Legyen $\Omega = [0, l]$, keressük a

$$\left.\begin{array}{rl} -au_{xx} + cu_x = f & \text{minden } x \in \Omega\text{-ra} \\ & +\text{peremfeltételek} \end{array}\right\}$$

peremérték-feladat közelítő megoldását. Legyenek $0 = x_0 < x_1 < \cdots < x_{n-1} < x_n = l$ az Ω intervallumot felosztó csomópontok, ekkor a φ_i $(0 \le i \le n)$ bázishoz tartozó tömeg- és a merevségi mátrix:

$$M_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{3}(x_{i+1} - x_{i-1}) & \text{ha } 1 \le i = j \le n-1 \\ \frac{1}{3}(x_1 - x_0) & \text{ha } i = j = 0 \\ \frac{1}{3}(x_n - x_{n-1}) & \text{ha } i = j = n \\ \frac{1}{6}(x_i - x_{i-1}) & \text{ha } 0 \le j = i-1 \le n-1 \\ \frac{1}{6}(x_{i+1} - x_i) & \text{ha } 1 \le j = i+1 \le n \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \qquad S_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{x_i - x_{i-1}} + \frac{1}{x_{i+1} - x_i} & \text{ha } 1 \le i = j \le n-1 \\ \frac{1}{x_1 - x_0} & \text{ha } i = j = 0 \\ \frac{1}{x_n - x_{n-1}} & \text{ha } i = j = n \\ -\frac{1}{x_i - x_{i-1}} & \text{ha } 0 \le j = i-1 \le n-1 \\ -\frac{1}{x_{i+1} - x_i} & \text{ha } 1 \le j = i+1 \le n \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

Ekvidisztáns csomópontok esetén:

$$M^{\text{ekv}}_{ij} = \begin{cases} \frac{2}{3}\frac{l}{n} & \text{ha } 1 \le i = j \le n-1 \\ \frac{1}{3}\frac{l}{n} & \text{ha } i = j = 0 \text{ vagy } i = j = n \\ \frac{1}{6}\frac{l}{n} & \text{ha } j = i \pm 1 \text{ és } 0 \le i, j \le n \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \qquad S^{\text{ekv}}_{ij} = \begin{cases} 2\frac{n}{l} & \text{ha } 1 \le i = j \le n-1 \\ \frac{n}{l} & \text{ha } i = j = 0 \text{ vagy } i = j = n \\ -\frac{n}{l} & \text{ha } j = i \pm 1 \text{ és } 0 \le i, j \le n \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

Legyen $f_i = f(x_i)$, a közelítő függvényérték $u_i \approx u(x_i)$, $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ha } i = j \\ 0 & \text{ha } i \ne j \end{cases}$. A diszkretizált egyenletrendszer:

- $\left.\begin{array}{r} u(0) = p_0 \\ u(l) = p_1 \end{array}\right\}$ Dirichlet-probléma esetén $u_0 = p_0, u_n = p_1$ és

$$\sum_{j=1}^{n-1} (aS_{ij} + cM_{ij}) u_j = \sum_{j=0}^{n} M_{ij} f_j - (aS_{i0} + cM_{i0}) p_0 - (aS_{in} + cM_{in}) p_1 \qquad (1 \le i \le n-1)$$

- $\left.\begin{array}{r} u(0) = p_0 \\ u_x(l) = q_1 \end{array}\right\}$ vegyes peremérték-feladat esetén $u_0 = p_0$ és

$$\sum_{j=1}^{n} (aS_{ij} + cM_{ij}) u_j = \sum_{j=0}^{n} M_{ij} f_j - (aS_{i0} + cM_{i0}) p_0 + a\delta_{in} q_1 \qquad (1 \le i \le n)$$

- $\left.\begin{array}{r} u_x(0) = q_0 \\ u(l) = p_1 \end{array}\right\}$ vegyes peremérték-feladat esetén $u_n = p_1$ és

$$\sum_{j=0}^{n-1} (aS_{ij} + cM_{ij}) u_j = \sum_{j=0}^{n} M_{ij} f_j - (aS_{in} + cM_{in}) p_1 - a\delta_{i0} q_0 \qquad (0 \le i \le n-1)$$

- $\left.\begin{array}{r} u_x(0) = q_0 \\ u_x(l) = q_1 \end{array}\right\}$ Neumann-probléma esetén

$$\sum_{j=0}^{n} (aS_{ij} + cM_{ij}) u_j = \sum_{j=0}^{n} M_{ij} f_j + a\delta_{in} q_1 - a\delta_{i0} q_0 \qquad (0 \le i \le n)$$