

B csoport

Neptun:

Aláírás:

Név:

 Σ :

1. a.) Határozzuk meg az alábbi kezdetiérték-feladat megoldásának közelítő értékét $t = 1.1$ -ben Explicit Euler-módszer, Implicit Euler-módszer és Implicit Trapézszabály alapján is.

$$\left. \begin{array}{l} 2tu' = u - t^3 \\ u(1) = 3 \end{array} \right\}$$

- b.) Oldjuk meg a differenciálegyenletet, majd a pontos megoldás alapján állapítsuk meg, melyik módszernek volt legkisebb a hibája.

2. Határozzuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános (összes) megoldását!

$$\left. \begin{array}{l} u'' + 6u' + 9u = 6e^{-3t} \\ u(0) = 4, \quad u'(0) = -2. \end{array} \right\}$$

3. Egy $T_0 = 80^\circ\text{C}$ -osra melegített acélgolyót beviszünk a $T_k = 20^\circ\text{C}$ -os hőmérsékletű szobába. A golyó hőmérsékletét t perc múlva $T(t)$ adja meg, melyet a Newton-féle hűlési törvény alapján modellezünk, miszerint a golyó hőmérsékletének változási sebessége $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ arányos a test és környezet hőmérsékletének különbségével, az arányossági tényező $\kappa = 0.7$ adott.

- a.) Írjuk fel a megfelelő differenciálegyenletet, majd oldjuk is meg azt, azaz írjuk fel a $T(t)$ függvényt.

- b.) Hány perc múlva lesz a golyó hőmérséklete éppen 40°C ?

- c.) Határozzuk meg Explicit Trapézszabály alapján (1 lépéssel), hogy közelítőleg mennyi lesz a golyó hőmérséklete 30 másodperc (0.5 perc) múlva, majd ezt hasonlítsuk össze a pontos értékkel is. Mennyi a közelítő módszer hibája?

4. Egy bonyolult (egydimenziós) oszcilláló mozgást végző test aktuális pozícióját a t időpontban az $x(t)$ függvény írja le. A mozgást közelítőleg az alábbi differenciálegyenlet írja le:

$$x'' - 8(1-x)x' + x - 1.2 \sin\left(\frac{\pi}{10}t\right) = 0.$$

- a.) Írjuk át a fenti differenciálegyenletet az $\underline{u}' = f(t, \underline{u})$ alakba alkalmasan megválasztott \underline{u} vektor-változó és f vektor-értékű függvény segítségével.

- b.) Az előző részben kapott alak és az

$$x(0) = -1, \quad x'(0) = 1$$

feltételekkel adott kezdeti értékek alapján adjunk közelítést $x(0.2)$ értékére egyetlen $\Delta t = 0.2$ időlépésű Explicit Euler-lépéssel.

- c.)* Adjunk közelítést $x(0.1)$ értékére egyetlen $\Delta t = 0.1$ időlépésű Implicit Euler-lépéssel, ha a kezdeti értékek ugyanazok, mint a b) részben.

Jó munkát!

Feladat:	1	2	3	4
Max. pont:	10+6	8	5+2+4	2+3(+7)
Elért:				

Ezzel a dolgozattal legfeljebb 40 pont szerezhető, a 4c.)* feladat megoldása opcionális, nem szükséges a maximális pontszám eléréséhez (de 40-nél több pont semmiképpen sem szerezhető).

Várható ponthatárok a maximálisan elérhető 45 (gyakorlat)+15 (MATLAB)+40 (vizsga) = 100 pont alapján:

1	2	3	4	5
1-49	50-62	63-74	75-84	85-100