

12. lecke 2. önellenőrző feladat

A termelési függvény alapján, annak adott változó szerinti parciális deriválásával felírhatók az egyes tényezők szerinti határtermelékenységek, melyek hányadosa – egyszerűsítések után – az alábbi technikai helyettesítési határráta.

$$MP_L = 2K^{0,25} \cdot 0,75 \cdot L^{-0,25}$$

$$MP_K = 2 \cdot 0,25 \cdot K^{-0,75} \cdot L^{0,75}$$

$$MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} = \dots = 3 \frac{K}{L}$$

Optimális erőforrás-kombinációban ennek meg kell egyeznie a tényezőárak arányával, akár adott költségshinthez keresünk maximális kibocsátást, akár adott kibocsátási szinthez keresünk minimális költséget.

$$3 \frac{K}{L} = \frac{120000}{0,25}$$

A fenti optimum-feltételből átrendezés után a következő összefüggés adódik: $K = 160000L$. (Ez egyébként a vállalat növekedési útjának egyenlete.)

Ezek után a megoldás menete eltérő attól függően, hogy adott kibocsátási szinthez vagy adott költségshinthez keressük az optimális tényezőkombinációt.

Ha kibocsátási szint adott – esetünkben 800 db – akkor a $800 = 2K^{0,25}L^{0,75}$ egyenletbe (ez tulajdonképpen a 800-as kibocsátási szinthez tartozó isoquant egyenlete) kell beírunk a növekedési útra kapott összefüggést. Ha K helyére behelyettesítjük a $160000L$ -t, akkor L -re 20 főt kapunk.

$$800 = 2 \cdot (160000L)^{0,25} L^{0,75} = 2 \cdot 160000^{0,25} L^{0,25} L^{0,75} = 2 \cdot 20 \cdot L^1$$

$$800 = 40L$$

$$L = 20$$

Ha a költségshint adott – mint pl. a feladat második részében, ahol $TC = 16$ millió – akkor pedig az isocost egyenes egyenletébe kell beírunk az optimum-feltétel alapján levezetett összefüggést. Az isocost egyenlete példánkban $16000000 = 120000L + 0,25K$. Ha K helyére behelyettesítjük a $160000L$ -t, akkor L -re 100 főt kapunk. A többi hiányzó érték egyszerűen visszahelyettesítéssel adódik.

A hosszú távú költségfüggvény levezetésénél szükségünk van a $K = 160000L$ optimum-

feltételre, ennek L -re rendezett $L = \frac{K}{160000}$ változatára, a $Q = 2K^{0,25}L^{0,75}$ termelési

függvényre, valamint a $LTC = 120000L + 0,25K$ költségfüggvényre. Joggal merül fel

bennünk, hogy hát íme itt van a költségfüggvény, mit kell még ezen levezetni? Csakhogy a feladatban az összköltséget Q és nem L , illetve K függvényében (mint felül) kell megadnunk.

Először is helyettesítsük be a termelési függvénybe K helyére a K -ra rendezett optimum-feltétel jobb oldalát, majd a formulát rendezzük L -re!

$$Q = 2 \cdot (160000L)^{0,25} L^{0,75} = 40L$$

$$L^* = \frac{Q}{40}$$

Utána tegyük meg ugyanezt az L -re rendezett optimum-feltétel jobb oldalával, s helyettesítsük be az L helyére, majd rendezzük a képletet K -ra!

$$Q = 2K^{0,25} \left(\frac{K}{160000} \right)^{0,75} = 2K^{0,25} K^{0,75} \left(\frac{1}{160000} \right)^{0,75} = 2K \cdot 0,000125 = 0,00025K$$

$$K^* = \frac{1}{0,00025} Q = 4000Q$$

Az előbbiekben kifejeztük az optimális L és K értékeket Q -val. Már csak az van hátra, hogy ezeknek a formuláknak a jobb oldalát beírjuk a költségfüggvénybe!

$$LTC = 120000 \left(\frac{Q}{40} \right) + 0,25 \cdot (4000Q) = 4000Q$$