

B csoport

Neptun:

Aláírás:

Név:

 Σ :

1. a.) Határozzuk meg az alábbi kezdetiérték-feladat megoldásának közelítő értékét $t = 1.1$ -ben Explicit Euler-módszerrel és Implicit Trapézsabállyal.

$$\left. \begin{aligned} tu' &= u - t^3 \\ u(1) &= 2 \end{aligned} \right\}$$

- b.) Oldjuk meg a differenciálegyenletet, majd a pontos megoldás alapján állapítsuk meg, melyik módszernek volt kisebb a hibája.

2. Határozzuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános (összes) megoldását!

$$\left. \begin{aligned} u'' + 8u' + 16u &= 4e^{-4t} \\ u(0) &= 2, \quad u'(0) = -1. \end{aligned} \right\}$$

3. Egy $T_0 = 100^\circ\text{C}$ -osra melegített acélgolyót beviszünk a $T_k = 20^\circ\text{C}$ -os hőmérsékletű szobába. A golyó hőmérsékletét t perc múlva $T(t)$ adja meg, melyre az alábbi differenciálegyenlet írható fel:

$$\left. \begin{aligned} T'(t) &= -\kappa(T(t) - T_k) \\ T(0) &= T_0, \end{aligned} \right\}$$

ahol $\kappa = 0.8$ adott.

- a.) Oldjuk meg a differenciálegyenletet, azaz írjuk fel a $T(t)$ függvényt.
 b.) Hány perc múlva lesz a golyó hőmérséklete 40°C ?
 c.) Határozzuk meg egy Implicit Euler-lépéssel, hogy közelítőleg mennyi lesz a golyó hőmérséklete 30 másodperc (0.5 perc) múlva, majd ezt hasonlítsuk össze a pontos értékkel is. Mennyi a közelítő módszer hibája?
4. Egy bonyolult (egydimenziós) oszcilláló mozgást végző test aktuális pozícióját a t időpontban az $x(t)$ függvény írja le. A mozgást közelítőleg az alábbi differenciálegyenlet írja le:

$$x'' - 8(1 - x)x' + x - 1.2 \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right) = 0.$$

- a.) Írjuk át a fenti differenciálegyenletet az $\underline{u}' = f(t, \underline{u})$ alakba alkalmasan megválasztott \underline{u} vektor-változó és f vektor-értékű függvény segítségével.
 b.) Az előző részben kapott alak és az

$$x(0) = -1, \quad x'(0) = 1$$

feltételekkel adott kezdeti értékek alapján adjunk közelítést $x(0.2)$ értékére egyetlen $\Delta t = 0.2$ időlépésű Explicit Euler-lépéssel.

- c.)* Adjunk közelítést $x(0.1)$ értékére egyetlen $\Delta t = 0.1$ időlépésű Implicit Euler-lépéssel, ha a kezdeti értékek ugyanazok, mint a b) részben.

Jó munkát!

Feladat:	1	2	3	4
Max. pont:	7+7	8	5+2+5	3+3(+7)
Elért:				

Ezzel a dolgozattal legfeljebb 40 pont szerezhető, a 4c.)* feladat megoldása opcionális, nem szükséges a maximális pontszám eléréséhez (de 40-nél több pont semmiképpen sem szerezhető).

Várható ponthatárok a maximálisan elérhető 45 (gyakorlat)+15 (MATLAB)+40 (vizsga) = 100 pont alapján:

1	2	3	4	5
1-49	50-62	63-74	75-84	85-100