

## Differenciálegyenletek vizsga – 2013. június 13.

A feladatok megoldásához 90 perc áll rendelkezésre. Az összes feladat helyes megoldásával 100 pont szerezhető, az elégséges érdemjegy megszerzéséhez legalább 50 pont elérése szükséges.

### 1. feladat (15+5 pont)

a.) Határozzuk meg az alábbi differenciálegyenlet összes  $y(x)$  megoldását!

$$xy' = x^2 + y$$

b.) Van-e olyan megoldása a feladatnak, ami kielégíti az  $y(1) = 2$  feltételt is?

### 2. feladat (15+5 pont)

a.) Határozzuk meg az alábbi differenciálegyenlet összes megoldását!

$$y'' + 9y' = 4 \cos(2x)$$

b.) Igaz-e, hogy minden megoldás korlátos marad  $x \rightarrow \infty$  esetén?

### 3. feladat (15 pont)

Számítsuk ki az alábbi kezdetiérték-feladat megoldásaként adódó  $y_2(t)$  függvény simulóköreinek sugarát a  $t = 2$  pontban.

$$\left. \begin{aligned} y_1'(t) &= y_2 + t \\ y_2'(t) &= \ln(y_1 y_2^2) \\ y_1(2) &= 1, y_2(2) = -1 \end{aligned} \right\}$$

### 4. feladat (5+10)

Határozzuk meg az alábbi kezdetiérték-feladat megoldásának közelítő értékét  $x = 0.1$ -ben Explicit Euler-módszerrel és Implicit Trapézszabállyal.

$$\left. \begin{aligned} y' &= \cos(x) - 2y \\ y(0) &= 1 \end{aligned} \right\}$$

### 5. feladat (15+10+5 pont)

a.) Határozzuk meg az alábbi kezdetiérték-probléma megoldását!

$$\left. \begin{aligned} y_1'(t) &= 4y_1 - 2y_2 \\ y_2'(t) &= 2y_1 - y_2 \\ y_1(0) &= 1, y_2(0) = 2 \end{aligned} \right\}$$

b.) Határozzuk meg  $y_1(0.1)$  és  $y_2(0.1)$  közelítő értékét Implicit Euler-módszerrel!

c.) Igaz-e, hogy ha  $y_1(0) = 1$ ,  $y_2(0) = 2$  helyett bármilyen kezdeti értéket adunk is meg, a megoldás mindig korlátos marad  $t \rightarrow \infty$  esetén?