

# Választási modellek 1

Prileszky István  
Doktori Iskola  
2018

<http://www.sze.hu/~prile>

Forrás: A Self Instructing Course in Mode Choice Modeling: Multinomial and Nested Logit Models  
Prepared For U.S. Department of Transportation Federal Transit Administration By Frank S. oppelman  
and Chandra Bhat with technical support from Vaneet Sethi, Sriram Subramanian, Vincent Bernardin  
and Jian Zhang January 31, 2006 Modified June  
[http://www.caee.utexas.edu/prof/bhat/COURSES/LM\\_Draft\\_060131Final-060630.pdf](http://www.caee.utexas.edu/prof/bhat/COURSES/LM_Draft_060131Final-060630.pdf)

# Fogalmak

- Választási modellek (discrete choice models)
- célja: annak megjósolása, hogy egyén vagy csoport a lehetőségek halmazából melyik egy vagy több lehetőséget választ. További cél annak vizsgálata, hogyan
  - befolyásolják a döntést az alternatívák<sup>1</sup> és a döntést hozó különböző jellemzői,
  - értékelik a döntéshozók vagy egyes csoportjaik az alternatívák különböző jellemzőit/tulajdonságait.
- Számos területen használatos, nem csak közlekedésben (marketing, környezettudományok, politika stb.) CHOICE BEHAVIOUR
- Csoport viselkedésre két megközelítés:
  - közvetlenül modellezni a csoport viselkedését (aggregate approach)
  - A csoport döntése egyedi döntésekből alakul ki, ennek megfelelően azt kell modellezni, hogyan tükrözik az egyedi döntések a döntést hozó, és az alternatívák jellemzőit. (disaggregate approach). Az egyedi döntéseket ebben az esetben aggregálni kell.
  - A diszaggregált megközelítés az elterjedt

1: alternatíva eredetileg olyan helyzet, amelyben két lehetőség között lehet választani. A mai szóhasználatban általános értelemben választható lehetőséget jelent.

## Döntési folyamat és elemei

- Döntési folyamat: a szóba jöhető alternatívák számbavétele - az egyes alternatívák értékelése – valamilyen döntési szabály alapján az egyik kiválasztása
- 4 elem: a döntést hozó, az alternatívák, az alternatívák jellemzői, döntési szabály
- Döntéshozó: egyes emberek másképpen értékelik az alternatívák jellemzőit, ebben szerepet játszanak pl.: jövedelem, lakóhely, életkor, foglalkozás stb. A modellezésnél ezt figyelembe kell venni.

# A hasznosság (utility) fogalma

- Hasznosság (haszon) = az érték, amit a termék/szolgáltatás jelent a fogyasztónak
- A termék/szolgáltatás tulajdonságaitól, jellemzőitől (attribútumok) függ
- Elv: a fogyasztó a haszon maximálására törekszik, azt az alternatívát választja, amely számára a legnagyobb hasznosságot adja
- A haszon maximalizálás elve két tételen nyugszik
  - Az alternatívák jellemzői kifejezhetők azok hasznosságát tükröző skaláris mennyiségekkel
  - A döntéshozó képes optimalizálni az alternatívák különböző jellegű tulajdonságai között, pl. képes összevetni az egyes alternatívák „utazási idő” és „utazási költség” adatait, és ezek alapján kiválasztani a számára nagyobb hasznosságot jelentő alternatívát (**trade-off**)

# Trade-off példa

obs1	Route A	Route B
Travel time	75	65
Travel cost	1	2
CHOICE	•	

obs2	Route A	Route B
Travel time	75	45
Travel cost	1	3
CHOICE		•

1 eset: 10 perc időmegtakarítás nem ér meg 1 eurót  
idő értéke < 6 euró/óra

2 eset: 30 perc időmegtakarítás megér 2 eurót  
Idő értéke > 4 euró/óra

$4 < \text{idő érték} < 6$

Ha elég megfigyelést végzünk, behatárolható az idő pénzbeli értéke. Ismert időérték birtokában a **választás becsülhető**.

# Hasznossági függvény 1

- A haszon mértékét hasznossági függvényekkel (utility function) fejezzük ki.
- Függő változó: a hasznosság értéke (U)
- Független változók: az attribútumok (X)
- Együtthetők: az attribútumok súlyozására szolgálnak. Az együtthető pozitív, ha az adott attribútum nagyobb értéke nagyobb hasznosságot képvisel, ellenkező esetben negatív.
- $U(X) = C + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n$
- U bármely számérték lehet, a választásnál az egyes alternatívák egymáshoz viszonyított hasznosságának van jelentősége.
- Pl. fényképezőgép
  - Attribútumok:  $X_1$  = felbontás (pixel),  $X_2$  = tömeg (dkg),  $X_3$  = ár (Ft)
  - $U(F) = C_F + \beta_1 800 + \beta_2 35 - \beta_3 27000$
  - $\beta_3$  negatív, mert a magasabb ár kisebb hasznosságot jelent
- Hasznossági függvény felállításánál két feladat:
  - Az attribútumok kijelölése
  - Az együtthetők meghatározása

## Hasznossági függvény 2

- Az attribútumok fontosságát az egyes személyek különbözőképpen értékelik. Kezelésére két módszer ismeretes:
  - A hasznossági függvényben a választók személyes jellemzőit tükröző változókat is szerepeltetünk. Ebben az esetben az attribútum változók három csoportra oszthatók: a termék/szolgáltatás jellemzőit, a választó személy tulajdonságait, valamint a személy és a szolgáltatás kölcsönhatását kifejező változókra. Az utóbbi kettő esetenként összevonható, pl. ár/jövedelem változó.

Pl. Attribútumok:  $X_1$  = felbontás (pixel),  $X_2$  = tömeg (dkg),

$X_3$  = ár (Ft),  $X_4$  = ár/jövedelem

$$U(F) = C_F + \beta_1 800 + \beta_2 35 - \beta_3 27000 - \beta_4 27000/250000$$

Vagy

$$U(F) = C_F + \beta_1 800 + \beta_2 35 - \beta_3 27000/250000$$

Ebben az esetben  $x_3$  az alternatívák és a döntéshozó karaktere közötti kölcsönhatást kifejező változó

## Hasznossági függvény 3

- Másik módszer: a személyes jellemzők szerint homogén választói csoportokat (rétegek, rétegezés) alakítunk ki, és ezekre külön hasznossági függvényeket állapítunk meg. Ebben az esetben csak egyféle attribútum változónk van.

Pl. két jövedelmi kategóriát (alacsony és magas) különböztetünk meg

$$U(F_A) = C_{FA} + \beta_{1A} 800 + \beta_{2A} 35 - \beta_{3A} 27000$$

$$U(F_M) = C_{FM} + \beta_{1M} 800 + \beta_{2M} 35 - \beta_{3M} 27000$$

Ebben az esetben a hasznossági függvény meghatározást szolgáló mintát is rétegenként kell felvenni.



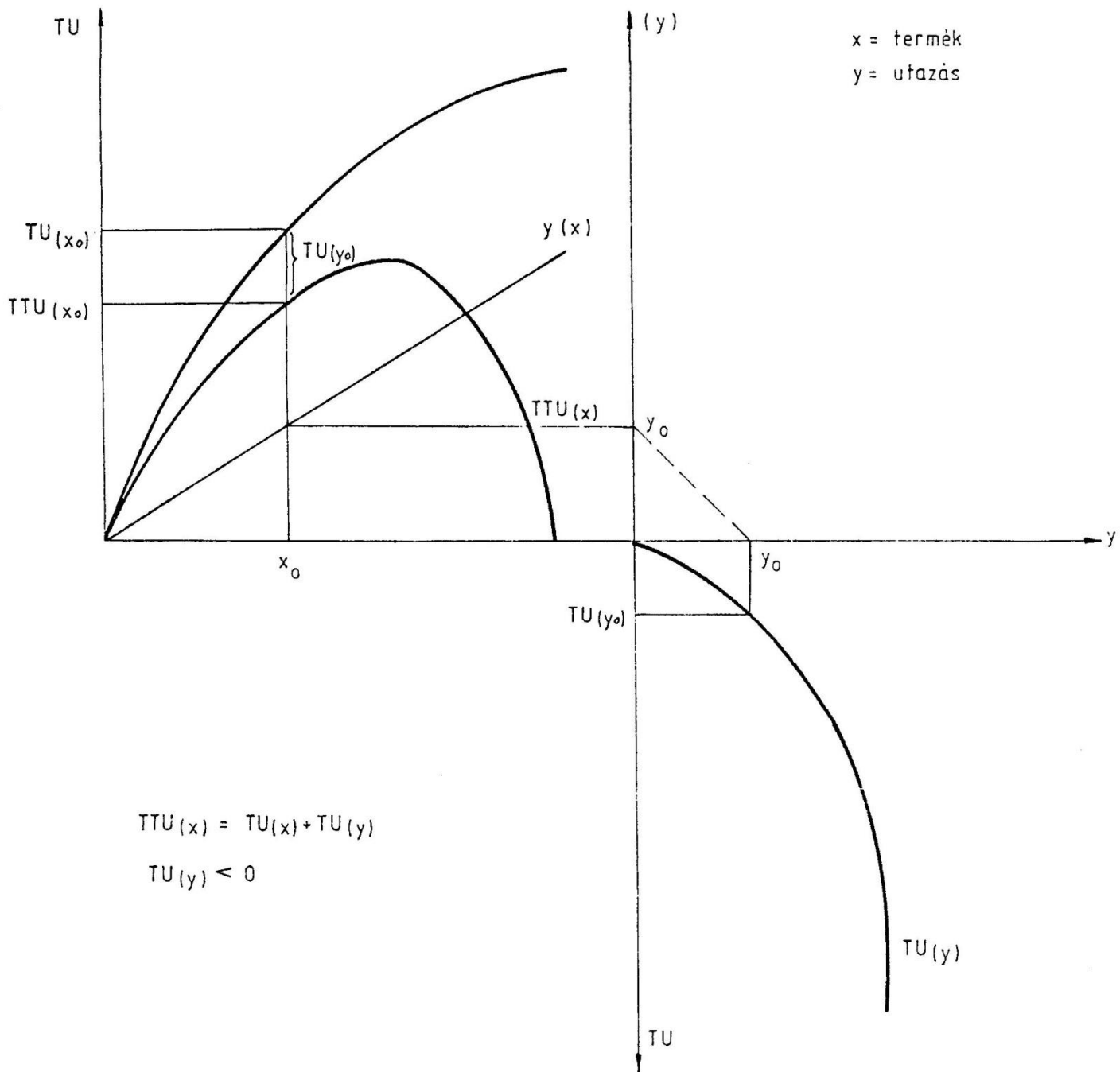
## Az alternatívák

- Rendelkezésre álló (létező) alternatívák (available choice set, universal choice set)
- Elérhető alternatívák (feasible choice set), adott személy számára reális lehetőség
- Figyelembe vett alternatívák (consideration choice set), egyes alternatívákat nem ismernek, vagy eleve elutasítanak

# Az utazó haszna és költsége (User benefit, user cost)

- Haszon-hasznosság (utility) –nem szükségképpen pénzbeli
  - A közlekedési szolgáltatás igénybevétele („fogyasztása”) nem jár haszonnal, sőt, a haszon negatív, másnéven költség.
  - Ha költségként fogjuk fel, akkor az előjel pozitív, ha haszonként, akkor negatív.
  - Haszon az utazás révén lehetővé tett tevékenységből származik
  - Hasznossági függvény: értéke negatív
  - Használói költségfüggvény (user cost) : értéke pozitív
  - Hasznossági függvény=  $(-1) \times$  költségfüggvény
- 
- HT a tevékenységből származó haszon
  - HK az utazás (közlekedés) haszna (negatív!)
  - Összesített haszon  $H = HT + HK$

Ábra



- $TU(x) + TU(y) = TTU(x)$
- $TU(x)$  x áru fogyasztásával keletkező haszon
- $TU(y)$  x áru fogyasztásához kapcsolódó közlekedés haszna (negatív)
- $TTU(x)$  egy utazás haszna (hasznossága) összesítve, ezt veti egybe a fogyasztó a más fogyasztási lehetőségekkel elérhető haszonnal

# Az alternatívák jellemzői (attribútumok)

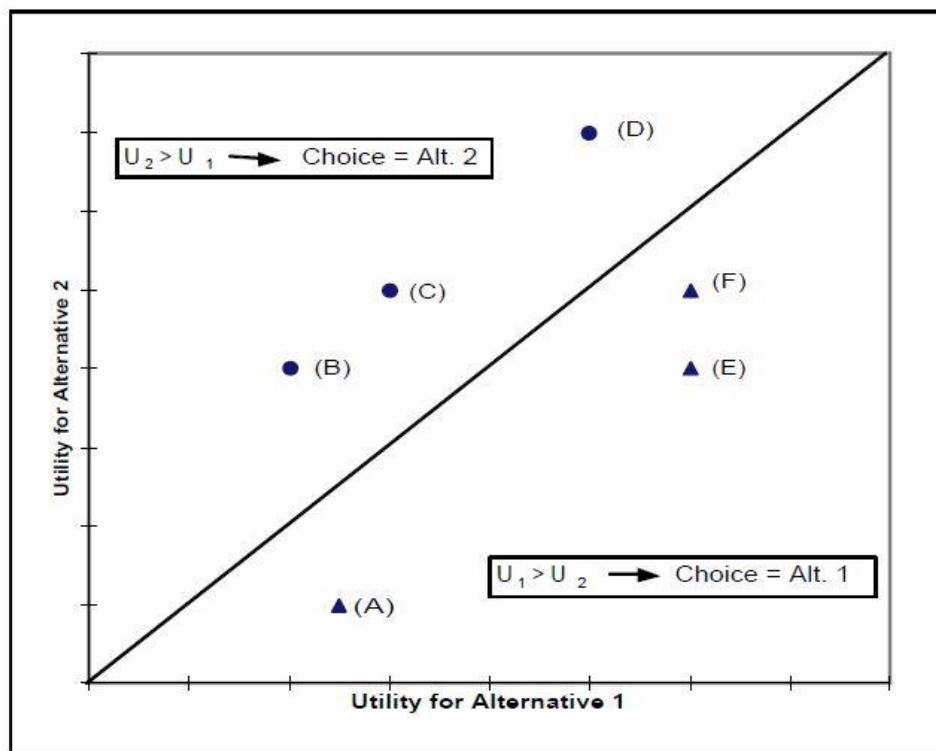
- A jellemzők vonatkozhatnak minden alternatívára, vagy csak azok egy részére
- Közlekedési módtól függ, pl. zsúfoltság, járatsűrűség nem létezik az egyéni közl.-ben
- Idő, kényelem, megbízhatóság, ár stb. Döntő szerepe van az időnek. Pl.
  - Teljes utazási idő
  - Járműben töltött idő
  - Járművön kívüli idő
  - Az utazás költsége
  - Átszállások száma (tömegközlekedésben)
  - Gyaloglási távolság
  - Időbeni érkezés megbízhatósága

# A döntési szabály

- Racionális döntést feltételezünk
- Racionális, ha konzisztens és tranzitív
  - Konzisztens. Ugyanolyan helyzetben ugyanaz a döntés születik
  - Tranzitív: ha A alternatívát választják B-vel szemben, és B-t C-vel szemben, akkor A-t kell választani C-vel szemben is
- Vannak esetek, amikor az emberi döntés nem racionális

# Determinisztikus és valószínűségi modellek

Determinisztikus: azt feltételezi, hogy a döntéshozó az alternatívákat rangsorolja a hasznosság szerint, és biztos, hogy mindig a legnagyobb hasznosságút választja (A,B,C,D,E,F döntéshozók)



A választást csak az alternatívák hasznosságának sorrendje befolyásolja, a hasznosságban meglévő különbségek mértéke nem játszik szerepet.

## Példa

Közlekedési mód	Utazási idő (T) óra	Költség (C) Ft
Személygépkocsi	0,5	800
Személygépkocsi többen (car pooling)	0,75	400
Busz	1,0	300

$$U(T,C,Y) = -T - 0,1C/Y$$

Y = havi jövedelem (ezer Ft)

Az attribútum kifejezését rétegenként külön hasznossági függvény alkalmazásával is meg lehetne oldani pl.

$$U(T,C,120) = -T - a_1C$$

$$U(T,C,300) = -T - a_2C$$



# Determinisztikus választási modellek

- Hasznosság maximalizálása „utility maximization”
- Nagyságrend nem számít, csak a sorrend

Közlekedési mód	Y = 120 000	Y = 300 000
Személygépkocsi	-1,17	-0,77
Személygépkocsi többen(car pooling)	-1,05	-0,88
Busz	-1,25	-1,13

$$\begin{aligned} H_{szg120} &= -0,5 - 0,1 \times 800 / 120 = -1,17 & H_{szg300} &= -0,5 - 0,1 \times 800 / 300 = -0,77 \\ H_{cp120} &= -0,75 - 0,1 \times 400 / 120 = -1,05 & H_{cp300} &= -0,75 - 0,1 \times 400 / 300 = -0,88 \\ H_{b120} &= -1,0 - 0,1 \times 300 / 120 = -1,25 & H_{b300} &= -1,0 - 0,1 \times 300 / 300 = -1,13 \end{aligned}$$

Az alacsonyabb jövedelmű car pooling-ot, a magasabb jövedelmű személygépkocsit választ.

- Az együtthatók nem fejezik ki a preferenciák erősségét, csak a sorrendjüket
- Számos hasznossági függvényt lehet felállítani, amelyek mind alkalmasak a preferenciák sorrendjének a megállapítására

## A busz utazási ideje 0,75 órára csökken

Közlekedési mód	Utazási idő (T)óra	Költség (C) Ft
Személygépkocsi	0,5	800
Személygépkocsi többben (car pooling)	0,75	400
Busz	0,75	300

$$H_{\text{szg}120} = -0,5 - 0,1 \times 800 / 120 = -1,17 \quad H_{\text{szg}120} = -0,5 - 0,1 \times 800 / 300 = -0,77$$

$$H_{\text{cp}120} = -0,75 - 0,1 \times 400 / 120 = -1,05 \quad H_{\text{cp}120} = -0,75 - 0,1 \times 400 / 300 = -0,88$$

$$H_{\text{b}120} = -0,75 - 0,1 \times 300 / 120 = -1,0 \quad H_{\text{b}120} = -0,75 - 0,1 \times 300 / 300 = -1,13$$

Közlekedési mód	Y = 120 000	Y = 300 000
Személygépkocsi	-1,17	-0,77
Személygépkocsi többben(car pooling)	-1,08	-0,88
Busz	-1,0	-0,85

Az alacsonyabb jövedelmű buszt választ, a magasabb jövedelmű marad a személygépkocsinál

## Az aggregált választás becslése

- Az attribútum változó szerint csoportokat képezünk

C	szgk	car- pool	busz	
120	-1,17	-1,08	-1,0	busz
150	-1,03	-1,02	-1,10	car-pool
180	-0,94	-0,97	-1,08	szgk
210	-0,88	-0,94	-1,07	szgk
240	-0,83	-0,92	-1,06	szgk
270	-0,80	-0,90	-1,06	szgk
300	-0,77	-0,88	-0,85	szgk

- 1000 fő jövedelem szerinti megoszlása

jövedelem	%	fő	választás
120	10	100	busz
150	15	150	car-pool
180	25	250	szgk
210	20	200	szgk
240	10	100	szgk
270	15	150	szgk
300	5	50	szgk

Busz: 100    car-pool 150    szgk 750

Megjegyzés: a hasznosságok átlagos értékével számolva hamis eredmény adódna

- A determinisztikus megközelítés három fő hibalehetősége
  - A döntéshozó nem rendelkezik tökéletes információkkal az alternatívákról.
  - A modell felállításakor nem rendelkezünk teljes információval az alternatívákról, nem teljes körűek a figyelembe vett attribútumok, illetve nem értjük jól a döntéshozó döntési mechanizmusát.
  - Nem ismerjük eléggé a döntéshozó attribútumait
- Ha ezekkel a bizonytalanságokkal is számolni akarunk, akkor valószínűségi modellt kell használni

# Valószínűségi modellek

- Az alternatívák hasznosságának a különbségétől függ a választás
- Az eredmény az egyes alternatívák választásának a valószínűsége
- A bizonytalanság abból ered, hogy az egyes alternatíváknak különböző hasznosságot tulajdonít a döntéshozó és a modellalkotó
- Ezt a különbséget úgy fejezzük ki, hogy az alternatívák hasznosságát két részre osztjuk,
  - az egyik rész az, ami megfigyelhető, ezt determinisztikus résznek hívják ( $V_i$ )
  - a másik rész az a különbség, ami a megfigyelt és a döntéshozó által valóságban érzékelt hasznosság között van, ennek nagysága, ismeretlen, ez a véletlen (random) rész ( $\varepsilon_i$ )

$$U_i = V_i + \varepsilon_i$$

Ha A-t választják B-vel szemben

$$U_a > U_b$$

$$V_a + \varepsilon_a > V_b + \varepsilon_b$$

$$P_a = \text{prob}(\varepsilon_b < \varepsilon_a) + (V_a - V_b)$$

# A hasznosság determinisztikus része

- Az alternatívákra jellemző és a döntéshozó karakterére jellemző változókat tartalmaz
- Három részre osztható
  - Az alternatívákat jellemző változók
  - A döntéshozó karakterét jellemző változók
  - Az alternatívák és a döntéshozó karaktere közötti kölcsönhatást kifejező változók (pl. utazási költség kevésbé fontos magas jövedelműeknél, ezt kifejezheti a utazási ktsg/jövedelem változó. Az ilyen típusú változót ki is lehet hagyni a modelltől, ekkor az utazók karakterek szerinti csoportjaira (pl. alacsony jövedelem-magas jövedelem) külön-külön kell hasznossági függvényt felállítani.



# Hasznossági függvény példa

$$V(X_i) = \gamma_1 \times X_{i1} + \gamma_2 \times X_{i2} + \dots + \gamma_k \times X_{iK}$$

$V(X_i)$  = az  $i$  alternatíva hasznossága

$X_{i1}$  = az  $i$  alternatíva  $k$ -adik jellemzőjének (attribútumának) értéke

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  = együtthatók

$$V(X_{DA}) = \gamma_1 \times TT_{DA} + \gamma_2 \times TC_{DA}$$

$$V(X_{SR}) = \gamma_1 \times TT_{SR} + \gamma_2 \times TC_{SR}$$

$$V(X_{TR}) = \gamma_1 \times TT_{TR} + \gamma_2 \times TC_{TR} + \gamma_3 \times \text{FREQ}_{TR}$$

$TT_{DA}$  = teljes utazási idő autóval egyedül

$TC_{DA}$  = teljes utazási költség autóval egyedül

$TT_{SR}$  = teljes utazási idő car sharing

$TC_{SR}$  = teljes utazási költség car sharing

$TT_{TR}$  = teljes utazási idő tömegközlekedés

$TC_{TR}$  = teljes utazási költség tömegközlekedés

$\text{FREQ}_{TR}$  = járatszám/óra a tömegközlekedésben

$\gamma_k$  azonos minden alternatívánál. Különbséget is tehetünk a modell átalakításával. Pl. Az utazási idő tömegközlekedésen megterhelőbb, mint az autózásnál

$$V(X_{DA}) = \gamma_{11} \times TT_{DA} + \gamma_{12} \times 0 + \gamma_2 \times TC_{DA}$$

$$V(X_{SR}) = \gamma_{11} \times TT_{SR} + \gamma_{12} \times 0 + \gamma_2 \times TC_{SR}$$

$$V(X_{TR}) = \gamma_{11} \times 0 + \gamma_{12} \times TT_{TR} + \gamma_2 \times TC_{TR} + \gamma_3 \times FREQ_{TR}$$

# Nem magyarázható preferenciák BIAS

- Egyes alternatívákhoz kapcsolódó preferencia/diszpreferencia nem magyarázható sem az alternatívák, sem a döntéshozók attribútumaival
- Kibővítjük a hasznossági függvényt egy új taggal (bias)

$$Bias_i = \beta_{i0} \times ASC_i$$

$\beta_{i0}$  = az i alternatíva többlet hasznossága

$ASC_i$  = 1 az i alternatíva esetében, a többi alternatívánál 0

# A döntéshozó karakterét kifejező változók

Gyakran használt változók

- Income of the traveler's household,
- Sex of traveler,
- Age of traveler,
- Number of automobiles in traveler's ousehold,
- Number of workers in the traveler's household
- Number of adults in the traveler's household.

$$V(S_{DA}) = \beta_{DA,0} \times 1 + \beta_{DA,1} \times Inc_t + \beta_{DA,2} \times NCar_t$$

$$V(S_{SR}) = \beta_{SR,0} \times 1 + \beta_{SR,1} \times Inc_t + \beta_{SR,2} \times NCar_t$$

$$V(S_{TR}) = \beta_{TR,0} \times 1 + \beta_{TR,1} \times Inc_t + \beta_{TR,2} \times NCar_t$$

$\beta_{i0}$  = a bias tényező az adott alternatívára vonatkozóan

$Inc_t$  = az utazó háztartásának jövedelme

$NCar_t$  = autók száma az utazó háztartásában

$\beta_{i1}, \beta_{i2}$  = az alternatívákhoz tartozó paraméter a jövedelemre és az autók számára vonatkozóan

## Az alternatívák és a döntéshozó karaktere közötti kölcsönhatást kifejező változók

- Pl. Nők érzékenyebbek az utazási idő mértékére

$$V(X_{DA}, S_i) = \gamma_1 \times TT_{DA} + \gamma_2 \times TT_{DA} \times Fem + \gamma_3 \times TC_{DA} \quad 3.16$$

$$V(X_{SR}, S_i) = \gamma_1 \times TT_{SR} + \gamma_2 \times TT_{SR} \times Fem + \gamma_3 \times TC_{SR} \quad 3.17$$

$$V(X_{TR}, S_i) = \gamma_1 \times TT_{TR} + \gamma_2 \times TT_{TR} \times Fem + \gamma_3 \times TC_{TR} + \gamma_4 \times FREQ_{TR} \quad 3.18$$

Az utazási idő ( $TT_i$ ) az utazási költség ( $TC_i$ ) a két hasznosságot tükröző változó. Gamma1 ( $\gamma_1$ ) vonatkozik mindenkire, gamma2 ( $\gamma_2$ ) csak nőkre. A Fem dummy változó, férfiak esetében 0, nőknél 1.

# Multinomiális logit modell

- A hasznosságot leíró függvények nem pontosan határozzák meg az alternatívák hasznosságát a döntéshozók szempontjából, az eltérések számos, egymástól független okra vezethetők vissza. A hibák eloszlása a centrális határeloszlási tétel értelmében normális eloszlásúnak feltételezhető. Normális eloszlásból kiindulva a multinomiális probit modellhez (MPM) jutunk, de ennek használata nehézkes. A normális eloszlás helyett Gumbel eloszlást használva alkották meg a multinomiális logit modellt (MLM). A modell azon a feltételezésen alapszik, hogy a hibák egyenlően és egymástól függetlenül oszlanak meg az alternatívák valamint a döntéshozók között. Ennek a modellnek a segítségével az egyes alternatívák választásának valószínűsége a hasznossági függvény determinisztikus része alapján számítható.
- Ez a Random Utility Maximization (RUM) model (McFadden)
- Joseph Bergson 1944 alkotta meg a logit kifejezést

waned. But in 1973 McFadden, working as a consultant for a Californian public transportation project, first linked the multinomial logit to the theory of discrete choice from mathematical psychology. This provided a theoretical foundation of the logit model that is much more profound than any theory put forward for the use of the probit in bio-assay. It earned McFadden a Nobel prize in 2000.

McFadden, Daniel. "The mathematical theory of demand models."  
*Behavioral Travel Demand Models* (1976)

# A normális és a Gumbel eloszlás

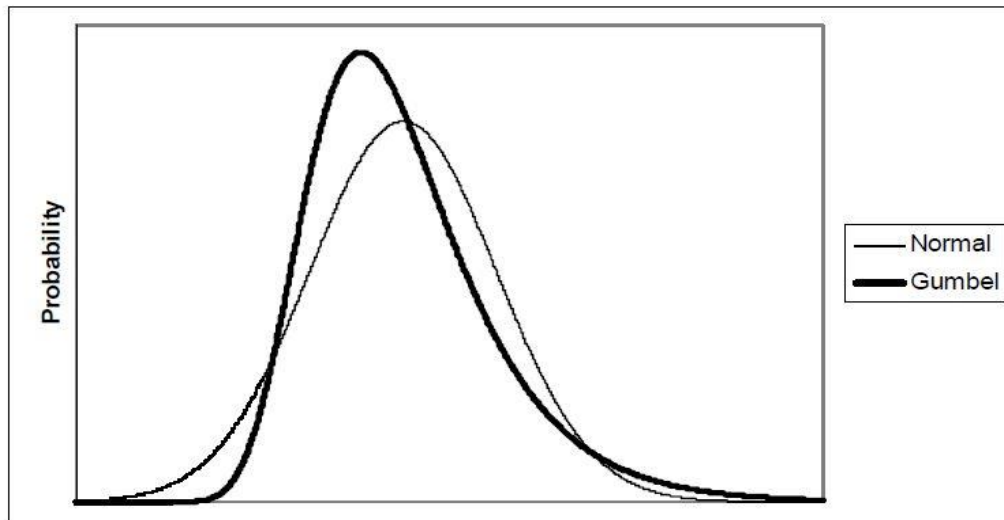


Figure 4.1 Probability Density Function for Gumbel and Normal  
(same mean and variance)

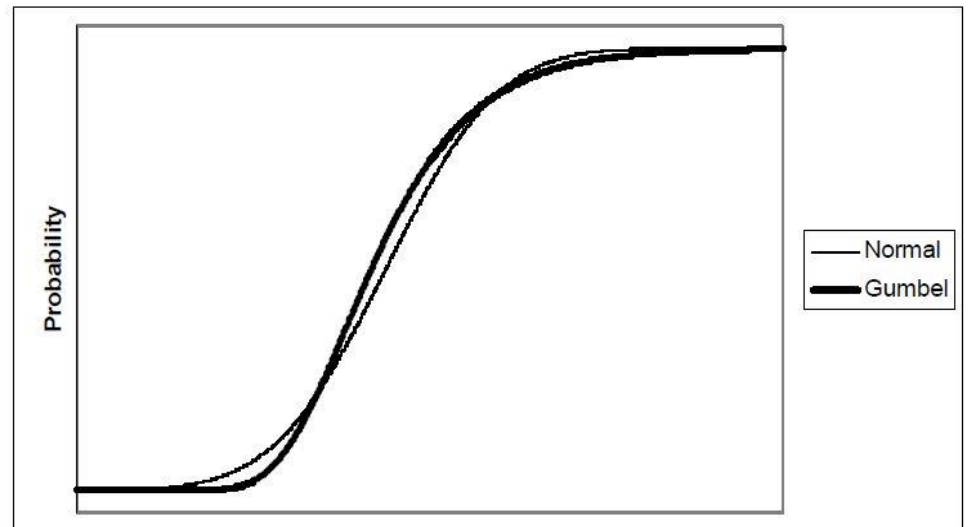


Figure 4.2 Cumulative Distribution Function for Gumbel and Normal Distribution with the Same Mean and Variance

# A multinomiális logit model MNL)

- Alapja a következő 3 feltevés
- (1) a hasznossági függvény random komponense extrém érték (Gumbel) eloszlású
- (2) a random komponensek egyenlően és függetlenül oszlanak meg az alternatívák között
- (3) a random komponensek egyenlően és függetlenül oszlanak meg a megfigyelések és a egyedek (személyek) között

Az ezek alapján felállított matematikai modell az egyes alternatívák választási valószínűségeit az alternatívák hasznosságának szisztematikus (ismert) része alapján határozza meg.



# Képlet

$$\Pr(i) = \frac{\exp(V_i)}{\sum_{j=1}^J \exp(V_j)} \quad 4.5$$

where  $\Pr(i)$  is the probability of the decision-maker choosing alternative  $i$  and  
 $V_j$  is the systematic component of the utility of alternative  $j$ .

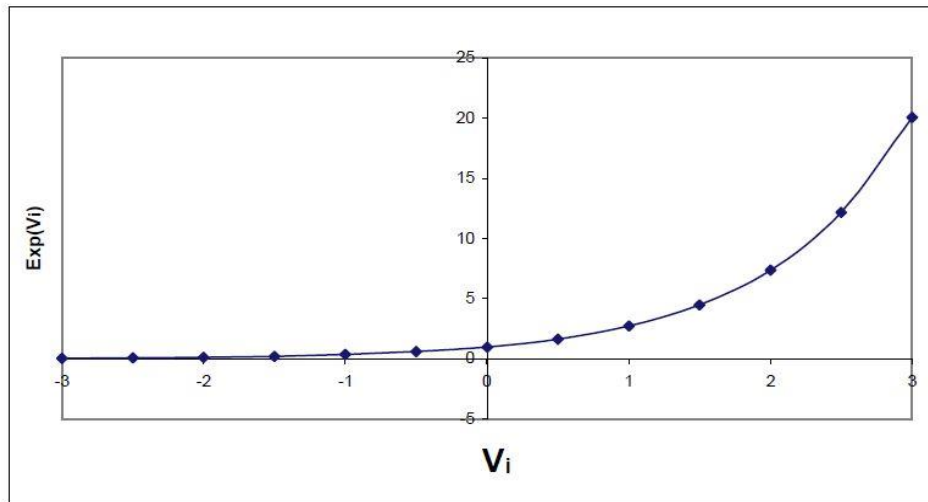


Figure 4.3 Relationship between  $V_i$  and  $\exp(V_i)$

$V_i$  negatív, ezért 0 és egy közötti érték adódhat (valószínűség).  
Közlekedésben a haszon negatív.

## Képlet tagok feltüntetésével

$$\text{Pr}(DA) = \frac{\exp(V_{DA})}{\exp(V_{DA}) + \exp(V_{SR}) + \exp(V_{TR})}$$

$$\text{Pr}(SR) = \frac{\exp(V_{SR})}{\exp(V_{DA}) + \exp(V_{SR}) + \exp(V_{TR})}$$

$$\text{Pr}(TR) = \frac{\exp(V_{TR})}{\exp(V_{DA}) + \exp(V_{SR}) + \exp(V_{TR})}$$

## A modell másik formája

$$\begin{aligned}\Pr(DA) &= \frac{\exp(V_{DA})}{\exp(V_{DA}) + \exp(V_{SR}) + \exp(V_{TR})} \times \frac{\exp(-V_{DA})}{\exp(-V_{DA})} \\ &= \frac{\exp(V_{DA}) \times \exp(-V_{DA})}{[\exp(V_{DA}) + \exp(V_{SR}) + \exp(V_{TR})] \times \exp(-V_{DA})} \\ &= \frac{\exp(0)}{\exp(0) + \exp(V_{SR} - V_{DA}) + \exp(V_{TR} - V_{DA})}\end{aligned}$$

$$\Pr(DA) = \frac{1}{1 + \exp(V_{SR} - V_{DA}) + \exp(V_{TR} - V_{DA})}$$

$$\Pr(i) = \frac{1}{1 + \sum_{j \neq i} \exp(V_j - V_i)} \quad \forall i \in J$$

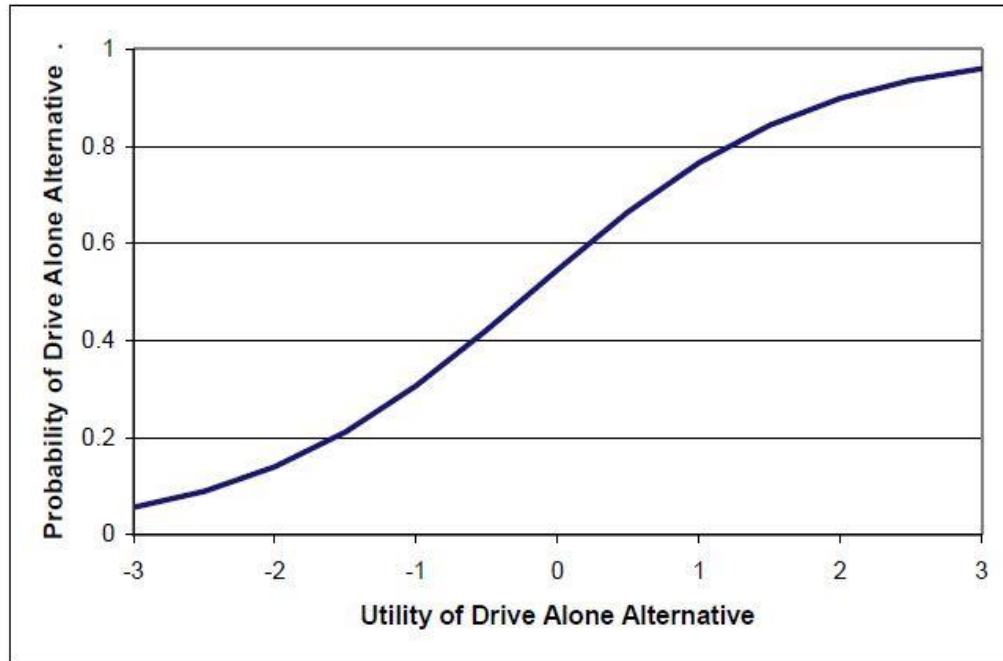
# A logit modell tulajdonságai

1. Egy alternatíva választási valószínűsége az adott alternatíva hasznosságának függvényében S alakot mutat.
  - A hasznosság változása a legnagyobb hatást akkor gyakorol, amikor a választás valószínűsége 50% körüli, vagyis egyenlő az összes többi alternatíva együttes választási valószínűségével.

Table 4-1 Probability Values for Drive Alone as a Function of Drive Alone Utility

(Shared Ride and Transit Utilities held constant)

Case	$V_{DA}$	$V_{SR}$	$V_{TR}$	Pr(DA)
1	-3.0	-1.5	-0.5	0.0566
2	-1.5	-1.5	-0.5	0.2119
3	0.0	-1.5	-0.5	0.5465
4	1.5	-1.5	-0.5	0.8438
5	3.0	-1.5	-0.5	0.9603



2. A választási valószínűségek az alternatívák hasznosságának különbségeitől függenek, és nem azok értékeinek nagyságrendjétől. Ha valamely értékkel megnöveljük minden alternatíva hasznosságát, a választás valószínűségei nem változnak.

Minden alternatíva hasznosságához hozzáadunk 1-et, a valószínűségek nem változnak.

$$\Pr(DA) = \frac{\exp(-0.5)}{\exp(-0.5) + \exp(-1.5) + \exp(-3.0)} = 0.690$$

$$\Pr(SR) = \frac{\exp(-1.5)}{\exp(-0.5) + \exp(-1.5) + \exp(-3.0)} = 0.254$$

$$\Pr(TR) = \frac{\exp(-3.0)}{\exp(-0.5) + \exp(-1.5) + \exp(-3.0)} = 0.057$$

$$\Pr(DA) = \frac{\exp(0.5)}{\exp(0.5) + \exp(-0.5) + \exp(-2.0)} = 0.690$$

$$\Pr(SR) = \frac{\exp(-0.5)}{\exp(0.5) + \exp(-0.5) + \exp(-2.0)} = 0.254$$

$$\Pr(TR) = \frac{\exp(-2.0)}{\exp(0.5) + \exp(-0.5) + \exp(-2.0)} = 0.057$$

# Az irreleváns alternatíváktól való függetlenség (Independence of Irrelevant Alternatives IIA)

Két alternatíva választási valószínűsége közötti arány független attól, hogy van-e más alternatíva, és azoknak mennyi a hasznossága.

$$\Pr(Auto) = \frac{\exp(V_{Auto})}{\exp(V_{Auto}) + \exp(V_{Bus}) + \exp(V_{Rail})}$$

$$\Pr(Bus) = \frac{\exp(V_{Bus})}{\exp(V_{Auto}) + \exp(V_{Bus}) + \exp(V_{Rail})}$$

$$\Pr(Rail) = \frac{\exp(V_{Rail})}{\exp(V_{Auto}) + \exp(V_{Bus}) + \exp(V_{Rail})}$$

$$\frac{\Pr(Auto)}{\Pr(Bus)} = \frac{\exp(V_{Auto})}{\exp(V_{Bus})} = \exp(V_{Auto} - V_{Bus})$$

$$\frac{\Pr(Auto)}{\Pr(Rail)} = \frac{\exp(V_{Auto})}{\exp(V_{Rail})} = \exp(V_{Auto} - V_{Rail})$$

$$\frac{\Pr(Bus)}{\Pr(Rail)} = \frac{\exp(V_{Bus})}{\exp(V_{Rail})} = \exp(V_{Bus} - V_{Rail})$$

$$\frac{\Pr(i)}{\Pr(k)} = \frac{\exp(V_i)}{\exp(V_k)} = \exp(V_i - V_k)$$

- Ez a tulajdonság vitatható eredményekhez is vezethet. „Kék busz-piros busz paradoxon”
  - Két alternatíva van: autó, kék busz. Az autó választási valószínűsége 0,7, a buszé 0,3.
  - Egy új busz szolgáltató (piros busz) lép a piacra, amely pontosan ugyanazt a szolgáltatást nyújtja, mint a kék busz. Ugyanazok az indulási-érkezési időpontok ugyanaz a menetrend, ugyanolyan jármű, csak a külső színezés különbözik.
  - Logikus feltételezés szerint a busz utasok megoszlának egyenlő arányban a két buszos alternatíva között, azaz az új helyzetben a választási valószínűségek a következők lesznek: autó=0,7, kék busz=0,15, piros busz=0,15.



Logit modell szerint nem ez adódik.

	személygk	kék busz		személygk	kék busz	piros busz
V	-1,17	-1,88		-1,17	-1,88	-1,88
$e^V$	0,3103669	0,15259		0,31036694	0,15259	0,1525901
$P_i$	0,6704012	0,329599		0,50421311	0,247893	0,2478934

Nem a 32,8%-os busz arány feleződött, hanem a busz részesedése megnőtt 46,6%-ra, ami feleződik a kék és piros busz között.

A logit modell használatánál figyelembe kell venni ezt a tulajdonságát.

A piros busz ebben az esetben nem jelent valódi alternatívát, hiszen a tulajdonságai azonosak a kék buszéval.

Nested logit model alkalmazásával kezelhető.

# Példa1

1. Csak konstans – az alternatívák minden tulajdonságát egy konstans fejezi ki, amely minden döntéshozó számára egyformán kifejezi az alternatívák értékét

**Table 4-8 MNL Probabilities for Constants Only Model**

Alternative	Utility		Exponent	Probability
	Expression	Value		
Drive Alone	0.0	0.0	1.0000	0.7314
Shared Ride	-1.60	-1.60	0.2019	0.1477
Transit	-1.80	-1.80	0.1653	0.1209
			1.3672	

## 2. Az alternatívák jellemzése 2 változóval, utazási idő és költség

parameter for time (in minutes) equal to -0.045 and for cost (in cents) equal to -0.004  
 Change in the alternative specific constants, to -1.865 for shared ride and -0.650 for transit, as the effect of excluding these time and cost variables is removed from the constants.

<u>Mode</u>	<u>Travel Time</u>	<u>Travel Cost</u>
Drive Alone	25 minutes	\$1.75
Shared Ride	28 minutes	\$0.75
TRansit	55 minutes	\$1.25

**Table 4-9 MNL Probabilities for Time and Cost Model**

Alternative	Utility		Exponent	Probability
	Expression	Value		
Drive Alone	$-0.045 \times 25 - 0.004 \times 175$	-1.825	0.1612	0.7314
Shared Ride	$-1.865 - 0.045 \times 28 - 0.004 \times 75$	-3.425	0.0325	0.1477
TRansit	$-0.650 - 0.045 \times 55 - 0.004 \times 125$	-3.625	0.0266	0.1209
			0.2204	

3. Az utazási idő felbontása járműben töltött és járműven kívüli időre, alkalmazott paraméter:-0.031 and -0.062.,

<u>Mode</u>	<u>IVT</u>	<u>OVT</u>	<u>Travel Cost</u>
Drive Alone	21 minutes	4 minutes	\$1.75
Shared Ride	23 minutes	5 minutes	\$0.75
Bus	25 minutes	30 minutes	\$1.25

Table 4-10 MNL Probabilities for In and Out of Vehicle Time and Cost Model

Alternative	Utility		Exponent	Probability
	Expression	Value		
Drive Alone	$-0.031 \times 21 - 0.062 \times 4 - 0.004 \times 175$	-1.599	0.202	0.773
Shared Ride	$-1.90 - 0.031 \times 23 - 0.062 \times 5 - 0.004 \times 75$	-3.223	0.040	0.152
TRansit	$-0.80 - 0.031 \times 25 - 0.062 \times 30 - 0.004 \times 125$	-3.935	0.020	0.075
			0.261	

4. A döntéshozó attribútum bevezetése, jövedelem  
 Jövedelem 50 e, csak a transzitot érinti, kifejezve, hogy nagyobb jövedelemnél kevésbé használnak tömegközlekedést, azaz annak a hasznossága csökken. A másik két alternatíva hasznosságát ez nem érint.

Table 4-11 MNL Probabilities for In and Out of Vehicle Time, Cost and Income Model

Alternative	Utility		Exponent	Probability
	Expression	Value		
Drive Alone	$-0.031 \times 21 - 0.062 \times 4 - 0.004 \times 175$	-1.599	0.202	0.780
Shared Ride	$-1.90 - 0.031 \times 23 - 0.062 \times 5 - 0.004 \times 75$	-3.223	0.040	0.154
TRansit	$-0.50 - 0.031 \times 25 - 0.062 \times 30 - 0.004 \times 125$ $-0.0087 \times 50$	-4.070	0.017	0.066
			0.259	

5. Bővítés az alternatívák és a döntéshozó karaktere közötti kölcsönhatást kifejező változóval.

Költséget osztjuk a jövedelemmel

**Table 4-12 MNL Probabilities for In and Out of Vehicle Time, and Cost/Income Model**

Alternative	Utility		Exponent	Probability
	Expression	Value		
Drive Alone	$-0.031 \times 21 - 0.062 \times 4 - 0.153 \times (175/50)$	-1.435	0.238	0.763
Shared Ride	$-1.90 - 0.031 \times 23 - 0.062 \times 5 - 0.153 \times (75/50)$	-3.153	0.043	0.137
TRansit	$-0.45 - 0.031 \times 25 - 0.062 \times 30 - 0.153 \times (125/50)$	-3.468	0.031	0.100
			0.312	



# Determinisztikus és valószínűségi eredmények1/2

e <sup>v</sup>											
Sz	Cp	B	$\sum e^v$	Psz	Pcp	Pb	Fő Sz	Fő cp	Fő B		
0,31	0,34	0,29	0,94	0,33	0,36	0,31	33	36	31		
0,36	0,36	0,30	1,02	0,35	0,36	0,30	52	53	44		
0,39	0,38	0,31	1,08	0,36	0,35	0,29	90	88	72		
0,41	0,39	0,32	1,12	0,37	0,35	0,28	74	69	57		
0,43	0,40	0,32	1,16	0,37	0,34	0,28	37	34	28		
0,45	0,41	0,33	1,19	0,38	0,34	0,28	57	51	42		
0,46	0,41	0,33	1,21	0,38	0,34	0,27	19	17	14		
							363	350	287	1000	
		determinisztikus eredmény						750	250		



# Determinisztikus és valószínűségi eredmények2/1

								V		
Y	fő	SzT	CpT	BT	SzK	CpK	BK	Sz	Cp	B
120	100	0,5	0,75	0,75	800	400	300	-1,167	-1,083	-1,000
150	150	0,5	0,75	0,75	800	400	300	-1,033	-1,017	-0,950
180	250	0,5	0,75	0,75	800	400	300	-0,944	-0,972	-0,917
210	200	0,5	0,75	0,75	800	400	300	-0,881	-0,940	-0,893
240	100	0,5	0,75	0,75	800	400	300	-0,833	-0,917	-0,875
270	150	0,5	0,75	0,75	800	400	300	-0,796	-0,898	-0,861
300	50	0,5	0,75	0,75	800	400	300	-0,767	-0,883	-0,850
	1000									
		T	C							
Szgek		0,5	800							
cp		0,75	400							
Busz		1,0	300							
U(T,C,Y) = -T - 0,1C/Y										

# Determinisztikus és valószínűségi eredmények2/2

e <sup>v</sup>									
Cp	B	Σ e <sup>v</sup>	Psz	Pcp	Pb	Fő Sz	Fő cp	Fő B	
0,34	0,37	1,02	0,31	0,33	0,36	31	33	36	
0,36	0,39	1,10	0,32	0,33	0,35	48	49	53	
0,38	0,40	1,17	0,33	0,32	0,34	83	81	86	
0,39	0,41	1,21	0,34	0,32	0,34	68	64	67	
0,40	0,42	1,25	0,35	0,32	0,33	35	32	33	
0,41	0,42	1,28	0,35	0,32	0,33	53	48	49	
0,41	0,43	1,31	0,36	0,32	0,33	18	16	16	
						336	323	341	1000
determinisztikus eredmény						500		500	

# Következő alkalomra

- Biogeme letöltés

<http://biogeme.epfl.ch/>



**WHAT OS ARE YOU USING?**

Biogeme is an open source software. This page explains how to install it on various platforms. In general, it is recommended to install it from sources, so that the software is tailored to your system. However, for users using Windows, a specific installer is also available.

- Install on Mac OS
- Install an executable on Windows
- Install from sources on Windows
- Install from sources

Your OS: Windows

- Mappa elnevezés ékezet nélkül
- Írási jogosultság
- Excel próbaszámítások