



## Mikroökonómia

2013/2014. tanév, őszi félév  
távoktatási tagozat, e-learning képzés

---

---

---

---

---

---

---

---



## Az oktató/tutor adatai

- **Dr. Koppány Krisztián PhD**  
egyetemi adjunktus
- személyes fogadóóra időpontja és helye: keddenként 10:00, igazgatási épület 616. szoba (*vizsgaidőszakban kizárólag e-mailen történő egyéni egyeztetés szerint történik a konzultáció*)
- telefon: 96/503-400 31-64-es mellék
- e-mail: [koppanyak@kukac.sze.hu](mailto:koppanyak@kukac.sze.hu)
- honlap: <http://rs1.sze.hu/~koppanyak/web/>
- **a kommunikáció elsődleges csatornája: az elektronikus oktatási keretrendszer (coedu)**

---

---

---

---

---

---

---

---



## Mikroökonómia távoktatási csomag

- elektronikus oktatási keretrendszer (coedu)
  - átfogó tanulási útmutató
  - modulok, leckék (6 modul, 21 lecke)
  - tanulási útmutató, követelmények, tevékenységek, önellenőrző feladatok
  - modulzáró feladatok
- nyomtatott tananyag
  - tankönyv
  - példatár
  - módszertani segédlet
- kiegészítő tankönyv (nem része a tankönyvcsomagnak): Farkas-Koppány [2006]: *Közgazdaságtan*. Mikro- és makroökonómiai ismeretek mindennapi használatra. Universitas-Győr Non-profit Kft.

---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
uni

## Coedu keretrendszer

- coedu.sze.hu (<http://coedu.sze.hu/>) (www nem kell!!!)
- belépés
  - felhasználó név: e-NEPTUN
  - születési dátum: ééééhhnn

A Coedu rendszerben minden tanulóknak saját felhasználói neve és jelszava kell legyen. Kérem, a belépéskor használja a fenti címet felhasználói néven.  
Ha a Coedu rendszer használatával kapcsolatban technikai kérdése van, kérjük, az alábbi e-mail címre írjon: [k.koppany@sze.hu](mailto:k.koppany@sze.hu)

Figyeljen! Ha Ön internet Explorer 8-as verziót használ, az Előkövetők menüben be kell kapcsolnia az ún. kompatibilitási módot!

Koppány Krisztián, SZE

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
uni

## A tankönyvcsomag

- kötelező irodalom coeduhoz
  - Solt Katalin: *Mikroökönómia*. Tri-Mester, 2007.
  - Eszterhainé Daruka Magdolna – Simanovszky Zoltán: *Mikroökönómiai feladatok*. Tri-Mester 2003.
  - Koppány Krisztián: *Módszertani segédlet és kiegészítő példatár a Mikroökönómia c. tárgyhoz*. Universitas Kht. 2005.
- ajánlott irodalom
  - Farkas Péter – Koppány Krisztián: *Közgazdaságtan. Mikro- és makroökönómiai alapismeretek mindennapi használatra*. UNIVETSITAS – Győr Kht. 2006, 1-7. fejezetek

Koppány Krisztián, SZE

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
uni

## Előkészületek

- az oktatási keretrendszerrel való megismerkedés
  - szükséges bővítmények (pl. MathPlayer)
  - funkciók (levelezés, fórum: tutori tanácsok)
  - átfogó tanulási útmutató
- a tankönyvcsomag kézhez vétele, a könyvek áttekintése, előszó
- a könyvek funkciói, részei
- a nyomtatott tananyag és a coedus keretrendszer felépítése
- saját jegyzetfüzet

Koppány Krisztián, SZE

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## A tanulás megkezdése

- tanulószervezési kérdések
  - a tárgyak nehézségi foka eltérő
  - eltérő felkészülési idők és konzultációs igény
  - felkészülési sorrend
  - a mikroökonómiából a felkészülést időben el kell kezdeni!!!
- a rossz tanulási módszer
  - az oktatási keretrendszer utasításainak figyelmen kívül hagyása vagy eltérés azoktól
  - a nyomtatott tananyag saját módszerrel történő önálló feldolgozása

---

---

---

---

---

---

---

---

## A felkészülés menete

- a jó módszer
  - lecként haladva, az oktatási keretrendszer utasításait követve
  - a tanulási útmutató alapján a tananyag feldolgozása a tankönyvből, jegyzetelés, ábrák felrajzolása (kihagyott részek!)
  - a követelmény-tevékenység párok
  - a tevékenységek végrehajtása, a kijelölt (!) feladatok megoldása (segítség a példatárak megoldás részében és az oktatói honlapon)
  - önellenőrző és modulzáró feladatok megoldása
- tanulási idők, gyakorlásigényesség
- alaposság

---

---

---

---

---

---

---

---

## A tárgy webmappájának tartalma

- a tárggyal kapcsolatos alapvető tudnivalók, tanulás-módszertani tanácsok
- bizonyos témakörökből mintapéldák megoldásokkal
- példatárbeli, valamint önellenőrző és modulzáró feladatok megoldásai részletes magyarázatokkal
- **hibalisták!**

---

---

---

---

---

---

---

---

## A mikroökonómia vizsga

- a vizsga időtartama: 50 perc, „mehet” gomb
- a tutor nincs jelen a vizsgán
- mellékszámítások és válaszadó lap
- elérhető maximum: 30 pont
- értékelés: 15 pont alatt elégtelen, 15-18 pont elégséges, 19-21 pont közepes, 22-24 pont jó, 25-30 pont jeles
- részpontoszámok

---

---

---

---

---

---

---

---

## A vizsgateszt felépítése

- mintafeladatok: önellenőrző és modulzáró feladatok
- 1. feladatcsoport: feleletválasztós tesztek, szókitöltős, ábra-hozzárendelési feladatok stb. (12 pont)
- 2. feladatcsoport: kisebb számítási példák, táblázatkitöltés (8 pont)
- 3. feladatcsoport: nagyobb számítási példák, optimalizációs feladatok (10 pont)

---

---

---

---

---

---

---

---

## Példa feleletválasztós tesztre

Az alábbiak közül mely közgazdasági problémák tartoznak a mikroökonómia tárgyköréhez?

- most vagy jövőre vásároljanak új tv-készüléket Kovácsék?
- milyen kamatszintet határozzon meg a jegybank az inflációs célkitűzés eléréséhez?
- elvállalja-e Kovács úr a neki felkínált munkát vagy inkább várjon egy kedvezőbb ajánlatra?
- hogyan reagál Magyarország külkereskedelmi mérlege a forint árfolyamának erősödésére?
- mekkora a maximális nyereséget biztosító kibocsátása egy alkatrészgyártó vállalatnak?
- hány százalékkal képes megnövelni egy vállalat termékei iránti keresletet, ha a reklámkiadásokat a duplájára emelik?

---

---

---

---

---

---

---

---

## Példa szókitöltős feladatra

1 reáljövedelem	5 termelési tényezők
2 tőkeállomány	6 nomináljövedelem
3 gazdaság	7 profitszerzés
4 szükségletek	8 javak

Egészítse ki az alábbi mondatokat az 1-8 számokkal jelölt szavakkal.

- A vállalkozó tevékenységének célja a ...
- A ... olyan termelt javak összessége, amelyeket további termelési folyamatokban használnak fel.
- A ... olyan hasznos dolgok, amelyek ... kielégítésére alkalmasak, s ezáltal növelik jólétünket.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Példa táblázatkitöltésre

- egy vállalkozás tőkeállománya 5 millió forint, ez rövid távon fix
- a havi tőkeköltség 2%
- egy alkalmazott havi bérköltsége 100.000 Ft

L	Q	FC	VC	TC	MC	AFC	AVC	AC
0	0	100000	0	100000	-	-	-	-
2	100	100000	200000	300000	2000	1000	2000	3000
4	180	100000	400000	500000	2500	556	2222	2778
6	240	100000	600000	700000	3333	417	2500	2917
8	280	100000	800000	900000	5000	357	2857	3214
10	300	100000	1000000	1100000	10000	333	3333	3667

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Közgazdasági alapmodellek

A választási lehetőségek (költségvetési egyenes, transzformációs görbe) és piaci mechanizmus modellje (Marshall-kereszt)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Matematikai eszköztár: koordináta-rendszer, függvények

- tengelyek, közgazdasági változók
- pontok, közgazdasági változók közötti kapcsolatok
  - azonos irányú kapcsolat
  - ellentétes irányú kapcsolat
  - két változó függetlensége
- függvények
  - közgazdasági példák
    - termelési függvény
    - költségfüggvény
    - költségvetési egyenesek (lineáris függvények)
    - transzformációs görbe (TLH)
  - a függvénygörbe alakja, jellemzői
    - növekvő/csökkenő függvény, meredekség
    - szélsőértékek (globális, lokális)
    - tengelymetszetek

---

---

---

---

---

---

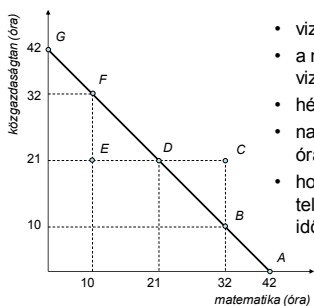
---

---

---

---

## Példa: választási lehetőségek a tanulás során



- vizsgaidőszak van
- a matek és a közgaz vizsgát egy napra tettük
- hét nap van hátra
- naponta átlagosan 6 óránk van a felkészülésre
- hogyan oszthatjuk be a teljes felkészülési időnket?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Korlátozó feltételek a fogyasztásban

- egy elsőéves egyetemi hallgató a 4930 Ft-os mobilegyenleggel kezdi meg a tanévet
- a mobiltelefont csak két célra használja
  - szülők hívása: vezetékess hálózatba történő hívás, kedvezményes időszakban, 29 Ft/perc
  - barát/nő/barát hívása: hálózaton belüli hívás, éjszaka, díja 17 Ft/perc

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Jelölések

- a fogyasztásra költött pénzösszeg:  $I$   
(esetünkben  $I = 4930$  Ft)
- a termékekből vásárolt (vásárolható) mennyiség:  
 $x$  és  $y$ 
  - szülőkkkel való beszélgetési idő percben ( $x$ )
  - barátnővel/baráttal való beszélgetési idő percben ( $y$ )
- az egyes termékek árai:  $p_x$  és  $p_y$ 
  - hívás vezetékös hálózatba, csúscsidőszakban ( $p_x = 29$ )
  - éjszakai hívás, hálózaton belül ( $p_y = 17$ )

---

---

---

---

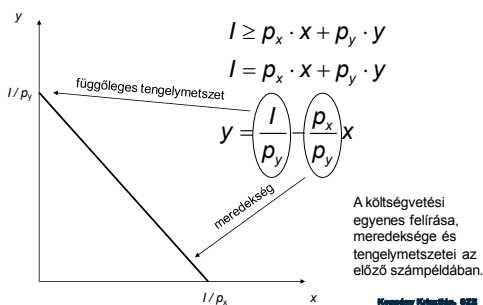
---

---

---

---

## Költségvetési halmaz és költségvetési egyenes általában




---

---

---

---

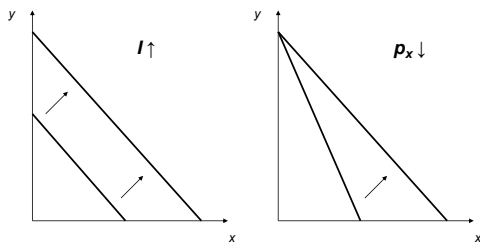
---

---

---

---

## A költségvetési egyenes elmozdulásai



A fenti változások értelmezése a korábbi konkrét példánkban.

---

---

---

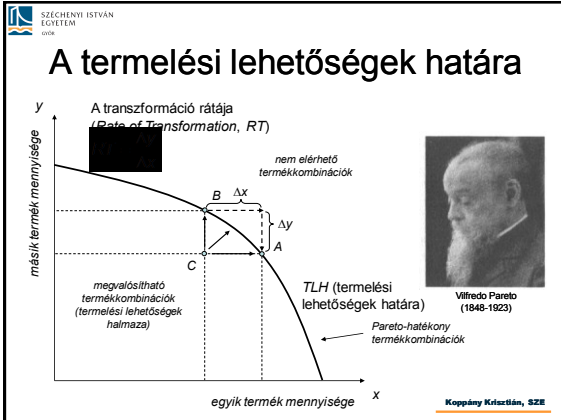
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1825

## Példa: a transzformációs görbe

Egy országban két terméket (x és y) termelnek. A termelési lehetőségek határa görbe egyenlete:

$$y = 72 - \frac{x^2}{18}$$

a) Adja meg a görbén lévő kiválasztott pontok hiányzó koordinátáit az alábbi táblázatban:

b) Rajzolja meg a TLH görbe grafikonját!

c) Hogyan alakul az x termék alternatív költsége, ha fokozatosan növeljük a kibocsátását?

x	y	RT
0		
6		
	64	
18		
	40	
	22	
	0	

Koppány Krisztián, SZTE

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1825

## A „választási” modell univerzalitása

- alkalmazási lehetőségek
  - költségvetési halmaz, költségvetési egyenes
  - termelési lehetőségek, transzformációs görbe
- univerzális üzenet
  - korlátozott lehetőségek, szűkösség, gazdálkodás
  - trade-off, az alternatív költség fogalma
  - hatékonyság a termelésben és az elosztásban
  - miel foglalkozik a közgazdaságtan?

„A közgazdaságtan azt tanulmányozza, hogy a társadalmak miként használják a szűkös erőforrásokat értékes termékek előállítására, és hogyan osztják el ezeket a társadalom tagjai között.” (Samuelson-Nordhaus)

  - következő kérdés: hol és hogyan történik az elosztás?

Koppány Krisztián, SZTE

---

---

---

---

---

---

---

---


---

---

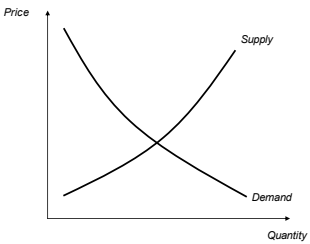


SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1825

## A piac modellje: Marshall-kereszt



Alfred Marshall (1842-1924)



Price

Quantity

Supply

Demand

Kapcsolódó Kérdések, SZSE

---

---

---

---

---

---

---

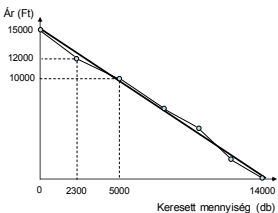
---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1825

## Alapvető keresetelemzési módszerek a gyakorlatban

- kit érdekel a kereslet alakulása?
- piackutatás, kérdőíves felmérések
- a piackutatási eredmények prezentációja

Piaci ár (Ft)	Keresett mennyiség (db)
15 000	0
12 000	2 300
10 000	5 000
7 000	7 800
5 000	10 000
2 000	12 000
0	14 000



Ár (Ft)

Keresett mennyiség (db)

---

---

---

---

---

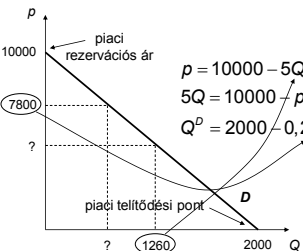
---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1825

## Az elméleti keresleti görbe és egy kis elemi matematika...



piaci rezervációs ár

piaci telítődési pont

$p = 10000 - 5Q$

$5Q = 10000 - p$

$Q^D = 2000 - 0,2p$

- a legegyszerűbb egyváltozós függvénykapcsolat
- a lineáris keresleti görbe formulájának meghatározása
- az inverz görbe ábrázolása, a tengelymetszetek meghatározása a lineáris keresleti görbe képlete alapján

Kapcsolódó Kérdések, SZSE

---

---

---

---

---

---

---

---

## Példa: a keresleti függvény kezelése

- Egy termék piacán a vevők 800 Ft-os ár esetén már egyetlen darabot sem vásárolnak. Tudjuk, hogy ha az ár 10 forinttal csökken, akkor a kereslet mindig 50 darabbal emelkedik meg.
  - Határozza meg, hogy maximálisan mennyit igényelhetnek a vevők a termékből? (Mennyi lenne a kereslet, ha ingyen juthatnának a termékhez?)
  - Ábrázolja a szöveges információk alapján a keresleti görbét!
  - Adja meg a keresleti görbe egyenletét mindkét formában: Q-ra rendezett (normál) és p-re rendezett (inverz) alakban!
  - A keresleti függvény egyenlete alapján határozza meg a kereslet nagyságát a  $p=750$  Ft/db,  $p=700$  Ft/db,  $p=400$  Ft/db,  $p=300$  Ft/db és  $p=120$  Ft/db esetére!
  - A keresleti függvény egyenlete alapján határozza meg, hogy milyen ár esetén lesz a kereslet nagysága 100 db, 200 db, 400 db, illetve 600 db! (Vegye észre, hogy az előző pontban feltett kérdésre a keresleti görbe Q-ra, erre a kérdésre pedig a keresleti görbe p-re rendezett alakjából kiindulva kapható meg egyszerűbben a válasz).

---

---

---

---

---

---

---

---

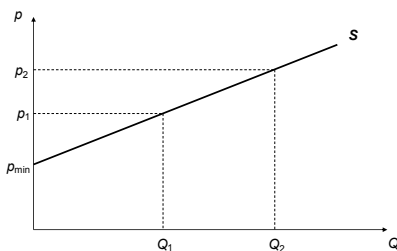
---

---

---

---

## A piaci kínálati görbe




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Példa: a kínálati függvény kezelése

- Egy piac legalacsonyabb áron értékesítő vállalata 1500 Ft-os ár esetén hajlandó a piacra lépni, ennél alacsonyabb ár esetén nem jelenik meg kínálatl. Minden egy forintos áremelkedés esetén 100 db-bal emeli az eladni szándékozott mennyiséget.
  - Ábrázolja a kínálati függvényt!
  - Írja fel a kínálati függvény egyenletét!
  - Határozza meg a kínálatot a következő árak esetén:  $p=1400$  Ft/db,  $p=1500$  Ft/db,  $p=1600$  Ft/db,  $p=2000$  Ft/db,  $p=3842$  Ft/db!
  - Milyen árak esetén lesz a kínálat  $Q=100$  db,  $Q=1500$  db,  $Q=10000$  db,  $Q=20000$  db?

---

---

---

---

---

---

---

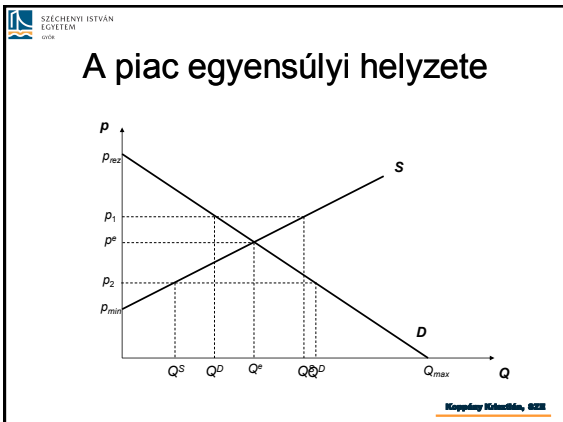
---

---

---

---

---




---

---

---

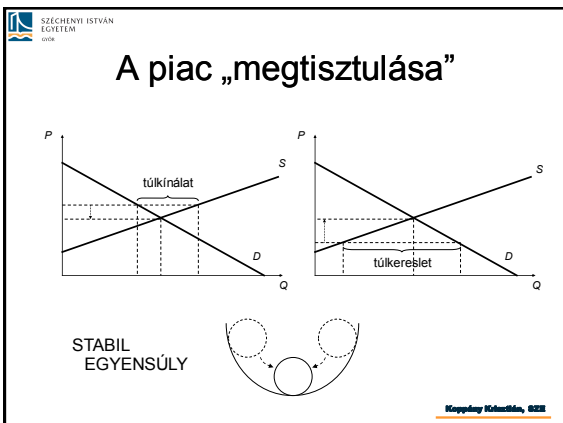
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1000

## Példa: a piaci egyensúly meghatározása

- Egy termék piacát a következő függvények írják le:  $Q = 0,1p - 100$  és  $Q = 2400 - 0,3p$ .
  - Döntse el, hogy a két egyenlet közül melyik adja meg a keresleti és melyik a kínálati függvényt! Allítását támassza alá!
  - Határozza meg, hogy mennyi terméket igényelnek a fogyasztók, ha ingyen juthatnak hozzá a termékekhez!
  - Mekkora az az ár, ahol a fogyasztók már nem vásárolnak terméket?
  - Milyen ár alatt nem lépnek ki a cégek a piacra?
  - Ábrázolja az előzőeket bemutató összefüggéseket a megszokott koordinátarendszerben!
  - Jelölje a tengelyeken lévő változókat, mértékegységeket! Jelölje a tengelymetszéspontok koordinátáit.
  - Határozza meg, hogy milyen ár mellett kerül egyensúlyba a piac!
  - Mekkora termékmennyiség cserél gazdát az egyensúlyi ár esetén?
  - Vizsgálja meg a piac helyzetét  $P=5000$  Ft/db és  $P = 6800$  Ft/db-os áron! Mutassa meg az egyensúlytalanság mértékén az ábrán! (Jelölje be a kereslet és a kínálat eltéréseit ezeknél az árszinteknél!)

Koppány Kálmán, SZSE

---

---

---

---

---

---

---

---

## Egy bonyolultabb számpélda: a Marshall-kereszt alkalmazása

- kitalált példa: kisvárosi piac, tojás
- a keresleti függvény  $Q^D = 12000 - 8000 \frac{p}{p_h}$
- a kínálati függvény  $Q^S = 250p - 2p_i$
- a tojás ára a hipermarketekben és a takarmány ára adottság (exogén változók)

$$p_h = 20 \quad p_i = 2125$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## Mellékszámítások

$$Q^D = 12000 - 8000 \frac{p}{20} = 12000 - 400p$$

$$400p = 12000 - Q$$

$$p = 30 - \frac{1}{400}Q$$

$$Q^S = 250p - 2 \cdot 2125 = 250p - 4250$$

$$250p = Q + 4250$$

$$p = \frac{1}{250}Q + 17$$

---

---

---

---


---

---

---

---

## Kapcsolódó feladatok

- rajzolja fel az inverz keresleti és kínálati görbét! 
- határozza meg és ábrázolja a piac állapotát
  - ha az ár 28 Ft/db,
  - illetve ha az ár 20 Ft/db!

---

---

---

---

---

---

---

---

## További mellékszámítások

$$p = 28$$

$$Q^D = 12000 - 400 \cdot 28 = 800$$

$$Q^S = 250 \cdot 28 - 4250 = 2750$$

$$Q^S > Q^D$$

$$p = 20$$

$$Q^D = 12000 - 400 \cdot 20 = 4000$$

$$Q^S = 250 \cdot 20 - 4250 = 750$$

$$Q^D > Q^S$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Kapcsolódó feladatok (folytatás)

- határozza meg a piaci egyensúlyi árat és mennyiséget!  $Q^D = Q^S$   
 $12000 - 400p = 250p - 4250$   
 $16250 = 650p$   
 $p^e = 25 \quad Q^e = 2000$

- hogyan befolyásolja a keresleti és kínálati viszonyokat, ha a hipermarketekben a tojás ára megduplázódik, a takarmány ára pedig 2000 Ft-tal nő?
- rajzolja fel az új helyzetnek megfelelő keresleti és kínálati görbét!
- határozza meg az új egyensúlyi árat és mennyiséget!

---

---

---

---

---

---

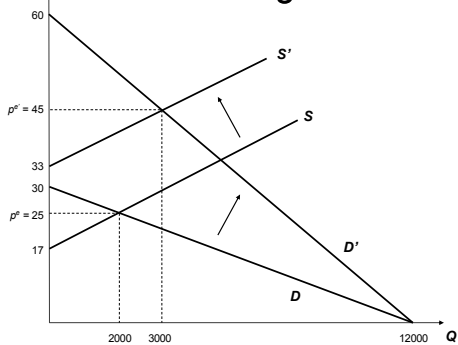
---

---

---

---

## A feladat megoldása




---

---

---

---

---

---

---

---

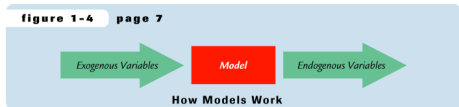
---

---

## Hogyan működnek és mire valók a közgazdasági modellek?

- a lényeges összefüggések megragadása, egyszerűsítés
- építőelemek
  - endogén változók
  - exogén változók
  - feltevések
- magyarázó- és előrejelző-képesség

figure 1-4 page 7




---

---

---

---

---

---

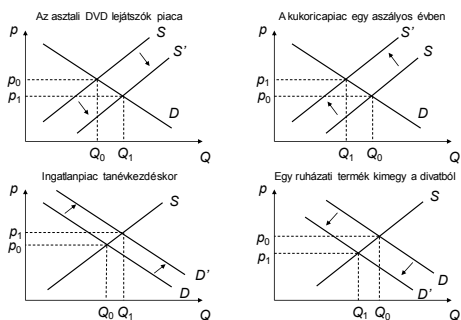
---

---

---

---

## A piacmodell alkalmazása




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Mikroökonómiai optimumfeladatok megoldási módszerei

Alapvető deriválási szabályok.  
Feltételes szélső érték feladatok megoldása.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Mit jelent az optimalizálás?

- feltételes szélsőérték-feladat
- döntési helyzet feltárása
- egyszerűsítő feltevések, modellek
- döntési változók azonosítása
- választási lehetőségek, korlátozó feltételek
- döntési kritérium, célfüggvény, racionális magatartás, optimum: maximum- vagy minimum
- a gazdálkodás fogalma, alkalmazási területek

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## A hasznosság maximalizálása

- egyváltozós hasznossági függvények
- a határhaszon fogalma
- a határhaszon mint differenciahányados
- a határhaszon mint differenciálhányados
- a legfontosabb deriválási szabályok
- egyváltozós hasznossági függvények szélső értékeinek meghatározása deriválással

Kapcsolódó irodalom: Koppány Krisztián [2005]: Módszertani segédlet... Universitas-Győr Kft. 17-19., 36-41., 46-47. o.

---

---

---

---

---

---

---

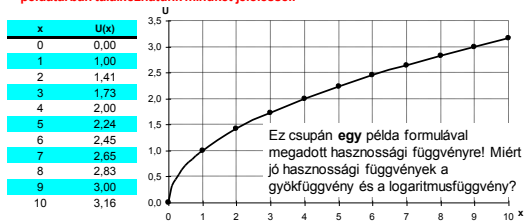
---

---

---

## Egyváltozós hasznossági függvény

A hasznossági függvény jelölése U vagy TU. Mind a tankönyvben, mind a példatárban találkozhatunk mindkét jelöléssel!



Az  $U(x) = \sqrt{x}$  hasznossági függvény néhány pontja és grafikonja

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1000

## A határhaszon fogalma

x	Total Utility (TU)	Marginal Utility (MU)
0	0	-
2	7	3,5
5	13	2
10	20	1,4

$$MU = \frac{\Delta TU}{\Delta X}$$

Koppány Kálmán, SZTE

---

---

---

---

---

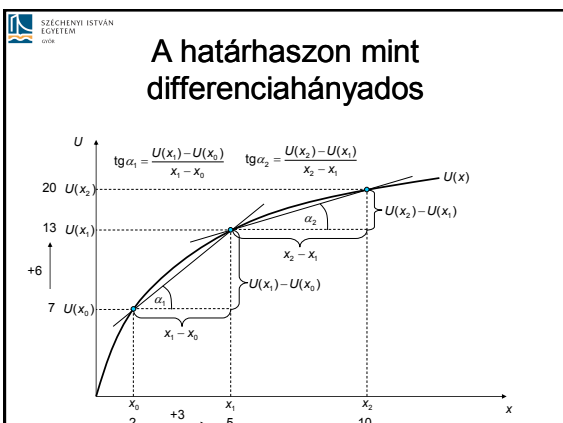
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

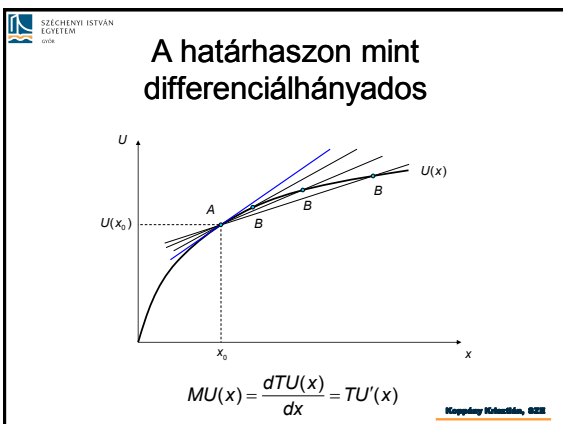
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## A legfontosabb deriválási szabályok...

$$f(x) = x^a \quad f'(x) = a \cdot x^{a-1}$$

$$f(x) = x^5 \quad f'(x) = 5x^4$$

$$g(x) = x^2 \quad g'(x) = 2x$$

$$h(x) = x \quad h'(x) = 1 \cdot x^0 = 1$$

$$f(x) = 2x^3 \quad f'(x) = 2 \cdot 3 \cdot x^2 = 6x^2$$

$$g(x) = 2x \quad g'(x) = 2 \cdot 1 \cdot x^0 = 2$$

$$h(x) = 7 \quad h'(x) = 0$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## ... és alkalmazásuk

$$TU(x) = \sqrt{x} = x^{0.5} \quad MU(x) = TU'(x) = 0,5 \cdot x^{-0.5} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$TU(x) = 5x^{0.2} \quad MU(x) = 5 \cdot 0,2 \cdot x^{-0.8} = \frac{1}{x^{0.8}}$$

$$TU(x) = 2x^{\frac{2}{3}} \quad MU(x) = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot x^{-\frac{1}{3}} = \frac{4}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$TU(x) = 6x - x^2 \quad MU(x) = 6 - 2x$$

$$U(x) = \ln x \quad U'(x) = \frac{1}{x}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Szélső érték meghatározása deriválással

- vegyünk egy telítődési ponttal rendelkező hasznossági függvényt pl.  $U(x) = 6x - x^2$
- ábrázoljuk!
- értelmezzük a telítődési pontot!
- határozzuk meg a függvény maximumhelyét a derivált (határháson függvény) zérushelye segítségével!
- ezzel az optimumfeladatok megoldásának egyik (bár nem minden esetben legkényelmesebb) módszerét elő is készítettük!

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Feltételes szélsőérték-feladatok megoldása: a legegyszerűbb módszer

- kétváltozós korlátozó feltételek értelmezése és felírása
  - gyakorlatias példák
  - költségvetési halmaz és költségvetési egyenes
  - tengelymetszet, meredekség
  - eltolódások, elfordulások
- kétváltozós célfüggvények értelmezése
- az optimális megoldás meghatározása
  - az egyik változót kifejezzük a korlátozó feltételből
  - a kapott formulát a hasznossági függvénybe írjuk
  - egyváltozós hasznossági függvényt kapunk
  - ennek szélső értéke a korábbiak alapján meghatározható

Kapcsolódó irodalom: Koppány [2005] 19-20., 75. és 79. o.

Koppány Kálmán, SZTE

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Korlátozó feltételek a fogyasztásban

- egy elsőéves egyetemi hallgató a 4930 Ft-os mobiljelelleggel kezdi meg a tanévet
- a mobiltelefont csak két célra használja
  - szülőök hívása: vezetékes hálózatba történő hívás, kedvezményes időszakban, 29 Ft/perc
  - barátnő/barát hívása: hálózaton belüli hívás, éjszaka, díja 17 Ft/perc

Koppány Kálmán, SZTE

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Jelölések

- a fogyasztásra költött pénzösszeg:  $I$   
(esetünkben  $I = 4930$  Ft)
- a termékekből vásárolt (vásárolható) mennyiség:  $x$  és  $y$ 
  - szülőökkel való beszélgetési idő percben ( $x$ )
  - barátnővel/baráttal való beszélgetési idő percben ( $y$ )
- az egyes termékek árai:  $p_x$  és  $p_y$ 
  - hívás vezetékes hálózatba, csúcsidőszakban ( $p_x = 29$ )
  - éjszakai hívás, hálózaton belül ( $p_y = 17$ )

Koppány Kálmán, SZTE

---

---

---

---

---

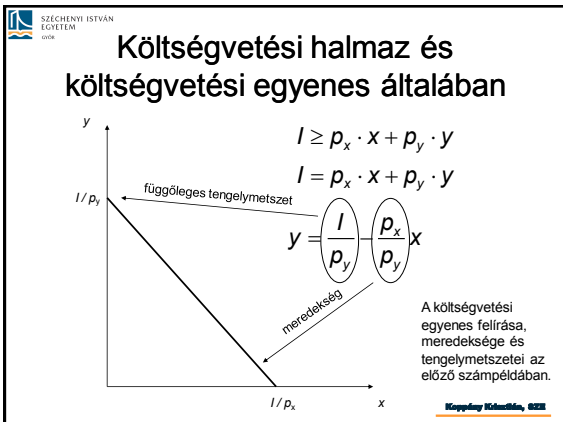
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

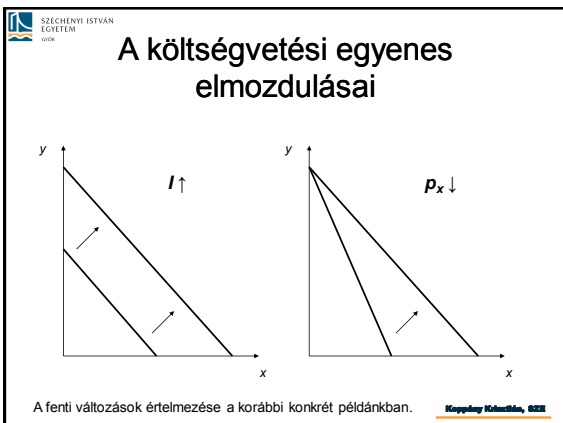
---

---

---

---

---




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1000

## A célfüggvény és a teljes optimumfeladat

- tételezzük fel, hogy a telefonhívásokból származó hasznosság a következő függvény szerint alakul:  $U(x, y) = x \cdot y$
- hogyan használja fel a fenti fogyasztó a leghasznosabb módon a 4930 Ft-os egyenleget?
- a célfüggvény és a korlátozó feltétel felírása

Központi Képzés, SZÉ

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## A megoldás lépései

- fejezzük ki az egyik változót a korlátozó feltételből
- a kapott formulát helyettesítsük be a célfüggvénybe
- a célfüggvény egyváltozósá alakult
- keressük meg az egyváltozós célfüggvény maximumhelyét
- a korlátozó feltételbe való visszahelyettesítéssel határozzuk meg a másik változó optimális értékét

---

---

---

---

---

---

---

---

## Optimumfeladatok egy másik megoldási módszere

- fontos előzetes tudnivalók
  - ez a megoldási módszer bír a legtöbb közgazdasági tartalommal
  - a megoldás lényege grafikusán jól szemléltethető
  - kétváltozós esetben a leginkább ajánlott eljárás
- a kétváltozós hasznossági függvények szintvonalai, közömbösségi görbék
- az optimális megoldás grafikus szemléltetése
- a helyettesítési ráta és helyettesítési határráta
- a parciális deriválás, kétváltozós hasznossági függvények parciális deriváltjai
- MRS meghatározása parciális deriváltak segítségével
- az  $MRS =$  költségvetési egyenes meredeksége optimumfeltétel alapján történő megoldás menete

---

---

---

---

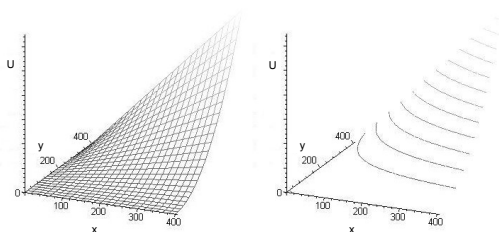
---

---

---

---

## Kétváltozós hasznossági függvény diagramja és szintvonalai




---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1054

## Jól viselkedő közömbösségi görbék

Koppány Kálmán, SZSE

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1054

## A fogyasztó optimális választása

A költségvetési egyenes érinti az elérhető maximális hasznossági szinthez tartozó közömbösségi görbét.

A költségvetési egyenes meredeksége megegyezik a közömbösségi görbe adott pontban mért meredekségével.

Koppány Kálmán, SZSE

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1054

## A helyettesítési ráta

$$MU_x = \frac{\Delta U(x, y)}{\Delta x} \quad MU_y = \frac{\Delta U(x, y)}{\Delta y}$$

$$\Delta U = \Delta x \cdot MU_x \quad \Delta U = \Delta y \cdot MU_y$$

$$RS = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right| \quad \Delta x \cdot MU_x + \Delta y \cdot MU_y = 0$$

$$\Delta x \cdot MU_x = -\Delta y \cdot MU_y$$

$$\frac{MU_x}{MU_y} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|$$

Kapcsolódó irodalom: Koppány [2005] 69-75. o.

Koppány Kálmán, SZSE

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1000

## A helyettesítési határráta

$$MRS = \left| \frac{dy}{dx} \right|$$

$$MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}}$$

Kapcsolódó irodalom: Koppány [2005] 69-75. o.

Koppány Kálmán, SZTE

---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1000

## Parciális deriválás

$$U(x,y) = x \cdot y \quad \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = y \quad \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = x$$

$$U(x,y) = 3 \cdot x^2 \cdot y^3 \quad \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = 6 \cdot x \cdot y^3 \quad \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = 9 \cdot x^2 \cdot y^2$$

$$U(x,y) = \sqrt{x \cdot y} \quad \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{y}{x}} \quad \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x}{y}}$$

Kapcsolódó irodalom: Koppány [2005] 66-68. o.

Koppány Kálmán, SZTE

---

---

---

---

---

---

---

---

SZÉCHENYI ISTVÁN  
EGYETEM  
1000

## A megoldás lépései – a telefonos mintapédán keresztül

- a határhasználtsági függvények meghatározása
- az optimumfeltétel formális felírása
- az optimumfeltétel egyik változóra való rendezése és visszahelyettesítése a korlátozó feltételbe
- az így módon egyváltozósá alakult korlátozó feltétel megoldása
- a másik változó optimális értékének meghatározása visszahelyettesítéssel

Koppány Kálmán, SZTE

---

---

---

---

---

---

---

---

## Optimális megoldás egy másfajta preferencia-rendezés esetén

- legyen most a fogyasztó hasznossági függvénye  $U(x, y) = x \cdot y^2$
- hogyan értelmezhetjük a preferenciák ilyen fajta változását?
- hogyan alakulnak ebben az esetben az optimális beszélgetési időtartamok?

---

---

---

---

---

---

---

---

## Optimumfeladatok a mikroökonomia tananyagban

- optimális fogyasztási szerkezet: a maximális hasznosságot biztosító fogyasztói kosár
- optimális munkavállalói döntés: a maximális életminőséget biztosító szabadidő-jövedelem kombináció
- optimális intertemporális választás: a maximális hasznosságot biztosító jelenbeli és jövőbeli fogyasztás kombináció
- optimális erőforrás-felhasználás
  - adott költségkerettel megvalósítható maximális kibocsátás
  - adott kibocsátás minimális költséggel
- mindig adott preferenciákkal és technológiákkal dolgozunk

---

---

---

---

---

---

---

---

## Példa: optimális munkavállalói döntés

- Egy munkavállaló számára a szabadidő és a bérjének együttes hasznosságát az  $U(sz, j) = (sz - 8)j$  függvény írja le, ahol  $sz$  a napi szabadidő mennyisége órákban,  $8 < sz \leq 24$ ,  $j$  pedig a napi jövedelmet jelöli.
  - Ábrázolja az életminőség közömbösségi térképét néhány közömbösségi görbe segítségével!
  - Ábrázolja az életminőség költségvetési egyenesét 300, 420 és 650 Ft-os órabér mellett!
  - Mekkora az optimális munkamennyiség 300 Ft-os órabér esetén? Mekkora a napi bérjövedelem?

---

---

---

---

---

---

---

---

## Példa: optimális intertemporális allokáció

- Tamás most írt alá egy kétéves, 8 millió Ft összegű megbízási szerződést. A megbízási díjat két részletben kapja: idén 5 millió Ft-ot, jövőre 3 milliót. A kamatláb 10 százalékos, Tamás intertemporális hasznossági függvénye  $U(C_1, C_2) = \ln C_1 + \ln C_2$ .
  - Határozza meg Tamás optimális intertemporális allokációját!
  - Ábrázolja a szituációt!
  - Megtakarító vagy hitelfeltevő pozícióban van Tamás az első időszakban

---

---

---

---

---

---

---

---

## Példa: optimális tényezőfelhasználás

- A termelési technológiát egy  $Q = 2K^{0.4}L^{0.6}$  alakú Cobb-Douglas-féle termelési függvény írja le.
- A rendelkezésre álló költségkeret 75 millió Ft, a munka után fizetett tényezőjövedelem 120 ezer Ft, a tőke utáni kamat pedig 20 százalékos.
  - Határozza meg az adott költségkeretből megvalósítható maximális kibocsátási szintet és az ehhez tartozó optimális tényezőkombinációt!
  - Határozza meg a 100 ezer darabos kibocsátási szinthez tartozó, minimális költséget biztosító, optimális tényezőkombinációt! Mekkora ez a minimális költség?

---

---

---

---

---

---

---

---

## További nehezebb témakörök

- rugalmassági mutatók
- profitmaximalizálás, optimális kibocsátási nagyság
- piaci szerkezetek
  - versenypiac és monopólium
  - árdiszkriminációs stratégiák monopolerő esetén
  - Cournot- és Stackelberg-duopólium
- vállalatok munkakereslete, optimális tényezőfelhasználás és kibocsátás az inputpiac oldaláról

---

---

---

---

---

---

---

---





## Keresletelemzés rugalmassági mutatókkal

A rugalmassági mutatókról általában. A kereslet árrugalmassága. A középponti formula. Az árrugalmasság és az árbevétel kapcsolata. A kereslet jövedelem- és kereszt-árrugalmassága.

---

---

---

---

---

---

---

---



## Keresletrugalmassági mutatók

- a rugalmassági vagy elaszticitási mutató általános alakja
 
$$\varepsilon_{A,B} = \frac{\Delta A\%}{\Delta B\%}$$
- B változó egy százalékos változásának hatására hány százalékkal változott A változó (átlagosan)?
- kereslet-rugalmassági mutatók
  - a kereslet árrugalmassága
  - a kereslet jövedelemrugalmassága
  - a kereslet kereszt-árrugalmassága

---

---

---

---

---

---

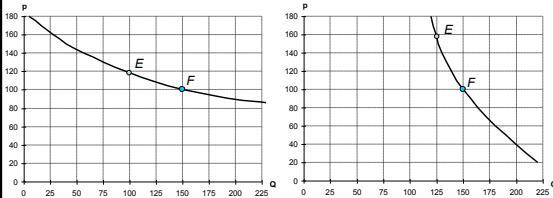
---

---



## A kereslet árrugalmassága

$$\varepsilon_p = \frac{\text{kereslet százalékos változása}}{\text{ár százalékos változása}}$$




---

---

---

---

---

---

---

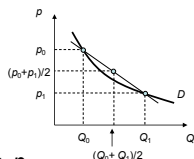
---

## A középponti formula és az ívrugalmasság

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta Q}{\frac{Q_0 + Q_1}{2}} \bigg/ \frac{\Delta p}{\frac{p_0 + p_1}{2}} =$$

$$= \frac{\Delta Q}{Q_0 + Q_1} \bigg/ \frac{\Delta p}{p_0 + p_1} =$$

$$= \frac{\Delta Q}{Q_0 + Q_1} \cdot \frac{p_0 + p_1}{\Delta p} = \frac{\Delta Q}{\Delta p} \cdot \frac{p_0 + p_1}{Q_0 + Q_1}$$



Két pont közötti rugalmasságot mindig középponti formulával számoljuk!

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Példa: a benzin iránti kereslet árrugalmassági mutatója

- Egy benzinkúton a benzin árának 308 Ft-ról 300 Ft-ra való csökkentése következtében a naponta átlagosan értékesített mennyiség 21600 literről 21910 literre növekedett!
  - Határozza meg a benzin iránti kereslet árrugalmassági mutatóját! Értelmezze a kapott eredményt!
  - Hogyan változik a kút árbevétele az árcsökkentés következtében?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Árrugalmasság és árbevétel

- az összbevétel ( $TR$ , *Total Revenue*) az ár ( $p$ ) és az eladott mennyiség ( $Q$ ) szorzata
- árrugalmas kereslet
  - az ár bizonyos arányú csökkentése ennél nagyobb arányú keresletnövekedést eredményez, nő a összbevétel
  - az ár bizonyos arányú növelése ennél nagyobb arányú keresletcsökkenést eredményez, csökken az összbevétel
- árrugalmatlan kereslet
  - az ár bizonyos arányú csökkentése ennél kisebb arányú keresletnövekedést eredményez, csökken a összbevétel
  - az ár bizonyos arányú növelése ennél kisebb arányú keresletcsökkenést eredményez, nő az összbevétel

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## A kereslet jövedelemrugalmassága

- a jövedelemrugalmasság középponti formulája

$$\varepsilon_I = \frac{\Delta Q}{\Delta I} \cdot \frac{I_0 + I_1}{Q_0 + Q_1}$$

- a termékek tipizálása a jövedelemrugalmassági mutató értéke alapján
  - normáljóság  $0 < \varepsilon_i < 1$
  - inferior jóság  $\varepsilon_i < 0$
  - szuperior jóság  $\varepsilon_i > 1$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Példa: a tömegközlekedés iránti kereslet jövedelemrugalmassága

- Egy alkalmazott előző munkahelyén nettó 120 ezer Ft-ot keresett. Munkába minden nap autóbusszal járt, így havonta 40-szer vette igénybe a tömegközlekedést.
- Nemrég munkahelyet váltott, új helyén 150 ezer Ft-ot keres. Heti két alkalommal autóval jár dolgozni, busszal csak havonta 24-szer utazik.
  - Határozza meg a tömegközlekedés iránti kereslet jövedelemrugalmasságát a fenti gazdasági szereplő esetében?
  - Milyen kategóriába sorolható a tömegközlekedés példában szereplő alkalmazott számára a kapott jövedelemrugalmassági érték alapján?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## A kereslet kereszt-árrugalmassága

- a kereszt-árrugalmasság középponti formulája

$$\varepsilon_{x,p_y} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta p_y} \cdot \frac{p_y^0 + p_y^1}{Q_x^0 + Q_x^1}$$

- a kereszt-árrugalmassági mutató utal a két termék egymáshoz való viszonyára
  - helyettesítő  $\varepsilon_{x,p_y} > 0$
  - kiegészítő  $\varepsilon_{x,p_y} < 0$
  - független  $\varepsilon_{x,p_y} \approx 0$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Példa: a hamburger és a melegszendvics kereszt-árrugalmassága

- Az egyetemi büfében a hamburger ára 280 Ft, a melegszendvicsé 300 Ft. A napi forgalom hamburgerből 15 db, melegszendvicsből 50.
- Szeptember utolsó hetében a büfé a hamburgerre akciót hirdet, az árat 200 Ft-ra csökkenti. Ennek következtében a hamburgerből származó napi bevétel 3800 Ft-tal nő, a melegszendvics eladott mennyisége pedig 35 db-ra csökken.
  - Számítások nélkül állapítsa meg, hogy árrugalmasnak mondható-e a hamburger kereslete?
  - Határozza meg pontosan a hamburger árrugalmassági mutatóját!
  - Mekkora melegszendvics hamburger árára vonatkozó rugalmassági mutatója? Milyen a két termék viszonya?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Pontrugalmassági formulák

$$\varepsilon_p = \frac{dQ}{dp} \cdot \frac{p}{Q} \quad \varepsilon_l = \frac{dQ}{dl} \cdot \frac{l}{Q}$$

$$\varepsilon_{x,p_y} = \frac{dQ_x}{dp_y} \cdot \frac{p_y}{Q_x}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Köszönöm a figyelmet!

Eredményes felkészülést és sikeres vizsgákat kívánok!




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---