

Fgy. 20. old. 3. feladat

a) Az $U_0 = 10$ hasznossági szinthez tartozó közömbösségi görbe egyenlete a 10-es érték hasznossági függvénybe való behelyettesítésével, átrendezés után adódik.

$$U(x, y) = \sqrt{xy^3}$$

$$U_0 = 10$$

$$10 = \sqrt{xy^3}$$

$$100 = xy^3$$

$$\frac{100}{x} = y^3$$

$$y = \sqrt[3]{\frac{100}{x}}$$

b) A helyettesítési határráta a határhasznok hányadosa: $MRS = \frac{MU_x}{MU_y}$.

A hasznossági függvény a következő formában is felírható: $U(x, y) = x^{0,5}y^{3 \cdot 0,5} = x^{0,5}y^{1,5}$. Ezzel a képlettel dolgozva a deriváltak egyszerűbben adódnak.

$$MU_x = 0,5x^{-0,5}y^{1,5}$$

$$MU_y = x^{0,5}1,5y^{0,5}$$

A helyettesítési határráta ezek alapján: $MRS = \frac{1}{3} \frac{y}{x}$.

c) Azt a pontot keressük, ahol a közömbösségi görbe meredeksége -0,5, vagyis ahol a helyettesítési határráta 0,5.

$$\frac{1}{3} \frac{y}{x} = 0,5$$

$$x = \frac{2}{3}y$$

Adott tehát egy két egyenletből álló kétismeretlenes egyenletrendszer, ahol az egyik egyenlet a konkrét közömbösségi görbe képlete: (1) $100 = xy^3$ (itt most könnyebb megoldás érdekében a fenti alakok közül ezt választottam, lásd az a) kérdésnél); a másik egyenlet pedig az előbbi:

$$(2) \ x = \frac{2}{3}y.$$

Az (1) egyenletbe (2)-t behelyettesítve:

$$100 = \frac{2}{3}y \cdot y^3 = \frac{2}{3}y^4$$

$$150 = y^4$$

$$y = \sqrt[4]{150} = 3,49964$$

$$x = \frac{2}{3} \cdot 3,49964 = 2,333$$

Megjegyzés: a feladatgyűjtemény 89. oldalán található megoldás utolsó sorában szereplő képlet hibát tartalmaz, a képlet helyesen $10 = \sqrt{xy^3}$.