

### 3. lecke 4. önellenőrző feladat

A hasznossági függvényt a könnyebb deriválás érdekében célszerű az alábbiak szerint átalakítani:

$$U(x, y) = yx(1 - 0,1x) = yx - 0,1yx^2$$

Az  $x$  termék határhasznossági (vagy más néven határhaszon) függvénye a fenti hasznossági függvény  $x$  változó szerinti parciális deriváltja. (A deriválási szabályokról, valamint a többváltozós függvények parciális deriválásáról részletes útmutatást ad a Módszertani segédlet... c. jegyzet!)

$$MU_x = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = y - 0,1y \cdot 2x = y - 0,2yx = y(1 - 0,2x)$$

A telítődési pont az a fogyasztási mennyiség, amely mellett a hasznossági függvény maximális értéket vesz fel. Ebben a pontban a határhaszon (amely a hasznossági függvény egyes pontjaiba húzott érintőinek meredekségével egyezik meg) zérus.

$$y(1 - 0,2x) = 0, \text{ ahol a feladat szövege szerint } y = 4.$$

$$4(1 - 0,2x) = 0$$

$$1 = 0,2x$$

$$x = 5$$

A telítődési pontot a fogyasztó 5 egység  $x$  termék elfogyasztása után éri el. Ekkor a hasznosság értéke (a kapott eredményt, valamint  $y = 4$ -t az  $U(x, y) = yx(1 - 0,1x)$  teljes haszon függvénybe visszaírva):  $U(5, 4) = 4 \cdot 5 \cdot (1 - 0,1 \cdot 5) = 10$ .

### 3. lecke 5. önellenőrző feladat

A feladat első részében a helyettesítési rátákat egyszerűen, az  $RS = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|$  formula alapján kapjuk.

$A$ -ból  $B$  pontba elmozdulva fogyasztónk 1 egységnyi  $x$  termékért cserébe ( $\Delta x = 3 - 2 = 1$ ) 25 egységnyi  $y$  termékről hajlandó lemondani ( $\Delta y = 50 - 75 = -25$ ). A helyettesítés aránya így módon 25.

$B$ -ből  $C$ -be történő elmozdulás esetén  $\Delta x = 5 - 3 = 2$ , valamint  $\Delta y = 30 - 55 = -20$ , RS pedig ezek alapján 10 egységnyi.

...

A feladat második részében azt feltételezzük, hogy fogyasztónk hasznosságérzetének alakulását az  $U(x, y) = x \cdot y$  függvény írja le. A táblázatban szereplő  $x$  és  $y$  értékek ezen függvénybe történő behelyettesítésével ugyanazon értékeket kell kapnunk, hiszen a táblázat minden egyes pontja azonos közömbösségi görbén helyezkedik el, tehát azonos hasznossági szintet képvisel. Jól látszik, hogy a táblázat az  $U = 150$  hasznossági szinthez tartozó közömbösségi görbe néhány pontját tartalmazza.

A vizsgált közömbösségi görbénk egyenlete a fentiek alapján  $150 = x \cdot y$ , melyet  $y$ -ra rendezve a következő formulát kapjuk:  $y = \frac{150}{x}$ , vagy másképpen  $y = 150x^{-1}$  (ez utóbbi alakot a későbbiekben könnyebb lesz deriválni).

A helyettesítési határráta ( $MRS$ ) a közömbösségi görbe egyes pontjaihoz húzott érintők meredeksége, amely a közömbösségi görbe képlete alapján differenciálszámítással a következő módon határozható meg:

$$MRS = \left| \frac{dy}{dx} \right| = \left| 150 \cdot (-1) \cdot x^{-2} \right| = \left| -\frac{150}{x^2} \right| = \frac{150}{x^2}$$

A feladat annak a pontnak a meghatározása, melyben  $MRS$  értéke 0,375.

$$\frac{150}{x^2} = 0,375$$

$$\frac{150}{0,375} = x^2$$

$$400 = x^2$$

$$x = 20$$

A keresett pont  $y$  koordinátáját az  $x$ -re kapott érték közömbösségi görbe képletébe való visszahelyettesítésével kapjuk:  $y = \frac{150}{x} = \frac{150}{20} = 7,5$ .