

NGB_MA013_1 – Ipari matematika és számítógépes szimuláció 1.
Vizsga – 2016. 06. 07.

A dolgozattal legfeljebb 40 pont szerezhető, az elégséges érdemjegy megszerzéséhez legalább 20 pont elérése szükséges.

Név: Aláírás: Neptun-kód: Σ :

1. feladat (5+9 pont) Tekintsük az alábbi kezdetiérték-feladatot.

$$\left. \begin{aligned} 3t \cdot x'(t) &= 2x(t) + \sqrt{t} \\ x(1) &= -1 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Adjunk közelítést $x(1.2)$ értékére implicit Euler-módszer (IE) és explicit trapézszabály (ETR) segítségével!
- b.) Oldjuk meg a differenciálegyenletet, majd a pontos megoldás alapján állapítsuk meg, melyik módszernek volt kisebb a hibája!

2. feladat (10+3+3 pont) Tekintsük az alábbi kezdetiérték-feladatot.

$$\left. \begin{aligned} y'' + 2y' + 2y &= 2t^2 \\ y(0) &= 2 \\ y'(0) &= 3 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Határozzuk meg a differenciálegyenlet megoldását!
- b.) Írjuk át a differenciálegyenletet $\underline{u}' = \underline{f}(t, \underline{u})$ alakba alkalmasan megválasztott \underline{u} vektor-változó és \underline{f} vektor-értékű függvény segítségével!
- c.*) Adjunk közelítést $y(0.2)$ értékére egyetlen implicit trapézszabály (ITR) időlépés segítségével!

3. feladat (8+2 pont) Szobahőmérsékleten tartott hógolyó a felszínével arányosan mértékben olvad. Olvadás közben megtartja gömb alakját, felszínét így kifejezhetjük a térfogatával, $A = 4\pi \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} V^{\frac{2}{3}}$. A hógolyó térfogata kezdetben $V(0) = 1000 \text{ cm}^3$ és a térfogatváltozást a

$$V'(t) = -4\pi \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} K \cdot V^{\frac{2}{3}}$$

differenciálegyenlet írja le, ahol $K = 3.1 \frac{\text{cm}}{\text{h}}$ a hó olvadási sebessége szobahőmérsékleten.

- a.) Helyettesítsünk be, majd oldjuk meg a differenciálegyenletet!
- b.) Hány perc alatt olvad el a hógolyó?

4. feladat (3+3 pont) Tekintsük az alábbi differenciálegyenlet-rendszert.

$$\left. \begin{aligned} u_1' &= -5u_1 + u_2 \\ u_2' &= -3u_1 - u_2 \\ u_1(0) &= -3 \\ u_2(0) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Adjunk közelítést $u_1(0.1)$ és $u_2(0.1)$ értékére egyetlen explicit Euler (EE) időlépés alapján!
- b.)* Adjunk közelítést $u_1(0.1)$ és $u_2(0.1)$ értékére egyetlen implicit Euler (IE) időlépés alapján!