

7. GYAKORLAT

**LIN. ALGEBRAI ALKALMAZÁSOK 2,
KÉPSZERKESZTÉS****SPECIÁLIS VEKTORSZORZATOK****Feladat**

Hány fokos szöget zárnak be az $a = [1 \ 0]$ és $b = [1 \ 1]$ vektorok?

Tipp: Használjuk a subspace függvényt. Vigyázzunk arra, hogy ez csak oszlopvektorokra működik helyesen, és a visszatérési értéket radiánban kapjuk meg.

Feladat

Határozzuk meg az $a = [1, 3, 2]$, $b = [-1, 5, 2]$ vektorokra merőleges olyan c vektort, amelynek a hossza éppen 2!

Tipp: Az $a \times b$ vektor nyilván merőleges a -ra és b -re (cross fv.). Azt kell még biztosítani, hogy a szorzatvektor hossza 2 legyen. Ehhez használjuk a (kettes, euklideszi) normát.

NORMÁK, KONDÍCIÓSZÁM**Feladat**

Készítsünk egy x sorvektort, amely 0-tól 1-ig lépdél 0,1-es lépésközzel. Határozzuk meg x egyes, kettes és végtelen normáját. A képletek alapján (előadás) ellenőrizzük – ha kell, megfelelő számolással –, hogy valóban a várt eredményt kaptuk.

Feladat

Ellenőrizzük az $A = [1 \ 2; 3 \ 4]$ és a $B = [2 \ 3; 4 \ 5]$ mátrixok felhasználásával a következő mátrixnorma tulajdonságokat (az 1-es norma az oszlopösszegnorma, a végtelen norma a sorösszegnorma), ill. még a háromszög-egyenlőtlenséget is:

$$\|A \cdot B\| \leq \|A\| \|B\|$$

$$\|A\|_1 = \max_j \sum_{i=1}^m |a_{ij}|$$

$$\|A\|_\infty = \max_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$$

Feladat

Legyen $A = \text{eye}(10) * 0.01$, majd készítsünk egy olyan B mátrixot, amelynek főátlójában az 1..10 sorozat szerepel. Mennyi A és B determinánsa, rangja?

Mekkora a kondíciós számuk?

Hogyan készítenénk ez alapján olyan mátrixot, amelynek nagy a kondíciós száma (azaz gyengén kondicionált)?

Feladat

A Hilbert mátrixok gyengén kondicionált mátrixok. Tekintsük a következő egyenletrendszert:
 $H \cdot x = b$, ahol $H = \text{hilb}(4)$, $b = [13/6, 7/6, 49/60, 19/30]'$.

Ennek elméletileg pontos megoldása, amiről behelyettesítéssel meg is győződhetünk:
 $x = [2, -1, 2, 0]'$.

Módosítsuk a H mátrixot úgy, hogy a 2. sor 1. elemét 1 ezrelékkal megnöveljük. Mennyi lesz a megoldásvektor elemeinek abszolút-értékbeli változása? (Mennyi a legnagyobb változás?)

Tipp: Az egyenletrendszerek megoldását a $H \backslash b$ formula segítségével állítsuk elő!

SAJÁTÉRTÉK, SAJÁTVEKTOR

Mintafeladat

Határozzuk meg az $A = [5 \ 1 \ -2 \ 1; \ 1 \ 6 \ -1 \ 1; \ -2 \ -1 \ 4 \ 2; \ 1 \ 1 \ 2 \ 8]$ szimmetrikus mátrix sajátvektorait és sajátértékeit! Ellenőrizzük a sajátértékegyenlet teljesülését is!

```
>> [U L] = eig(A), ellenorzes = A*U - U*L
```

Határozzuk meg az A mátrix karakterisztikus polinomját! Helyettesítsük be a sajátértékeket a karakterisztikus polinomba, és így ellenőrizzük, hogy ezek valóban kielégítik a karakterisztikus egyenletet!

Tipp: A `polyval` parancs polinom kiértékelésére szolgál, adott helyen/helyeken.

```
>> p = poly(A), l = eig(A), polyval(p, l)
```

Feladat

Legyen $B = [6, -1; 8, 2]$. Valósak-e a B mátrix sajátértékei?

Tipp: Használjuk a megoldáshoz a `poly` és a `roots` párost, ill. az `eig` parancsot!

Az `eig` parancs segítségével készítsük el a mátrixhoz az U és Λ mátrixokat úgy, hogy U oszlopvektorai az 1-re normált sajátvektorokat adják, a Λ mátrix főátlóbeli elemei pedig a sajátértékeket. Ellenőrizzük, hogy ekkor $U \cdot \Lambda \cdot \text{inv}(U)$ az eredeti mátrixot adja!

KÉP BEOLVASÁSA, MEGJELENÍTÉS, INFORMÁCIÓK LEKÉRÉSE

Kérdezzük le a „canoe.tif” fájl képjellemzőit! (Ez a fájl a Matlab rendszer tartozéka.) Milyen képtípusú ez a fájl (`ColorType`)?

Olvassuk be a képet a Matlabba a típusának megfelelő módon!

```
>> [X, map] = imread('canoe.tif');
```

Idézzük fel, hogy mit tanultunk az indexelt képfájlok tárolási struktúrájáról (előadás)!

Ellenőrizzük az X és a map mátrixok struktúráját (adat- és `colormap` mátrix)!

Milyen RGB összetevők tartoznak az $X(1, 1)$ és az $X(3, 2)$ képponthoz?

Jelenítsük meg a képet! (Használjuk az image parancsot.)

KÉPKONVERZIÓK

Szeretnénk az előző indexelt képet fekete-fehérré alakítani, ill. úgy megjeleníteni. Próbáljuk ki, hogy a

```
>> colormap(gray)
```

parancs nem jeleníti meg helyesen a képet.

A megoldáshoz úgy juthatunk el, ha ezt a képet szürkeárnyalatossá alakítjuk. Ehhez azonban az indexelt képet először truecolor (RGB) formátumúvá kell konvertálni.

```
>> RGB = ind2rgb(X,map); % Ellenőrizzük az RGB mátrixot!  
>> image(RGB)
```

Ezután végezhetjük el a szürkeárnyalatossá alakítást.

Ehhez használjuk az előadáson tanult R, G és B szorzókat (3. slide)! (Az új képmátrix neve legyen A).

A megjelenítéshez ezután hozzunk létre egy új háromcsatornás B mátrixot, amelynek mindhárom színcsatornájába a szürke értékeket írjuk be.

```
>> B(:,:,1)=A; B(:,:,2)=A; B(:,:,3)=A; figure(2); image(B);
```

Láthatjuk, hogy a szürkeárnyaltos kép így már korrekt (a három csatornát azért kellett használnunk, mert az egycsatornás megjelenítő parancs – imshow – a mi környezetünkben nem érhető el).

Feladat

Az előző RGB képből emeljük ki a zöld csatorna értékeit új képre, és jelenítsük meg a képet! Jelenítsük meg az RGB kép inverzét is! (Lásd előadás.)

VÁGÁSI FELADAT

Hozzunk létre egy új képfájlt, amely az előző szürke RGB kép 0 és 1 közötti double intenzitás értékeit uint8 típusúra alakítja át.

```
>> G2 = uint8(round(B*255));
```

Hajtsuk végre a G2 képfájlon a vágási feladatot a threshold.m fájl felhasználásával úgy, hogy rendre 100, 80 és 50 vágási értékeket használunk. Figyeljük meg a különbséget! (Az új képmátrix neve lehet például GV vagy result.)

Megj. Mivel nálunk (C100) itt is szükséges a három színcsatorna használata a szürke képen, ezért a feladatot úgy tudjuk megoldani, ha külön-külön elvégezzük a szűrést az egyes csatornákra, és végül egyesítjük a mátrixokat.

Például:

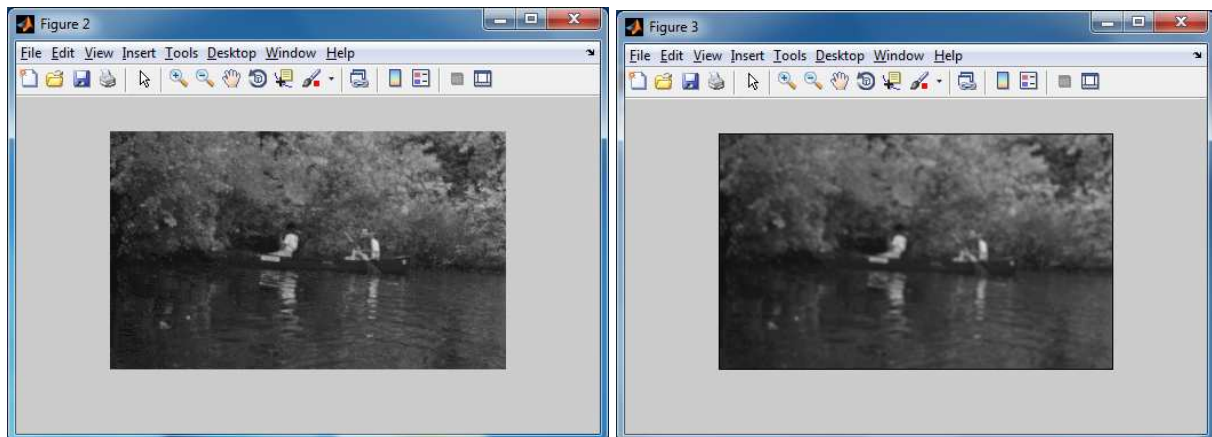
```
>> result1 = threshold(G2(:,:,1),128);  
>> result2 = threshold(G2(:,:,2),128);  
>> result3 = threshold(G2(:,:,3),128);  
>> result=zeros(207,346,3); % új mátrix az eredménynek  
>> ... % result feltöltése önállóan  
>> image(result) % vágási feladat megoldva
```

SZŰRÉSI FELADAT

Hajtsuk végre a G2 képfájlon a szűrési feladatot a simit.m fájl felhasználásával!

(Az új képmátrix neve lehet például G3. A megjelenítéshez nálunk most is mindhárom színcsatornát fel kell tölteni.)

Hasonlítsuk össze az eredeti és a szűrt képet!



Jól megfigyelhető, hogy a szűrt kép elmosódottabb, és a szélén fekete „keret” jelenik meg. Hasonlítsuk össze az eredeti és a szűrt képmátrix néhány konkrét pontjának értékeit!

	1	2	3	4	5	6	7
1	70	70	70	66	72	72	66
2	70	48	48	67	67	70	70
3	55	55	48	48	48	67	70
4	48	48	46	48	48	48	55
5	46	47	54	46	55	54	54
6	46	47	46	46	46	55	56
7	67	67	67	48	48	67	70
8	66	80	80	67	55	55	55
9	82	70	70	55	67	67	80
10	86	86	66	55	80	80	80

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	59	58	59	64	67	65
3	0	52	51	52	57	60	62
4	0	50	49	49	51	55	61
5	0	48	48	48	50	52	59
6	0	54	52	51	52	56	63
7	0	63	61	56	54	56	61
8	0	72	67	62	59	63	65
9	0	76	70	66	65	69	68
10	0	79	67	62	64	70	68

Próbáljunk ki néhány más átlagsűrőt is!

OTTHONI MUNKA

Feladat

Az $A = [-4, -3, -7; 2, 3, 2; 4, 2, 7]$ mátrixszal mutassuk be azt a tulajdonságot, hogy egy 3×3 -as mátrix determinánsa megegyezik a három oszlopvektorának (sorvektorának) vegyesszorzatával!
Tipp: Használjuk a dot és a cross függvényeket (lásd előadás).

Feladat

Határozzuk meg a szokásos módon az $A = [-4, -3, -7; 2, 3, 2; 4, 2, 7]$ mátrix sajátvektorait és sajátértékeit! (S és L mátrixok.)

a./ Igaz-e, hogy az $S^{-1} \cdot A \cdot S$ mátrix diagonálmátrix és a főátlójában éppen a sajátértékeket tartalmazza?

b./ A sajátértékeknek a karakterisztikus polinomba való behelyettesítésével ellenőrizzük, hogy a sajátértékek kielégítik a karakterisztikus egyenletet!

Feladat

Valós szimmetrikus mátrix minden sajátértéke valós és a sajátvektorainak mátrixa ortogonális mátrix, azaz bármely két különböző sajátvektor skaláris szorzata nulla. Ellenőrizzük ezt az $A = [-3, 1, -1; 1, -5, 1; -1, 1, -3]$ mátrixra!

