

Tanulási cél: ebben a leckében megmutatjuk, hogyan használhatjuk a skaláris és a vektoriális szorzatot térbeli egyenesek és síkok egyenletének felírására.

Tételeknek nevezzük három dimenzióban a pontot, egyenest és síkot.

3.1. Egyenes megadása térben

Tananyag: lecke03a.pdf

Ellenőrző kérdések

 **1. Írja fel az $A(-3, 4, 5)$ pontot az origóval összekötő egyenes paraméteres egyenletrendszerét!**


☐ $x = -3t, \quad y = -4t, \quad z = -5t \quad t \in \mathbb{R}$

☒ $x = 3t, \quad y = -4t, \quad z = -5t \quad t \in \mathbb{R}$

☐ $x = 3t, \quad y = 4t, \quad z = -5t \quad t \in \mathbb{R}$

☐ $x = -3t, \quad y = -4t, \quad z = 5t \quad t \in \mathbb{R}$

mehet

 **2. Írja fel az $A(2, 0, 4)$ és $B(-4, 2, -2)$ pontok felezőpontján áthaladó, $e: x = 2 - t, y = 3 + 2t, z = 2 + t$ egyenessel párhuzamos egyenes paraméter nélküli egyenletét!**


☐ $x + 2 = \frac{y - 1}{2} = z - 1$

☐ $-x - 2 = \frac{y - 1}{2} = z + 1$

☐ $x + 2 = \frac{1 - y}{2} = z - 1$

☒ $\frac{x + 2}{-1} = \frac{y - 1}{2} = z - 1$

mehet

 **3. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely áthalad az $A(-3, 0, 1)$ ponton és párhuzamos az y tengellyel!**


☐ $x = 3, \quad y = t, \quad z = 1 \quad t \in \mathbb{R}$

☐ $x = -3 + t, \quad y = t, \quad z = -1 \quad t \in \mathbb{R}$

☒ $x = -3, \quad y = t, \quad z = 1 \quad t \in \mathbb{R}$

☐ $x = -3, \quad y = t, \quad z = t \quad t \in \mathbb{R}$

mehet

 **4. Írja fel az $A(2, -2, 1)$ ponton áthaladó $2x + y - z = 1$ síkra merőleges egyenes egyenletét!**


☒ $x = 2 + 2t, \quad y = -2 + t, \quad z = 1 - t \quad t \in \mathbb{R}$

☐ $x = 2 - 2t, \quad y = -2 + t, \quad z = 1 - t \quad t \in \mathbb{R}$

☐ $x = 2 - 2t, \quad y = -2 - t, \quad z = 1 - t \quad t \in \mathbb{R}$

☐ $x = 2 + 2t, \quad y = -2 + t, \quad z = 1 + t \quad t \in \mathbb{R}$

mehet

 **5. Döntse el, hogy az $A(1, -3, 2)$ és a $B(-1, 1, 2)$ pontok rajta vannak-e a $2x + y - z = 1$ síkon?**

☐ mindkettő rajta van

☐ csak A van rajta

☐ csak B van rajta

☒ egyik sincs rajta

mehet

 **6. Írja fel az $A(1, 5, -2)$ pontra illeszkedő és az YZ síkkal párhuzamos sík egyenletét!**


☒ $x = 1$

☐ $y = 5$

☐ $z = 2$

☐ $x = 0$

mehet

 **7. Írja fel az $A(1, 0, -1)$ pontra illeszkedő és az $e : \frac{x-1}{2} = \frac{1-y}{3} = \frac{2z-1}{4}$ egyenesre merőleges sík egyenletét!**

☐ $2x + 3y + 2z = 0$

☒ $2x - 3y + 2z = 0$

☐ $2x - 3y - 2z = 0$

☐ $2x + 3y - 2z = 0$

mehet

3.2. Térelemek kölcsönös helyzete, közös pontjai

Tananyag: lecke03b.pdf

Ellenőrző kérdések

8. Határozza meg az $e: x = 3 + 2t, y = 1 + t, z = 2 - t \in R$ és $f: x = -1 + t, y = 2 + 2t, z = 1 - 2t \in R$ egyenesek metszéspontját!

- ☐ $M(-3, -2, -5)$
- ☐ $M(5, 2, 1)$
- ☒ $M(-3, -2, 5)$
- ☐ $M(1, 6, -3)$

mehet

9. Határozza meg az $e: x = 3 - 3t, y = -1 + t, z = -2 - 2t \in R$ egyenes és az YZ sík metszéspontját!

- ☐ $M(0, -2, 0)$
- ☐ $M(1, 0, 0)$
- ☐ $M(0, -2, 3)$
- ☒ $M(0, 0, -4)$

mehet

10. Határozzuk meg az $e: x = 2 - t, y = 1 + t, z = 1 - 2t \in R$ egyenes és az $S: x + y - 2z - 5 = 0$ sík metszéspontját!

- ☒ $M(1, 2, -1)$
- ☐ $M(0, 3, -3)$
- ☐ $M(2, 1, -1)$
- ☐ $M(0, 5, 0)$

mehet

11. Legyen $S_1: x - y + 2z = 6$ és $S_2: 2x - y - z = 3$ két egymást metsző sík. Döntsük el, hogy az $A(-6, -14, -1)$ és $B(-3, 9, 1)$ pontok közül melyik van rajta a két sík metszésvonalán?

- ☐ mindkettő rajta van
- ☒ csak A van rajta
- ☐ csak B van rajta
- ☐ egyik sincs rajta

mehet

3.3. Térelemek távolsága, hajlásszöge

Tananyag: lecke03c.pdf

Ellenőrző kérdések

 12. Határozza meg az $A(2, 3, -1)$ pont és az $e: x = 3 - 2t, y = -2 + t, z = 5t \in \mathbb{R}$ egyenes távolságát!

☒ 7,22

☐ 5,22

☐ 9,72

☐ 6,75

mehet

 13. Határozza meg az origó és az $S: x + y + z = 0$ sík távolságát!


☐ $\sqrt{2}$

☐ 2

☒ 0

☐ 1

mehet

 14. Határozza meg az $e: \frac{2-x}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{2+z}{-2}$ egyenes és az $S: x - 2y + z = 5$ sík hajlásszögét!


☐ $70,22^\circ$

☒ $80,24^\circ$

☐ $55,22^\circ$

☐ $62,22^\circ$

mehet

 15. Határozza meg az $e: x = t, y = 1 - t, z = 1 + t \in \mathbb{R}$ egyenes és az y tengely hajlásszögét!

☐ $35,26^\circ$

☐ $25,26^\circ$

☐ $44,74^\circ$

☒ $54,74^\circ$

mehet

 16. Határozza meg az $S: x - 3y + z = 1$ és az yz sík hajlásszögét!

☐ $52,45^\circ$


☐ $37,21^\circ$
☒ $72,45^\circ$
☐ $82,28^\circ$

mehet

3.4. Összetett feladatok


Tananyag: lecke03d.pdf

Ellenőrző kérdések

 **17. Írja fel az ABC háromszög síkjának egyenletét, ha $A(2, -1, 5)$, $B(-3, -4, 1)$ és $C(6, 5, -1)$!**


☐ $20x - 3y + 2z = 53$
☐ $x - y + z = 8$
☒ $21x - 23y - 9z = 20$
☐ $4x - 2y + 2z = 20$

mehet

 **18. Határozza meg az $A(1, -5, 2)$ pont és az $e: x = 4, y = -2 + 2t, z = 3t \quad t \in R$ egyenes közös síkjának egyenletét!**


☐ $13x + 9y + 6z = -20$
☐ $13x - 9y - 6z = 46$
☒ $13x - 9y + 6z = 70$
☐ $13x + 9y - 6z = -44$

mehet

 **19. Adott egy háromszög két csúcsa és a súlypontja. Írja fel a BC oldal egyenesének egyenletét, ha $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 0, 3)$ és $S(2, 1, 3)$.**

☐ $x = 6 + 7t, y = 1 + t, z = 3t \quad t \in R$
☐ $x = 6 + 7t, y = 1 + t, z = t \quad t \in R$
☒ $x = -1 + 7t, y = t, z = 3 \quad t \in R$
☐ $x = -1 + 7t, y = t, z = 3t \quad t \in R$

mehet

 **20. Adott az $ABCD$ tetraéder, ahol $A(4, 7, 6)$, $B(0, 1, -2)$, $C(-1, 5, 3)$ és**

$D(4, -5, 2)$. Határozzuk meg a tetraéderben az AB oldalegyenes felezőmerőleges síkjának és a CD oldal egyenesének hajlásszögét!

☒ 17,65°

☐ 72,35°

☐ 27,65°

☐ 63,35°

mehet