

MATEMATIKAVERSENY

Széchenyi István Egyetem, Győr

2013. április 29.

A feladatokra adott megoldásokat minden esetben világosan, érthetően indokolni kell. A versenyen bármilyen írott és nyomtatott segédeszköz, számológép használható.

1. Hányféleképpen áll elő a 2013 több egymást követő egész szám összegeként?

(20 pont)

2. Határozzuk meg az a, b paramétereket úgy, hogy az

$$f(x) = a \ln(x^2 + 1) + b$$

függvénynek legyen (globális) minimuma és az inflexiós pontjaiba húzott érintők éppen az origóban metsszék egymást.

(20 pont)

3. Oldjuk meg az egész számok halmazán a

$$\begin{aligned}\frac{c-1}{a} + \frac{c+1}{b} &= 1 \\ \frac{c+1}{a} - \frac{c-1}{b} &= 1\end{aligned}$$

egyenletrendszert.

(20 pont)

4. Adott 2013 db pozitív egész szám: $a_1, a_2, \dots, a_{2013}$. Tudjuk, hogy $a_2 > a_1$, továbbá $3 \leq n \leq 2013$ esetén $a_n = 2013 \cdot a_{n-1} - 2012 \cdot a_{n-2}$. Mutassuk meg, hogy $a_{101} > 2012^{99}$ és $a_{2013} > 2012^{2011}$.

(20 pont)

5. Lefedhető-e teljesen a sík 2013 db parabolatartománnyal?

(20 pont)