

NGB_MA013_1 – Ipari matematika és számítógépes szimuláció 1.
Vizsga – 2016. 05. 24.

A dolgozattal legfeljebb 40 pont szerezhető, az elégséges érdemjegy megszerzéséhez legalább 20 pont elérése szükséges.

Név: Aláírás: Neptun-kód: Σ :

1. feladat (5+9 pont) Tekintsük az alábbi kezdetiérték-feladatot.

$$\left. \begin{aligned} 2t \cdot x'(t) &= 3x(t) + t^2 \\ x(4) &= 8 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Adjunk közelítést $x(4.2)$ értékére implicit Euler-módszer (IE) és explicit trapézszabály (ETR) segítségével!
- b.) Oldjuk meg a differenciálegyenletet, majd a pontos megoldás alapján állapítsuk meg, melyik módszernek volt kisebb a hibája!

2. feladat (10+3+3 pont) Tekintsük az alábbi kezdetiérték-feladatot.

$$\left. \begin{aligned} y'' + 3y' + 2y &= e^{-2t} \\ y(0) &= 3 \\ y'(0) &= -5 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Határozzuk meg a differenciálegyenlet megoldását!
- b.) Írjuk át a differenciálegyenletet $\underline{u}' = \underline{f}(t, \underline{u})$ alakba alkalmasan megválasztott \underline{u} vektor-változó és \underline{f} vektor-értékű függvény segítségével!
- c.*) Adjunk közelítést $y(0.2)$ értékére egyetlen explicit trapézszabály (ETR) időlépés segítségével!

3. feladat (8+2 pont) Egy folyó zsiliprendszerének $A_1 = 420 \text{ m}^2$ alapterületű kamrájából egy $a = 1.1 \text{ m}^2$ keresztmetszetű nyíláson keresztül víz áramlik át a szomszédos, $A_2 = 580 \text{ m}^2$ alapterületű kamrába. A két kamra közötti szintkülönbség kezdetben $s(0) = 4 \text{ m}$. Ismert, hogy a víz sebessége az összekötő nyílásban $v = \sqrt{2gs}$, ahol s a pillanatnyi szintkülönbség a két kamra között, és $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ a nehézségi gyorsulás; azaz a kamrák vízmagassága közötti különbség időbeli változását az

$$s'(t) = -\frac{a(A_1 + A_2)}{A_1 A_2} \cdot \sqrt{2g \cdot s}$$

differenciálegyenlet írja le.

- a.) Helyettesítsük be a fizikai paraméterek mérőszámait, majd oldjuk meg a differenciálegyenletet!
- b.) Hány másodperc alatt egyenlítődik ki a vízszint a két kamra között?

4. feladat (3+3 pont) Tekintsük az alábbi differenciálegyenlet-rendszert.

$$\left. \begin{aligned} u_1' &= 4u_1 - 2u_2 \\ u_2' &= 2u_1 - u_2 \\ u_1(0) &= 1 \\ u_2(0) &= 2 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Adjunk közelítést $u_1(0.1)$ és $u_2(0.1)$ értékére egyetlen explicit Euler (EE) időlépés alapján!
- b.)* Adjunk közelítést $u_1(0.1)$ és $u_2(0.1)$ értékére egyetlen implicit Euler (IE) időlépés alapján!