

Neptun:

Aláírás:

Név:

Σ :

1. Határozzuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános (összes) megoldását!

$$u'' - 9u' + 20u = 3e^{4t}$$

2. a.) Határozzuk meg az alábbi kezdetiérték-feladat megoldásának közelítő értékét $t = 1.1$ -ben Explicit Euler-módszerrel és Explicit Trapézsabállyal.

$$\left. \begin{aligned} u' &= \frac{u}{t} + t^4 \\ u(1) &= 2 \end{aligned} \right\}$$

- b.) Oldjuk meg a differenciálegyenletet, majd a pontos megoldás alapján állapítsuk meg, melyik módszernek volt kisebb a hibája.

3. Sorbakapcsoltunk egy áramkörben egy $R = 4[\Omega]$ -os ellenállást és egy $L = 0.5[H]$ induktivitású tekercset. A rendszerben folyó $I(t)$ áramerősséget az alábbi differenciálegyenlet írja le:

$$\left. \begin{aligned} LI'(t) + RI(t) &= E_0 \\ I(0) &= I_0, \end{aligned} \right\}$$

ahol $I_0 = 40[A]$ a kezdeti áramerősség, $E_0 = 20[V]$ az áramforrás elektromotoros ereje.

- a.) Oldjuk meg a differenciálegyenletet, azaz írjuk fel az $I(t)$ függvényt.
 b.) Hány másodperc múlva lesz az áramerősség éppen $15[A]$?
 c.) Határozzuk meg egy Implicit Euler-lépéssel, hogy közelítőleg mennyi lesz a rendszerben folyó áram 0.1 másodperc múlva, majd ezt hasonlítsuk össze a pontos értékkel is. Mennyi a közelítő módszer hibája?
4. Két $l = 0.2[m]$ hosszúságú ingára kötött $m = 0.01[kg]$ golyót összekötünk egy $D = 0.36[N/m]$ direkciós erejű rugóval, majd azt vizsgáljuk, hogyan változik időben a két fonál szöge a függőlegeshez képest ($\theta_1(t)$ és $\theta_2(t)$). Fizikai megfontolások alapján az alábbi közelítő differenciálegyenlet-rendszer írható fel a mozgásra:

$$\left. \begin{aligned} \theta_1'' + \frac{g}{l}\theta_1 + \frac{D}{m}(\theta_1 - \theta_2) &= 0 \\ \theta_2'' + \frac{g}{l}\theta_2 + \frac{D}{m}(\theta_2 - \theta_1) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

ahol $g = 9.8[m/s^2]$ -tel számoljunk.

- a.) Határozzuk meg az C együttható értékét úgy, hogy $\theta_1(t) = \cos(Ct)$ és $\theta_2(t) = -\cos(Ct)$ választással éppen a fenti differenciálegyenlet-rendszer egy megoldását nyerjük.
 b.) Írjuk át a fenti differenciálegyenlet-rendszert az $\underline{u}' = f(t, \underline{u})$ alakba alkalmasan megválasztott \underline{u} vektor-változó és f vektor-értékű függvény segítségével.
 c.)* Az előző részben kapott alak és a

$$\theta_1(0) = 0, \theta_2(0) = \frac{\pi}{30}, \theta_1'(0) = 0, \theta_2'(0) = 0$$

feltételekkel adott kezdeti értékek alapján adjunk közelítést $\theta_1(0.2)$ és $\theta_2(0.2)$ értékeire két darab $\Delta t = 0.1$ időlépésű Explicit Euler-lépéssel.

Jó munkát!

Feladat:	1	2	3	4
Max. pont:	7	7+6	6+2+5	5+2(+7)
Elért:				

Ezzel a dolgozattal legfeljebb 40 pont szerezhető, a 4c.)* feladat megoldása opcionális, nem szükséges a maximális pontszám eléréséhez (de 40-nél több pont semmiképpen sem szerezhető).

Várható ponthatárok a maximálisan elérhető 45 (gyakorlat)+15 (MATLAB)+40 (vizsga) = 100 pont alapján:

1	2	3	4	5
1-49	50-62	63-74	75-84	85-100