

NGB_MA013_1 – Ipari matematika és számítógépes szimuláció 1.
Vizsga – 2016. 06. 14.

A dolgozattal legfeljebb 40 pont szerezhető, az elégséges érdemjegy megszerzéséhez legalább 20 pont elérése szükséges.

Név: Aláírás: Neptun-kód: Σ :

1. feladat (5+9 pont) Tekintsük az alábbi kezdetiérték-feladatot.

$$\left. \begin{aligned} t \cdot x'(t) &= 2x(t) + 3\sqrt{t} \\ x(1) &= -1 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Adjunk közelítést $x(1.2)$ értékére implicit Euler-módszer (IE) és explicit trapézszabály (ETR) segítségével!
- b.) Oldjuk meg a differenciálegyenletet, majd a pontos megoldás alapján állapítsuk meg, melyik módszernek volt kisebb a hibája!

2. feladat (10+3+3 pont) Tekintsük az alábbi kezdetiérték-feladatot.

$$\left. \begin{aligned} y'' + 6y' + 8y &= 6e^{-2t} \\ y(0) &= 3 \\ y'(0) &= -5 \end{aligned} \right\}$$

- a.) Határozzuk meg a differenciálegyenlet megoldását!
- b.) Írjuk át a differenciálegyenletet $\underline{u}' = \underline{f}(t, \underline{u})$ alakba alkalmasan megválasztott \underline{u} vektor-változó és \underline{f} vektor-értékű függvény segítségével!
- c.*) Adjunk közelítést $y(0.2)$ értékére egyetlen implicit trapézszabály (ITR) időlépés segítségével!

3. feladat (8+2 pont) Egy tartályban kezdetben $V = 10\text{ l}$ tiszta víz van. A tartályba $c_1 = 0.05 \frac{\text{kg}}{\text{l}}$ koncentrációjú sóoldat folyik be $v_1 = 2 \frac{\text{l}}{\text{min}}$ sebességgel, és ugyanekkora sebességgel folyik ki a tartályból az elkevert sóoldat. A tartályban oldott só c koncentrációjára így a

$$c'(t) = \frac{v_1}{V}(c_1 - c)$$

differenciálegyenlet írható fel.

- a.) Helyettesítsünk be, majd oldjuk meg a differenciálegyenletet!
- b.) Hány perc elteltével lesz a tartályban oldott só koncentrációja éppen $0.03 \frac{\text{kg}}{\text{l}}$?

4. feladat (3+3 pont) Tekintsük az alábbi differenciálegyenlet-rendszert.

$$\left. \begin{aligned} u_1' &= 2u_1 - 3u_2 \\ u_2' &= 8u_1 - 8u_2 \\ u_1(0) &= 0 \\ u_2(0) &= -3 \end{aligned} \right\}$$

a.) Adjunk közelítést $u_1(0.1)$ és $u_2(0.1)$ értékére egyetlen explicit Euler (EE) időlépés alapján!

b.)* Adjunk közelítést $u_1(0.1)$ és $u_2(0.1)$ értékére egyetlen implicit Euler (IE) időlépés alapján!