



# Algoritmusok és adatstruktúrák 3. előadás

Pusztai Pál  
[pusztai@sze.hu](mailto:pusztai@sze.hu)

# Tartalom

- Elemi feladatok
  - Prímfelbontás
  - Monoton növő sorozat
  - Pozitív adatok maximuma, átlaga
  - Az  $e^x$  függvény közelítése
  - Gyökkeresés intervallumfelezéssel
  - Határozott integrál számítása



## Elemi feladatok

- Elemi feladatokon most olyan feladatokat értünk, amelyek megoldhatók **egyszerű adattípusok** használatával.
- A megoldáshoz szükséges adatokat **bekérjük**, a keletkező eredményeket **kiírjuk**.



## Prímfelbontás

- **Feladat:** Adott egy  $N (>1)$  egész szám, mint input adat. Írjuk ki a szám prímtényezős felbontását!

Pl:  $12 \rightarrow 2*2*3$



## Prímfelbontás

- **Feladat:** Adott egy  $N (>1)$  egész szám, mint input adat. Írjuk ki a szám prímtényezős felbontását!

Pl:  $12 \rightarrow 2*2*3$

| Funkció            | Azonosító | Típus | Jelleg |
|--------------------|-----------|-------|--------|
| A felbontandó szám | N         | Egész | I, M   |
| Az aktuális osztó  | O         | Egész | M, O   |

## Prímfelbontás

```
/* Prímfelbontás */
```

```
Be: N
```

```
O ← 2
```

```
while N > 1
```

```
    if N MOD O = 0
```

```
        N ← N DIV O
```

```
        if N = 1
```

```
            Ki: O
```

```
        else
```

```
            Ki: O, '*'
```

```
    else
```

```
        O ← O + 1
```

## Monoton növő sorozat

- **Feladat:** Adott  $N$  ( $>1$ ) darab szám, mint input adat, ahol  $N$  is input adat. Kérjük be őket és mondjuk meg, hogy az adatmegadás sorrendjében monoton növők-e vagy sem!

## Monoton növő sorozat

- **Feladat:** Adott  $N (>1)$  darab szám, mint input adat, ahol  $N$  is input adat. Kérjük be őket és mondjuk meg, hogy az adatmegadás sorrendjében monoton növők-e vagy sem!

| Funkció                          | Azonosító | Típus   | Jelleg |
|----------------------------------|-----------|---------|--------|
| Az adatok száma                  | N         | Egész   | I      |
| Az aktuális adat                 | A         | Valós   | I      |
| Az aktuális adatot megelőző adat | ELOZO     | Valós   | M      |
| Monoton növő-e a sorozat         | NOVO      | Logikai | M, O   |
| Ciklusváltozó                    | I         | Egész   | M      |



## Monoton növő sorozat

```

/* Monoton növő sorozat */
Be: N
/* Első adat */
Be: A
/* Kezdőértékek */
NOVO ← igaz
ELOZO ← A
/* Többi adat */
for I ← 2,N
    Be: A
    if A<ELOZO
        NOVO ← hamis
        ELOZO ← A
if NOVO
    Ki: "Monoton növők!"
else
    Ki: "Nem monoton növők!"
    
```



## Pozitív adatok maximuma, átlaga

- **Feladat:** Adott  $N$  db szám, mint input adat, ahol  $N$  is input adat. Kérjük be az adatokat és mondjuk meg a beérkezett pozitív adatok maximumát és átlagát!

## Pozitív adatok maximuma, átlaga

- **Feladat:** Adott  $N$  db szám, mint input adat, ahol  $N$  is input adat. Kérjük be az adatokat és mondjuk meg a beérkezett pozitív adatok maximumát és átlagát!

| Funkció                     | Azonosító | Típus | Jelleg |
|-----------------------------|-----------|-------|--------|
| Az adatok száma             | N         | Egész | I      |
| Az aktuális adat            | AKT       | Valós | I      |
| A pozitív adatok maximuma   | MAX       | Valós | M, O   |
| A pozitív adatok átlaga     | ATL       | Valós | O      |
| A pozitív adatok darabszáma | DB        | Egész | M      |
| A pozitív adatok összege    | OSSZ      | Valós | M      |
| Ciklusváltozó               | I         | Egész | M      |

## Pozitív adatok maximuma, átlaga

```
/* Pozitív adatok maximuma, átlaga */
Be: N
/* Kezdőértékek */
DB ← OSSZ ← 0
/* Adatbekérés, feldolgozás */
for I ← 1,N
    Be: AKT
    if AKT>0
        DB ← DB+1
        OSSZ ← OSSZ+AKT
        if DB=1
            MAX ← AKT
        else
            if AKT>MAX
                MAX ← AKT
/* Eredménykiírás */
if DB=0
    Ki: "Nem volt pozitív adat!"
else
    ATL ← OSSZ/DB
    Ki: "A pozitív adatok maximuma:",MAX
    Ki: "A pozitív adatok átlaga:",ATL
```



## $e^x$ hatványsora

- **Feladat:** Közelítsük  $e^x$  értékét a hatványsorának felhasználásával!

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$



## $e^x$ hatványsora

- Feladat:** Közelítsük  $e^x$  értékét a hatványsorának felhasználásával!

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

| Funkció                                 | Azonosító | Típus | Jelleg |
|---|-----------|-------|--------|
| $x$ , ahol a függvényértéket közelítjük | X         | Valós | I      |
| A pontosság                             | EPSZ      | Valós | I      |
| A közelítés $n$ lépésszáma              | N         | Egész | M, O   |
| A közelítő érték                        | OSSZ      | Valós | M, O   |
| Az aktuális tag értéke                  | AKT       | Valós | M      |

## $e^x$ hatványsora

/\* Az exponenciális függvény közelítése \*/

Be: X, EPSZ

/\* Kezdőértékek \*/

$N \leftarrow 1$

$AKT \leftarrow X$

$OSSZ \leftarrow 1 + AKT$

/\* Közelítés \*/

**while**  $ABS(AKT) \geq EPSZ$

$N \leftarrow N + 1$

$AKT \leftarrow AKT * X / N$

$OSSZ \leftarrow OSSZ + AKT$

/\* Eredménykiírás \*/

Ki: "N értéke:", N

Ki: "A közelítő érték:", OSSZ

Ki: "A 'pontos' érték:",  $EXP(X)$



## Gyökkeresés intervallumfelezéssel

- **Feladat:** Határozzuk meg egy  $f(x)=0$  egyenlet egy gyökét, egy adott  $[a, b]$  intervallumban, adott  $\varepsilon$  pontossággal!





## Gyökkeresés intervallumfelezéssel

- **Feladat:** Határozzuk meg egy  $f(x)=0$  egyenlet egy gyökét, egy adott  $[a, b]$  intervallumban, adott  $\varepsilon$  pontossággal!

| Funkció                             | Azonosító | Típus | Jelleg |
|-------------------------------------|-----------|-------|--------|
| Az intervallum kezdőpontja          | A         | Valós | I      |
| Az intervallum végpontja            | B         | Valós | I      |
| A közelítés pontossága              | EPSZ      | Valós | I      |
| A kiszámított közelítő érték        | GYOK      | Valós | O      |
| A vizsgált intervallum kezdőpontja  | XK        | Valós | M      |
| A vizsgált intervallum végpontja    | XV        | Valós | M      |
| A vizsgált intervallum felezőpontja | XF        | Valós | M      |
| Függvényérték a kezdőpontban        | YK        | Valós | M      |
| Függvényérték a végpontban          | YV        | Valós | M      |
| Függvényérték a felezőpontban       | YF        | Valós | M      |

## Gyökkeresés intervallumfelezéssel

```
/* Gyökkeresés intervallumfelezéssel */  
/* Adatbekérés */  
Be: A,B,EP SZ  
/* Kezdőértékek */  
XK  $\leftarrow$  A  
XV  $\leftarrow$  B  
YK  $\leftarrow$  f(A)  
YV  $\leftarrow$  f(B)  
/* Közelítés */  
...
```



## Gyökkeresés intervallumfelezéssel

...

/\* Közelítés \*/

**while**  $XV - XK > EPSZ$

/\* Felezőpont \*/

$XF \leftarrow (XK + XV) / 2$

$YF \leftarrow f(XF)$

/\* Csökkentés \*/

**if**  $YK * YF \leq 0$

$XV \leftarrow XF$

$YV \leftarrow YF$

**if**  $YV * YF \leq 0$

$XK \leftarrow XF$

$YK \leftarrow YF$

/\* Eredmény \*/

$GYOK \leftarrow (XK + XV) / 2$

/\* Eredménykiírás \*/

Ki: "A gyök közelítő értéke:", GYOK

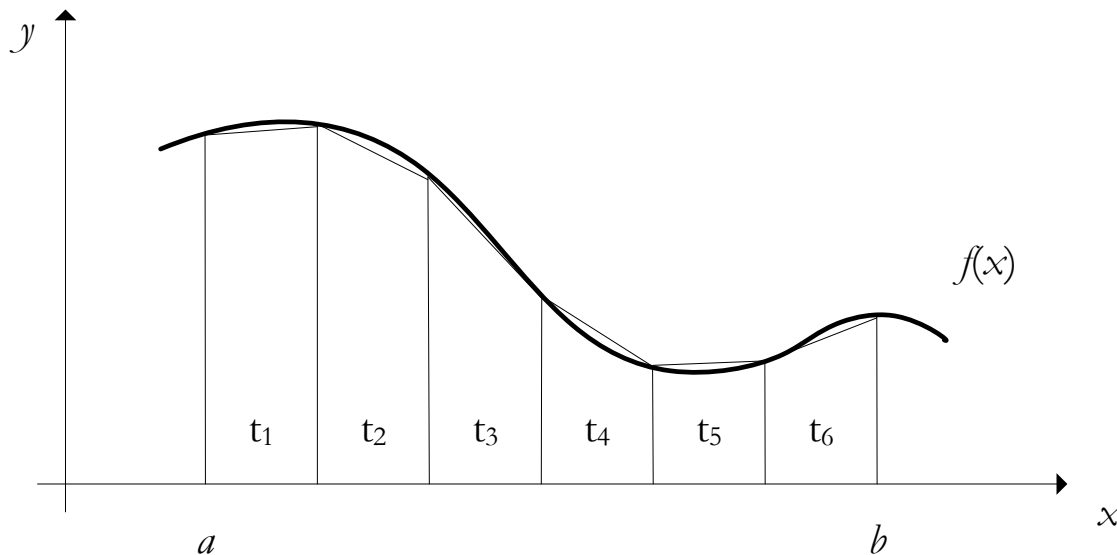


## Integrálérték meghatározása

- **Feladat:** Számítsuk ki egy  $f(x)$  függvény, adott  $[a, b]$  intervallumban vett határozott integrálját!

# Integrálérték meghatározása

- **Feladat:** Számítsuk ki egy  $f(x)$  függvény, adott  $[a, b]$  intervallumban vett határozott integrálját!



$$T = h\left(\frac{y_0 + y_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} y_i\right)$$

**A trapéz-módszer**

## Integrálérték meghatározása

| Funkció                             | Azonosító | Típus | Jelleg |
|-------------------------------------|-----------|-------|--------|
| Az intervallum kezdőpontja          | A         | Valós | I      |
| Az intervallum végpontja            | B         | Valós | I      |
| A közelítés pontossága              | EPSZ      | Valós | I      |
| A beosztás finomsága                | N         | Egész | M      |
| A részintervallumok hossza          | H         | Valós | M      |
| Az aktuális területösszeg           | T         | Valós | M, O   |
| Az első ill. az előző területösszeg | E         | Valós | M      |
| Függvényérték az $a$ helyen         | Y0        | Valós | M      |
| Függvényérték a $b$ helyen          | YN        | Valós | M      |
| Ciklusváltozó                       | I         | Egész | M      |

## Integrálérték meghatározása

```
/* Határozott integrál közelítése trapéz-módszerrel */  
/* Adatbekérés */  
Be: A,B,EPSZ  
/* Kezdőértékek */  
 $Y_0 \leftarrow f(A)$   
 $Y_N \leftarrow f(B)$   
 $T \leftarrow (B-A) \cdot (Y_0 + Y_N) / 2$   
/* Következő beosztás */  
 $N \leftarrow 2$   
/* Közelítés */  
...
```

# Integrálérték meghatározása

...

/\* Közelítés \*/

**repeat**

/\* Előző területösszeg \*/

$E \leftarrow T$

/\* Részintervallumok hossza \*/

$H \leftarrow (B-A)/N$

/\* Trapézok területösszege \*/

$T \leftarrow (Y_0 + Y_N)/2$

**for**  $I \leftarrow 1, N-1$

$T \leftarrow T + f(A + I * H)$

$T \leftarrow T * H$

/\* Következő beosztás \*/

$N \leftarrow 2 * N$

**until**  $ABS(T-E) < EPSZ$

/\* Eredménykiírás \*/

Ki: "Az integrál közelítő értéke:",  $T$