

NGB_MA013_1 – Ipari matematika és számítógépes szimuláció 1.
Vizsga – 2016. 05. 31.

A dolgozattal legfeljebb 40 pont szerezhető, az elégséges érdemjegy megszerzéséhez legalább 20 pont elérése szükséges.

Név: Aláírás: Neptun-kód: Σ :

1. feladat (5+9 pont) Tekintsük az alábbi kezdetiérték-feladatot.

$$\left. \begin{aligned} 2t \cdot x'(t) - x(t) &= -3t^2 \\ x(1) &= 1 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Adjunk közelítést $x(1.1)$ értékére explicit Euler-módszer (EE) és implicit trapézsabály (ITR) segítségével!
- b.) Oldjuk meg a differenciálegyenletet, majd a pontos megoldás alapján állapítsuk meg, melyik módszernek volt kisebb a hibája!

2. feladat (10+3+3 pont) Tekintsük az alábbi kezdetiérték-feladatot.

$$\left. \begin{aligned} y'' - y' - 2y &= 3e^{2t} \\ y(0) &= 1 \\ y'(0) &= -3 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Határozzuk meg a differenciálegyenlet megoldását!
- b.) Írjuk át a differenciálegyenletet $\underline{u}' = \underline{f}(t, \underline{u})$ alakba alkalmasan megválasztott \underline{u} vektor-változó és \underline{f} vektor-értékű függvény segítségével!
- c.*) Adjunk közelítést $y(0.2)$ értékére egyetlen explicit trapézsabály (ETR) időlépés segítségével!

3. feladat (8+2 pont) Gömb alakú esőcsepp térfogata kezdetben $V(0) = 27 \text{ mm}^3$, és a felszínével arányosan párolog. Mivel a gömb felszínét kifejezhetjük a térfogatával, $A = 4\pi \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} V^{\frac{2}{3}}$, így az esőcsepp térfogatának időbeli változását a

$$V'(t) = -4\pi \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{2}{3}} k \cdot V^{\frac{2}{3}}$$

differenciálegyenlet írja le, ahol $k = 0.62 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$ az esőcsepp párolgási együtthatója.

- a.) Oldjuk meg a differenciálegyenletet!
- b.) Hány mm^3 lesz az esőcsepp térfogata 1 perc elteltével?

4. feladat (3+3 pont) Tekintsük az alábbi differenciálegyenlet-rendszert.

$$\left. \begin{aligned} u_1' &= 2u_1 + u_2 \\ u_2' &= 3u_1 + 4u_2 \\ u_1(0) &= 2 \\ u_2(0) &= -1 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Adjunk közelítést $u_1(0.5)$ és $u_2(0.5)$ értékére egyetlen explicit Euler (EE) időlépés alapján!
- b.)* Adjunk közelítést $u_1(0.5)$ és $u_2(0.5)$ értékére egyetlen implicit Euler (IE) időlépés alapján!