9. előadás

Ismételt játékok: véges és végtelenszer történő ismétlés

Kovács Norbert
SZE GT

Az előadás menete

- Ismételt játékok
  - Véges sokszor ismételt játékok
  - Végtelenszer ismételt játékok

Példa

- Kiindulás: Cournot-duopólium játék
- Inverz keresleti görbe: P=150-Q, ahol Q=q1+q2, termelés határköltsége: c=30Ft
- Legjobbválasz-függvények:

$$q_1^* = 60 - \frac{q_2}{2}$$

$$q_2^* = 60 - \frac{q_1}{2}$$

- Nash egyensúlyban:

$$q_1^* = q_2^* = 40$$
$$Q^C = 80$$
$$P^C = 70$$
$$\Pi_i^c = 1600$$

Hogyan változik a helyzet akkor, ha a vállalatok kartellben működnek?

- Ideális esetben a kartell tiszta monopoliumként működne, ekkor:

$$q_1^M = q_2^M = 30$$
$$Q^M = 60$$
$$P^M = 90$$
$$\Pi_i^M = 3600$$

- Az együttműködés tehát kifizetődő, de létezik a „csalás” jelensége

A csalás jelensége

- Ennek oka, hogy a monopolista termelési szintek nem alkotnak „legjobbválasz” párt!
- Pl.: Ha az 1. vállalat úgy véli, hogy a 2. vállalat tartja magát a megállapodáshoz, akkor az ő „legjobb válasza”: $q_1^* = 45$
- Ekkor az iparági jellemzők:

$$q_2^M = 30$$
$$Q^d = 60$$
$$P^d = 90$$
$$\pi^1 = 2025$$
$$\pi^2 = 1350$$

Tehát ennek a helyzetnek a kifizetési mátrixa

Az együttműködés és cserbenhagyás kifizetési mátrixa		2. vállalat	
		Együttműködés	Cserbenhagyás
1. vállalat	Együttműködés	(1800;1800)	(1350;2025)
	Cserbenhagyás	(2025;1350)	(1600;1600)

Ez a szituáció tipikus „fogolydilemma” állapot!!

Ismételt játékok

- Két vállalat/szereplő:
  - A vállalatok/szereplők előre gondolkodnak
  - Többszöri kapcsolatba kerülés
  - A jelen és jövőbeli jövedelmekkel kapcsolatos preferenciák
- A kooperatív kartelljáték jövedelmezőbbé válik
- A kartelltagoknak lehetősége van a „csalók megbüntetésére” –elrettentő hatása van
- A jelenlegi és jövőbeli cselekvések a múltbeli akcióktól függnek
- Két fő típus az interakciók száma szerint:
  - Véges (lehet, hogy nagyszámú) ismétlés /és az ismétlések száma ismert/
  - Végtelenszámú ismétlés (határozatlan idő) infinitely repeated game

A véges eset!

- Mikor lehet az interakciósk száma véges és ismert?
  - Kimeríthető és véges erőforrás felhasználás
  - Ahol a termelési tudást szabadalmakkal védik
  - A vállalatot vezető menedzsmentcsapat cserélődik

Véges ismétlés

- Példa folytatása: kiterjesztés 2 időszakra
- Ekkor a vállalatok stratégiája:
  - 1. időszak: együttműködés
  - 2. időszak: együttműködés, ha a másik együttműködött az első időszakban(?)
- Milyen probléma van ezzel a stratégiával?
  - A hitelesség hiánya!!
  - Az első időszaki együttműködés nem részjáték tökéletes
  - Így a 2. fordulóban: nem-kooperatív egyensúly!

Kiterjesztés több, de véges időszakra!

- A logika „T” időszak esetén is működik
- A „T.” időszakban az együttműködés nem részjátéktökéletes stratégia
- De akkor a „(T-1).” időszakot sem jellemzi kooperatív egyensúly
- Vagyis 3 időszak esetén 3-szor ismétlődik a nem-kooperatív egyensúly!
- Ez nagy számú „T” esetén is így van!

A „Selten-tétel”

Ha egy egyedi egyensúllyal rendelkező játékot véges alkalommal játszanak le, akkor a megoldás az egyensúly lejátszása véges alkalommal. Az ismételt játék Nash-egyensúlya az egyedi Nash-egyensúly végesen ismételt lejátszása lesz!

Selten-tétel következményei

- A játék története nem játszik szerepet, ha az interakciók száma véges és nincsenek jutalmak és büntetések, valamint létezik egyedi egyensúly.
- Nehéz megvalósítani a kartellt véges ismétlés esetén

Miért léteznek mégis a kartellek?

- A tétel csak akkor alkalmazható, ha:
  - a „véges” szám ismert
  - ha a játék egyidőszakos változatának egyedi Nash-egyensúlya van
- Mi történik akkor, ha a játéknak több Nash-egyensúlya van?

Példa
Kifizetések a differenciált termékes Bertrand-játékban

		2. vállalat		
		105	130	160
1. vállalat	105	(73125;73125)	(82500;72500)	(93750;55250)
	130	(72500;82500)	(85000;85000)	(100000;71250)
	160	(55250;93750)	(71250; 100000)	(91000;91000)

A játék jellemzői

1. A játéknak több Nash-egynsúlya van az egyszer lejátszott játékban
2. Mindegyik egyetért azzal, hogy a második egyensúly a jobb
3. Mindegyik jobban tenné, ha összejátszanának

		2. vállalat		
		105	130	160
1. vállalat	105	(73125;73125)	(82500;72500)	(93750;55250)
	130	(72500;82500)	(85000;85000)	(100000;71250)
	160	(55250;93750)	(71250; 100000)	(91000;91000)

Ekkor a stratégia

- 1 időszak: 160-as egységár
- 2. időszak: 130 dollár, ha az első időszakban 160, egyébként 130!
- Ha a 2. vállalat a kooperatív árnál kisebb árat szab, akkor az ebből származó nyereség 9000 e Ft, a veszteség viszont: 17875 e Ft
- A csalásból eredő teljes profit: 100000+73125
- Ha együttműködne: 91000+85000

A játék kiterjesztése

- Mi történik akkor, ha a jövőbeni profitokat diszkontáljuk?
- Ha az előző helyzethez képest R>0 diszkonttényezőt vezetünk be!

$$PV_2^C(\pi_2) = 91000 + 85000R$$
$$PV_2^d(\pi_2) = 100000 + 73125R$$

- Ahhoz , hogy az első időszaki kartell megállapodás fennmaradjon:

$$PV_2^C(\pi_2) \rangle PV_2^d(\pi_2)$$

Nézzük az induló alappéldát újra!

Az együttműködés és cserbenhagyás kifizetési mátrixa		2. vállalat	
		Együttműködés	Cserbenhagyás
1. vállalat	Együttműködés	(1800;1800)	(1350;2025)
	Cserbenhagyás	(2025;1350)	(1600;1600)

Ez a szituáció tipikus „fogolydilemma” állapot!!

Végtelen időhorizont bevezetése

- Profitáramlás várt jelenértéke:

$$PV(\pi_t) = \pi_0 + \pi_1 \cdot p \cdot R + \pi_2 \cdot p^2 \cdot R^2 + \ldots + \pi_t \cdot p^t \cdot R^t + \ldots$$

- Nem kifizetődő megszegni a kartell-megállapodást, akkor ha

$$pR \rangle \frac{\pi_i^D - \pi_i^M}{\pi_i^D - \pi_i^N}$$

A néptétel

- ***Folk Theorem:*** Tegyük fel, hogy egy végtelenszer ismételt játéknak van egy olyan kimenete, melyben a játékosok kifizetései meghaladják az egyszer lejátszott játék Nash-egyensúlyi kimenetének kifizetését. Ekkor bármilyen megvalósítható kifizetés-kombináció, melyet minden egyes vállalat előnyben részesít a Nash-egyensúlyi kifizetésekkel szemben, részjáték tökéletes egyensúly lehet valamilyen egyhez közeli kamatláb mellett az ismételt játékban.