

NGB_MA013_1 – Ipari matematika és számítógépes szimuláció 1.
Vizsga – 2016. 05. 13.

A dolgozattal legfeljebb 40 pont szerezhető, az elégséges érdemjegy megszerzéséhez legalább 20 pont elérése szükséges.

Név: Aláírás: Neptun-kód: Σ :

1. feladat (5+9 pont) Tekintsük az alábbi kezdetiérték-feladatot.

$$\left. \begin{aligned} t \cdot x'(t) + x(t) &= \frac{1}{t^2} \\ x(1) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Adjunk közelítést $x(1.1)$ értékére explicit Euler-módszer (EE) és implicit trapézszabály (ITR) segítségével!
- b.) Oldjuk meg a differenciálegyenletet, majd a pontos megoldás alapján állapítsuk meg, melyik módszernek volt kisebb a hibája!

2. feladat (10+3+4 pont) Tekintsük az alábbi kezdetiérték-feladatot.

$$\left. \begin{aligned} y'' - 4y' + 4y &= 8 \sin(2t) \\ y(0) &= 1 \\ y'(0) &= 2 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Határozzuk meg a differenciálegyenlet megoldását!
- b.) Írjuk át a differenciálegyenletet $\underline{u}' = \underline{f}(t, \underline{u})$ alakba alkalmasan megválasztott \underline{u} vektor-változó és \underline{f} vektor-értékű függvény segítségével!
- c.*) Adjunk közelítést $y(0.2)$ értékére egyetlen explicit trapézszabály (ETR) időlépés segítségével!

3. feladat (8+2 pont) Egy $A = 0.361 \text{ m}^2$ keresztmetszetű hengeres tartályban $h(0) = 1 \text{ m}$ magasságig víz áll. A henger alján egy $a = 0.00163 \text{ m}^2$ keresztmetszetű lyuk található. Ismert, hogy a víz kifolyási sebessége $v = \sqrt{2gh}$, ahol h a pillanatnyi vízszint, és $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ a nehézségi gyorsulás; azaz a vízmagasság időbeli változását a

$$h'(t) = -\frac{a}{A} \cdot \sqrt{2g \cdot h}$$

differenciálegyenlet írja le.

- a.) Helyettesítsük be a fizikai paraméterek mérőszámait, majd oldjuk meg a differenciálegyenletet!
- b.) Hány másodperc alatt ürül ki a tartály?

4. feladat (3+4 pont) Tekintsük az alábbi differenciálegyenlet-rendszert.

$$\left. \begin{aligned} u_1' &= 3u_1 - 2u_2 \\ u_2' &= u_1 - 2u_2 \\ u_1(0) &= 1 \\ u_2(0) &= 2 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Adjunk közelítést $u_1(0.5)$ és $u_2(0.5)$ értékére egyetlen explicit Euler (EE) időlépés alapján!
- b.)* Adjunk közelítést $u_1(0.5)$ és $u_2(0.5)$ értékére egyetlen implicit Euler (IE) időlépés alapján!