


Tanulási cél: Olyan eljárás megismerése, melynek segítségével a függvények növekedés, csökkenés és szélsőérték szempontjából vizsgálhatók, valamint az eljárás alkalmazása szöveges feladatokban minimum vagy maximum keresésére.

Tananyag: lecke11a.pdf

Ellenőrző kérdések

 1. Hol növekvő az $f(x) = 3x^4 + 12x^3$ függvény?


- ☐ A $(-\infty, -3)$ intervallumon.
- ☐ A $(-\infty, 0)$ intervallumon.
- ☒ A $(-3, \infty)$ intervallumon.
- ☐ A $(0, \infty)$ intervallumon.

mehet

 2. Hol csökkenő az $f(x) = x + \frac{1}{x}$ függvény?


- ☐ A $(-\infty, -1)$ és $(1, \infty)$ intervallumokon.
- ☐ A $(-\infty, -1)$ és $(0, 1)$ intervallumokon.
- ☐ A $(-1, 0)$ és $(1, \infty)$ intervallumokon.
- ☒ A $(-1, 0)$ és $(0, 1)$ intervallumokon.

mehet

 3. Hol növekvő az f függvény, ha deriváltja $f'(x) = (x-1)^3(x+8)$? Az f ugyanott értelmezhető ahol f' .

- ☒ A $(-\infty, -8)$ és $(1, \infty)$ intervallumokon.
- ☐ A $(-\infty, 1)$ intervallumon.
- ☐ A $(-8, \infty)$ intervallumon.
- ☐ A $(-8, 1)$ intervallumon.

mehet

 4. Hol csökkenő az f függvény, ha deriváltja $f'(x) = \frac{x-5}{(x+2)^2}$? Az f ugyanott értelmezhető ahol f' .

- ☒ A $(-\infty, -2)$ és $(2, 5)$ intervallumokon.
- ☐ A $(-\infty, 5)$ intervallumon.
- ☐ A $(-2, 5)$ és $(5, \infty)$ intervallumokon.
- ☐ A $(-2, \infty)$ intervallumon.

mehet

5. Hol és milyen jellegű szélsőértéke van az f függvénynek, ha deriváltja $f'(x) = (x-7)^3 \ln x$? Az f ugyanott értelmezhető ahol f' .

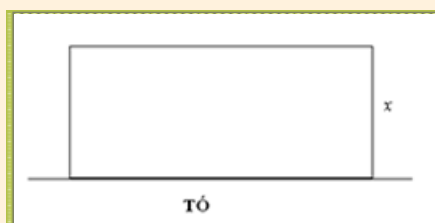
- ☐ Az $x = 1$ és $x = 7$ helyeken lokális minimuma van.
- ☐ Az $x = 1$ helyen lokális minimuma, az $x = 7$ helyen lokális maximuma van.
- ☐ Az $x = 1$ és $x = 7$ helyeken lokális maximuma van.
- ☒ Az $x = 1$ helyen lokális maximuma, az $x = 7$ helyen lokális minimuma van.

mehet

Tananyag: lecke11b.pdf

Ellenőrző kérdések

6. Egy tó egyenes partján szeretnénk elkeríteni egy téglalap alakú telket. Ehhez 200 m drótfonat áll rendelkezésünkre. A legnagyobb területű téglalapot szeretnénk elkeríteni úgy, hogy a tó felőli oldalon nem lesz kerítés.



Ha a téglalap tópartra merőleges oldalát választjuk változónak, és x -szel jelöljük, akkor az alábbi függvénnyel írható le a terület:

- ☐ $T(x) = 200x - x^2$
- ☒ $T(x) = 200x - 2x^2$
- ☐ $T(x) = 200x + x^2$
- ☐ $T(x) = 200x + 2x^2$

mehet

7. Az előző kérdésben a maximális területű telek oldalai az alábbiak:

- ☐ A partra merőleges oldal 40 m, a parttal párhuzamos oldal 120 m.
- ☒ A partra merőleges oldal 50 m, a parttal párhuzamos oldal 100 m.
- ☐ A partra merőleges oldal 55 m, a parttal párhuzamos oldal 90 m.
- ☐ A partra merőleges oldal $\frac{200}{3}$ m, a parttal párhuzamos oldal $\frac{200}{3}$ m.

mehet

8. Két pozitív szám összege 1. A szorzatuk maximumát keressük. Ekkor a következő függvényt kell vizsgálnunk:

☐ $f(x) = (x-1)x$

☒ $f(x) = x - x^2$

☐ $f(x) = \left(\frac{1}{2} - x\right)^2$

☐ $f(x) = x^2 - \frac{1}{4}$

mehet

9. Az előző kérdésben a két szám szorzatának maximuma az alábbi:

☒ $\frac{1}{4}$

☐ $\frac{1}{3}$

☐ $\frac{1}{2}$

☐ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

mehet

10. A $[0, 1]$ intervallumot egy belső pontjával két részre bontjuk, és mindegyik rész fölé négyzetet emelünk. A négyzetek területösszegének minimumát szeretnénk meghatározni. Melyik függvényt kell vizsgálnunk, ha független változónak az egyik szakasz hosszát választjuk?

☐ $f(x) = x^2 - 2x + 2$

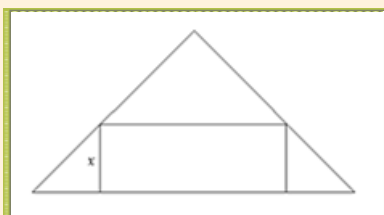
☐ $f(x) = 2x^2 - 2x + 2$

☒ $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$

☐ $f(x) = 2x^2 + 1$

mehet

11. Egy egységnyi befogójú, egyenlőszárú derékszögű háromszög átfogójára téglalapot írunk úgy, hogy két csúcsa az átfogóra, a másik két csúcsa pedig egy-egy befogóra esik.



Keressük a legnagyobb területű ilyen téglalapot. Ha a téglalap átfogóra merőleges oldalát választjuk független változónak, és jelöljük x -szel, akkor melyik függvényt kell vizsgálnunk?

- ☐ $f(x) = (1 - x)x$
- ☐ $f(x) = (1 - 2x)x$
- ☐ $f(x) = (\sqrt{2} - x)x$
- ☒ $f(x) = (\sqrt{2} - 2x)x$

mehet

12. Az előző kérdésben a téglalap maximális területe:

- ☒ $\frac{1}{4}$
- ☐ $\frac{1}{3}$
- ☐ $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- ☐ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

mehet

További kidolgozott feladatok: lecke11c.pdf

Ellenőrző kérdések

13. Hol nő az $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$ függvény?

- ☐ A $(-\infty, -2)$ és $(0, 2)$ intervallumokon.
- ☐ A $(-2, 0)$ és $(2, \infty)$ intervallumokon.
- ☐ A $(-2, 0)$ és $(0, 2)$ intervallumokon.
- ☒ A $(-\infty, -2)$ és $(2, \infty)$ intervallumokon.

mehet

14. Hol van szélsőértéke az $f(x) = \frac{6x}{x^2 + 2}$ függvénynek?

- ☐ Az $x = -2$ és az $x = 2$ helyeken.
- ☐ Az $x = -\sqrt{2}$ és az $x = 0$ helyeken.
- ☐ Az $x = 0$ és az $x = \sqrt{2}$ helyeken.
- ☒ Az $x = -\sqrt{2}$ és az $x = \sqrt{2}$ helyeken.

mehet

15. Hol és milyen szélsőértéke van az $f(x) = xe^x$ függvénynek?

- ☒ Az $x = -\frac{1}{2}$ helyen minimuma van.
- ☐ Az $x = -\frac{1}{2}$ helyen maximuma van.
- ☐ Az $x = 2$ helyen minimuma van.
- ☐ Az $x = 2$ helyen maximuma van.

mehet

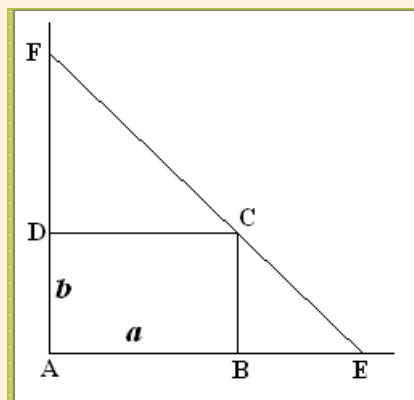
16. Hol csökken az $f(x) = x \ln(x^2)$ függvény?

- ☐ A $(-\infty, -\frac{1}{e})$ és $(\frac{1}{e}, \infty)$ intervallumokon.
- ☒ A $(-\frac{1}{e}, 0)$ és $(0, \frac{1}{e})$ intervallumokon.
- ☐ A $(-\infty, -e)$ és (e, ∞) intervallumokon.
- ☐ A $(-e, 0)$ és $(0, e)$ intervallumokon.

mehet

17. Tekintsük a koordináta-rendszerben azt a téglalapot, melynek csúcsai:

$A(0; 0)$, $B(a; 0)$, $C(a; b)$, $D(0; b)$. A C csúcson áthaladó egyenessel derékszögű háromszöget vágunk le az első síknegyed sarkánál. (AEF háromszög)




Azt szeretnénk, hogy a háromszög területe minimális legyen. Ha az AE oldal hosszát választjuk független változónak, és x -szel jelöljük, akkor az alábbi függvényt kell vizsgálnunk szélsőérték szempontjából:

- ☐ $f(x) = \frac{a}{2} \frac{x^2}{x-b}$
- ☐ $f(x) = \frac{a}{2} \frac{(x-b)^2}{x}$
- ☒ $f(x) = \frac{b}{2} \frac{x^2}{x-a}$
- ☐ $f(x) = \frac{b}{2} \frac{(x-a)^2}{x}$



mehet

 18. Az előző kérdésben a minimális területű háromszög *AE* oldalának hossza:

☐ $\sqrt{2}a$

☒ $2a$

☐ $\sqrt{2}(a+b)$

☐ $2(a+b)$

mehet