábbiaknak kell teljesülni:

- Nincs kiegyenlítő áram a párhuzamosan kapcsolt transzformátorok között,
- Terhelés a transzformátorok között névleges teljesítményeik arányában oszlik meg.

Ezek a feltételek akkor teljesülnek ha:

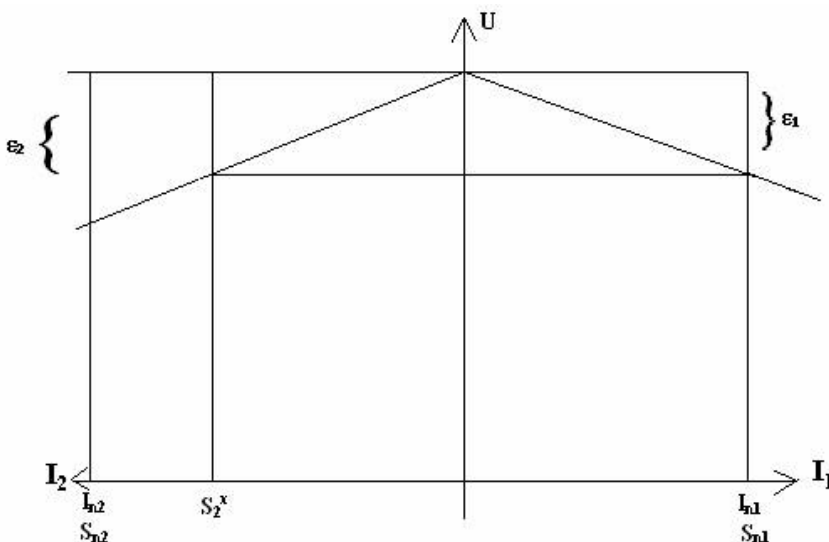
- Primer és szekunder névleges feszültségek megegyeznek, azonos az áttétel ($a_I = a_U$)
- Fázisfeszültségek azonos fázisúak (kapcsolási csoport azonos)
- A transzformátorok százalékos rövidzárási feszültségei egyenlők (azonos drop) $\varepsilon_I = \varepsilon_U$

Könnyen belátható, hogy az azonos áttétel és azonos kapcsolási csoport azért szükséges, hogy a két transzformátor között terheletlen állapotban kiegyenlítő áram ne jöhessen létre. A kiegyenlítő áram káros, mert csök-

kenti az „üresjárás” szekunder kapocsfeszültséget és terheli, károsan megterheli a transzformátorokat.

5.2.4. Párhuzamosan kapcsolt transzformátorok terheléseloszlása különböző drop esetén

Ha a párhuzamosan kapcsolt transzformátorok rövidzárási feszültségei nem egyenlők, akkor a terhelésmegoszlás egyenlőtlen. A nagyobb rövidzárási feszültségű transzformátor még nincs kihasználva, leterhelve, amikor a másik már névleges áramával van terhelve. A terhelés tovább már nem növelhető, mert a kis ε -ú transzformátor túlterhelődik. A nagy rövidzárási feszültségű transzformátor árama az ábrából a hasonló háromszögek segítségével számítható. Párhuzamos üzemben csak olyan egységek alkalmazhatók, amelyeknek rövidzárási feszültségei $\pm 10\%$ tolerancián belül – egyenlők.



5.13. ábra.

$$\varepsilon_2 > \varepsilon_1$$

$$S_2^x = S_{n2} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

5.2.5. Különleges transzformátorok

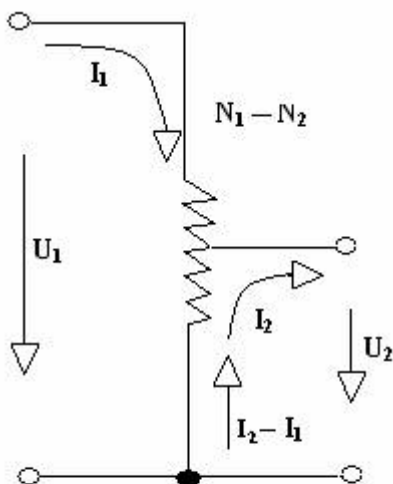
Kialakításuk és felhasználásuk miatt léteznek a hagyományos szerkezetű és felhasználású transzformátoroktól eltérő megoldású berendezések is, ezeket nevezzük különleges transzformátoroknak.

Takarékkapcsolású transzformátorok

A takarékkapcsolású transzformátor a váltakozó áramú teljesítmény transzformálására alkalmas legegyszerűbb szerkezet. Az eddig megismert kététekerces transzformátorral összehasonlítva nevezhetnénk egytekerces transzformátornak is. A feszültségáttétel a kététekerces transzformátorhoz hasonlóan:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Elvi kapcsolását mutatja az alábbi ábra:



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

5.14. ábra.

Előnyök:

- kisebb tekercs- és vasveszteség (mivel a közös menetszámú tekercsrészben a primer és szekunder áram különbsége folyik: $I_2 - I_1$),
- kisebb méret és súly,
- egyfázisú és háromfázisú szabályozó transzformátorokként is használhatók

Hátrányok:

- galvanikus kapcsolat a primer és szekunder tekercs között (biztonsági célú leválasztásra tilos felhasználni!)
- amennyiben szakadás lép fel az N_2 -nél, akkor $U_2 = U_1$ (életveszélyes lehet!)
- rövidzárási árama nagy, ui. a teljes primer feszültség az $N_1 - N_2$ menetszámú tekercsrészre esik.

5.2.6. Mérőtranszformátorok

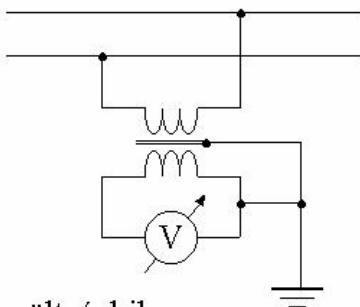
Az energetikában használatosak, azonban nem energiaátvitelre készülnek a mérőtranszformátorok. Nagy váltakozófeszültségek és -áramok mérésére alkalmas különleges transzformátorok. Segítségükkel lehet a nagy feszültség és áramot közvetlenül mérhető értékre csökkenteni.

Feszültségváltó

A feszültségváltó a nagy váltakozófeszültséget alakítja át közvetlenül mérhető értékre, általában 100V-ra. Működése egy üresjárásban dolgozó transzformátoréhoz hasonlít. A primer tekercset a mérendő nagyfeszültségű hálózatra kapcsolják, míg a szekunder tekercsre kötik a feszültségmérőt. A feszültségváltó legfontosabb jellemzője az áttétel pontossága és a leképzés hűsége. Ideális esetben:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

A feszültség abszolút értékek közötti eltérést a primer feszültségre vonatkoztatva kapjuk az ún. áttételi hibát, míg a fáziseltérés esetén az ún. szöghibát.



feszültséghiba:

$$h = \frac{aU_2 - U_1}{U_1} 100\% \\ (0,1 \dots 3)\%$$

szöghiba:

$$\delta = (4 \dots 40)'$$

5.15. ábra.

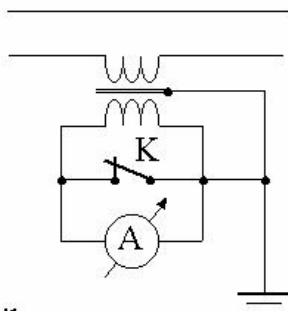
Fontos: A feszültségváltó szekunder kapcsait nem szabad rövidrezárni!

Áramváltó

Az áramváltó a nagy váltakozóáramot alakítja át közvetlenül mérhető értékre, általában 1 vagy 5A-ra. Működése kissé eltér a hagyományos transzformátorétól. A primer tekercset a mérendő nagy áram útjába sorosan kötik, míg a szekunder tekercsre kötik az árammérőt. A primer és a szekunder oldali gerjesztések egyensúlya alapján:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$

Az áramváltó esetén is a legfontosabb jellemző az áttétel pontossága és a leképzés hűsége.



áramhiba:

$$h = \frac{I_2/a - I_1}{I_1} 100\%$$

(0,1 ... 10)%

szöghiba:

$$\delta = (6 \dots 60)'$$

5.16. ábra.

A mérési célú áramváltók jellemző értékei:

$$I_2 = 5\text{A (1A)}$$

$$I_1 = 5; 20; 50; 200; 500; 2000 \text{ A ...}$$

Fontos: Az áramváltó szekunder körét megszakítani nem szabad!

Ez a fontos megállapítás az áramváltó primer tekercsének soros kapcsolásából következik, ugyanis az áramváltó primer tekercse kényszergerjesztésű, áramát a mérendő hálózat mindenkor terhelése határozza meg. Ezért a szekunder körben végzett javítások előtt a beépített K kapcsolót (5.16. ábra) rövidre kell zárni!

Szakadáskor ugyanis megnő az indukció s ennek hatásaként

- megnő a vasveszteség és
- nagy feszültség lép fel a szekunder tekercsben, ami életveszélyes is lehet!

5.2.7. Egy- és háromfázisú transzformátorok - Feladatlap

Töltse ki az alábbi feladatlapot!

5.1. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

A transzformátorokkal a villamos energia jellemzőit: feszültségét, *áramát*, néha *fázisszámát* változtatják meg.

5.2. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A feszültségáttétel a menetszámok arányával egyezik meg:

A feszültségáttétel a menetszámok fordított arányával egyezik meg.

5.3. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az áramáttétel a menetszámok arányával egyezik meg:

Az áramáttétel a menetszámok fordított arányával egyezik meg.

5.4. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az impedanciaáttétel a menetszámok arányával egyezik meg:

Az impedanciaáttétel a menetszámok négyzetes arányával egyezik meg.

5.5. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

$X_{S1} : X_{S2} : R_1 : R_2 : X_0 : R_0 = 1 : 1 : 2 : 2 : 1000 : 10000$

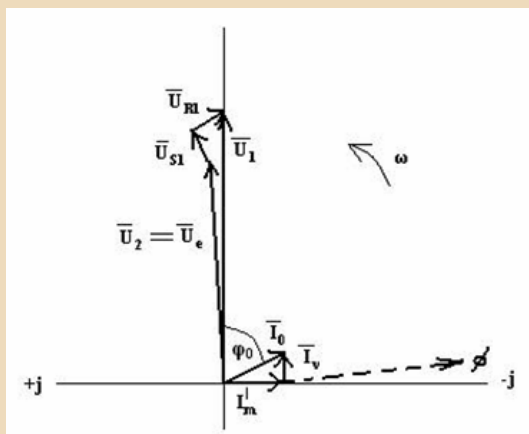
$R_1 : R_2 : X_{S1} : X_{S2} : X_0 : R_0 = 1 : 1 : 2 : 2 : 1000 : 10000$

$X_0 : R_0 : R_1 : R_2 : X_{S1} : X_{S2} = 1 : 1 : 2 : 2 : 1000 : 10000$

5.6. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

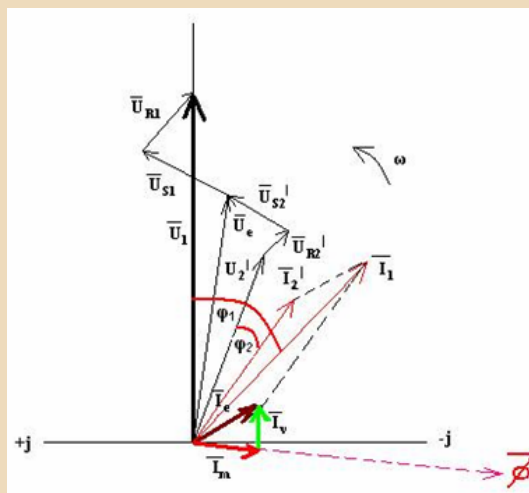
A vektorábra a transzformátor *üresjárás*i terhelési állapotában érvényes.



5.7. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

A vektorábra a transzformátor *névleges* terhelési állapotában érvényes.



5.12. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Párhuzamosan kapcsolt transzformátorok üzeme megfelelő, ha a Terhelés a transzformátorok között névleges teljesítményeikkel fordított arányban oszlik meg.

Terhelés a transzformátorok között névleges teljesítményeik arányában oszlik meg.

Terhelés a transzformátorok között névleges teljesítményeik négyzetének arányában oszlik meg.

5.13. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

Ha a párhuzamosan kapcsolt transzformátorok rövidzárási feszültségei (dropok) nem egyenlők, akkor a terhelésmegosztás *egyenlőtlen*.

5.14. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A takarékkapcsolású transzformátor a váltakozó áramú teljesítmény csökkentésére alkalmas legegyszerűbb szerkezet.

A takarékkapcsolású transzformátor a váltakozó áramú teljesítmény transzformálására alkalmas legegyszerűbb szerkezet.

A takarékkapcsolású transzformátor a váltakozó áramú teljesítmény növelésére alkalmas legegyszerűbb szerkezet.

5.15. példa

Helyes-e az alábbi állítás?

A takarékkapcsolású transzformátort biztonsági célú leválasztásra szabad használni, mivel galvanikus kapcsolat van a primer és a szekunder tekercs között.

Igaz *Hamis*

5.16. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

A takarékkapcsolású transzformátor rövidzárási árama nagy.

A takarékkapcsolású transzformátor rövidzárási árama kicsi.

5.17. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

A feszültségváltó működése egy *üresjárásban* dolgozó transzformátoréhoz hasonlít.

5.18. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

A feszültségváltó szekunder kapcsait nem szabad rövidre zárni !

Az áramváltó szekunder körét megszakítani nem szabad!

Az áramváltó szekunder kapcsait nem szabad rövidre zárni !

5.19. példa

Jelölje meg, hogy melyik összefüggés a legjellemzőbb a feszültségváltó működésére!

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$

5.3. Aszinkron gépek

5.3.1. Tanulási célok

A lecke áttanulmányozása után Ön képes lesz:

- Saját szavaival megfogalmazni a háromfázisú aszinkron gépek működését, alkalmazásának előnyeit és hátrányait.
- Saját szavaival megfogalmazni a forgó mágnes tér kialakulásának feltételét.
- Saját szavaival megfogalmazni a szlip (csúszás) fogalmát.
- Elemezni az aszinkron gépben kialakuló teljesítményviszonyokat.
- Felrajzolni az aszinkron gép M-n jelleggörbét.
- Saját szavaival értelmezni az aszinkron gép villamos helyettesítő kapcsolási vázlatát.
- Saját szavaival megfogalmazni, hogy miért van szükség különböző megoldásokra az aszinkron motor indításához.
- Saját szavaival elmagyarázni a kalickás aszinkron motorok indítási módjait.
- Saját szavaival elmagyarázni a csúszógyűrűs aszinkron motorok indítási módjait.
- Saját szavaival elmagyarázni a mélyhornyú és kétkalickás aszinkron motorok indítási módjait.
- Saját szavaival elmagyarázni, hogy milyen módon lehet változtatni az aszinkron motorok fordulatszámát.
- Saját szavaival megfogalmazni, hogy mi a különbség az egyes fordulatszám változtatási megoldások között.
- Saját szavaival elmagyarázni az egyfázisú aszinkron motorok működési elvét.
- Felrajzolni az egyfázisú aszinkron motorok M-n jelleggörbét.

Az aszinkron gépek rövid jellemzése

Az aszinkron vagy más néven indukciós gép a legáltalánosabban használt, legegyszerűbb szerkezetű villamos forgógép. Legfontosabb jellemzői:

- Legegyszerűbb szerkezetű forgógép
- Egy- és háromfázisú változat is létezik, 1 kW felett általában mindig háromfázisú
- Legelterjedtebb, üzembiztos gép

- motorként és generátorként is használható
- hátránya: folyamatos fordulatszám változtatás csak külön költséges berendezéssel biztosítható

5.3.2. Szerkezet

Mint ahogy általában minden villamos forgógép, az aszinkron gép is két fő szerkezeti egységet tartalmaz: állórész és forgórész. Ezek legfontosabb jellemzői:

Állórész:

- lemezelt (örvényáramok csökkentése miatt)
- háromfázisú tekercs, térben 120°-os eltolással

Forgórész:

- lemezelt és hengeres
- lehet tekercselt (csúszógyűrűs) vagy rövidrezárt (kalickás)

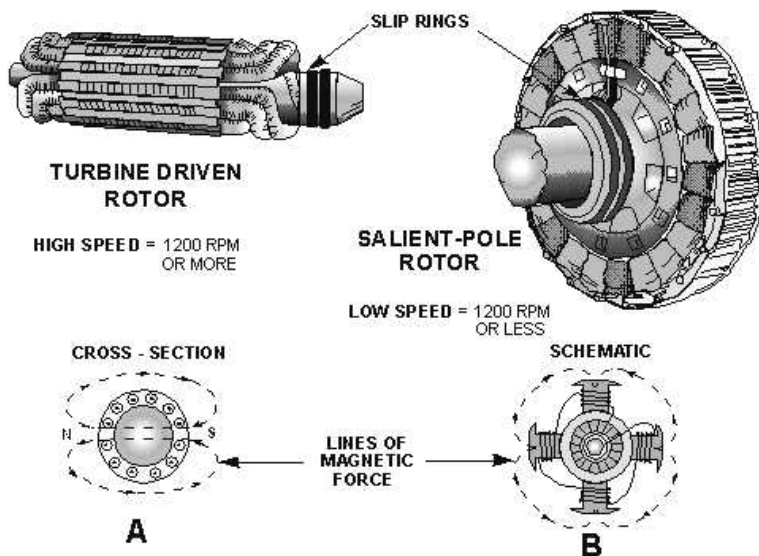
5.3.3. Működés (motor)

Az aszinkron gépeket leggyakrabban motorként, valamilyen munkagép hajtására használják. Tekintsük át elsőként a háromfázisú változat működését. Az állórészen elhelyezett háromfázisú tekercselésre rákapcsolva a szinuszos háromfázisú feszültséget, az állórészben forgó mágneses tér alakul ki. A forgó mágnesmező az állórészt tápláló hálózat f_1 frekvenciája és a gép p póluspár számával meghatározott szinkron fordulatszámmal forog:

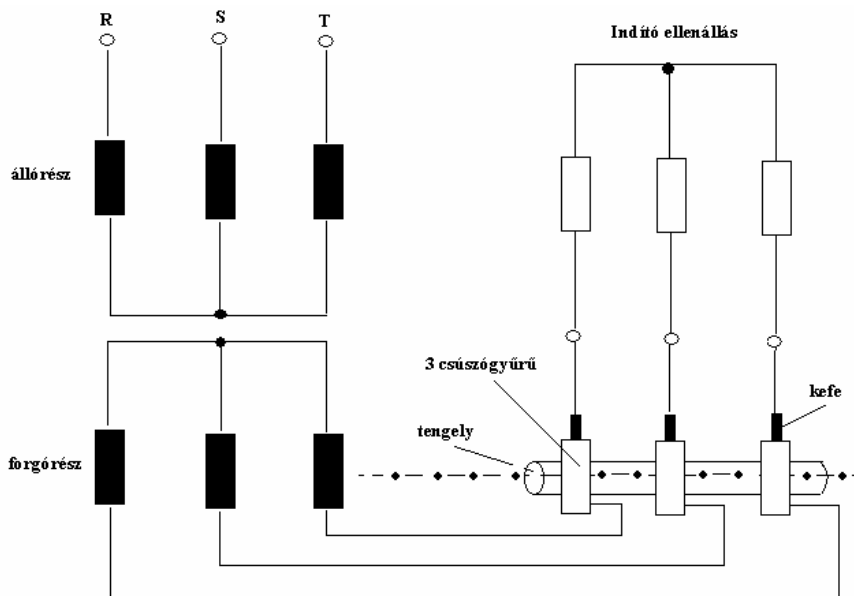
$$n_0 = \frac{f_1}{p} \left[\frac{1}{s} \right]$$

A forgó mágneses tér hatására a forgórészben feszültség indukálódik, melynek hatására a villamosan rövidrezárt forgórészben áram indul meg. Az áram és a mágnes tér kölcsönhatása nyomatékot létesít, amely a forgórészt a mezővel egyező irányban forgásba hozza. Minél jobban közeledik a fordulatszám a szinkron fordulathoz, annál kisebb a forgórészben indukálódó feszültség, mert a forgó mágnesmező és a forgórész közötti relatív sebesség annál jobban csökken. Ha a forgórész elérte a szinkron fordulatszámot, a mezőhöz képest relatív nyugalomba kerül, a tekercseiben nem indukálódik feszültség, nem jön létre áram és így nyomaték sem keletkezik. A gép csak a szinkrontól különböző fordulatszám mellett tud nyomatékot kifejteni. Ezért nevezik nem szinkron, azaz aszinkron motornak.

Terhelés hatására megnövekszik a forgórész árama, ami 3-6%-os fordulatszám csökkenést okoz. Az alábbi ábrák mutatják a gép forgórészének szerkezetét és a villamos kapcsolást.



5.17. ábra.

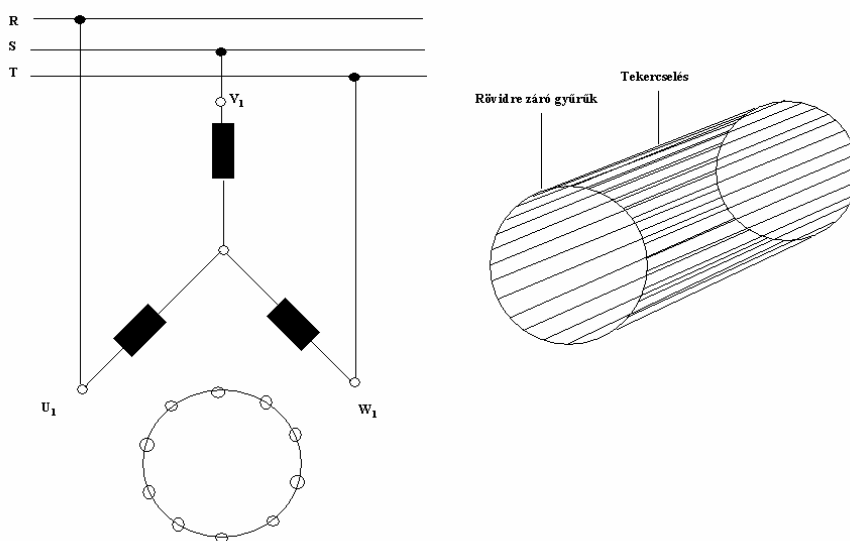


5.18. ábra.

Kalickás motor

A kalickás forgórészeken nincs tekercselés és csúszógyűrű. A „tekercselés” a hornyokban elhelyezett rudakból áll (hornyokként egy rúd), amelyeket a forgórész homlokoldalán egy-egy rövidrezáró gyűrű kalickává egyesít. A kalicka olyan többfázisú tekercsnek tekinthető, amelynek annyi fázisa van, ahány horony van a forgórészen. A kalickás forgórész elvben tetszőleges pólusszámra használható.

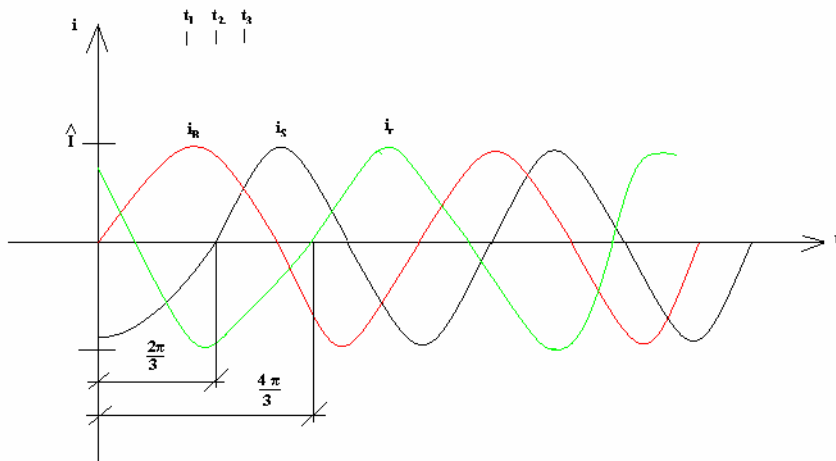
Indítási tulajdonságai: mivel indító ellenállásra nincs mód, ezért kedvezőtlenebbek, mint a csúszógyűrűs forgórészűeké.



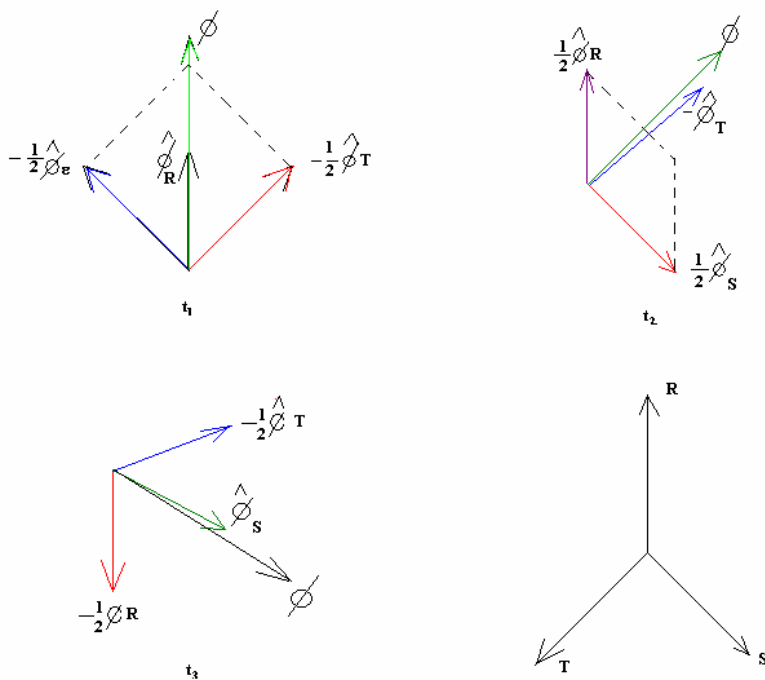
5.19. ábra.

Forgó mágneses tér

Az alábbi ábrák szemléltetik a forgó mágneses tér kialakulását: t_1 , t_2 , és t_3 időpontokban összegezve a fluxusokat láthatóan azonos amplitúdójú és 60° -kal elforduló eredő fluxusokat kapunk.



5.20. ábra.



5.21. ábra.

$$t_2 = t_1 + 60^\circ$$

$$t_3 = t_2 + 60^\circ$$

5.3.4. Szlip (csúszás)

Ha az aszinkron gép tengelyét mechanikai nyomatékkal megterheljük, fordulatszáma beáll arra az értékre, amelynél a szekunder indukált feszültség által létrehozott áram nyomatéka egyensúlyt tart a terhelő nyomatékkal. Az aszinkron gép forgórésze motoros üzemállapotban a szinkron fordulatszámánál mindig kisebb fordulatszámmal forog. A forgórésznek a forgómezőhöz képesti relatív lemaradását, csúszását szlipnek nevezzük és „s”-sel jelöljük. Ha a fluxus szinkron fordulatszámát n_0 -al, a tengely fordulatszámát n -nel jelöljük, a motor szlipje:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = 1 - \frac{n}{n_0}$$

Névleges üzemállapotban a szlip átlagos értéke 3 - 6 %.

A fordulatszám a szlip ismeretében meghatározható:

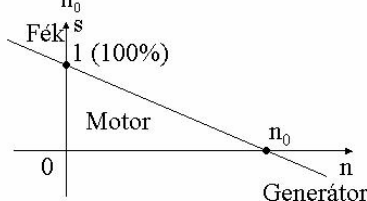
$$n = (1 - s) \cdot n_0$$

$$n_0 = \frac{f_1 \cdot 60}{p} \quad \left[\frac{1}{\text{min}} \right] \quad \text{szinkron fordulatszám}$$

f_1 az állórészre kapcsolt áram frekvenciája [Hz]

p a póluspárok száma (É-D: egy póluspár)

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} \cdot 100 \quad [\%] \quad \text{szlip (csúszás)}$$



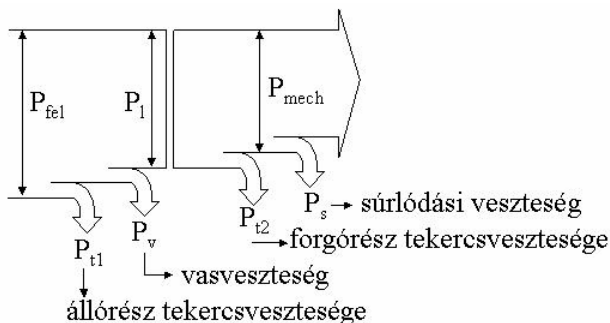
$f_1 = 50 \text{ Hz}$			
p	n_0 [min ⁻¹]	n_n [min ⁻¹]	s_n [%]
1	3000	2850	5
2	1500	1465	3
3	1000	955	4,5
4	750	720	4

Az aszinkron gép önállóan (hálózat nélkül) nem képes generátorként üzemelni.

5.22. ábra.

5.3.5. Teljesítmény viszonyok

Az alábbi ábra alapján elemezhetjük az aszinkron motorban kialakuló különböző teljesítményeket:



5.23. ábra.

Az ábrában használt jelölések:

P_{fel} : hálózatról felvett teljesítmény

P_v : állórész vasvesztése

P_1 : légrésteljesítmény

Az egyes teljesítmények közötti összefüggések az alábbiakban láthatók:

$$P_1 = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$$

$$P_{t1} = 3 \cdot I_1^2 R_1$$

$$P_l = M \cdot \omega_0$$

$$P_{t2} = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 (= s \cdot P_l)$$

$$(P_{v2} \approx 0)$$

$$\begin{aligned}
 P_{mech} &= P_l - P_{t2} \\
 P_{mech} &= M \times \omega \\
 n &= n_0 - sn_0 \\
 \omega &= \omega_0 - s\omega_0 \\
 P_{mech} &= M\omega_0 - sM\omega_0 = P_l - sP_l \\
 P_{mech} &= (1-s)P_l \\
 P_{t2} &= sP_l \\
 P_h &= P_{mech} - P_{súrlódás} \\
 \eta &= \frac{P_h}{P_{fel}}
 \end{aligned}$$

A fenti összefüggések alapján meghatározható a gép nyomatéka is:

$$\begin{aligned}
 P_l &= M \cdot \omega_0 \\
 P_{t2} &= P_l - P_{mech} = M \cdot \omega_0 - M(1-s)\omega_0 = Ms\omega_0 = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 (= s \cdot P_l) \\
 I_2 &= \frac{U_2}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}} \\
 U_2 &= sU_{20} \\
 X_2 &= \omega L_2 \\
 \omega &= s\omega_1 \\
 X_2 &= s\omega_1 L_2 = sX_{20}
 \end{aligned}$$

ahol

U_{20} : a forgórész kapcsain mérhető feszültség álló helyzetben

X_{20} : a forgórésztekercs egy fázisának reaktanciája álló helyzetben

R_2 : a forgórésztekercs egy fázisának ellenállása

Behelyettesitesek utan:

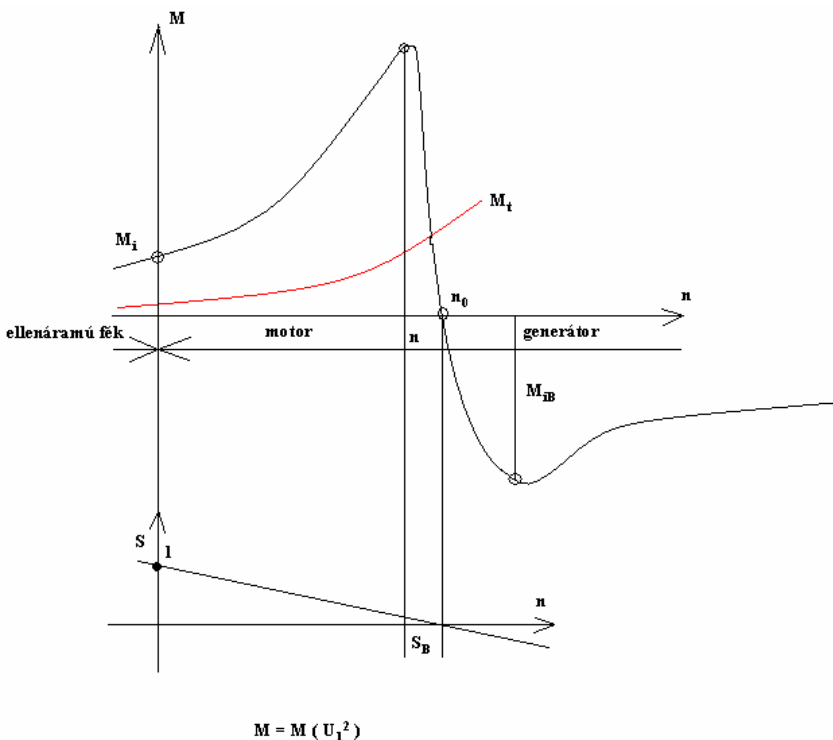
$$\frac{3s^2 U_{20}^2 R_2}{R_2^2 + s^2 X_{20}^2} = sM\omega_0$$

$$M = \frac{3s U_{20}^2 R_2}{(R_2^2 + s^2 X_{20}^2)\omega_0}$$

Fontos: A motor nyomatéka a feszültség négyzetével arányos!

5.3.6. Nyomaték-fordulatszám jelleggörbe

Az aszinkron gép nyomaték – fordulatszám jelleggörbéje az alábbi ábrán látható (figyeljük meg a különböző üzemállapotokra érvényes jelleggörbe szakaszt és a nevezetes pontokat):



5.24. ábra.

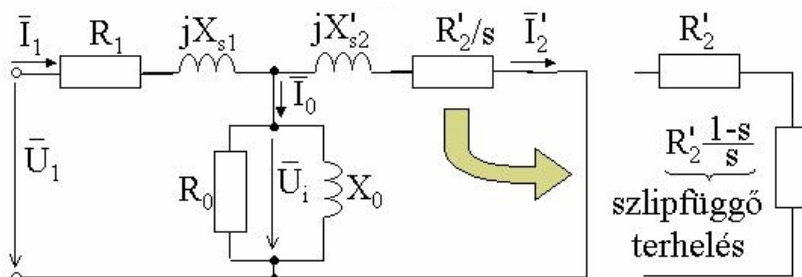
Az ábra nevezetes pontjai:

- M_i : indítási nyomaték
- M_b : billenő vagy maximális nyomaték
- M_t : terhelő nyomaték
- n_0 : szinkron fordulatszám
- s_b : billenő szlip

Fontos: A motor nyomatéka a feszültség négyzetével arányos!

5.3.7. Helyettesítő kép

Az aszinkron gép villamos helyettesítő kapcsolása alapján a gép működése jobban megérthető. Az ellenállások és reaktanciák jelentése lényegében megegyezik a transzformátornál leírtakkal (állórész ~ primer tekercs, forgórész ~ szekunder tekercs). A három fázis szimmetriája miatt elegendő egy fázisra megrajzolni a kapcsolást.



5.25. ábra.

ahol

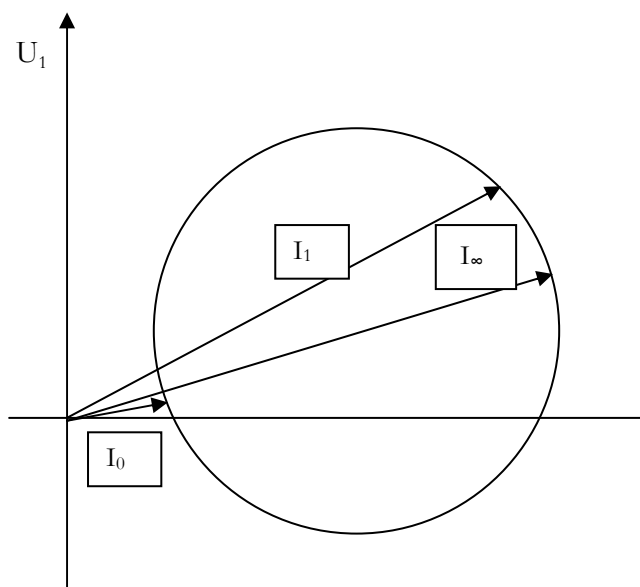
$$X_{s2}' = a^2 \cdot X_{s2}$$

$$R_2' = a^2 \cdot R_2$$

5.3.8. Kördiagram

A terhelés változása megával vonja a szlip érték megváltozását, amelynek hatására megváltozik az állórész árama. Ezen áram vektorának végpontja a terhelés változása közben egy kör kerületén mozog. Minden pontnak egy meghatározott szlip felel meg, tehát a kör az aszinkron motor áramvektor-

diagramja, vagy röviden kördiagramja. Ezt az áramvektordiagramot nevezik kördiagrammnak. A kördiagram 3 pont segítségével megszerkeszthető. A 3 pont tetszés szerinti lehet, de célszerű olyan pontokat kiválasztani, amelyekben az állórész áram egyszerűen számítható vagy mérhető. Ilyenek az $s=0$, $s=1$ és $s=\infty$ szliphez tartozó áramvektorok végpontjai. Az $s=\infty$ pontnak nincs fizikai értelme, mert $n=\infty$ fordulatszám tartozik hozzá, azonban a kördiagram felrajzolásához előnyösen felhasználható. Ha $s=\infty$, akkor a forgórész kör ellenállása nulla ($R_2/s=0$), azaz rövidzár esete áll fenn.



5.26. ábra.

A kördiagramból a motor különböző üzemállapotaiban leolvashatók a különböző teljesítmények illetve nyomatékok:

$$U_v = \sqrt{3} \cdot U_f$$

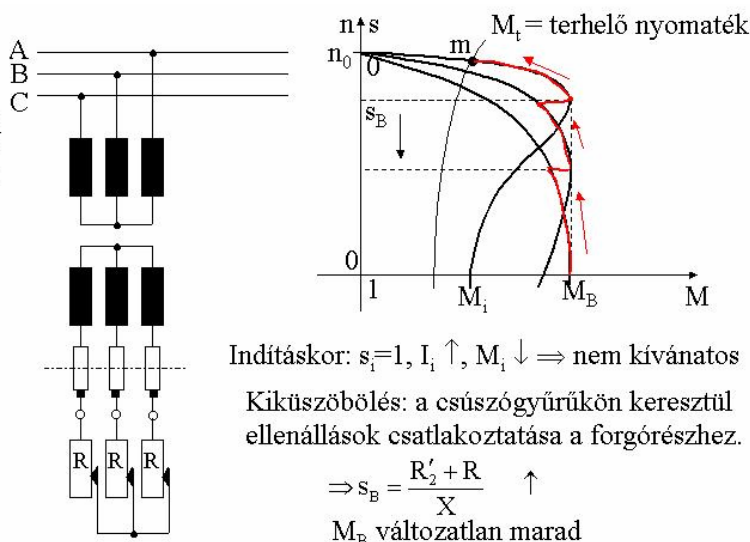
$$\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{M_i}{3} \Rightarrow \frac{I_i}{3}$$

- Elektronikus kapcsolás alkalmazása (ún. lágyindítók alkalmazása): Ez a legkorszerűbb megoldás, elektronikus eszközök alkalmazásával érjük el, hogy a motorra a hálózatinál kisebb feszültség jusson. Alkalmazásával előre programozható módon beállítható a motor indítási árama, az indítási idő hossza, az indító nyomaték értéke, stb. Egyes típusok ún. lágy leállítást is lehetővé tesznek.

Csúszógyűrűs motorok

Csúszógyűrűs motorok esetén lehetőség van a forgórészbe külső elemeket, például ellenállásokat bekapcsolni.

- forgórész körbe iktatott ellenállások: Az ellenállások hatására megváltozik a motor nyomaték jelleggörbéje. Minél nagyobb a bekötött ellenállás értéke, annál „lágyabb” lesz a jelleggörbe szinkron pont közeli szakasza, miközben a maximális nyomaték értéke nem változik.



5.29. ábra.

Mélyhornyú és kétkalickás motorok

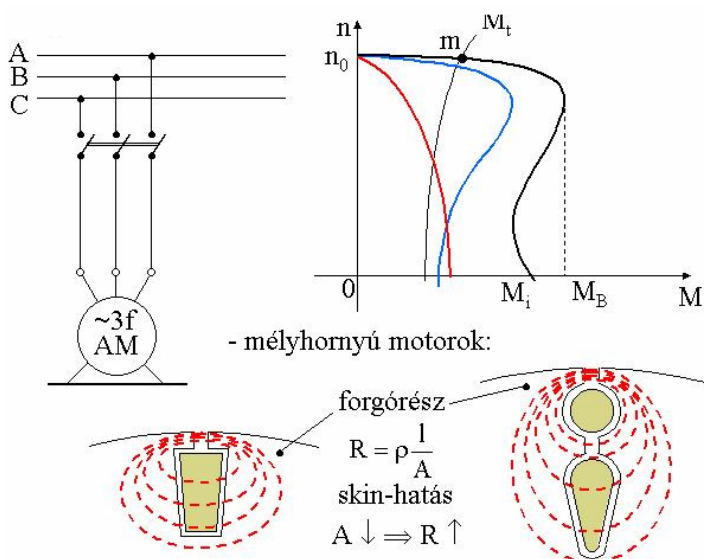
A mélyhornyú és a kétkalickás motorokat kifejezetten a kedvező indítási tulajdonságok érdekében fejlesztették ki. A működés elve az áramkiszorulás jelenségét (skin hatás=bőr hatás) használja ki, mely szerint minél nagyobb a frekvencia, annál jobban kiszorul az áram a vezető kerületére. Indításkor a forgórészben az áram frekvenciája „nagy”, az áram nem tölti ki egyenletesen a vezető keresztmetszetét, ezért az áram szempontjából a vezető ellenállása nagyobb lesz, mert

$$R = \rho \frac{l}{A},$$

ugyanis a vezető „A” keresztmetszete lecsökken (mélyhornyú gép).

Kétkalickás gép esetén a hornyokban lévő külső és belső kalickák fajlagos ellenállása nem azonos ($\rho_{\text{külső}} > \rho_{\text{belső}}$). A továbbiakban itt is skin hatás elve érvényesül.

Ezekkel a megoldásokkal kedvező indítási tulajdonságok (I_i kisebb, M_i nagyobb) érhető el. Előnyük, hogy a motort gyárilag készre szerelték, így a felhasználónak semmi külön tennivalója nincs a kedvező indítási tulajdonságok biztosítása érdekében és lényegében veszteségmentes a megoldás.



5.30. ábra.

5.3.10. Fordulatszám változtatás

Gyakran szükség van arra, hogy üzem közben megváltoztassuk az aszinkron motor fordulatszámát. Az alábbi összefüggés alapján látható, hogy a fordulatszámot három tényező befolyásolja: szlip, frekvencia, póluspárszám. Ha ezek közül bármelyiket megváltoztatjuk, akkor megváltozik a fordulatszám is. Ebből következően három lehetőség van a fordulatszám változtatására. A következőkben ezt tekintjük át.

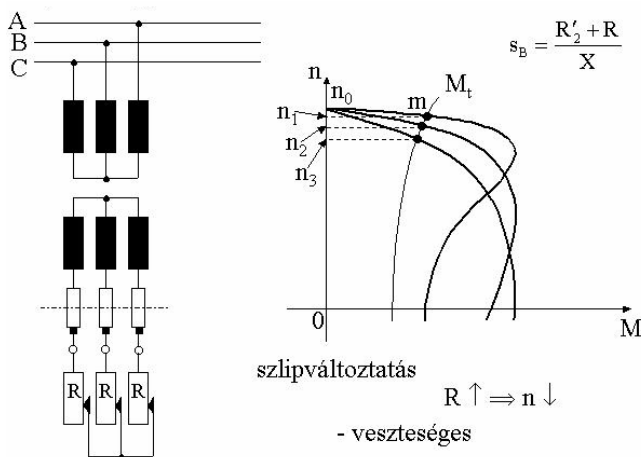
$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} \Rightarrow n = (1 - s) \cdot n_0$$

$$n_0 = \frac{f_1}{p}$$

$$n = \frac{f_1}{p} \cdot (1 - s)$$

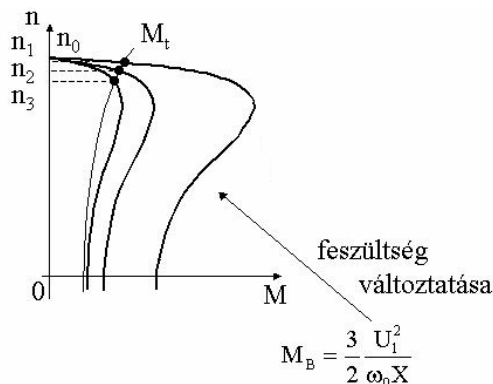
Szlip változtatása

- Csúszógyűrűs motornál: A forgórész körbe ellenállásokat kötünk be, hasonlóképpen, mint ahogy azt az indítási áram csökkentésekor láttuk. A motor nyomatéki ábrája megváltozik. Ha az ellenállás értékét folyamatosan tudjuk változtatni, akkor folyamatos fordulatszám változtatást tudunk elérni. A módszer előnye a viszonylag egyszerű kialakítás, hátránya az, hogy veszteséges, ugyanis az ellenálláson keresztül folyó áram hőt termel.



5.31. ábra.

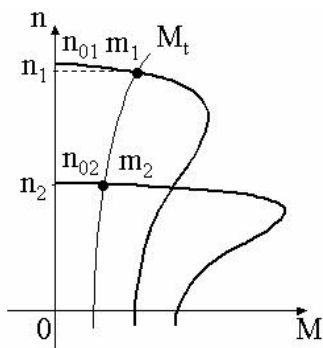
- Kalickás motornál: Csak elvi lehetőség, nem használják, mert a feszültséggel négyzetes viszonyban lévő nyomaték erőteljesen lecsökkenne a feszültség csökkentés hatására.



5.32. ábra.

A feszültség csökkentésével a nyomaték is csökken (négyzetesen)!

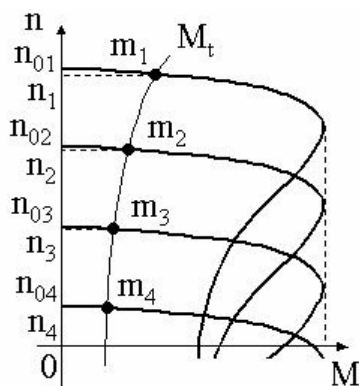
- Pólusszám változtatása: Az állórész tekercselés pólusszámának változtatásával több fokozatú fordulatszám változtatás érhető el, mivel minden pólusszámnak más-más szinkron fordulatszám felel meg. Gyárilag olyan tekercselést alakítanak ki, amely megfelelő átkapcsolásokkal két különböző pólusszámra használható. A legismertebb és leggyakrabban alkalmazott megoldás az ún. Dahlander féle tekercselés, amely például 1:2 arányú pólusszám átkapcsolást tesz lehetővé. Az egyes fázistekercsek két félből állnak, amelyeket sorba vagy párhuzamosan lehet kötni.



5.33. ábra.

Ez a fordulatszám változtatási módszer veszteségmentes, viszont hátránya, hogy csak fix fordulatokra alkalmazható (pl. $n=2880, 1440, 720$ f/perc stb.). A póluspárok növelése a fordulatszám csökkenésével jár.

- **Állórész-frekvencia változtatása:** Ez a legjobb és legkorszerűbb megoldás, ugyanis folyamatos fordulatszám változtatást tesz lehetővé lényegében veszteségmentesen. Erre a célra félvezető eszközökből épített ún. frekvenciaváltókat alkalmaznak, amelyek a frekvenciával együtt a feszültséget is változtatják. Ezek segítségével akár 3000 ford./percnél nagyobb fordulatszám is elérhető. Az alábbi ábra mutatja, hogyan változik a gép jelleggörbéje, ha változik az állórészre kapcsolt feszültség frekvenciája (szinkron pont változik, billenő nyomaték értéke nem):

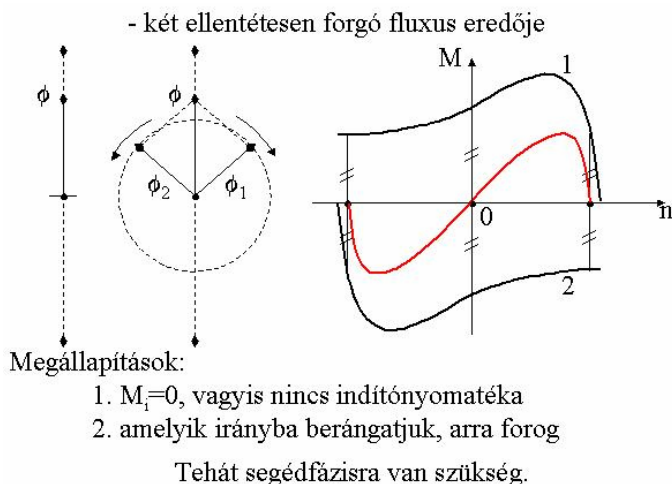


5.34. ábra.

5.3.11. Egyfázisú aszinkron motorok

Az egyfázisú aszinkron motorokat olyan kisteljesítményű hajtásokhoz használják, ahol nem áll rendelkezésre háromfázisú hálózat (pl. kis szivattyúk, ventilátorok, kompresszorok, háztartási gépek, stb.). Az egyfázisú motorok állórészén egyfázisú tekercselés található, a forgórészük pedig minden esetben kalickás kivitelű. Az állórészre kapcsolt egyfázisú feszültség hatására kialakuló lüktető mágneses tér tartja forgásban a forgórészt, azonban az indításhoz ún. segédfázis tekercs szükséges. Az állórész tekercselése által létrehozott lüktető mágnes tér kialakulását az alábbi gondolatmenet segítségével is követhetjük: a lüktető mágnes tér két, egymással szemben forgó, félakkora amplitúdójú forgó fluxus eredőjének tekinthető. Mindkét összetevő forgó mágneses tere indukció útján többfázisú áramot és így nyomatékot hoz létre a forgórészben. A két nyomaték ellentétes

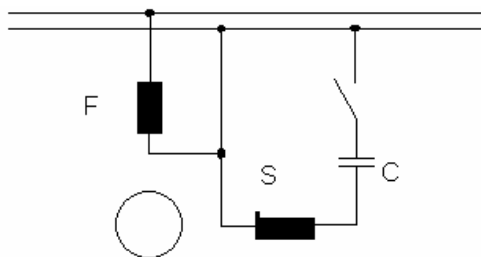
irányú, nagyságuk egyenlő, így eredőjük zérus, azaz a gépnek nincs indítónyomatéka. Ezt ábrázolja az alábbi ábra (a piros jelleggörbe lényegében az egyfázisú aszinkron motor jelleggörbéje):



5.35. ábra.

5.3.12. Segédfázisú motorok

A segédfázisú motorok rendelkeznek egy ún. segédfázis tekercssel, ami a forgás megindulását segíti elő. Ez a tekercs 90 fokkal van eltolva a főfázishoz képest, de gondoskodni kell arról is, hogy ennek a tekercsnek az árama is késsen 90 fokkal a főfázishoz képest. Erre általában kondenzátort alkalmaznak, ami lehet üzemi, vagy indító kondenzátor annak megfelelően, hogy üzem közben is vagy csak az indítás során van-e szerepe. Az üzemi kondenzátor a motor teljes üzeme alatt működésben van, míg az indító csak akkor, mikor a motort indítják.



5.36. ábra.

5.3.13. Aszinkron gépek - Feladatlap

Töltse ki az alábbi feladatlapot!

5.20. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az aszinkron gép állórészét lemezzelik az örvényáramok csökkentése miatt.

Az aszinkron gép állórészét öntvényből készítik az örvényáramok csökkentése miatt.

5.21. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

Az aszinkron gép állórésze lehet tekercselt (csúszógyűrűs) vagy rövidrezárt (kalickás).

Az aszinkron gép forgórésze lehet tekercselt (csúszógyűrűs) vagy rövidrezárt (kalickás).

5.22. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A forgó mágnesmező fordulatszámát az állórészt tápláló hálózat frekvenciája és a gép póluspár száma határozza meg.

A forgó mágneses mező fordulatszámát az állórészt tápláló hálózat feszültsége és frekvenciája határozza meg.

A forgó mágneses mező fordulatszámát az állórészt tápláló hálózat feszültsége és a gép póluspár száma határozza meg.

5.23. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A háromfázisú aszinkron motorok forgásirányát nem lehet megváltoztatni.

A háromfázisú aszinkron motorok forgásirányát bármelyik 2 fázis felcserélésével meg lehet megváltoztatni.

5.24. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

Az aszinkron gép forgórésze motoros üzemállapotban a szinkron fordulatszámánál mindig *kisebb* fordulatszámmal forog.

5.25. példa

Mit jelent az n_0 a szlip összefüggésében?

szinkron fordulatszámot
forgórész fordulatszámát

5.26. példa

Melyik válasz a helyes az alábbi adatok esetén?

$f = 50\text{Hz}$; $p=2$; $n=1440$ f/perc
 $s=3$; $s=4$; $s=4,5$

5.27. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

P_1 : légrésteljesítmény: Az állórészből a forgórészbe jutó teljesítmény

P_l : légrésteljesítmény: A hálózatról felvett teljesítmény

P_1 : légrésteljesítmény: A hálózatról felvett teljesítményből levonva az állórész veszteségeit

5.28. példa

Melyik összefüggés a helyes?

$$P_{\text{légrés}} = M\omega$$

$$P_{\text{légrés}} = M\omega_0$$

$$P_{\text{légrés}} = 3 I_1^2 R_1$$

5.29. példa

Melyik összefüggés a helytelen?

$$P_{12} = s P_1$$

$$P_{12} = M\omega_0$$

$$P_{12} = 3 I_2^2 R_2$$

5.30. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

Motoros üzemállapotban a szlip pozitív.

Motoros üzemállapotban a szlip negatív.

Generátoros üzemállapotban a szlip negatív.

Motoros üzemállapotban a szlip 0 és 1 közötti érték.

5.31. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

M_i : indítási nyomaték: álló helyzetben a motor nyomatéka.

M_i : indítási nyomaték: álló helyzetben a terhelő gép nyomatéka.

M_i : indítási nyomaték: a motor billenő vagy maximális nyomatéka

5.32. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

R_1 : állórész tekercs ellenállása

R_1 : forgórész tekercs ellenállása

R_1 : kalicka ellenállása

5.33. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

X'_{s2} : forgórész szórásos reaktancia állórészre redukálva

X'_{s2} : forgórész szórásos reaktancia

X'_{s2} : állórész szórásos reaktancia

5.34. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az aszinkron motorok indításkor a névleges áramukat veszik fel a hálózatból.

Az aszinkron motorok indításkor a névleges áramuk többszörösét veszik fel a hálózatból.

Az aszinkron motorok indításkor a névleges áramuk töredékét veszik fel a hálózatból.

5.35. példa

Helyes-e az alábbi állítás?

A kalickás motoroknál a forgórész körbe iktatott ellenállásokkal csökkentik az indítási áramot.

Igaz; Hamis

5.36. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az előtét ellenállás alkalmazásával csökken az indítási áram és nő az indító nyomaték.

Az előtét ellenállás alkalmazásával csökken az indítási áram és csökken az indító nyomaték.

5.37. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az előtétellenállással történő indítás veszteséges.

A transzformátoros indítás veszteséges.

5.38. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A csillag/delta kapcsolással csökken az indítási áram és csökken az indító nyomaték.

A csillag/delta kapcsolással nő az indítási áram és csökken az indító nyomaték.

5.39. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A csillag/delta kapcsolással harmadára csökken az indító nyomaték.

A csillag/delta kapcsolással harmadával csökken az indító nyomaték.

5.40. példa

Egészítse ki az alábbi mondatot!

A lágyindító alkalmazásával a motorra a hálózatinál *kisebb* feszültség jut.

5.41. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Csúszógyűrűs motoroknál a forgórészkörbe kapcsolt ellenállások hatására megváltozik a motor maximális nyomatéka.

Csúszógyűrűs motoroknál a forgórészkörbe kapcsolt ellenállások hatására nem változik meg a motor a maximális nyomatéka.

5.42. példa

Egészítse ki az alábbi mondatot!

A mélyhornyú és kétkalickás motorok működés elve az áramkiszorulás jelenségét, azaz a *skin* hatást használja ki.

5.43. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Minél nagyobb a frekvencia, annál jobban kiszorul az áram a vezető kerületére.

Minél kisebb a frekvencia, annál jobban kiszorul az áram a vezető kerületére.

5.44. példa

Egészítse ki az alábbi mondatot!

Indításkor a forgórészben az áram frekvenciája *nagy*, a névleges munkaponti értékhez viszonyítva.

5.45. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A fordulatszámot két tényező befolyásolja: frekvencia, póluspárszám.

A fordulatszámot három tényező befolyásolja: szlip, frekvencia, póluspárszám.

A fordulatszámot négy tényező befolyásolja: szlip, feszültség, frekvencia, póluspárszám.

5.46. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az állórészre kapcsolt feszültséggel négyzetes viszonyban van a nyomaték.

Az állórészre kapcsolt feszültséggel lineáris kapcsolatban van a nyomaték.

5.47. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

Az állórész tekerceselés pólusszámának változtatásával több fokozatú fordulatszám változtatás érhető el.

Az állórész tekerceselés pólusszámának változtatásával folyamatos fordulatszám változtatás érhető el.

5.48. példa

Egészítse ki az alábbi mondatot!

A póluspárok növelése a fordulatszámot *csökkenti*.

5.49. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

Az állórész-frekvencia változtatása folyamatos fordulatszám változtatást tesz lehetővé lényegében veszteségmentesen.

Az állórész-frekvencia változtatása több fokozatú fordulatszám változtatást tesz lehetővé lényegében veszteségmentesen.

5.50. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Frekvenciaváltók alkalmazásával 3000 ford./percnél nagyobb fordulatszám is elérhető.

Frekvenciaváltók alkalmazásával csak 3000 ford./percnél nagyobb fordulatszám érhető el.

Frekvenciaváltók alkalmazásával csak 3000 ford./percnél kisebb fordulatszám érhető el.

5.51. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az állórész-frekvencia változtatásával megváltozik a billenő nyomaték értéke.

Az állórész-frekvencia változtatásával megváltozik a billenő nyomaték helye.

5.52. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az állórész-frekvencia változtatásával megváltozik a szinkron pont helye.

Az állórész-frekvencia változtatásával nem változik meg az indító nyomaték értéke.

5.53. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

*Az egyfázisú motorok állórészén 1F-ú tekercselés található, a forgórészük pedig ka-
lickás kivitelű.*

Az egyfázisú motorok állórészén 2F-ú tekercselés található, a forgórészük
pedig csúszógyűrűs kivitelű.

5.54. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az állórészre kapcsolt egyfázisú feszültség hatására lüktető mágneses tér alakul ki.

Az állórészre kapcsolt egyfázisú feszültség hatására forgó mágneses tér
alakul ki.

5.55. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

Az egyfázisú aszinkron motornak nincs indítónyomatéka.

Az egyfázisú aszinkron motornak nagy az indítónyomatéka.

5.56. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

Az egyfázisú aszinkron motor bármelyik forgásirányban képes üzemelni.

Az egyfázisú aszinkron motor csak egy forgásirányban képes üzemelni.

5.57. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az üzemi kondenzátor a motor teljes üzeme alatt működésben van.

Az üzemi kondenzátor csak a motor indításakor működik.

5.4. Egyenáramú gépek

5.4.1. Tanulási célok

A lecke áttanulmányozása után Ön képes lesz:

- Saját szavaival elmagyarázni az egyenáramú gépek szerkezeti felépítését és működési elvét.
- Saját szavaival elemezni az egyenáramú gépeknél jelentkező armatúra-reakció hatásait.
- Saját szavaival ismertetni az egyenáramú gépek fajtáit.
- Saját szavaival elmagyarázni a külső és párhuzamos gerjesztésű gépek jellemzőit.
- Saját szavaival elmagyarázni a soros és vegyes gerjesztésű gépek jellemzőit.
- Saját szavaival ismertetni az egyenáramú gépek fordulatszám változtatás módjait.
- Saját szavaival elmagyarázni, hogy miért van szükség különböző indítási megoldások alkalmazására.
- Saját szavaival ismertetni az egyenáramú motorok fékezési módszereit.
- Saját szavaival elmagyarázni az egyenáramú generátorok jellemzőit.

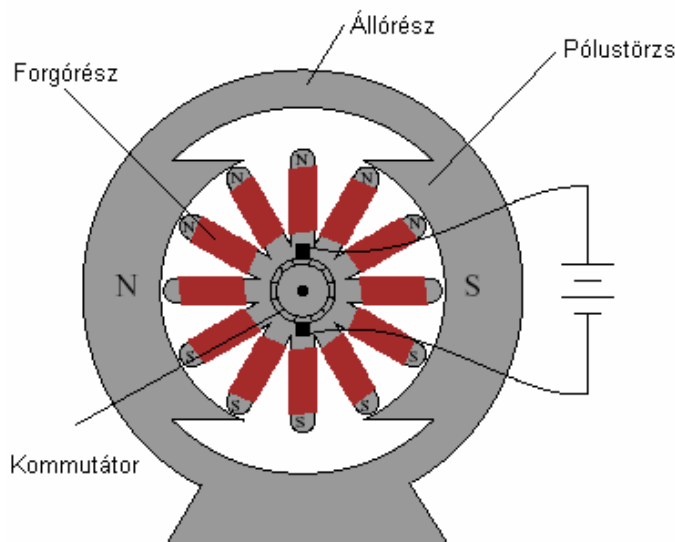
A villamos gépek közül legkorábban az egyenáramú gépek terjedtek el. Később, a váltakozó áramú hálózatok elterjedésével együtt az aszinkron gépeket is egyre nagyobb számban használták. Azonban ma is vannak olyan alkalmazási területek, ahol nagy számban használnak egyenáramú gépeket elsősorban ott, ahol precíziós fordulatszám szabályozásra van szükség (pl. szerszámgépek, robotok, stb.).

5.4.2. Szerkezeti felépítés (motor, generátor)

Az egyenáramú gépekre négy alapvető szerkezeti rész jellemző:

- Az acélöntvényből készült henger alakú állórész, amelyre csavarokkal erősítik fel a fő- és segédpólusokat. A főpólusokon elhelyezett, és egyenárammal táplált gerjesztőtekercsek – a főpólustekercsek – gerjesztik a gép fluxusát. (kisebb teljesítményű gépeknél az állórészt állandó mágnesből készítik, így nem kell az állórészt külön gerjeszteni).
- A lemezelt, henger alakú, külső felületén hornyokkal ellátott forgórész az armatúra, amelynek tekercselésében a főfluxus hatására feszültség indukálódik.

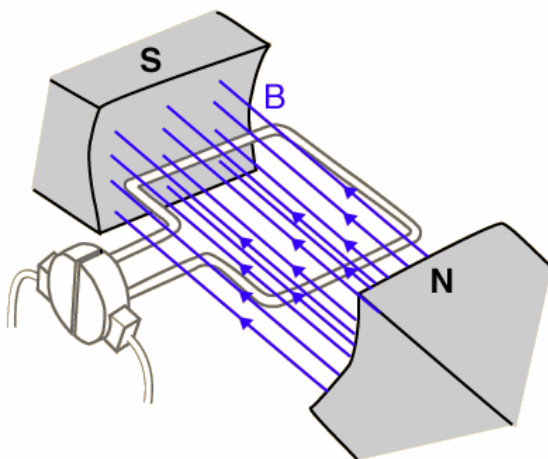
- A kommutátor, amely az armatúra tekercselés váltakozó áramát mechanikus úton egyenirányítja.
- A kefék, amelyek az armatúra áramot a kommutátorról csúszóérintkezéssel szedik le.



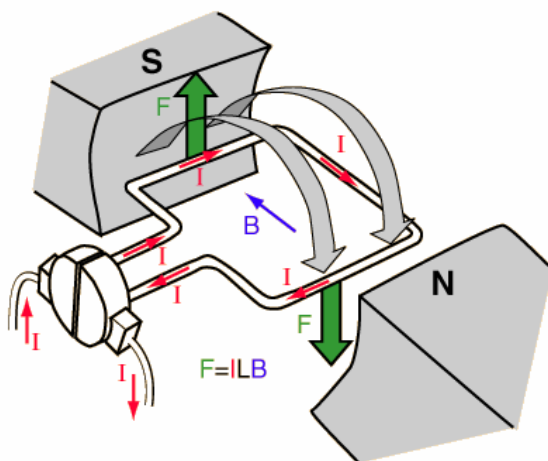
5.37. ábra.

5.4.3. Működés

Az alábbi sematikus ábrák segítik az egyenáramú motorok működését megérteni. Az állandó mágnes mágneses terében van elhelyezve egy vezetőkeret (armatúra), amelyben áram folyik. Az áram hatására a vezető körül mágneses mező alakul ki, amely merőleges lesz az állandómágnes mágneses terének vektoraira. Ez egy bizonytalan egyensúlyi helyzet, s a Lorentz-féle erőhatás miatt a forgórész elfordul. 180° -os elfordulás után stabil helyzet alakulna ki, ha a vezetőkeretben nem fordulna meg az áram iránya. Mivel a kommutátor szegmensek átcsúsznak a másik szénkefe alá, így megfordul az áramirány, s a folyamat kezdődik előlről.

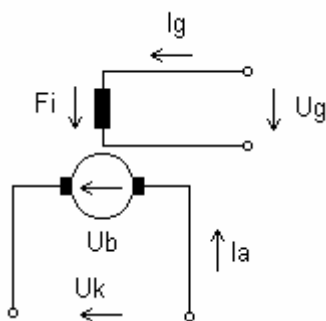


5.38. ábra.



5.39. ábra.

Az állórész állandó mágnesé helyett gyakran alkalmaznak tekercset, amit egyenárammal gerjesztenek. Az egyszerűsített villamos helyettesítő kép az alábbi ábrán látható:



5.40. ábra.

Az ábrában használt jelölések magyarázata:

U_g : gerjesztő feszültség

I_g : gerjesztő áram

$\Phi = Fi$: főfluxus

U_k : armatúra kapocsfeszültsége

I_a : armatúra áram

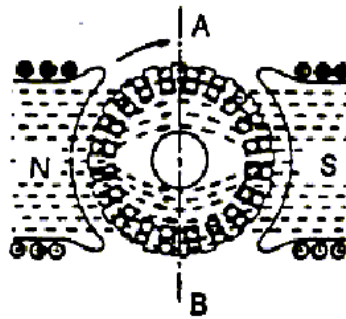
U_b : armatúra belső indukált feszültsége

5.4.4. Armatúreakció

A működés pontosabb megértéséhez szükséges megismerni az armatúra visszahatás vagyis az armatúreakció jelenségét. Az armatúraáram maga is mágneses fluxust hoz létre, amely hozzáadódik a pólusok által létesített fluxushoz. Ez a jelenség eltorzítja az indukció-eloszlást az armatúra kerülete mentén. Mint ahogy azt az ábra is mutatja, ennek az lesz a következménye, hogy a gép fluxusa csökken, és az ún. semleges vonal eltolódik. Ezért tehát ennek megfelelően el kell tolni a keféket is.

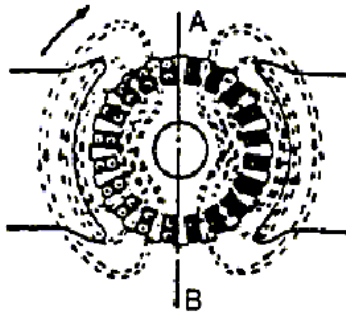
Az armatúreakció hatásainak megszüntetése:

- légrés növelése (nagyobb gerjesztés szükséges)
- segédpólus alkalmazása az üresjárási semleges vonalban az armatúraárammal gerjesztve
- megfelelő kommutálási késleltetés (siettetés)
- kompenzálótekerccs alkalmazása a pólussarukban az armatúraárammal gerjesztve



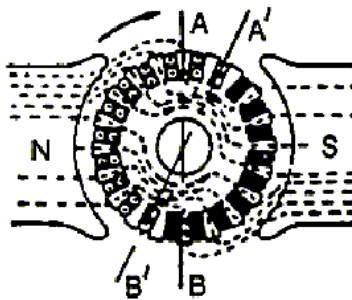
(A)

Mágneses mező fluxusa



(B)

Forgórész fluxus



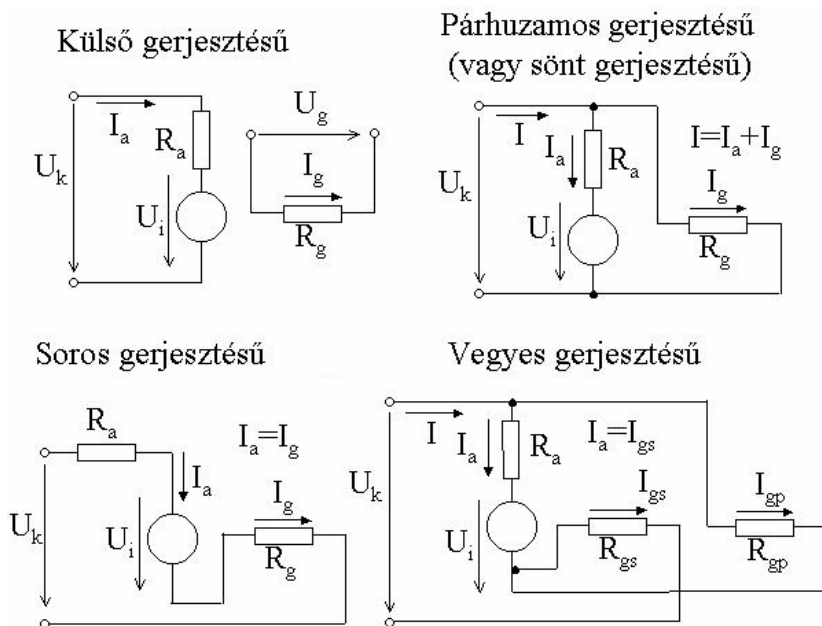
(C)

Eredő fluxus

5.41. ábra.

5.4.5. Egyenáramú gépek osztályozása

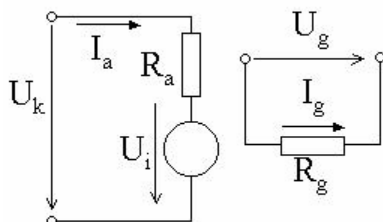
Az egyenáramú gépeket a gerjesztés módja szerint négy csoportba osztjuk. Ezek láthatók az alábbi ábrán:



5.42. ábra.

5.4.6. Külső gerjesztésű motor (párhuzamos is)

A külső gerjesztésű motornak két pár független kivezetése van. Egyikre kapcsoljuk a gerjesztő feszültséget, a másikra pedig az armatúra feszültséget. A működést leíró összefüggések az alábbiakban láthatók:



5.43. ábra.

$$\phi = \text{áll.}$$

$$U_k = U_b + I_a \cdot R_a$$

$$U_i = U_b = k \cdot \phi \cdot \omega$$

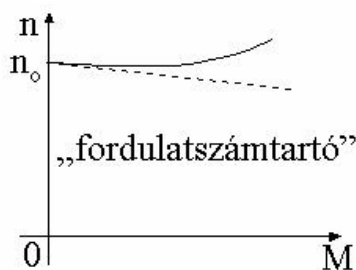
$$M = k \cdot \phi \cdot I_a$$

$$U_b \times I_a = M\omega$$

$$\omega = \frac{U_b}{k \cdot \phi} = -\frac{R_a I_a}{k \cdot \phi} + \frac{U_k}{k \cdot \phi} \Rightarrow y = mx + b$$

A fenti összefüggésekben a „k” a gépre jellemző állandó.

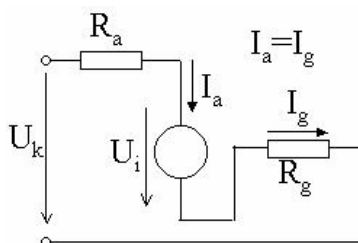
A motor egyik legfontosabb tulajdonsága a fordulatszám-tartás, azaz növekvő nyomaték mellett (mint ahogy az ábrán is látható) nem változik meg lényegesen a fordulatszám.



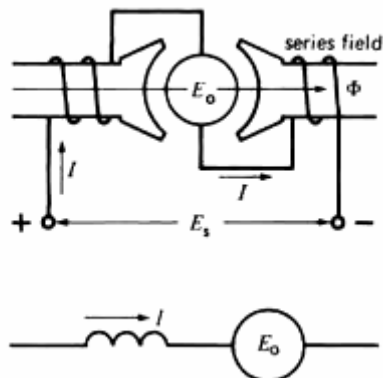
5.44. ábra.

5.4.7. Soros gerjesztésű motor

Villamos helyettesítő képe az alábbi ábrán látható:



5.45. ábra.



5.46. ábra.

Az armatúra sorosan van kapcsolva a gerjesztőtekercssel, ezért a gerjesztőáram azonos az armatúraárammal.

$$I_g = I_a$$

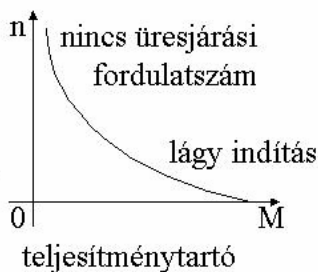
emiatt:

$$\phi = f(I_a)$$

és:

$$\omega = \frac{U_k}{k \cdot \phi} - \frac{I_a \cdot R_a}{k \cdot \phi} = \frac{U_k}{k \cdot k' \cdot I_a} - \frac{R_a}{k \cdot k'}$$

ennek megfelelően a fordulatszám az armatúraáram függvényében hiperbola jellegű (fordítottan arányos) függvényt ad.



5.47. ábra.

Az ábráról leolvasható, hogy a soros gerjesztésű motornak nincs üresjárási fordulatszáma (terhelés nélkül indítani tilos).

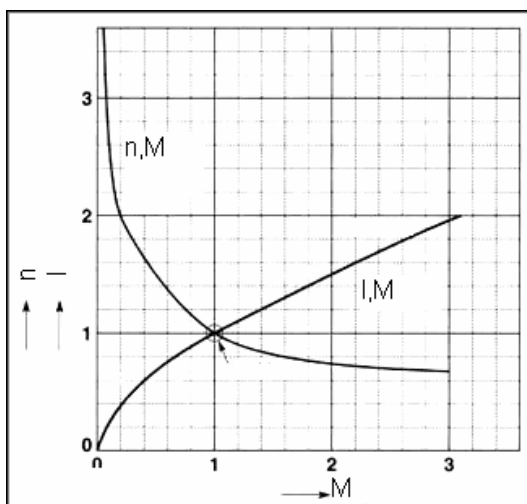
A motor indulásakor, amikor az armatúraáram nagy és a fordulatszám még kicsi, akkor adja le a legnagyobb nyomatékot, majd a fordulatszám növelésével csökken a nyomaték és az áramfelvétel is. Ezt a viselkedést járműveknél (trolis, villamos, metró, vasút) és különböző kéziszerszámoknál ideálisan ki lehet használni, hiszen ezeknek a gépeknek induláskor van szükségük nagy nyomatékra, az elért fordulatszámot már kisebb nyomatékkal is fenn lehet tartani. A fordulatszám erősen függ a terheléstől.

A nyomaték az armatúraáram négyzetével arányos

$$M = k \cdot \phi \cdot I_a = k' \cdot I_a^2$$

$$M \cdot n \approx \text{áll.} = P.$$

Tehát a motor teljesítménytartó.



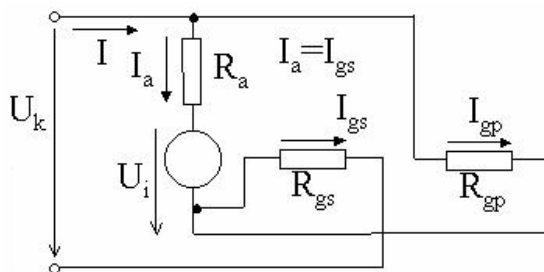
5.48. ábra.

A soros gerjesztésű motor sajátos tulajdonsága, hogy egyaránt működik váltakozó-, illetve egyenáramú táplálásról is, ezért univerzális gépnek nevezzük. A motor forgásirányának változtatása csak a gerjesztő tekercs kapcsainak felcserélésével lehetséges. Fontos azonban, hogy például egy

230V váltakozófeszültségre tervezett gépet nem lehet 230V egyenfeszültségről táplálni, ilyenkor ugyanis a tekercs reaktanciája megszűnik, és az áram a motorra nézve veszélyesen nagy értéket érhet el.

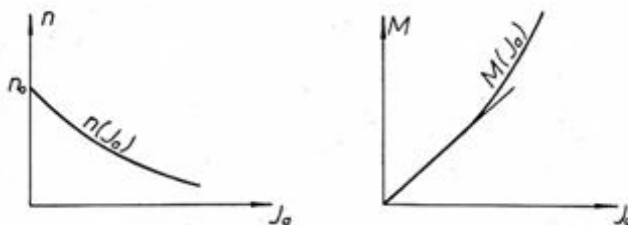
5.4.8. Vegyes gerjesztésű motor

Villamos helyettesítő képe az alábbi ábrán látható:



5.49. ábra.

A fordulatszám illetve a nyomaték az armatúraáram függvényében:



5.50. ábra.

A jelleggörbékben felismerhető a soros és a párhuzamos gerjesztés hatása is, ugyanis nem lineáris a fordulatszám jelleggörbe, azonban van üresjárási fordulatszám.

Összefoglalva a legfontosabb jellemzői:

- Van soros és párhuzamos gerjesztése is,
- Ritkán használják,
- Nem fordulattartó.

5.4.9. Fordulatszám változtatás

Az egyenáramú motorok egyik legfontosabb tulajdonsága, hogy a fordulatszámot viszonylag egyszerű módon és pontosan lehet változtatni és ezáltal jól alkalmazható változó fordulatszám igényű hajtásokban illetve pozicionálási célokra.

Az

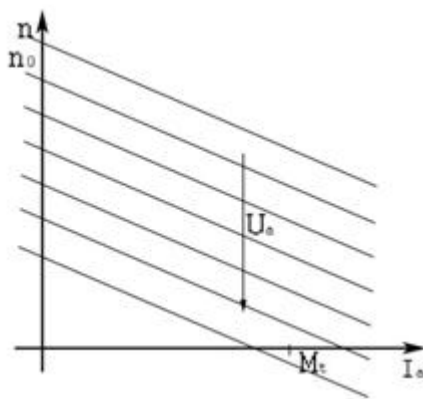
$$\omega = \frac{U_k - I_a \cdot R_a}{k \cdot \phi}$$

összefüggés alapján 3 lehetőség van az egyenáramú motorok szögsebesség és ezáltal a fordulatszám befolyásolására.

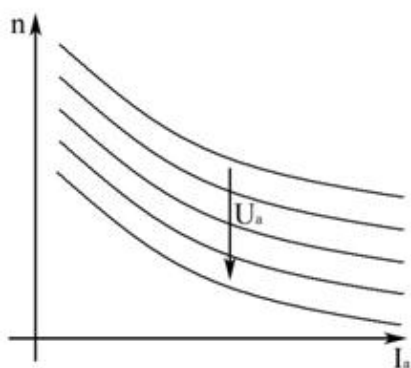
U_a (armatúra kapocsfeszültség) változtatása.

A legfontosabb jellemzők:

- veszteségmentes
- ez a leggyakrabban alkalmazott és legjobb módszer (az ábrákon a baloldalon a külső, a jobboldalon a soros gerjesztésű motor jelleggörbéi láthatók). A jelleggörbék lényegében párhuzamosan tolnak el a feszültségváltozás hatására.

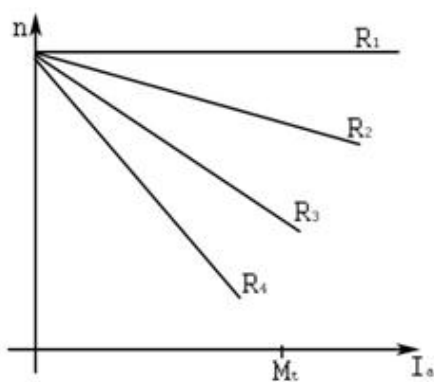


5.51. ábra.

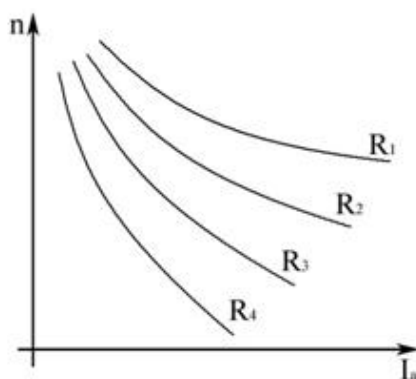


5.52. ábra.

R_a (főáramkörü ellenállás) változtatása.



5.53. ábra.



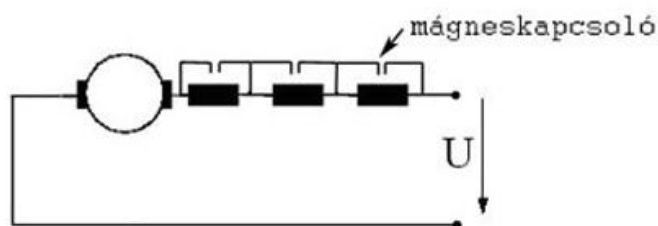
5.54. ábra.

$$R_1 < R_2 < R_3 < R_4$$

A módszer jellemzői:

- az üresjárás pont nem változik (külső gerjesztésűnél), a sorosnál nincs üresjárás fordulatszám
- veszteséges, hőenergiát termel ($P = I^2 \cdot R$)

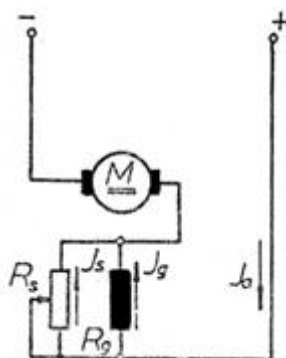
A gyakorlatban az ellenállásokat nem folytonosan, hanem fokozatokban változtatják, például a velük párhuzamosan kapcsolt mágneskapcsolókkal kapcsolják be és ki, ahogy az alábbi ábrán látható:



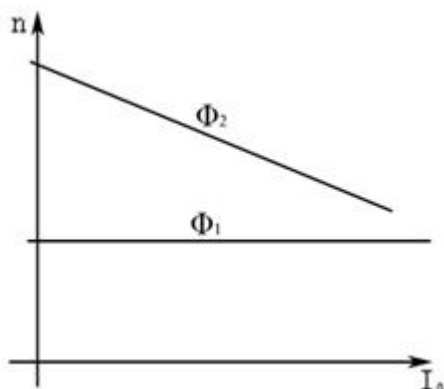
5.55. ábra.

Φ (fluxus) változtatása

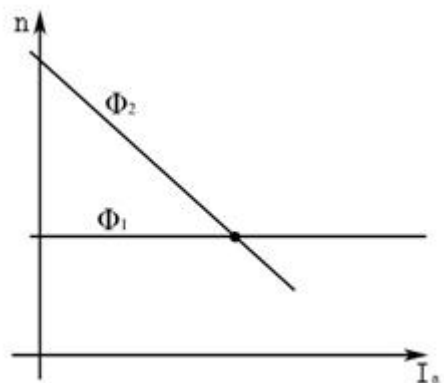
A gerjesztőtekercssel párhuzamosan kapcsolt változtatható ellenállással az alábbi ábra szerint:



5.56. ábra.



5.57. ábra.



$$\Phi_1 > \Phi_2$$

5.58. ábra.

A módszer egyik hátrányát a jobboldali ábra mutatja: a jelleggörbék metszéspontjában a fluxus változtatásának nincs hatása a fordulatszámra. Ezért előre tudni kell a terhelés-változás tartományát, hogy elkerüljük a metszéspontot. A metszésponttól balra és jobbra a fluxus változtatásának a hatása ellentétes: a fluxus csökkentése a fordulatszám növekedését okozza a metszésponttól balra, míg jobbra éppen ellentétes a hatás.

5.4.10. Indítás

Emlékeztetőül néhány fontos összefüggés:

$$U_k = U_b + I_a \cdot R_a \Rightarrow I_a = \frac{U_k - U_b}{R_a},$$

ahol

$$U_b = k \cdot \phi \cdot \omega$$

Indításkor ($\omega=0$), ezért nem indukálódik feszültség az armatúrában:

$$U_b=0,$$

ezért

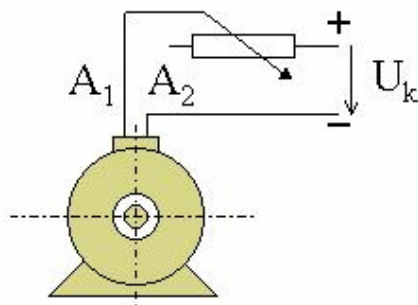
$$I_a = \frac{U_k}{R_a}$$

10-30szorosra is lehet a névleges áramnak:

$$I_i \approx (10 \dots 30) \times I_n$$

Ez a nagy armatúraáram nemcsak a hálózatra nézve káros, hanem a motorra nézve is, ugyanis nagy teljesítményű motornál olyan nagy áram adódik, amely tönkretelheti a kommutátort és a szénkeféket is. Ezért az indítási áramot mindenképpen csökkenteni kell.

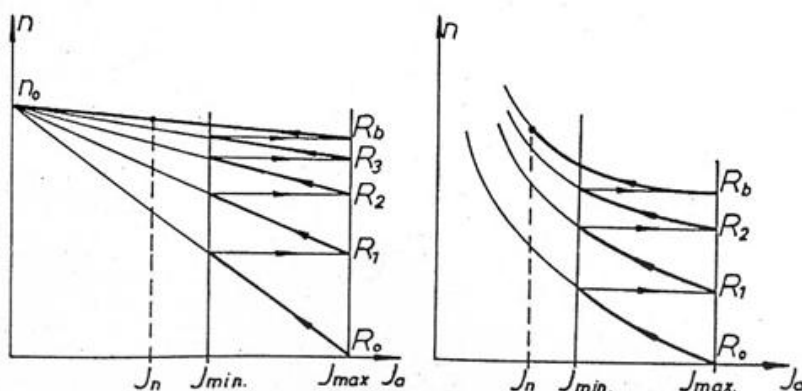
I_a armatúraáramot csökkenthetjük például az armatúrával sorba kötött ellenállások bekapcsolásával (a fenti összefüggésben ezáltal nő a tört nevezője).



5.59. ábra.

Külső gerjesztésű

Soros gerjesztésű



5.60. ábra.

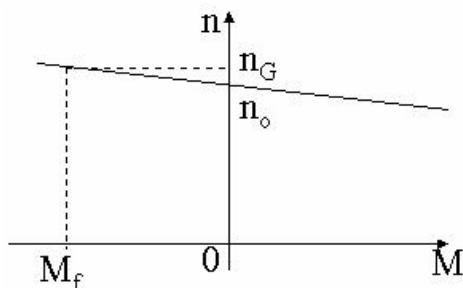
Ennél a módszernél azt használjuk ki, hogy a motor rövid ideig elviseli a névlegesnél kissé nagyobb armatúraáramot. (Az ellenállások használata miatt ez is veszteséges megoldás.)

5.4.11. Fékezés

Az alábbiakban néhány eljárást mutatunk az egyenáramú motorok villamos úton történő fékezésére.

Visszatápláló (generátoros) fékezés

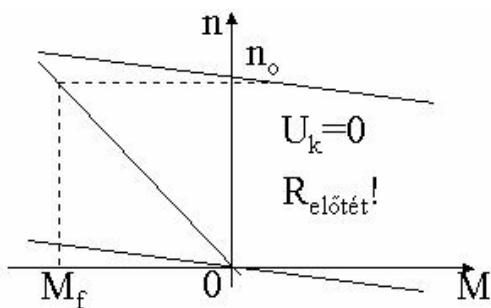
Ez a módszer csak az üresjárási fordulaton felett használható, azaz generátoros üzemmód esetén. Generátoros fékezés esetén a motort, mint generátort üzemeltetik, és a motor által termelt energiát a hálózatba visszatáplálják (ha ez műszakilag biztosítható). Ez a fajta fékezési mód a soros motornál nem alkalmazható (hiszen nincs üresjárási fordulatszám). Hátrány, hogy a motort nem lehet teljesen megállítani, csak az üresjárási fordulatszám felett hatásos.



5.61. ábra.

Ellenállásos (dinamikus) fékezés

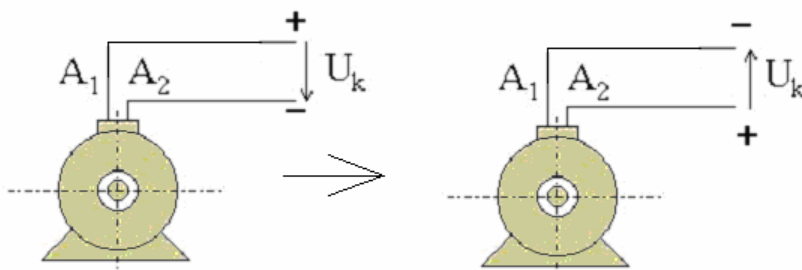
Ebben az esetben az armatúra táplálását megszüntetik és az armatúrával sorkapcsolt ellenállással fékezik a motort. Az ellenálláson átfolyó áram veszteséget okoz. Ezzel a módszerrel sem lehet megállásig fékezni hasonlóan, mint az előzőnél.



5.62. ábra.

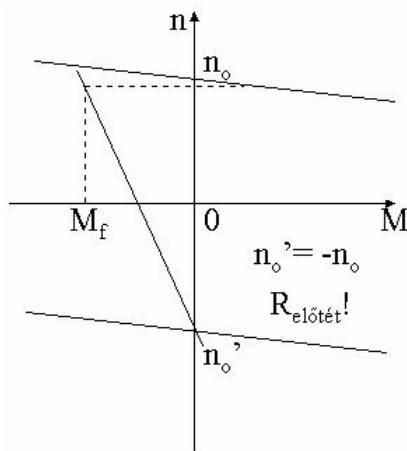
$$\omega = \frac{U_i}{k \cdot \phi} = -\frac{I \cdot R}{k \cdot \phi} = -M \cdot \frac{R}{k^2 \cdot \phi^2}$$

Ellenáramú (irányváltásos) fékezés



5.63. ábra.

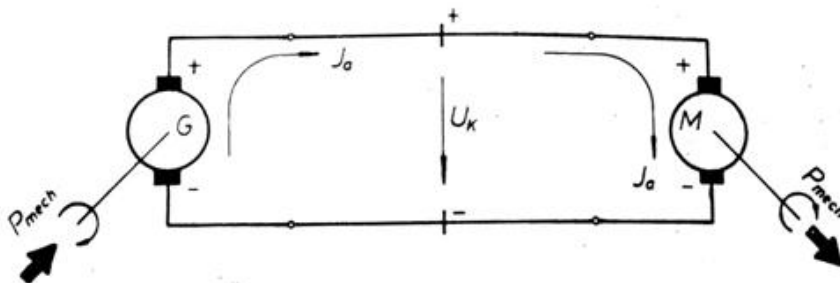
Ebben az esetben, mint ahogy az ábrán is látszik, a motor armatúra kapocsfeszültségének a polaritását megcserélik, ezáltal a motorban folyó áram ellenkező iránya miatt a motor a másik irányba akarna forogni, ez azonban csak úgy lehetséges, ha a motor először megáll. Tehát ezzel a módszerrel meg lehet teljesen állítani a motor forgását, de ez nagy veszteségekkel jár (névleges mechanikai, névleges villamos teljesítmény).



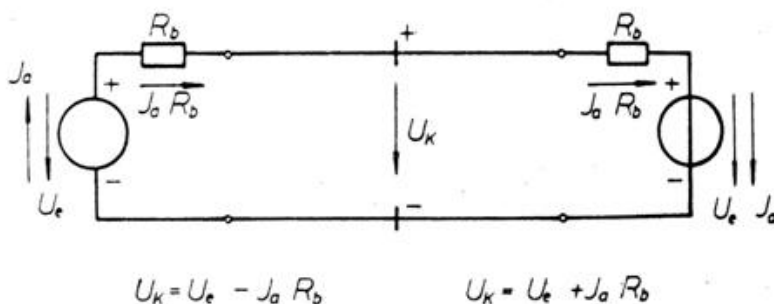
5.64. ábra.

5.4.12. Egyenaramu generatorok

Az egyenaramu generatorokat az egyenaramu energia elollitására használják. Az alábbi ábrák mutatják az egyenaramu gépek teljesítményviszonyait különböző üzemmódok esetén.



5.65. ábra.



5.66. ábra.

Motoros üzemmódot

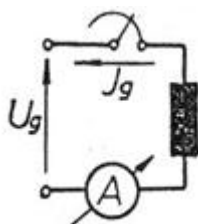
Villamos-energia befektetésével a motor tengelyén mechanikai energiát kapunk.

Generátoros üzemmódot

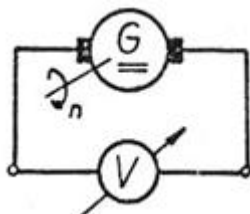
A tengelyen befektetett mechanikai energiából kapunk villamos energiát.

5.4.13. Külső gerjesztésű generátor

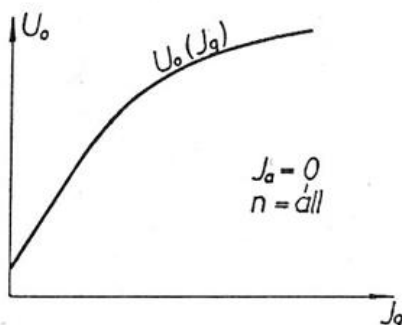
A gép állórészét külső gerjesztő hálózatra kapcsolják és a forgórészt egy hajtógép segítségével állandó fordulatszámmal forgatják. Az armatúra kapcsain mérve az indukált feszültséget az ún. üresjárású jelleggörbét kapjuk.



5.67. ábra.



5.68. ábra.

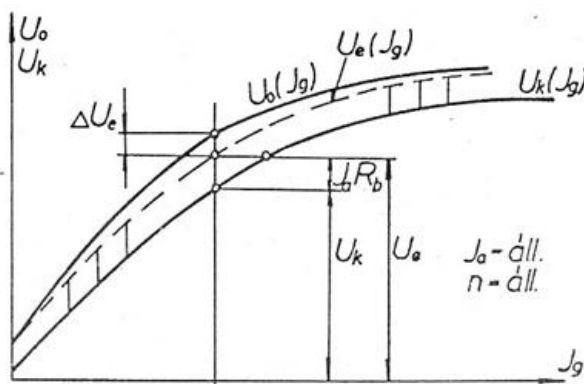


5.69. ábra.

A görbe érdekessége, hogy nem az origóból indul zérus gerjesztő áram esetén sem. Ennek oka:

A ferromágneses anyagokban van visszamaradt mágnesesség a korábbi működés miatt (remanencia). A ferromágneses anyag telítődése miatt nem lineáris a görbe menete.

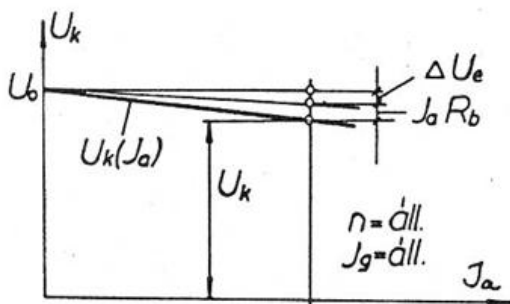
Az üresjárási és a terhelési jelleggörbe látható az alábbi ábrán:



5.70. ábra.

A kapocsfeszültség terheléskor kisebb, mint üresjárásban. A feszültségesés nagyobb az ohmos belső feszültségesésnél, mert az armatúravisszahatás csökkenti a gép főfluxusát és ez az indukált feszültség csökkenését eredményezi. A kapocsfeszültséghez az ohmos feszültségesést hozzáadva nyerjük a gép indukált feszültségét. (szaggatott vonal)

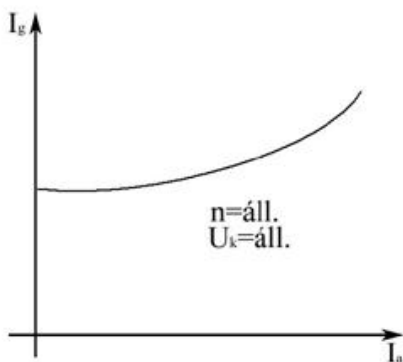
Az armatúra kapocsfeszültségét az áram függvényében ábrázolva kapjuk az ún. külső jelleggörbét (valós feszültséggenerátor jelleggörbe):



5.71. ábra.

A külső gerjesztésű generátor előnyös tulajdonsága, hogy a kapocsfeszültség határok között stabilan beállítható.

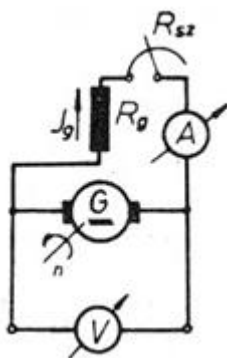
Amennyiben közel ideális feszültséggenerátor jelleggörbét kívánunk, akkor az alábbi szabályozási jelleggörbe szerint kell a terhelés függvényében a gerjesztőáramot változtatni:



5.72. ábra.

5.4.14. Párhuzamos gerjesztésű generátor (Jedlik Ányos: öngerjesztés elve)

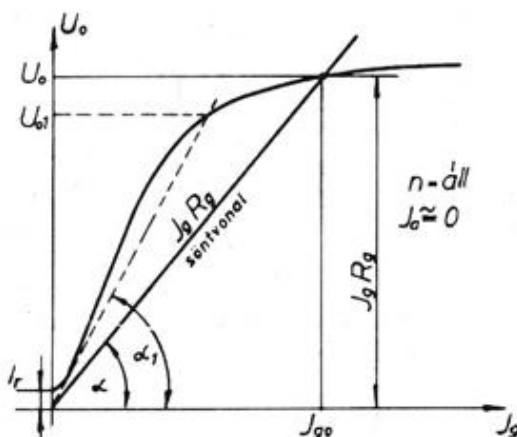
Ebben az esetben az állórészt párhuzamosan kapcsolják a forgórészrel és állandó fordulatszámmal forgatják a forgórészt.



5.73. ábra.

Az előzőekkel ellentétben ez a generátorfajta villamos energia befektetése nélkül csak mechanikai energia segítségével állít elő villamos energiát.

Az üresjárás jelleggörbe az alábbi ábrán látható:



5.74. ábra.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{U_0}{I_g} = R_g + R_{sz}$$

ahol

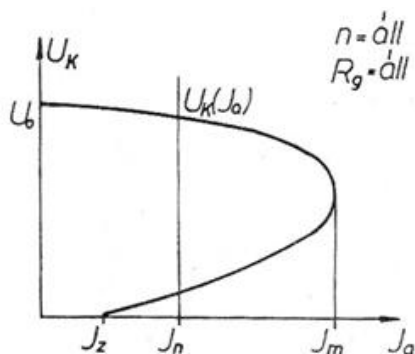
R_g : gerjesztőtekercs ellenállása

R_{sz} : szabályozó ellenállás a gerjesztő körben

Az ún. söntvonal határozza meg azt a pontot, ahova a gép felgerjed (munkapont).

Ha a feszültség nulláról indulna, akkor nem tudna a generátor felgerjedni. A forgórész forgatásával a visszamaradó mágnesesség miatt azonnal indukálódik feszültség, ennek hatására lesz áram és fluxus, ezért nagyobb lesz az indukció, tehát a generátor felgerjed.

Az ún. külső jelleggörbe az alábbi ábrán látható:



5.75. ábra.

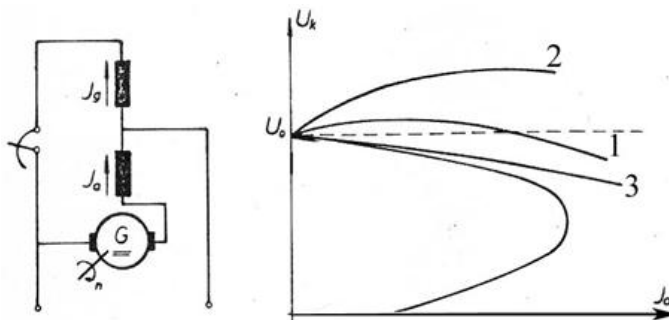
Ha a generátor terhelése nagy és meghaladja az I_m értékét, akkor a gép „lejerjed” csak újraindítással állítható be a normál, üzemi munkapont.

A generátor felgerjedésének feltételei:

- remanens (visszamaradt) fluxus kell
- $R_g + R_{sz}$ megfelelően kicsi legyen (stabil munkapont)
- gerjesztő tekercs polaritása megfelelő legyen
- terhelő ellenállás megfelelően nagy legyen (ne lépjük túl az I_m értékét).

5.4.15. Vegyes gerjesztésű generátor

A vegyes gerjesztésű generátornak van sorba és párhuzamosan kötött gerjesztő tekercse is.



5.76. ábra.

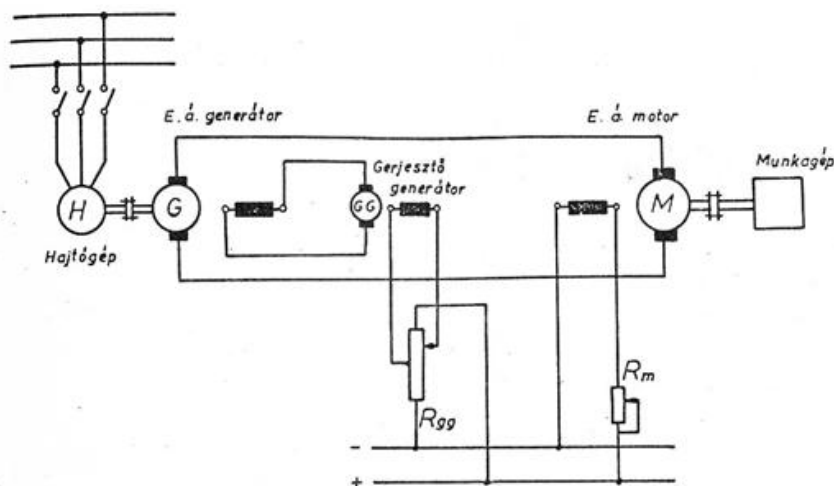
A két tekercs egymáshoz képesti viszonya alapján lehet:

- kompaundált (1)
- túlkompaundált (2)
- alulkompaundált (3) a gép.

Az egyes esetek jellemző karakterisztikái a fenti ábrán láthatók.

5.4.16. Ward-Leonard hajtás

Az egyenáramú gépek egy jellegzetes gépösszeállítása látható az alábbi ábrán, amelyet Ward-Leonard hajtásnak is szokás nevezni. Alkalmazásával a munkagépet hajtó „M” egyenáramú motor fordulatszámát lehet folyamatosan változtatni vagy forgásirányt lehet váltani. A „H” hajtógép lehet diesel motor (ha nincs villamos hálózat), vagy egy háromfázisú aszinkron motor az ábra szerint. A „G” külső gerjesztésű egyenáramú generátorral közös tengelyen helyezkedik el a „GG” gerjesztő generátor, amely az M külső gerjesztésű egyenáramú motor számára állítja elő a gerjesztő feszültséget. Jelen gépösszeállítás üzemeltetéséhez egyenáramú energiaforrásra (pl. akkumulátor) van szükség, amely a „G” és „GG” egyenáramú generátorok üzemeltetéséhez szükséges. Amennyiben a „G” generátor párhuzamos gerjesztésű (öngerjesztésű) egyenáramú generátor, akkor nincs szükség az előbb említett külső villamos energiaforrásra (pl. akkumulátorra).



5.77. ábra.

Ezt a gépösszeállítást használják például több hegyi sífelvonónál, vasúti diesel mozdonynál.

5.4.17. Egyenáramú gépek – Feladatlap

Töltse ki az alábbi feladatlapot!

5.58. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az állórész acélöntvényből készült és henger alakú, amelyre csavarokkal erősítik fel a fő- és segédpólusokat.

Az állórész acéllemezekből készült és henger alakú, amelyre csavarokkal erősítik fel a fő- és segédpólusokat.

5.59. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az állórészen lévő gerjesztőtekercsre egyenfeszültséget kapcsolnak.

Az állórészen lévő gerjesztőtekercsre váltakozófeszültséget kapcsolnak.

5.60. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A forgórész az armatúra, amelynek tekercselésében a főfluxus hatására feszültség indukálódik.

Az állórész az armatúra, amelynek tekercselésében a főfluxus hatására feszültség indukálódik.

5.61. példa

Egészítse ki az alábbi mondatot!

A *kommutátor* az armatúra tekercselés váltakozó áramát mechanikus úton egyenirányítja.

5.62. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Ub: az állórész belső indukált feszültsége

Ub: az armatúra belső indukált feszültsége

5.63. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

Az armatúrareakció eltorzítja az indukció-eloszlást az armatúra kerülete mentén, a gép fluxusa csökken, és az ún. semleges vonal eltolódik.

Az armatúrareakció eltorzítja az indukció-eloszlást az armatúra kerülete mentén, a gép fluxusa nő, de az ún. semleges vonal nem változik.

5.64. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

A segédpólus az üresjárási semleges vonalban van és az armatúraárammal gerjesztik

A kompenzálótekeres az üresjárási semleges vonalban van és az armatúraárammal gerjesztik

5.65. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A külső és párhuzamos gerjesztésű motor működési jellemzői hasonlóak.

A külső és soros gerjesztésű motor működési jellemzői hasonlóak.

5.66. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A vegyes gerjesztésű motornak nincs üresjárási fordulatszáma.

A soros gerjesztésű motornak nincs üresjárási fordulatszáma.

5.67. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

A külső gerjesztésű motor nyomatéka négyzetesen arányos az armatúra árammal.

A soros gerjesztésű motor nyomatéka négyzetesen arányos az armatúra árammal.

5.68. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

A külső gerjesztésű motor fordulatszám tartó.

A külső gerjesztésű motor teljesítménytartó.

5.69. példa

Helyes-e az alábbi állítás?

A soros gerjesztésű motor egyaránt működik váltakozó-, illetve egyenáramú táplálásról is, ezért univerzális gépnek nevezzük.

Igaz Hamis

5.70. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

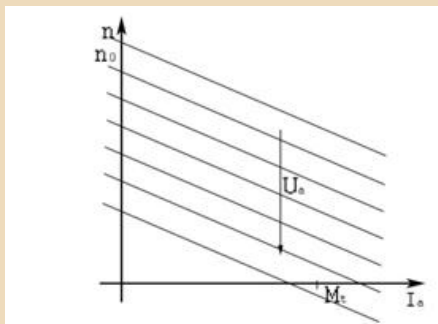
A fordulatszámot 2 tényező befolyásolja: armatúra kapocsfeszültsége, fluxus.

A fordulatszámot 3 tényező befolyásolja: armatúra kapocsfeszültsége, armatúrákör ellenállása, fluxus.

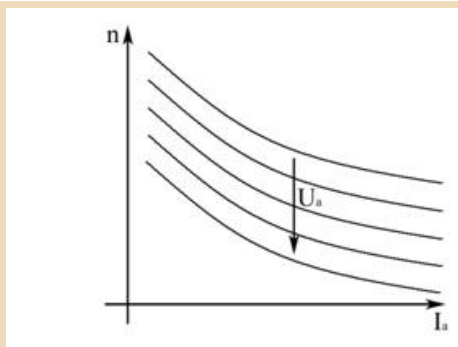
A fordulatszámot 3 tényező befolyásolja: gerjesztőfeszültség, gerjesztőkör ellenállása, fluxus.

5.71. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!



5.78. ábra.



5.79. ábra.

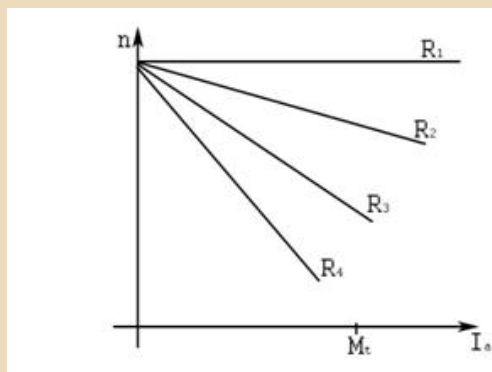
Az ábra az armatúraköri ellenállás változtatás hatását mutatja külső és soros gerjesztésű motoroknál.

Az ábra az armatúrfeszültség változtatás hatását mutatja külső és soros gerjesztésű motoroknál.

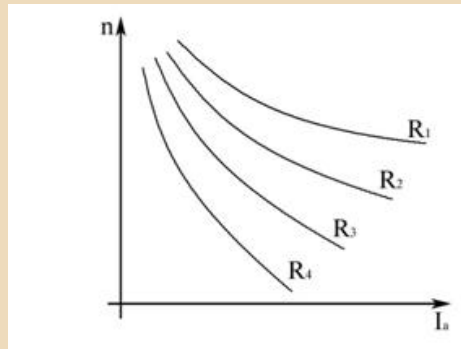
Az ábra a fluxus változtatás hatását mutatja külső és soros gerjesztésű motoroknál.

5.72. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!



5.80. ábra.



5.81. ábra.

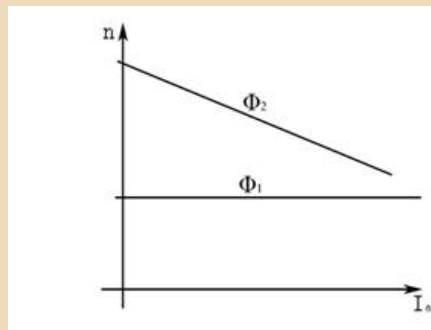
Az ábra az armatúraköri ellenállás változtatás hatását mutatja külső és soros gerjesztésű motoroknál.

Az ábra az armatúrafeszültség változtatás hatását mutatja külső és soros gerjesztésű motoroknál.

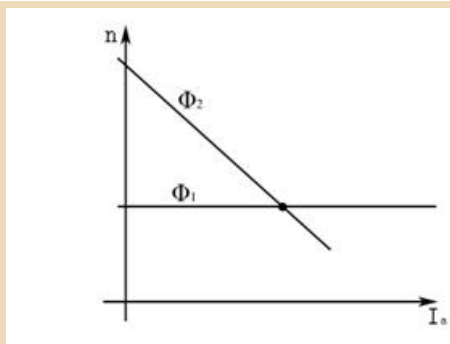
Az ábra a fluxus változtatás hatását mutatja külső és soros gerjesztésű motoroknál.

5.73. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!



5.82. ábra.



5.83. ábra.

Az ábra az armatúraköri ellenállás változtatás hatását mutatja külső és soros gerjesztésű motoroknál.

Az ábra az armatúrfeszültség változtatás hatását mutatja külső és soros gerjesztésű motoroknál.

Az ábra a fluxus változtatás hatását mutatja külső gerjesztésű motoroknál.

5.74. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Indításkor ($\omega=0$), ezért nem indukálódik feszültség az armatúrában: $U_b=0$,

ezért $I_a = \frac{U_k}{R_a}$ 10-30-szorosa is lehet a névleges áramnak.

Indításkor ($\omega=0$), ezért nem indukálódik feszültség a gerjesztőtekercsben, ezért a gerjesztőáram 10-30-szorosa is lehet az armatúra áramnak.

5.5. Szinkrongépek

5.5.1. Tanulási célok

A lecke áttanulmányozása után Ön képes lesz:

- Saját szavaival elmagyarázni a szinkron gépek szerkezetét és működését.
- Felrajzolni a villamos helyettesítő kapcsolást és ez alapján értelmezni a különböző üzemállapotokra vonatkozó vektorábrákat.

5.5.2. Jellemzők

A szinkrongép legfontosabb jellemzője, hogy csak egy kitüntetett fordulatszámom, az ún. szinkron fordulaton képes tartósan üzemelni.

A gép fordulatszámja és frekvenciája között ugyanis merev kapcsolat van:

$$f = p n,$$

ahol p a gép póluspárjainak a száma. A szinkrongép működhet generátorként és motorként is, ahogy a legtöbb villamos forgógép. Túlnyomórészt azonban generátorként használják, a háromfázisú villamos energiatermelés legfontosabb gépe az erőművekben.

Szerkezeti felépítését tekintve két fő egységből áll: az állórészből (aramatúrából) és a forgórészből. Legfontosabb jellemzői:

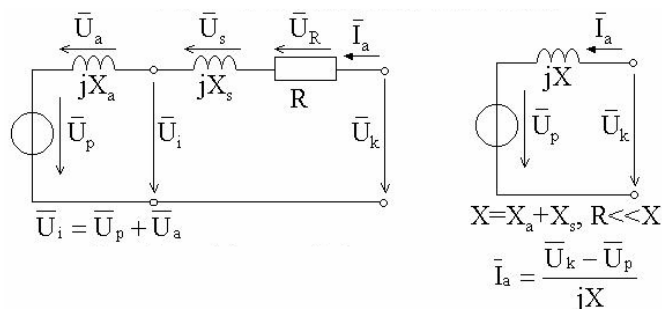
- 3 fázisú tekercselés az állórészen (aramatúra)
- lemezelte állórész (az örvényáram csökkentése miatt),
- tömör, vastestű forgórész (hengeres vagy kiálló pólusú) egyfázisú tekercseléssel, a tekercsvégek csúszógyűrűkhöz csatlakoznak, ahova szénkeféken keresztül vezetjük a gerjesztőáramot (egyenáram)

Motor:

- állórész: a rákapcsolt 3 fázisú feszültség hozza létre a forgó mágneses teret, amelynek fordulatszámát a frekvencia és a pólusok száma határozza meg (nincs indítónyomatéka)
- forgórész: egyenáramú gerjesztés
- abszolút fordulattartó

Generátor:

- forgórész: egyenáramú gerjesztés
- forgórészt állandó fordulatszámmal forgatják (gőz-, víz-, gázturbina, diesel motor)
- állórész: indukált feszültség.

5.5.3. Áramköri modell

5.84. ábra.

Az ábrában használt jelölések:

- U_i : indukált feszültség
- U_a : armatúra feszültség
- U_p : pólusfeszültség
- U_k : kapocsfeszültség
- I_a : armatúra áram
- X_a : armatúra reaktancia
- X_s : armatúra szórási reaktancia
- X : szinkron reaktancia

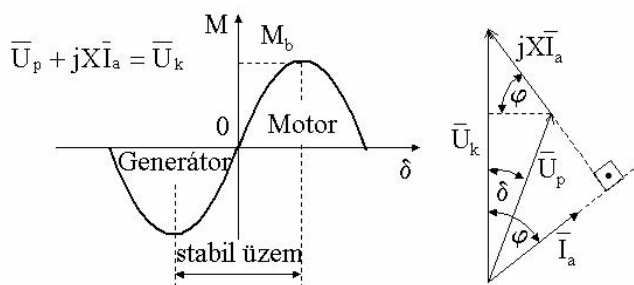
A szinkrongép nyomatéka:

$$M = \frac{3}{\omega_0} \cdot \frac{U_k \cdot U_p}{X_d} \cdot \sin \delta$$

M : nyomaték (kapocsfeszültségtől függ)

δ : terhelési szög (U_p és U_k közötti szög)

Hengeres forgórészű gép nyomatéka a terhelési szög függvényében:



5.85. ábra.

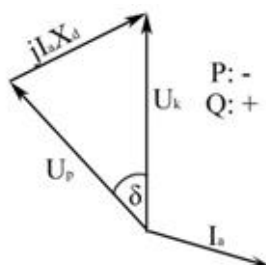
Mind a szinkronmotor, mind a szinkrongenerátor lehet ún. alul- vagy túlgerjesztett állapotban annak megfelelően, hogy az armatúra áramvektora milyen fázishelyzetű a kapocsfeszültséghez képest. Másképpen fogalmazva ez azt jelenti, hogy a gép fojtótekerccsként vagy kondenzátorként viselkedik-e, azaz induktív meddőteljesítményt felvesz a hálózatból vagy lead a hálózatba (előbbi esetben alul-, utóbbiban túlgerjesztett esetről beszélünk).

5.5.4. Generátor

Az előbbieket szerint a generátoros üzemmódra vonatkozó vektorábrák az alábbiakban láthatók:

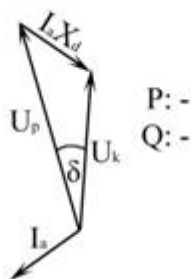
Megjegyzés: a pozitív teljesítmény fogyasztót, a negatív pedig termelőt jelent.

Alulgerjesztett



5.86. ábra.

Túlgerjesztett

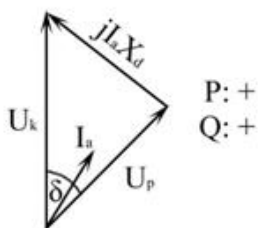


5.87. ábra.

5.5.5. Motor

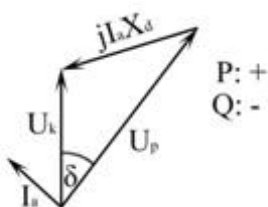
A motoros üzemállapotra érvényes vektorábrák:

Alulgerjesztett



5.88. ábra.

Túlgerjesztett

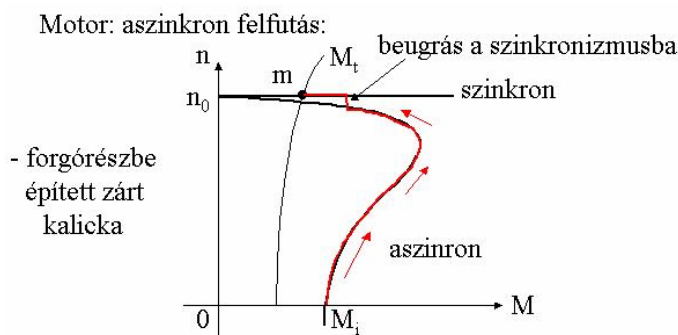


5.89. ábra.

5.5.6. Indítás (motorként)

A szinkronmotornak nincs indító nyomatéka. A forgórészen elhelyezett néhány rövidrezárt menet segítségével az aszinkron motornál megismert elv alapján kezd el forogni a forgórész, majd a szinkron fordulatszám kö-

zelében hirtelen „beugrik” a szinkron fordulatszámra és ettől kezdve csak ezen a fordulatszámon képes tartósan üzemelni. Ez utóbbi tulajdonsága miatt nevezik abszolút fordulattartó gépnek.



5.90. ábra.

5.5.7. Szinkron gépek – Feladatlap

Töltse ki az alábbi feladatlapot!

5.75. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A szinkron motor teljesítménytartó, mert a gép fordulatszáma és frekvenciája között merev a kapcsolat.

A szinkron motor abszolút fordulattartó, mert a gép fordulatszáma és frekvenciája között merev a kapcsolat.

A szinkron motor nyomatéktartó, mert a gép fordulatszáma és frekvenciája között merev a kapcsolat.

5.76. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A szinkron gép lemezelt állórészű és tömör forgórészű.

A szinkron gép lemezelt forgórészű és tömör állórészű.

5.77. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A forgó mágneses tér fordulatszámát a feszültség nagysága és a pólusok száma határozza meg.

A forgó mágneses tér fordulatszámát a frekvencia és a pólusok száma határozza meg.

A forgó mágneses tér fordulatszámát a feszültség nagysága és a frekvencia határozza meg.

5.78. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

A szinkron gép forgórésze egyenáramú gerjesztésű.

A szinkron gép forgórésze váltakozó áramú gerjesztésű.

5.79. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

A szinkron generátor állórészében háromfázisú feszültség indukálódik.

A szinkron generátor forgórészében háromfázisú feszültség indukálódik.

5.80. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A túlgerjesztett szinkron motor hatásos és induktív meddő teljesítményt ad a hálózatba.

Az alulgerjesztett szinkron generátor hatásos és induktív meddő teljesítményt ad a hálózatba.

A túlgerjesztett szinkron generátor hatásos és induktív meddő teljesítményt ad a hálózatba.

Az alulgerjesztett szinkron motor hatásos teljesítményt vesz fel a hálózatból és induktív meddő teljesítményt ad a hálózatba.

5.81. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

Az alulgerjesztett szinkron motor hatásos és induktív meddő teljesítményt vesz fel a hálózatról.

Az alulgerjesztett szinkron motor hatásos teljesítményt vesz fel a hálózatról és induktív meddő teljesítményt ad a hálózatba.

A túlgerjesztett szinkron generátor hatásos és induktív meddő teljesítményt ad a hálózatba.

5.82. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

A szinkron motornak nincs indító nyomatéka.

A szinkron motornak nagy az indító nyomatéka.

5.6. Különleges gépek

5.6.1. Tanulási célok

A lecke áttanulmányozása után Ön képes lesz:

- Saját szavaival elmagyarázni a szervo-, a léptető-, a lineáris- és a kefenélküli motorok szerkezetét és működését.
- Ismertetni a szervo- és léptetőmotorok közötti különbségeket illetve azonosságokat.
- Felrajzolni a léptetőmotorok statikus jelleggörbáját.
- Ismertetni a rövid primerű és rövid szekunderű lineáris aszinkron motorok közötti különbségeket illetve azonosságokat.
- Felsorolni a kefenélküli motorok forgórész helyzetmeghatározó módszereit és ismertetni a Hall-elem működését.

Az alábbiakban a teljesség igénye nélkül rövid áttekintést adunk néhány olyan géptípusról, amelyek felépítésükben, működési módjukban illetve alkalmazási módjukban különböznek az eddig megismert típusoktól. Ezen géptípusok alkalmazása az elektronika, a teljesítményelektronika és a számítástechnika robbanásszerű fejlődésével rendkívül felértékelődött.

5.6.2. Szervomotorok

A szervomotorokat igen széles körben használják. Elsősorban a különböző vezérlő és szabályozó rendszerekben alkalmazzák pozícionálási célból, de ismereteseek egyéb alkalmazások is.

A működtető energia szerint léteznek

- villamos
- pneumatikus és
- hidraulikus szervomotorok.

E helyen természetesen csak a villamos szervomotorokkal foglalkozunk.

Szabályozástechnikai szempontból a villamos szervomotorok bemenőjele villamos feszültség vagy áram, kimenőjelük szögelfordulás vagy mechanikai elmozdulás. Jellemzőjük a rendkívül gyors indulás és forgásirányváltás valamint egy adott pozícióba történő pontos beállítás.

A szervomotorokkal szemben az alábbi követelményeket támasztjuk:

- A fordulatszám változtatása tág határok között folyamatosan biztosítható legyen (akár 1:100, 1:10000 arány is megvalósítható legyen). Ez természetesen különleges táplálást és motor kialakítást igényel.
- A forgásirányváltás gyorsan és egyszerűen legyen megvalósítható. Ez csak különleges forgórész kialakítással biztosítható (kis átmérőjű de hosszú forgórész vagy nagy átmérőjű és rövid forgórész).
- A motor gyors működésű legyen, más szavakkal nagy legyen az indítónyomaték.
- A fordulatszám-nyomaték jelleggörbe stabil működést biztosítson széles határok között.

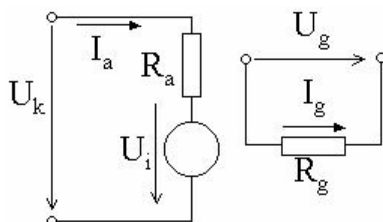
A fenti követelményeket végigtekintve megállapítható, hogy az eddig megismert villamos gépek közül a

- külső gerjesztésű egyenáramú motor és a
- kétfázisú aszinkron motor

biztosíthatja az elvárások szerinti működést.

Egyenáramú szervomotorok

Emlékeztetőül a motor egyszerűsített villamos kapcsolási rajza és a működést leíró egyenletek:



5.91. ábra.

$$\phi = \text{áll.}$$

$$U_k = U_b + I_a \cdot R_a$$

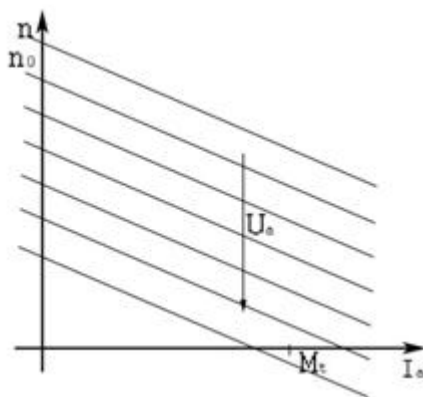
$$U_i = U_b = k \cdot \phi \cdot \omega$$

$$M = k \cdot \phi \cdot I_a$$

$$U_b \times I_a = M\omega$$

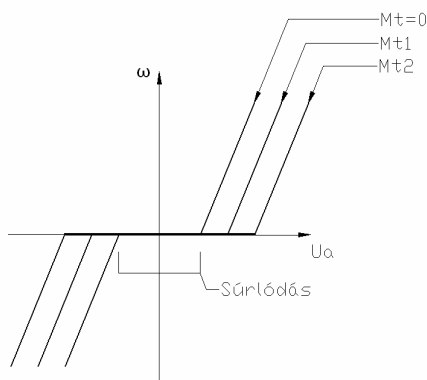
$$\omega = \frac{U_b}{k \cdot \phi} = -\frac{R_a I_a}{k \cdot \phi} + \frac{U_k}{k \cdot \phi} \Rightarrow y = mx + b$$

A fenti összefüggésekben a „k” a motorállandó. A fordulatszámot legkönnyebben az armatúra kapocsfeszültségével lehet változtatni:



5.92. ábra.

Az ún. statikus jelleggörbék az alábbi ábrán láthatók:



5.93. ábra.

Egy adott fordulatszámról egy másik fordulatszámra történő „átállás” időfüggvénye lengés nélkül:

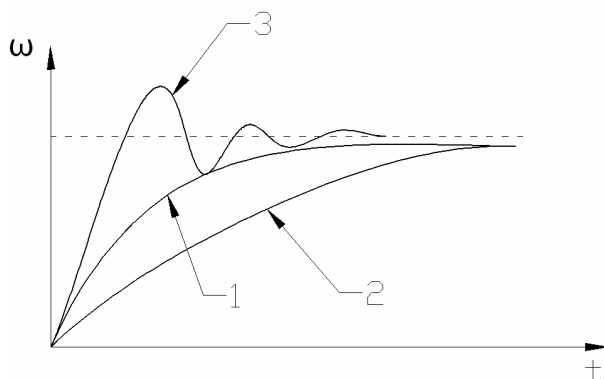
$$\omega(t) = \omega_m (1 - e^{-t/T_M})$$

ahol

$T_M = \frac{\Theta R_a}{k^2}$ az elektromechanikai időállandó (Θ : tehetetlenségi nyomaték)

$T_V = \frac{L_a}{R_a}$ a villamos időállandó.

Képzletben álló helyzetből indítsunk el egy szervomotort és vizsgáljuk meg, hogy az idő függvényében hogyan éri el a maximális fordulatszámot (szögsebességet). Az alábbi ábra 3 különböző esetet mutat:



5.94. ábra.

Az 1. jelleggörbe tekinthető a legjobb esetnek, ilyenkor ugyanis nincs lengés és viszonylag gyors a beállítás az új fordulatszámra. A 2. jelleggörbe nem kívánatos lengéseket mutat, a forgórész túlzottan fürge. A 3. jelleggörbe esetén viszont nagyon lassú a folyamat, a forgórész túlzottan lomha.

Az 1. jelleggörbe esetén $T_M \geq 4T_V$

A 2. jelleggörbe esetén $T_M < 4T_V$

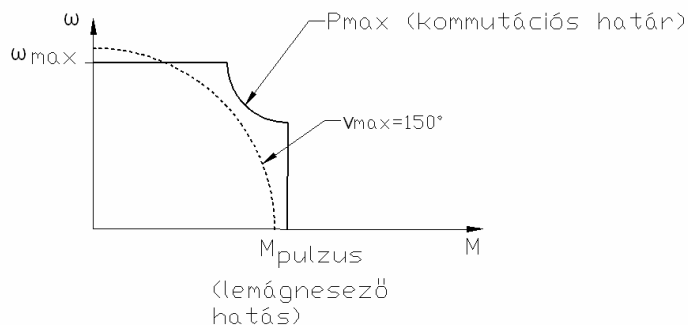
A 3. jelleggörbe esetén $T_M \gg 4T_V$

A fentiek alapján látható, hogy a T_M szerepe meghatározó. Éppen ezért a gyakorlati megvalósításoknál kétfajta kialakítás terjedt el:

- kis átmérő – hosszú forgórész („hurkaszerű” kialakítás)
- nagy átmérő – rövid forgórész („tárcsaszzerű” kialakítás)

Ez utóbbira példa a tárcsamotor vagy diszkmotor, amelynek jellemzője az állandó mágnes az állórészen és a lemezszerű forgórész, amelyet gyakran NYÁK lemezből (nyomtatott áramköri lemez) készítenek. A működés jellemzője, hogy az állandó mágnes miatt nincs gerjesztőköri veszteség, jó a motor hatásfoka és a forgórész rövid ideig nagy áramot is elvisel, ugyanakkor a túlzottan nagy áram lemágnesezheti azaz tönkretelheti az állórész mágnesét.

Az alábbi ábra mutatja azokat a tényezőket, amelyek korlátozást jelentenek az egyenáramú szervomotorok használatánál:



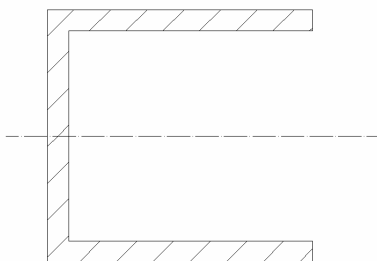
5.95. ábra.

Korlátozó tényezők:

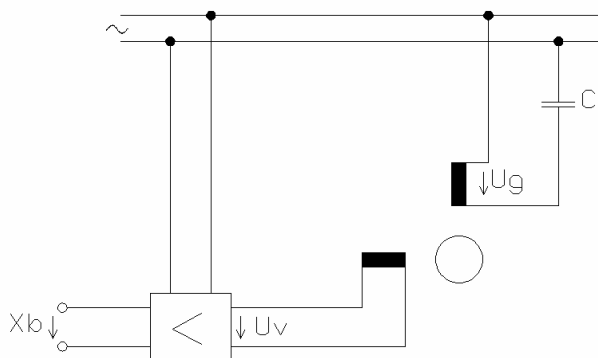
- $P = I^2 R$; hőmérsékleti korlát, általában 150°C -ot nem szabad túllépni,
- ω_{\max} ; fordulatszám korlát a kommutáló szegmensek között megengedhető maximális feszültség miatt,
- M_{pulzus} ; terhelőnyomatéki korlát a lemágnesező hatás miatt,
- P_{\max} , kommutációs határ, a csúszóérintkezőkön átvihető legnagyobb teljesítménykorlát miatt.

Váltakozó áramú szervomotorok

A rövidrezárt forgórészű, kétfázisú aszinkron motorokat lehet felhasználni váltakozó áramú szervomotorként, amennyiben a mechanikai kialakítás biztosítja az elvárások szerinti működést. A motor állórésze kétfázisú tekercselést tartalmaz, a két tekercs egymáshoz képest 90° -kal van eltolva. A forgórész kalickás és ún. serleges, azaz pohárszerű kialakítású.



5.96. ábra.



5.97. ábra.

Az U_v vezérlőfeszültség nagyságának és fázisának változtatásával biztosítható a fordulatszámváltoztatás és a forgásirányváltás.

A váltakozó áramú szervomotorok előnyös tulajdonsága az egyenáramúakéhoz képest, hogy lényegesen egyszerűbb a forgórész kialakítása, hiszen nincs tekercselés, elmarad a kommutátor és kefe, így kisebb a sűrűség is. A serleges kialakítás miatt kicsi a forgórész tehetetlenségi nyomatéka. Egyenáramú erősítő helyett váltakozó áramú erősítő szükséges a működtetéshez.

Összegzésképpen megállapítható, hogy a szervomotorok számos előnyös tulajdonsága mellett számolni kell azzal, hogy a működés során nem ismeretes a forgórész helyzete, amire a pozícionálási feladatokban elengedhetetlenül szükség van. Éppen ezért a szervomotorokat nagyon gyakran olyan kiegészítő egységgel látják el, amely képes információt adni a forgórész helyzetéről. Ilyen például a rezolver vagy a szöghelyzetadó.

5.6.3. Léptetőmotorok

A léptetőmotorok olyan elektromechanikus átalakítók, amelyek villamos impulzusokat alakítanak át meghatározott nagyságú szögelfordulásokká és fordulatszámuk az

$$n = 60 \times \text{impulzusfrekvencia} / \text{fordulatonkénti lépések száma}$$

összefüggés szerint egyenesen arányos az impulzusfrekvenciával. E tulajdonságaik révén a digitális vezérléstechnikával jelentőségük egyre nő. A léptetőmotorokat elsősorban pozicionálási célokra használják a műszaki élet különböző területein (pl. robotok, szerszámgépek, számítástechnikai eszközök, stb.). Alapvető jellemző tulajdonságuk, hogy működésük során a forgórész helyzete meghatározott.

A léptetőmotorokat manapság igen sokféle kivitelben gyártják: állandó mágneses, lágymágneses armatúrájú és hibrid típusok léteznek. A forgórész lehet 1 vagy több póluspárú, szimmetrikus vagy ún. csőrös kialakítású. A leggyakrabban alkalmazott típus az állandó mágneses kivitel, amelyeknek a jó statikus és dinamikus tulajdonságai mellett a viszonylag jó a hatásfokuk is jellemzőjük. Emellett tartónyomatékuk is van, ami nem mondható el a lágymágneses motorokról. További előnyük a jó csillapítás.

Leggyakrabban előforduló típusok:

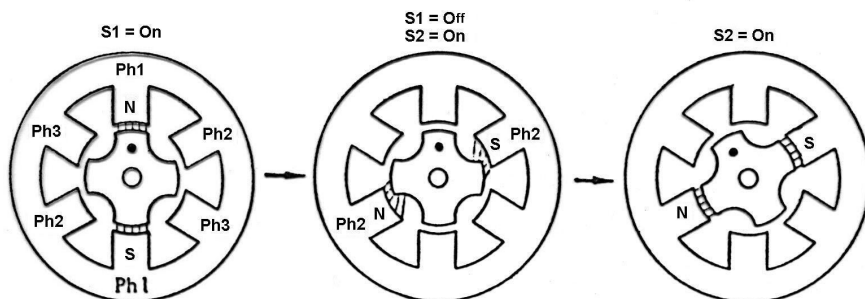
- állandó mágneses
- változó reluktanciájú
- hibrid léptetőmotorok.

Az állandó mágneses léptetőmotorok forgórészében állandó mágneseket találunk, a rotor palástján É-D-É-D stb. mágneses polaritású sávok vannak, amelyek a gerjesztett állórész-fogakkal kapcsolódó erővonalaik révén erőhatást fejtenek ki. Ezek ugranak a legközelebbi, megfelelő mágneses pólust adó állórész-foghoz. Gyakori kialakítás az, amikor az állórészben két tekercs helyezkedik el, középkivezetéssel. Ezt az elrendezést unipolárisnak nevezzük. Az unipoláris tekercselés mellett találkozhatunk még a bipoláris és bifiláris tekercseléssel is. Az állandó mágneses léptetőmotorok jellemzője a viszonylag kis nyomaték és a nagy lépésszög.

A változó reluktanciájú léptetőmotorokban nincs állandó mágnes, így tartónyomatékuk sincs. Az állórész gerjesztésekor a forgórész úgy áll be, hogy a mágneses ellenállás a legkisebb legyen. Lengésre kevésbé hajlamosak. Hatásfokuk nem éppen kiváló, ezért nem az ipari alkalmazás az erősségük.

A hibrid léptetőmotor nagy nyomatékkal, pontos beállással, jó pozíció-tartással érte el, hogy ezt alkalmazzák a legszélesebb körben, főként az iparban. Az előző két típus felépítését kombinálják. A hibrid léptetőmotor egy lemezel, fogazott lágvas állórészből, valamint diamágneses tengelyből, a tengelyre húzott gyűrű alakú állandó mágnesből és erre húzott, fogazott lágvas forgórészből áll. Az állandó mágnes alkotóirányban van mágnesezve, az erővonalak a palást felé haladnak, majd az állórészbe át lépve abban záródnak. Ha nagy nyomatékra van szükség, több ilyen motort tesznek fel közös tengelyre. A motor készül 2-, 3-, 4- és ötfázisú kivitelben. A nagyobb fázisszám simább járást eredményez, de mind a motor, mind a meghajtó elektronika drágább.

A léptetőmotor alapvető jellemzője az, hogy a tengelye diszkrét módon, egyes lépéseket megtéve forog. A tengely egy körülfordulása pontosan meghatározott számú, egyes lépések megtételét jelenti, a lépésszám függ a motor felépítésétől. Az alábbi ábrán az állórészen 3 fázisú és 6 pólusú, míg a forgórészen 4 pólusú kialakítás látható.



5.98. ábra.

A motor működése azon alapul, hogy az állórész egy tekercsét gerjesztve a forgórész olyan helyzetbe áll be, hogy a gerjesztett mágneses kör mágneses ellenállása minimális legyen. Ez a helyzet akkor jön létre, ha az állórész és forgórész fogai szemben állnak egymással. A motor jellemzője az ún. lépésszög, amely a motor kialakításától függ. A lépésszöget az alábbi összefügg alapján lehet meghatározni:

$$\alpha = \frac{2\pi}{Z_r m}$$

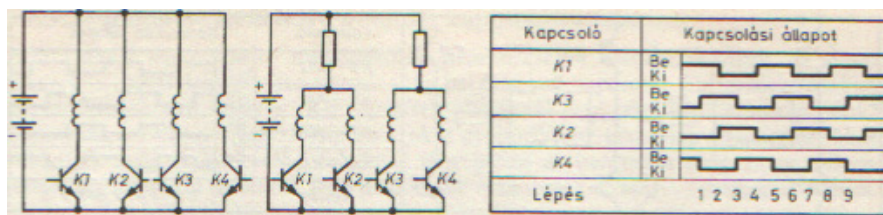
ahol Z_r a forgórész fogszáma és m a fázisszám. Tipikus lépésszögek: $1,8^\circ$, $2,5^\circ$, $7,5^\circ$, 15° , 18° , 30° , 39° , stb.

A léptetőmotor működtetését vezérlő elektronika végzi. A gyakorlatban többféle vezérlési mód létezik, ezek közül említünk kettőt:

Unipoláris vezérlés

Minden fázis két különálló tekercsből áll. Az egyik tekercs eleje a másiknak a végével van összekötve, és a közös pont felváltva kapcsolódik a feszültségforrás negatív, illetve pozitív sarkához. Az ilyen kapcsolás elektronikus megvalósításához fázisonként két végtranzisztor szükséges.

Kapcsolás:

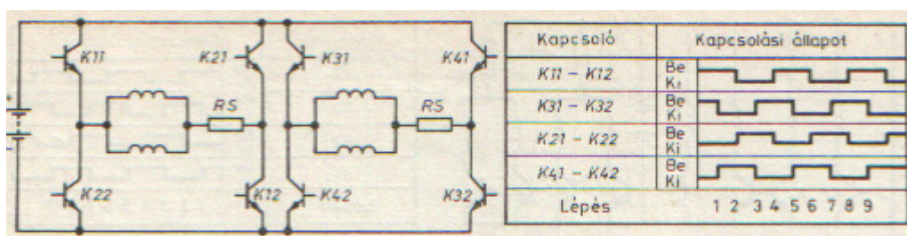


5.99. ábra.

Bipoláris vezérlés

Minden motorfázis csak egy tekercsből áll, ezért a tekercseknek mind az elejét, mind a végét felváltva kell a feszültségforrás különböző kapcsaira kapcsolni. Így fázisonként négy végtranzisztor szükséges.

Kapcsolás:



5.100. ábra.

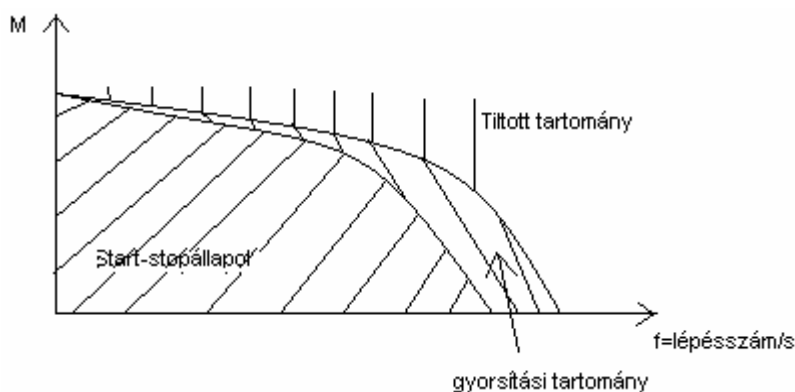
A lépésszög értéke az ún. lépésfelezés módszerével tovább csökkenthető.

A léptetőmotorok működési gyorsaságát az indulási/leállási frekvencia és a maximális üzemi frekvencia jellemzi.

Indulási frekvencia az a legnagyobb impulzusfrekvencia, amelyet az álló motorra hirtelen rákapcsolva, a motor lépésvesztés nélkül képes követni. Leállításkor pedig erről az impulzusfrekvenciáról a motor lépésvesztés nélkül leállítható.

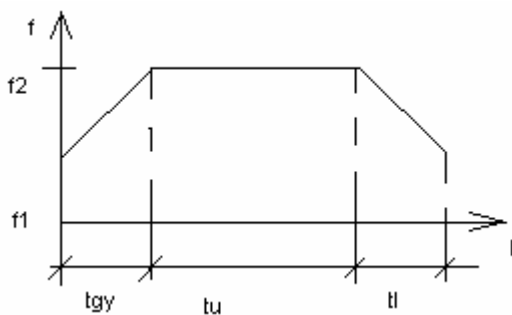
A maximális üzemi frekvencia folyamatos frekvencianöveléssel érhető el anélkül, hogy a motor kiesne a szinkronizmusból. Mindkét érték függ a terhelőnyomatéktól és a motor tengelyére redukált tehetetlenségi nyomatéktól.

Az alábbi ábra mutatja a léptetőmotorok statikus jelleggörbéjét a jellemző üzemi tartományokkal:



5.101. ábra.

A frekvenciaváltoztatás időfüggése látható az alábbi ábrán:



5.102. ábra.

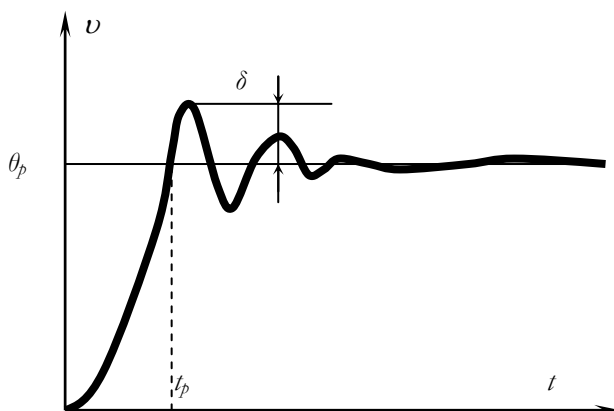
Az ábrában használt jelölések:

t_{gy} : gyorsítási idő

t_u : állandó frekvenciájú üzemelési idő

t_l : lassítási idő

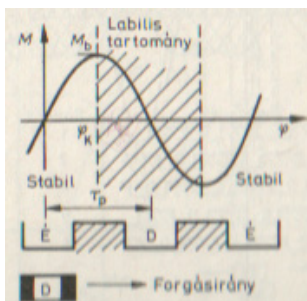
A léptetőmotorok alkalmazásával kapcsolatban a problémák főként indításkor, gyorsításkor, fékezéskor, és leálláskor jelentkeznek. A rezonanciafrekvencia tartományban a kétfázisú léptetőmotoroknak lengési problémái jelentkezhetnek, emiatt ott csillapítást kell megvalósítani. Egy léptető impulzus hatására bekövetkező forgórész elfordulás időfüggése látható az alábbi ábrán.



5.103. ábra.

Statikus nyomatékgörbe:

Ezt az értéket úgy nyerjük, hogy a forgórészt φ szöggel elfordítjuk, és mérjük az ehhez szükséges nyomatékot. Az alábbi ábra azt mutatja, amikor csak egy állórésztekercs van gerjesztve, és a forgórésznek a déli pólusát ábrázoljuk:



5.104. ábra.

Ha a rotort ki akarjuk mozdítani stabil helyzetéből, akkor ehhez az elfordulás szögével növekvő nyomatékra van szükség. Az így adódó statikus jelleggörbét jó egyezéssel szinuszgörbével közelíthetjük. A görbe csúcser-tékét az M_b billenőnyomaték adja a φ_b billenőszögnél. Ha a forgórész elfordító nyomaték meghaladja M_b értékét, akkor a motor túljut φ_b szög-helyzeten, és áthalad a labilis tartományon a következő stabil pontig. Ha a nyomaték továbbra is túl nagy, a motor továbbfordul, nem áll meg a kö-vetkező stabil pontnál.

Összefoglalva a léptetőmotorok legfontosabb jellemzői az alábbiak:

- Pontos, lépésszerű pozícionálás előre megadott számú vezérlőimpul-zus segítségével. A pozícionáláshoz nincs szükség érzékelőre, szabá-lyozóra.
- Nagy nyomaték kis szögsebességnél, még egyes lépések esetén is.
- Nyugalmi helyzetben, gerjesztett állapotban nagy tartónyomaték, ami önzáró viselkedést eredményez
- Digitális vezérléshez közvetlenül csatlakoztatható.
- Frekvenciaváltozás sebességére ügyelni kell, az irányítástechnikailag nyílt hurok miatt a lépéstévesztés rejtve maradhat.
- Bizonyos esetekben lengésre hajlamos.

5.6.4. Lineáris motorok

A gyakorlati élet számos esetben nem körkörös, forgó mozgást, hanem egyenesvonalú haladó mozgást igényel. Erre a feladatra természetesen számtalan megoldást dolgoztak ki, ezek többsége a forgó mozgást alakítja át valamilyen mechanizmus segítségével lineáris mozgássá. A megoldások egy másik csoportja közvetlenül lineáris mozgást végez olyan eszköz felhasználásával, amely a betáplált energiát közvetlenül haladó mozgássá alakítja át. E helyen természetesen csak a villamos energiával működtetett berendezésekkel foglalkozunk, de megemlítjük, hogy léteznek más energi-ával működő rendszerek is (mechanikus, pneumatikus, hidraulikus, stb. rendszerek).

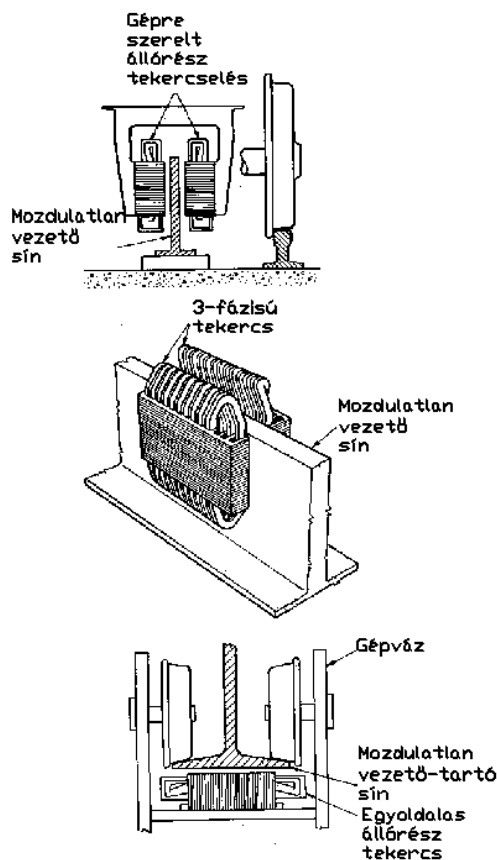
A korábbiakban tárgyalt hengeres szerkezetű villamos gépek (aszinkron, szinkron, egyenáramú gépek) mindegyikének létezik lineáris változata is. A gyakorlatban a lineáris aszinkron motort tekinthetjük az egyik legszé-lesebb körben használt lineáris motortípusnak. Népszerűségét egyszerű felépítésének, üzembiztonságának és a teljesítményelektronikának köszön-hetően jó vezérelhetőségének köszönheti. Különösen a hosszú egyenes

pályát igénylő rendszerekben (raktári szállítópályák, szerszámgépek, gyártórendszerek, daruk, vasutak, stb.) alkalmazzák szívesen a lineáris aszinkron motorokat.

A lineáris aszinkron motorok működési elve könnyen érthető a „hagyományos” hengeres formájú háromfázisú gép működése alapján. A hengeres elrendezésben az állórész háromfázisú tekercsére kapcsolt feszültségrendszer forgó mágneses teret hozott létre. A lineáris motor esetén a sztátor 3 tekercsét egymás mellett elhelyezve a rákapcsolt háromfázisú feszültség nem forgó, hanem egyenes vonal mentén haladó mágneses teret hoz létre. Ha például egy lapos fémlemez helyezzünk a sztátor közelébe, akkor a haladó mágneses tér feszültséget indukál a fémlmezben, s következésképpen benne áram fog folyni. Az ennek hatására létrejövő mágneses tér kölcsönhatásba lép a haladó térrel, s így végül is egy mozgató erő fog hatni a fémlmezre, melynek iránya megegyezik a mozgó tér haladási irányával. Ez a ferromágneses anyagú fémlmez felel meg a hagyományos motor forgórészének, amit itt most szekundernek is szokás nevezni, a sztátort pedig primernek. Ha a szekunder rész hossza megegyezne a primerével, akkor a mozgás miatt hamar eltávolodnának egymástól a részek, ezért a lineáris aszinkron motort kétféle változatban készítik: rövid primerű és rövid szekunderű kialakításban. Ezek a leggyakrabban használt elrendezések, de léteznek más kialakítások is.

A lineáris aszinkron motorok két fontos dologban különböznek a hengeres változatútól. A lineáris változatban a légrés lényegesen nagyobb, mint a hengeresnél, s ezért jóval nagyobb mágnesező árammal kell számolni, következésképpen a teljesítménytényező és a hatásfok alacsony értékű. A másik fontos eltérés az, hogy a lineáris motornál a primer rész végénél a mágneses tér erősen lecsökken, míg a hengeresnél önmagukban zártak az erővonalak. Ennek következtében különösen a rövid primerű gépnél a szekunderben olyan tranziens áramok is kialakulnak, amelyek frekvenciája különbözik a primer áramétól és ez károsan befolyásolja a gép működését, ugyanis ennek hatására csökken a tolóerő és nő a veszteség.

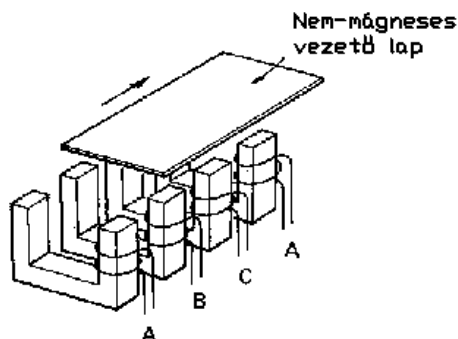
Az alábbi ábrák a fentiekben említett kétféle változat egy-egy lehetséges kialakítási lehetőségére mutatnak példát. A rövid primerű lineáris aszinkron motor lehet ún. kétoldalas vagy egyoldalas tekercsű az alábbiak szerint:



5.105. ábra.

A lineáris motor nyomaték-fordulatszám karakterisztikája lényegében azonos a hengeres változatéval. A kétoldalas tekercsű változat esetén nincs oldalirányú erő a primer és szekunder rész között feltéve, hogy a szekunder rész szimmetrikusan helyezkedik el a légrésben. Az egyoldalas elrendezésnél azonban van oldalirányú erőkomponens is, amelyet ki lehet kompenzálni a szekunderen alkalmazott ferromágneses anyag alkalmazásával.

A rövid szekunderű lineáris aszinkron motor elvi elrendezése látható az alábbi ábrán.



5.106. ábra.

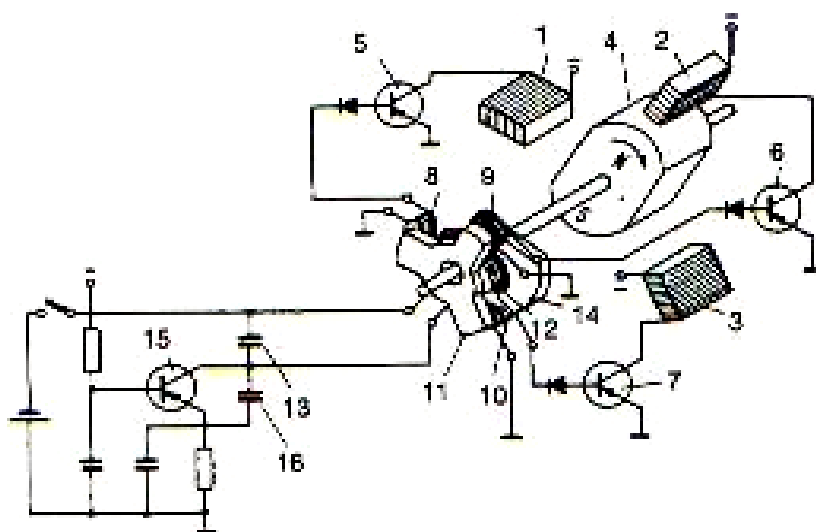
A tekercsek vonalas elrendezése a rákapcsolt háromfázisú feszültségrendszer révén egy „mágneses folyamat” hoz létre, melynek hatására a fémlemez elmozdul. A primer fluxus a levegőn és a fémlemezen keresztül záródik. Ha a fémlemez például mágneses úton a primer felett lebegtetik és az U alakú primer elrendezést a tekercsekkel együtt egy hosszú pályának alakítják ki, akkor egy mágneses lebegtetésű – súrlódásmentes – mozgató lehet megvalósítani. Ilyen elrendezést alkalmaznak például a japán és német kísérleti gyorsvasútnál.

Természetesen mindkét típusú elrendezésnél a primer tekercsetek frekvenciaváltón keresztül táplálják a sebesség folyamatos és rugalmas változtathatósága érdekében.

5.6.5. Kefenélküli motorok (EC motorok)

Az egyenáramú gépek vizsgálatánál láttuk, hogy a kommutátor a kefékkel együtt tulajdonképpen egy mechanikus egyenirányító azaz kapcsoló szerepet tölt be. Teljesítményelektronikai eszközök alkalmazásával kiválthatjuk ezeket a mechanikus kapcsolókat, s ezáltal megszüntethetjük az egyenáramú gépek legkényesebb egységét, a kommutátort a kefeszikrázással együtt. Ez az alapja az ún. kefenélküli egyenáramú motorok kialakításának. Szokás elektronikus kommutációjú motorokról is beszélni (EC=Electronically Commutated Motors). Mivel célszerűbb ezeket a kapcsoló eszközöket nem mozgórészen elhelyezni, ezért a sztátor (állórész) és rotor (forgórész) funkciókat felcserélik: a forgórészen állandó mágneket helyeznek el, míg az armatúra tekercsüket az állórészen készítik el. A félvezető kapcsolók (általában tranzisztorok) kapcsolják rá az armatúra tekercsre a megfelelő irányú áramot a forgórész megfelelő helyzetében. Ezért mindenképpen

ismerni kell a forgórész pillanatnyi helyzetét, hogy a kapcsolások a helyes időpontban következzenek be. Az így kialakított gépben az állórész tekercsekben váltakozóáram folyik, melynek hatására a forgórészszel szinkronforgó mágneses tér keletkezik. Ez pedig nem más, mint egy szinkron gép, amely azért 2 szempontból is más, mint a korábbiakban tárgyalt szinkron gép: az állórész tekercsek áramai nem szinuszosak és a frekvencia sem állandó, hanem azt a forgórész fordulatszámát határozza meg. Ezért tulajdonképpen a kefenélküli egyenáramú motor megnevezés nem teljesen helyes, azonban mégis ez a megnevezés terjedt el a szakirodalomban. A kefenélküli motorok egy lehetséges elvi felépítése látható az alábbi ábrán:

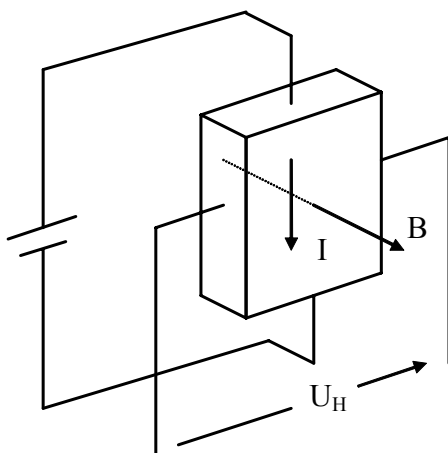


5.107. ábra.

A helyes működés alapfeltétele, hogy ismerjük a forgórész helyzetét. A forgórész helyzetének meghatározása kétféle módon történhet:

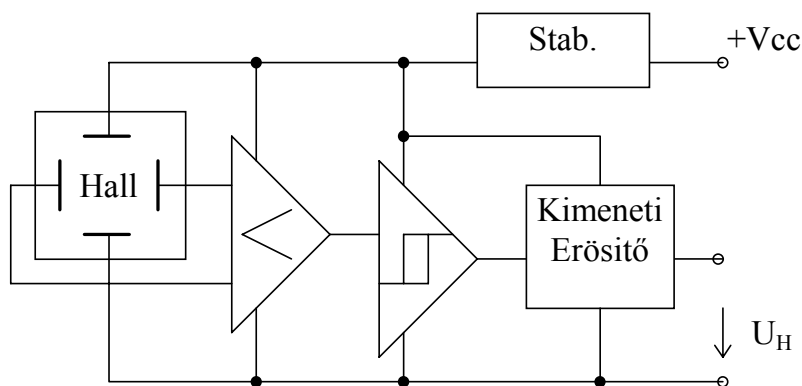
- közvetlen helyzetmeghatározás: pl. szögjeladóval, mágneses érzékelővel (Hall-elemmel)
- közvetett helyzetmeghatározás:
 - „intrusive” módon: pl. kényszerjelekre adott válaszjelekkel
 - nem „intrusive” módon: feszültség, áram méréssel és számítással

A közvetlen helyzetmeghatározás egyik ismert módja a szögjeladó alkalmazása. Másik lehetőség az ún. Hall effektuson alapuló érzékelés Hall-elem használatával. A Hall-elem segítségével mérhető a mágneses tér nagysága és iránya is. Az alábbi ábra mutatja a Hall-elem elvi elrendezését illetve a Hall jelenségen alapuló integrált áramkör felépítését: az U_H feszültség nagyságát és irányát a B indukció nagysága és iránya határozza meg adott tápfeszültség polaritás esetén.



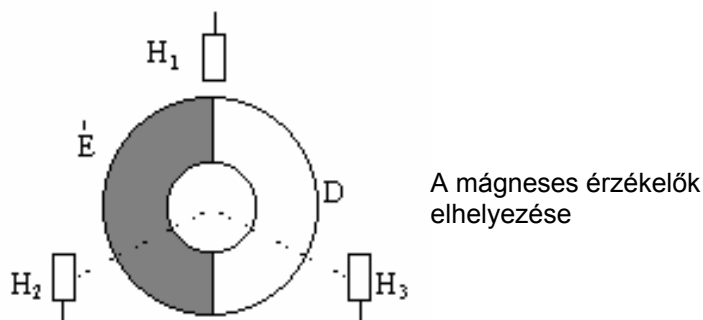
Hall - cella

5.108. ábra.



5.109. ábra.

Az ún. Hall integrált áramkörök (Hall-IC-k) szolgáltatják a forgórész helyzetéről a megfelelő jelet a kapcsolóelemeket vezérlő rendszer számára, amely rendszerint egy mikroprocesszor alapú eszköz. A Hall-IC-eket a forgórész alatt helyezik el például az alábbi elrendezésben:



5.110. ábra.

A közvetett helyzetmeghatározás egyik lehetséges módja az, amikor nagyfrekvenciás vizsgáló jelekre adott válaszjelek kiértékelésével határozzák meg a forgórész pozícióját („intrusive” módszer). A másik esetben nem „intrusive” módon, azaz a motor feszültség és áram jeleinek mérésével majd ezen adatokból számítással következtetnek a forgórész pozíciójára. Ilyenkor a forgórész helyzetét azokból az információkból határozzák meg, amelyeket az állórész áramkör paramétereinek és mennyiségeinek értékeiből számítanak ki.

Az EC motorok nagy előnye, hogy jelleggörbájük megegyezik a külső gerjesztésű egyenáramú motorokéval, üzemük jóval megbízhatóbb és nincs kefeszikrázás sem. Alkalmazásuk rohamosan terjed, például a számítástechnikai eszközök egyik kedvelt motortípusa (Pl. merevlemez meghajtók).

5.6.6. Különleges gépek – Feladatlap

Töltse ki az alábbi feladatlapot!

5.83. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A szervomotorok fordulatszámát tág határok között lehet változtatni.

A szervomotorok forgásirányát nehezen és lassan lehet megváltoztatni.

A szervomotorok forgásirányát nem lehet megváltoztatni.

5.84. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

$T_M = \frac{\Theta R_a}{k^2}$ a mechanikai időállandó

$T_M = \frac{\Theta R_a}{k^2}$ az elektromechanikai időállandó

$T_M = \frac{\Theta R_a}{k^2}$ a villamos időállandó.

5.85. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A szervomotorok működését korlátozó tényezők: hőmérséklet, terhelőnyomaték, teljesítmény.

A szervomotorok működését korlátozó tényezők: hőmérséklet, fordulatszám, terhelőnyomaték, teljesítmény.

A szervomotorok működését korlátozó tényezők: feszültség, terhelőnyomaték, teljesítmény.

A szervomotorok működését korlátozó tényezők: áram, fordulatszám, teljesítmény.

5.86. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A váltakozó áramú szervomotorok hátrányos tulajdonsága az egyenáramúakéhoz képest, hogy lényegesen bonyolultabb a forgórész kialakítása a bonyolult tekercselés miatt és nagyobb a súrlódás is.

Az egyenáramú szervomotorok előnyös tulajdonsága a váltakozó áramúhoz képest, hogy lényegesen egyszerűbb a forgórész kialakítása, hiszen nincs tekercselés, elmarad a kommutátor és kefe, így kisebb a súrlódás is.

A váltakozó áramú szervomotorok előnyös tulajdonsága az egyenáramúakéhoz képest, hogy lényegesen egyszerűbb a forgórész kialakítása, hiszen nincs tekercselés, elmarad a kommutátor és kefe, így kisebb a súrlódás is.

5.87. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A léptetőmotorok olyan elektromechanikus átalakítók, amelyek villamos feszültséget alakítanak át meghatározott nagyságú szögelfordulásokká.

A léptetőmotorok olyan elektromechanikus átalakítók, amelyek szögelfordulást alakítanak át villamos impulzussá.

A léptetőmotorok olyan elektromechanikus átalakítók, amelyek villamos impulzusokat alakítanak át meghatározott nagyságú szögelfordulásokká.

A léptetőmotorok olyan elektromechanikus átalakítók, amelyek szögelfordulást alakítanak át villamos feszültséggé.

5.88. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A léptetőmotoroknál a működés során nem ismeretes a forgórész helyzete.

A szervomotoroknál a működés során nem ismeretes a forgórész helyzete.

A szervomotoroknál a működés során ismeretes a forgórész helyzete.

5.89. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A lineáris aszinkron motorban a légrés lényegesen nagyobb, mint a hengeresnél, s ezért jóval nagyobb a mágnesező áram, a teljesítménytényező és a hatásfok alacsony értékű.

A lineáris aszinkron motorban a légrés lényegesen kisebb, mint a hengeresnél, s ezért jóval nagyobb a mágnesező áram, a teljesítménytényező és a hatásfok magas értékű.

A lineáris aszinkron motorban a légrés lényegesen nagyobb, mint a hengeresnél, s ezért jóval kisebb a mágnesező áram és a teljesítménytényező, míg a hatásfok alacsony értékű.

5.90. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A kefenélküli egyenáramú motorban a forgórészen található az armatúra tekercsek, az állórészen állandó mágnes helyeznek el.

A kefenélküli egyenáramú motorban az állórészen és a forgórészen állandó mágnes helyeznek el.

A kefenélküli egyenáramú motorban a forgórészen állandó mágnes helyeznek el, míg az armatúra tekercsek az állórészen találhatóak.

A kefenélküli egyenáramú motorban a forgórészen állandó mágnes helyeznek el, míg a kommutátor és az armatúra tekercsek az állórészen találhatóak.

6. Áramirányítók

6.1. Tanulási célok

A lecke áttanulmányozása után Ön képes lesz:

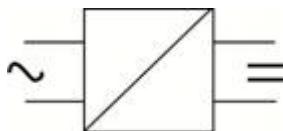
- Saját szavaival ismertetni, hogy melyek a leggyakrabban használt áramirányító típusok.
- Saját szavaival elmagyarázni az egy- és háromfázisú egyenirányítók működését.
- Felrajzolni az egy- és háromfázisú egyenirányítók kapcsolását és az egyenirányított feszültség alakját.
- Saját szavaival értelmezni az egyenirányítók folyamatos és szaggatott vezetését.

Napjainkban a megtermelt villamos energia a legtöbb esetben valamilyen átalakítás után jut el a fogyasztóhoz. Gyakori eset, hogy a rendelkezésre álló villamos energia valamelyik paramétere vagy akár több is, nem megfelelő egy adott fogyasztó számára. Néha a feszültség nagysága vagy frekvenciája vagy esetleg fázisszáma, néha pedig az áramneme nem megfelelő. Ezért különleges átalakító berendezéseket szokás használni. Amennyiben ezen átalakító berendezéseket úgynevezett félvezető elemekből készítik, akkor statikus áramirányítókról beszélünk. Az áramirányítók elméleti és gyakorlati kutatásával és fejlesztésével a teljesítményelektronika tudományág foglalkozik részletesen.

Az alábbiakban az átalakító berendezések közül a leggyakrabban előfordulókat mutatjuk be.

Az egyik leggyakrabban jelentkező igény, hogy a rendelkezésre álló váltakozó áramú (AC) energiát egyenáramúvá (DC) kell alakítani. Az ilyen átalakítást végző berendezést egyenirányítónak nevezzük. Pl. a legtöbb elektronikai eszköz DC táplálást igényel. Ha nem áll rendelkezésre egyenáramú áramforrás, akkor a váltakozó áramú energiát kell egyenirányítani (másik gyakori alkalmazás az akkumulátor töltése).

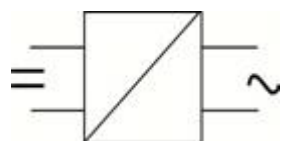
Egyenirányító



6.1. ábra.

Ezen átalakítás fordított esete, amikor egyenáramból készítünk váltakozó áramot, az ilyen eszközt váltóirányítónak vagy inverternek nevezzük:

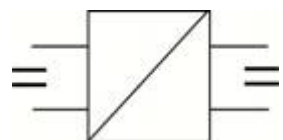
Inverter



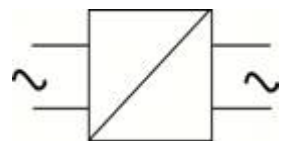
6.2. ábra.

Néha nem megfelelő a rendelkezésre álló feszültségforrás feszültsége, ilyenkor a feszültség nagyságát kell megváltoztatni, átalakítani, ezeket az eszközöket nevezzük konverternek. Az ún. DC/DC konverterek az egyenáramot alakítják át egyenárammá, miközben megváltoztatják a feszültség szintjét. Például karóra DC/DC konvertere. Az AC/AC konverterek váltakozófeszültséget alakítanak váltakozófeszültséggé, miközben ennek nagyságát is megváltoztatják.

DC/DC és AC/AC konverterek

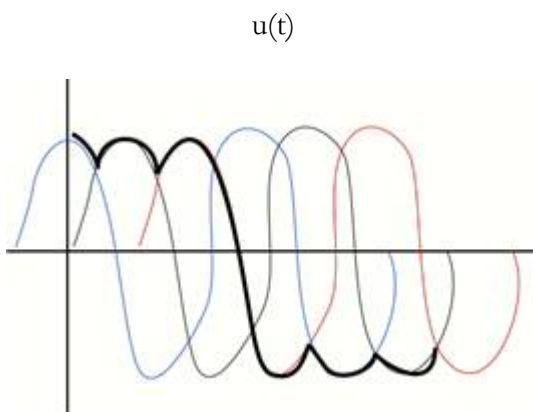


6.3. ábra.



6.4. ábra.

Az ún. ciklokonverterek szintén váltakozófeszültséget alakítanak át váltakozófeszültséggé, azonban közben megváltozik a fázisszám és a frekvencia is. Az alábbi ábra mutatja vázlatosan a ciklokonverter bemenő és kimenő jelét. (A vastag vonallal rajzolt jel a kimenőjel.) Az egyfázisú kimenő jel frekvenciája az eredeti háromfázisú jel frekvenciájának az egyharmada lesz ($f = 50/3$ Hz). Ezt az átalakítást pl. az osztrák és német vasutaknál használják, ezért nem használhatóak a régebbi gyártású osztrák és német mozdonyok Magyarországon és viszont, mivel eltérő feszültséget és frekvenciát használnak (ún. egy áramnemű mozdonyok). (Megjegyzés: a legújabb gyártású villanymozdonyok már képesek átlépni az országhatárt, mert vegyes táplálásra tervezték azokat.)



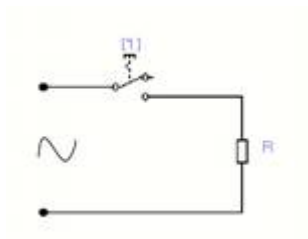
6.5. ábra.

Természetesen léteznek más típusú átalakítók is, az érdeklődők a teljesítményelektronikával foglalkozó szakirodalomban találnak erre vonatkozó ismereteket.

A továbbiakban az egyik leggyakrabban alkalmazott átalakító típussal, az egyenirányítóval foglalkozunk és a teljesség igénye nélkül bemutatunk néhány alapvető kapcsolást és felvázoljuk azok működését.

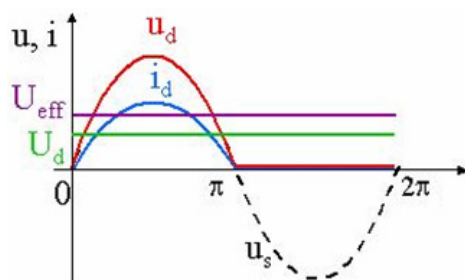
6.2. Egyenirányítók

A váltakozófeszültséget úgy is egyenirányíthatjuk, hogy egy kapcsolót alkalmazunk a táplálás és a fogyasztó között, amit a szinuszhullám fél periódusa alatt nyitva, majd a másik fél periódus alatt zárva tartunk.



6.6. ábra.

Az R ellenállás egyenirányított szinuszos feszültségének (u_d) és áramának (i_d) alakja az alábbi ábrán látható az idő függvényében.

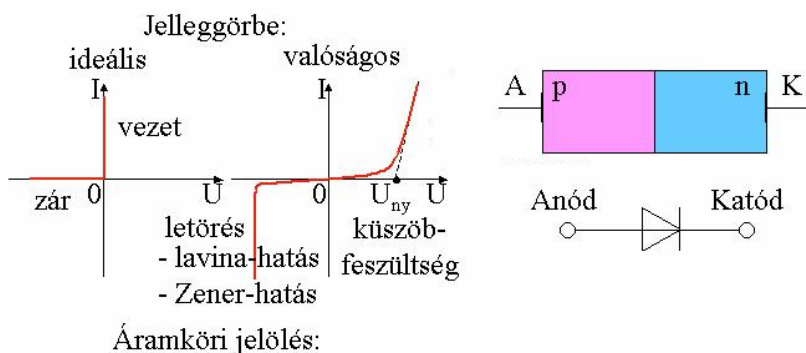


6.7. ábra.

Az ábra jelölései: U_{eff} : az egyenirányított feszültség effektív értéke, U_d : az egyenirányított feszültség egyszerű középértéke.

Természetesen a gyakorlatban nem egy mechanikus kapcsolót, hanem egy olyan félvezető eszközt használnak, amelynek viselkedése, áram-feszültség jelleggörbéje jól közelíti az ideális kapcsolót. Erre a célra félvezető diódát szokás használni. Ez egy olyan germánium vagy szilícium alapú félvezető eszköz, amelynek kivezetései: anód és katód.

Az ideális kapcsoló jelleggörbéje, feszültség-áram karakterisztikája és a dióda tényleges jelleggörbéje az alábbi ábrán látható.



6.8. ábra.

Tehát ha a kapcsoló zárt állapotában van, akkor a feszültség nulla és áram folyik az eszközön.

Nyitott kapcsoló állásnál szakadás van, nem folyik áram, de feszültség esik az eszközön.

A dióda az ún. könyökponttól vezet. Jellegzetes dióda paraméterek:

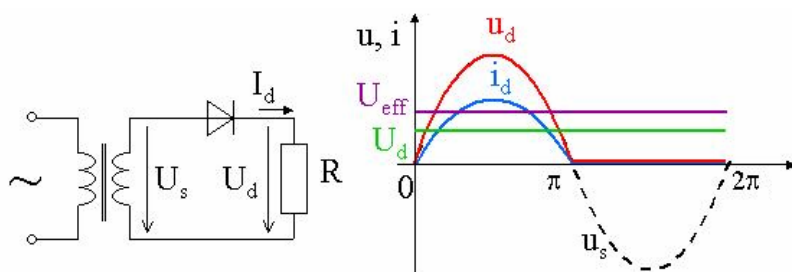
Záró irány: Szilíciumnál: 10^{-19} A Germánium: 10^{-6} A	A dióda nyit: Szilícium $U=0.6$ V Germánium $U=0.3$ V esetén
---	--

A hagyományos diódák a zárótartomány letörési szakaszában nem használhatók, ugyanis ekkor tönkremennek. Az ún. ZENER diódák azonban a jelleggörbe letörési szakaszában is képesek tartósan működni, ezeket általában feszültség stabilizálásra használják.

A legegyszerűbb egyenirányító kapcsolás egy diódát tartalmaz, ez látja el a kapcsoló feladatát. A dióda a szinuszhullám pozitív részénél nyit (rövidzár) és ezt a fél-szinuszfeszültséget rákapcsolja a terhelésre. A negatív félhullám esetén lezár a dióda, a terhelésre nem jut feszültség. Ezt a kapcsolást röviden 1F1U1Ü kapcsolásnak nevezik.

6.2.1. 1F1U1Ü – 1 fázisú, 1 utas, 1 ütemű egyenirányító kapcsolás

A pozitív szinuszfélhullám feszültség nullaátmenete után a dióda zár és megszakítja az áram folyását.



6.9. ábra.

Ez a kapcsolás a kihasználtság szempontjából rossz, mert fél periódusig nulla a feszültség a terhelésen, másképpen fogalmazva nagy az egyenirányított jel hullámossága. Az egyenirányított jel ún. egyszerű középértéke az alábbiak szerint határozható meg:

$$\begin{aligned}
 U_e &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} u(\omega \cdot t) \cdot \omega \cdot t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} U_m \cdot \sin \omega t \cdot d\omega t = \\
 &= \frac{U_m}{2\pi} [-\cos \omega t]_0^\pi = \frac{U_m}{2\pi} [1 + 1] = \frac{U_m}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot U \cong \underline{\underline{0,45U}}
 \end{aligned}$$

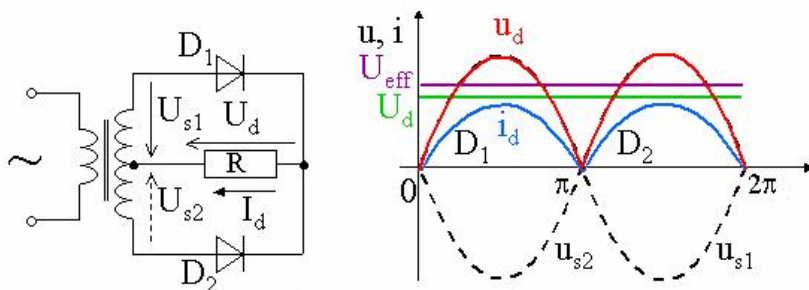
Általánosságban hogyan határozható meg, hogy a kapcsolás hány utas és hány ütemű?

Hány utas egy kapcsolás? – valójában az áramirányító transzformátor szekunder tekercsében folyó áram lehetséges irányainak a száma. A szekunder tekercsben egy vagy két irányban tud áram folyni.

Hány ütemű a kapcsolás? Ahány pozitív szinusz sapkát látunk az eredeti szinuszos jel egy periódusideje alatt.

6.2.2. 1F1U2Ü (1 fázisú, 1 utas, 2 ütemű) egyenirányító kapcsolás

Az egyenirányított feszültség hullámossága jelentősen csökkenthető, ha a hálózat egy periódusát tekintve mindkét félperiódusban történik egyenirányítás. A 2 diódás egyenirányító kapcsolást és a terhelésen lévő feszültség és áram időfüggvényét mutatja az alábbi ábra:



6.10. ábra.

A szinuszhullám pozitív félperiódusában a felső dióda van nyitott állásban, az alsó zárva van, ekkor a terhelésen jobbról balra folyik az áram. A következő félperiódusban a felső dióda lezár és az alsó nyit, a terhelésen most is jobbról balra folyik az áram. Könnyen belátható, hogy a kétszeres kihasználás miatt az egyenirányított feszültség középértéke az előző érték kétszerese lesz:

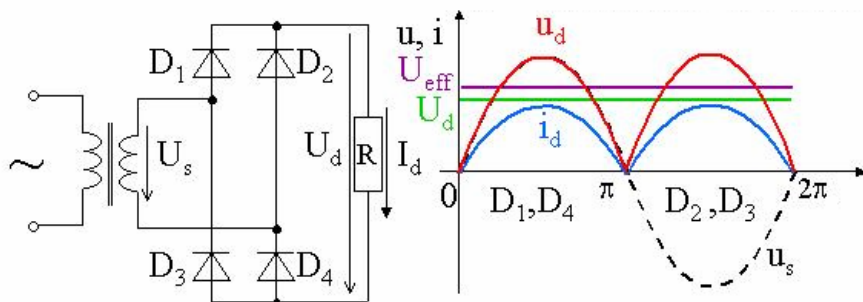
$$U_e = 0.9U$$

6.2.3. 1F2U2Ü (1 fázisú, 2 utas, 2 ütemű) egyenirányító kapcsolás

2 utas: mert az áramirányító transzformátor szekunder tekercsében 2 irányban folyhat az áram, természetesen egy időben csak egy irányban

2 ütem: 2 db pozitív szinusz sapka látható egy periódus alatt

A kapcsolás 4 diódát tartalmaz. Ezt az egyenirányító kapcsolást szokás hídkapcsolásnak, vagy Graetz egyenirányítónak nevezni. A kapcsolást és a terhelés feszültség, áram időfüggvényét az alábbi ábra mutatja:



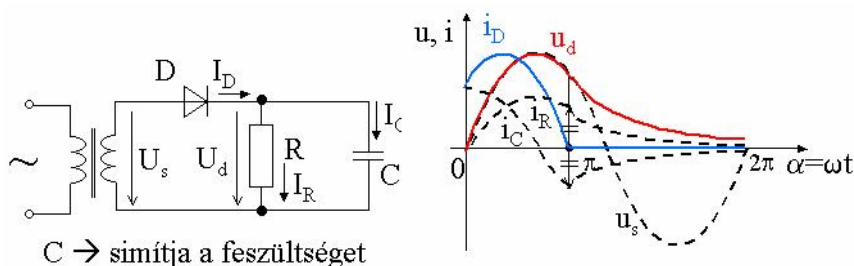
6.11. ábra.

Az egyenirányított feszültség egyszerű középértéke:

$$U_c = 0.9U$$

Az egyenirányított jel hullámossága különböző szűrőkapcsolásokkal javítható.

Szűrés: egydiódás egyenirányító esetén



C → simítja a feszültséget

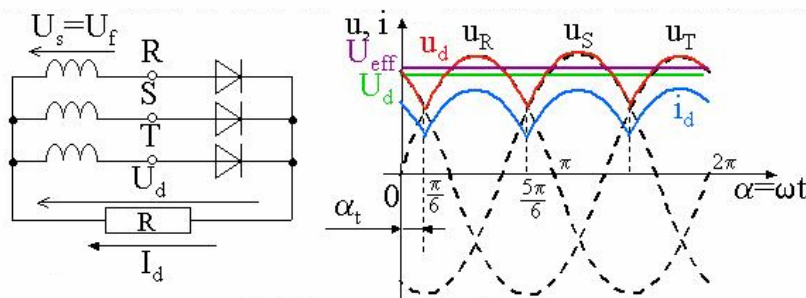
6.12. ábra.

A legegyszerűbb szűrő a terheléssel párhuzamosan kapcsolt puffer vagy tároló kondenzátor. A kondenzátor a transzformátor szekunder feszültség csúcserkére töltődik fel, ettől kezdve feszültsége a terhelés nagyságától függő mértékben csökken, ugyanis töltése a fogyasztón átfolyó áram következtében csökken.

Természetesen léteznek más, bonyolultabb szűrőkapcsolások is, amelyekkel a hullámosság tovább javítható.

6.2.4. 3F1U3Ü (3 fázisú, 1 utas, 3 ütemű) egyenirányító kapcsolás

Az egyenirányított feszültség hullámossága tovább csökkenthető, ha az egyenirányító elemek számát tovább növeljük (3, 6, 12-re) és ennek megfelelően 3, 6, 12 fázisú egyenirányító kapcsolást alkalmazunk. Az alábbi ábra egy háromfázisú, egy utas, 3 ütemű kapcsolást és a hozzá tartozó terhelés feszültség, áram időfüggvényeket ábrázolja.



6.13. ábra.

A kapcsolásból következően mindig az a dióda vezet és kapcsolja a tápfeszültséget az R ellenállásra, amelynek a pillanatnyi fázisfeszültsége a közös katódhoz képest a legpozitívabb. A másik két dióda zárt állapotban van, ugyanis egyszerre csak egy dióda vezet.

A kapcsolás működési vizsgálatánál azt kell figyelemmel követni, hogy egy adott időpillanatban melyik dióda vezet. Az egyenirányított feszültség nem csökken le nullára, csak a szinuszok metszéspontjáig. Ezt hívjuk kommutációs pontnak. Ilyenkor az egyik dióda átadja a vezetést a másik diódának. Egy dióda $2\pi/3=120^\circ$ -nyi ideig vezet. Az egyenirányított feszültség egyszerű középértéke általában véve:

$$U_e = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{P}{P\omega}}^{\frac{\pi}{P\omega}} U_m \cos \omega t \cdot d\omega t = \sqrt{2} \cdot U \frac{P}{\pi} \sin \frac{\pi}{P}$$

azaz

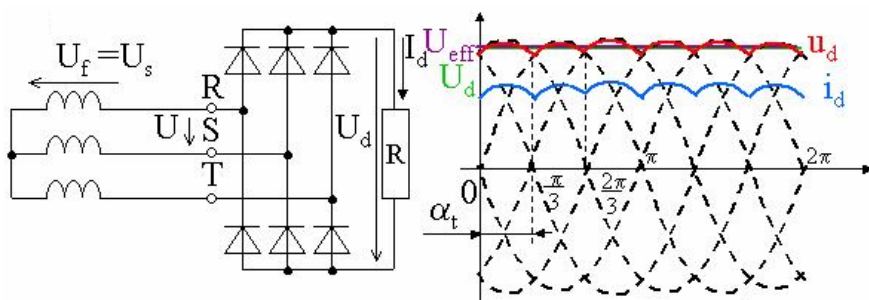
$$U_e = \sqrt{2} \cdot U \cdot \frac{p}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{p}$$

ahol, p jelenti az ütemszámot. Jelen kapcsolásban

$$U_e = 1,17U$$

6.2.5. 3F2U6Ü 3 fázisú hídkapcsolás (GRAETZ)

Az alábbi ábra mutatja a háromfázisú hídkapcsolást (háromfázisú Graetz kapcsolás).



6.14. ábra.

Vizsgáljuk az ábra jobboldalán látható időfüggvényeket. Jelöljük a fázisokat 1, 2, 3-mal, illetve A és B oldali diódákat említve, beszélhetünk pl. 1A vagy 2B diódáról, azaz az 1-es fázishoz csatlakozó A oldali, vagy a 2-es fázishoz csatlakozó B oldali diódáról. 60°-os időosztásokat vizsgálva, az alábbi táblázat mutatja, hogy egy adott időszakaszban, melyik két dióda vezet. (Egy dióda 120°-nyi ideig vezet.)

Kommutációs időpont	60°	120°	180°	240°	300°	360°
„A” oldali vezető dióda	1A	1A	2A	2A	3A	3A
„B” oldali vezető dióda	2B	3B	3B	1B	1B	2B

Az ábrában a piros görbe mutatja az egyenirányított feszültség alakját. Jól látható, hogy a hullámosság lényegesen jobb, mint az előző kapcsolások esetén, hiszen a feszültség már nem csökken nullára és jóval kisebb az ingadozás is. Ezt fejezi ki az egyenirányított feszültség egyszerű középértéke is, ugyanis:

$$U_e = 1,35U$$

Természetesen szűrőkapcsolás (pl. puffer kondenzátor) alkalmazásával az egyenfeszültség tovább simítható.

6.2.6. Terhelések

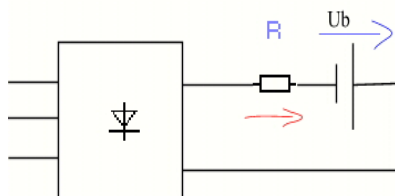
Vizsgáljuk meg az egyenirányító kapcsolásokat különböző, nem csak R ellenállást tartalmazó terhelés esetén is. Az alábbi terhelések fordulnak elő a leggyakrabban:

- akkumulátor
- ohmos-induktív jellegű fogyasztók (az L/R viszony kicsi)
- egyenáramú motorok armatúraköre (az L/R viszony nagy)

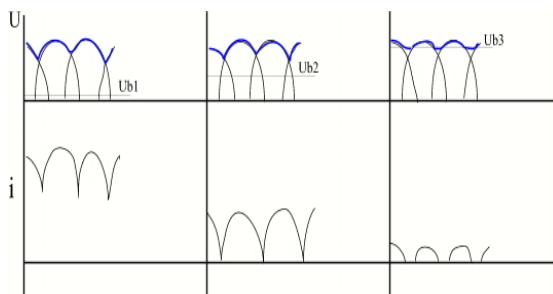
Akkumulátor típusú terhelés

Kapcsoljunk egy akkumulátort mint terhelést az egyenirányító kapcsolásra. Az akkumulátort egy ideális feszültséggenerátorral és egy vele sorosan kapcsolt ellenállással lehet helyettesíteni az áramkörben:

Akkumulátor = ideális telep + belső ellenállás

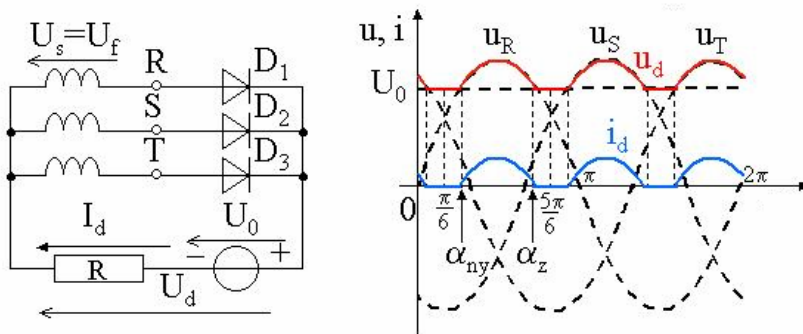


6.15. ábra.



6.16. ábra.

3 különböző ábrát készíthetünk attól függően, hogy mennyire van az akkumulátor lemerülve. Erősen lemerült akkumulátor esetén a töltés megkezdésekor az akkumulátor feszültsége alacsony, ezért U_0 feszültség kicsi. Ahogy az akkumulátor töltődik és az U_0 feszültség növekszik, a diódák egyre rövidebb ideig lesznek nyitva és a rajtuk folyó áram szakaszos lesz, mint azt az alábbi ábra is mutatja.



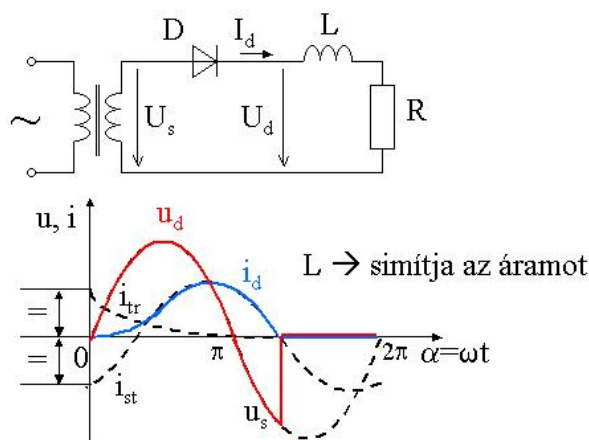
6.17. ábra.

Az akkumulátor töltöttségi állapotától függő háromféle vezetési állapotot az alábbi táblázat mutatja:

Akkumulátor állapota	Erősen lemerült állapot	Töltés alatt	Majdnem feltöltött állapot
Vezetés	folyamatos	Folyamatos vezetés határa	szaggatott

Ohmos-induktív terhelés (L/R viszony kicsi)

Az egyfázisú egyenirányító esetén legyen a terhelés most egy ohmos-induktív áramköri elem. Mint ismeretes, az induktivitás az áramváltozás ellen hat, az áram időbeni lüktetését fékezi, tehát simítja az áramot.



6.18. ábra.

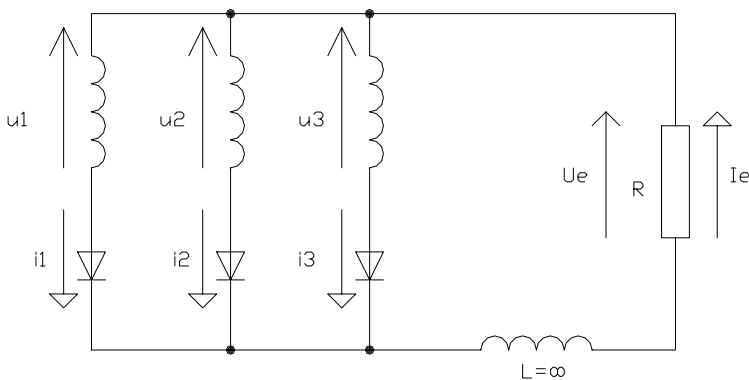
A dióda vezetése alatt az alábbi differenciálegyenlet írható fel:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = U_m \sin \omega t = \sqrt{2} U \sin \omega t$$

A kialakuló áramot a differenciálegyenlet megoldása adja (az ábrában i_{tr} és i_{st} eredőjeként i_d).

Ohmos-induktív terhelés (L/R viszony nagy)

Háromfázisú, háromütemű kapcsolásra kapcsoljunk nagy L/R értékű terhelést (6.19. ábra).

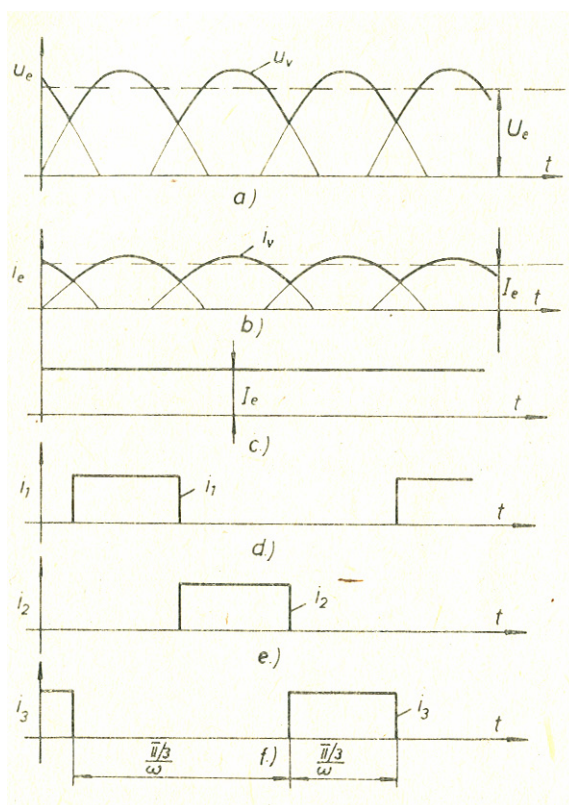


6.19. ábra.

Az egyenirányított feszültséget a feszültséggörbék pozitív burkoló görbéje adja, mivel mindig az a dióda vezet, amelyiknek az anódja a legpozitívabb. Legyen $L \sim \infty$, ilyenkor az egyenirányított feszültség u_v váltakozó összetevője a tekercsre jut az

$$u_v = L \frac{di}{dt}$$

ismert összefüggésnek megfelelően. A tekercs tehát az igen kis értékű, sőt ideális esetben zérus értékű áramváltozás mellett magára veszi az u_v feszültséget, így a terhelésen felharmonikus-mentes, az egyenirányított áram középértékével megegyező I_e egyenáram folyik át (lásd 6.20. ábra).



6.20. ábra.

A terhelésen tehát állandó értékű I_e egyenáram folyik. Az I_e egyenáramot a diódák közül mindig csak egy vezeti. Ideális viszonyokat feltételezve ezek

az áram-időfüggvények négyszögek, hosszuk $2\pi/3\omega$ időtartam, magasságuk I_c .

Az eddig bemutatott kapcsolások mindegyike ún. nem vezérelhető kapcsolóelemet azaz diódát tartalmazott. A kapcsolásokban vezérelhető félvezető eszközt, például tirisztort alkalmazva, lényegesen változatosabb kimenő jelalakokat kapunk és ezáltal szélesebb alkalmazási lehetőségekhez juthatunk. Terjedelmi korlátok miatt az ilyen kapcsolások ismertetésétől eltekintünk.

6.2.7. Áramirányítók – Feladatlap

Töltse ki az alábbi feladatlapot!

6.1. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az inverter a váltakozó áramú energiát alakítja át egyenáramúvá.

Az egyenirányító a váltakozó áramú energiát alakítja át egyenáramúvá.

A konverter az egyenáramú energiát alakítja át váltakozó áramúvá.

6.2. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helytelen!

Az inverter az egyenáramú energiát alakítja át váltakozó áramúvá.

Az egyenirányító a váltakozó áramú energiát alakítja át egyenáramúvá.

Az AC/AC konverterek az egyenáramot alakítják át egyenárammá.

6.3. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az egy diódát tartalmazó egyenirányító kapcsolatban az egyenirányított feszültség középvértéke: $U_c \approx 0,45U$.

A két diódát tartalmazó egyenirányító kapcsolatban az egyenirányított feszültség középvértéke: $U_c \approx 0,45U$.

6.4. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

Az egyenirányított feszültség *hullámossága* csökkenthető az egyenirányító elemek számának *növelésével* és szűrőkapcsolások alkalmazásával.

6.5. példa

Egészítse ki a következő mondatot!

A háromfázisú, 3 diódát tartalmazó egyenirányítóknak mindig az a dióda vezet, amelyiknek a pillanatnyi fázisfeszültsége a közös katódhoz képest a *legpozitívabb*.

6.6. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

A háromfázisú egyenirányítók esetén az egyenirányított feszültség nem csökken le nullára.

Az egyfázisú hídkapcsolású egyenirányítók esetén az egyenirányított feszültség nem csökken le nullára.

6.7. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Az egyfázisú hídkapcsolású egyenirányítók esetén az egyenirányított feszültség nem csökken le nullára.

Az egyfázisú hídkapcsolású egyenirányítók esetén az egyenirányított feszültség fél periódusnyi idő alatt nulla értékű.

Az egyfázisú, egy diódás egyenirányítók (1F1U1Ü) esetén az egyenirányított feszültség fél periódusnyi idő alatt nulla értékű.

6.8. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Akkumulátor töltésekor ahogy nő az akkumulátor U_0 feszültsége, úgy hosszabbodik a diódák áramvezetési ideje és a rajtuk folyó áram szakaszossá válhat.

Akkumulátor töltésekor ahogy csökken az akkumulátor U_0 feszültsége, úgy rövidül a diódák áramvezetési ideje és a rajtuk folyó áram szakaszossá válhat.

Akkumulátor töltésekor ahogy nő az akkumulátor U_0 feszültsége, úgy rövidül a diódák áramvezetési ideje és a rajtuk folyó áram szakaszossá válhat.

6.9. példa

Adja meg, hogy melyik válasz a helyes!

Akkumulátor töltésekor az áramvezetés mindig folyamatos. mert az akkumulátor állandóan rá van kapcsolva a töltő készülékre.

Akkumulátor töltésekor az áramvezetés mindig szaggatott. mert az akkumulátor feszültsége a töltés során állandó.

Akkumulátor töltésekor az áramvezetés lehet folyamatos vagy szaggatott. mert az akkumulátor feszültsége a töltés során állandóan változik.

Irodalomjegyzék

- [1] Nagy I.: Szervo- és léptetőmotorok
Oktatási segédlet, BME Elektrotechnika Tanszék, 1980.
- [2] Magyar István: Villamos gépek
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1995.
- [3] Farkas A. – Gemeter J. – Nagy L.: Villamos gépek
BMF KKVKF főiskolai jegyzet, Budapest, 2002.
- [4] Nagy L. – Gemeter J.: Az automatizálás villamos gépei
BMF KKVKF főiskolai jegyzet, Budapest, 2002.
- [5] Moczala H.: Törpe villamos motorok és alkalmazásuk
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984.
- [6] J. D. Edwards: Electrical Machines
MacMillan, 1993
- [7] P. G. McLaren: Elementary Electric Power and Machines
Ellis Horwood Ltd, John Wiley & Sons, 1988
- [8] C.R.Paul, S.A.Nasar, L.E.Unnewehr: Electrical Engineering
McGraw-Hill, Inc.1992
- [9] Selmeczi K., Schnöller A.: Villamosságtan I., II.
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1985
- [10] Fodor Gy.: Elméleti elektrotechnika I., II.
Tankönyvkiadó, Budapest, 1970.
- [11] Standeisky I.: Villamosságtan
Universitas-Győr Kht., 2005.
- [12] Bíró K. Á.: Speciális villamos gépek
Előadás, Széchenyi István Egyetem, Győr, 2004.
- [13] Hodossy L., Torda B.: Elektrotechnika
Elektronikus főiskolai jegyzet, Győr, 2005.

Tárgymutató

1

1F1U1Ü 297

1F1U2Ü 298

1F2U2Ü 299

3

3F1U3Ü 301

3F2U6Ü 302

A, Á

abszolút középérték 90

Akkumulátor típusú terhelés 303

alapharmonikus 91

Algebrai alak 100

Állandósult állapot 81

Alulgerjesztett 267

áram mágneses tere 155

Áramirányítók 293

Áram-méréshatár kiterjesztése 30

Áramosztó 24

Áramváltó 200

Armatúrareakció 237

B

Bipoláris vezérlés 280

C

Coulomb 8

Coulomb törvény 173

Coulomb-törvény 8

Cs

Csillag-csillag kapcsolás 195

csillag-háromszög átalakítás 35

Csomóponti potenciálok

módszere 37

csomóponti törvény 15

csúszás 212

Csúszógyűrűs motorok 220

D

Depréz 169

Drop 192

E, É

EC motorok 286

Effektív érték 126

Egyenirányító 294

Egyenirányítók 295

egyenkomponens 91

egyszerű középérték 90

Elektrodinamikusan mérőműszer 171

elektron töltése 8

ellenállás 10

Ellenállás 95

Erővonalkép 8

F

fajlagos ellenállás 32

fázisjellemzők 135

Fékezés 249

felharmonikusok 91

feszültséggenerátor 10

Feszültség-méréshatár

kiterjesztése 28

Feszültségosztó 23

Feszültségváltó 199

Forgó mágneses tér 210

Fourier tétele 91

Frekvenciafüggés 123

G

Gauss-tétel 174

gerjesztési törvény 158

Graetz kapcsolás 302

Grafikus ábrázolás 101

H

Hall effektus 288
Hall-elem 288
Háromszög kapcsolás 195
hatásfok 59
Hatásos teljesítmény 127
Helyettesítő generátorok tétele 51
hiszterézisveszteség 167
hőfoktényező 34
Hurokáramok módszere 38
huroktörvény 15

I, Í

időállandó 80, 84
impedancia 104
Indítás 218, 248, 268
Inverter 294

J

Jedlik Ányos: 255
Jósági tényező 122

K

Kalickás motor 210
Kalickás motorok 218
Kapacitás 177
Kefenélküli motorok 286
kétkalickás 221
Kirchhoff 8, 14
koercitív térerősség 167
komplex 100
komplex amplitúdó 100, 103
komplex időfüggvény 103
Komplex időfüggvény 100
Komplex számok 100
Komplex teljesítmény 133
Kondenzátor 75, 97
Kondenzátor impedanciája 106
Konjugált 102
konverterek 294

Kölcsönös indukció 164
kölcsönös induktivitás 164
Kördiagram 216
Középérték 90
közvetlenmutató ellenállásmérő
62
Különleges gépek 271
Külső gerjesztésű generátor 252
Külső gerjesztésű motor 239

L

Lágyvasas műszer 170
Látszólagos teljesítmény 131
Léptetőmotorok 278
Lineáris motorok 283
Lorentz erőtvénye 160

M

mágneses fluxus 157
mágneses fluxussűrűség 155
mágneses indukció 155
mágneses tér 165
Mágneses tér 166
mágneses térerősség 158
Meddő teljesítmény 130
Mélyhornyú 221
mérés határkiterjesztés 26
mérőműszerek 26
Mérőtranszformátor 199
mozgási indukció 160

N

négyzetes középérték 91
Norton 47

O, Ó

Ohm 8
Ohm törvénye 10
Ohmos-induktív terhelés 304

Ö, Ő

öngerjesztés elve 255

Önindukció 163

örvényáramú-veszteség 167

P

párhuzamos áramvezető 154

Párhuzamos gerjesztésű generátor
255

Párhuzamos kapcsolás 18

Párhuzamosan kapcsolt
ellenállások eredője 21

periodikus jelek felbontása 92

potenciométer 55

R

Rezonancia 119

Rövidzárás 191

S

Segédfázisú motorok 225

Soros gerjesztésű 240

Soros kapcsolás 17

Soros LC 117

Soros RC elemek 77

Soros RC kapcsolás 110

Soros RL elemek 83

Soros RL kapcsolás 113

Soros RLC kapcsolás 120

Sorosan kapcsolt ellenállások
eredője 19

Statikus nyomatékgörbe 282

Sz

szakadás 13

Szervomotorok 272

Szinkrongépek 265

Színusz 93

Szlip 212

szolenoid 168

Szuperpozíció tétele 40

Szűrés 300

T

Takarékkapcsolású

transzformátor 198

tekercs 75

Tekercs 98

Tekercs impedanciája 107

teljesítményillesztés 60

Terhelés 189

Thèvenin 47

Transzformátorok 182

Transzformátorok párhuzamos
üzeme 195

Trigonometrikus alak 100

Túlgerjesztett 268

U, Ú

Unipoláris vezérlés 280

V

valós áramgenerátor 50

valós feszültséggenerátor 47

Váltakozó áramú teljesítmény 124

változó áram 74

Változó feszültség 74

vasveszteségnek 167

Vegyes gerjesztésű generátor 257

Vegyes gerjesztésű motor 243

vezeték 12

villamos áram 10

Villamos teljesítmény 53

voltonkénti belső ellenállás 26

W

Ward-Leonard hajtás 258