

Tanulási cél: Megismerni a határozatlan és határozott integrál fogalmát. Elsajátítani az alapintegrálokat, és az egyszerűbb integrálási tételeket, valamint a Newton-Leibniz-formulát. Ezen ismereteket alkalmazni területszámítási feladatokban.

Tananyag: lecke12a.pdf

Ellenőrző kérdések

1. $\int 9x^5 - 7^x dx$

☐ $45x^4 - \frac{7^x}{\ln 7} + c$

☒ $\frac{3}{2}x^6 - \frac{7^x}{\ln 7} + c$

☐ $45x^4 - 7^x \cdot \ln 7 + c$

☐ $\frac{3}{2}x^6 - 7^x \cdot \ln 7 + c$

mehet

2. $\int 4\sqrt[5]{x^3} dx$

☐ $\frac{12}{5} \frac{1}{\sqrt[5]{x^2}} + c$

☐ $\frac{12}{5} \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}} + c$

☒ $\frac{5}{2}\sqrt[5]{x^8} + c$

☐ $\frac{5}{2}\sqrt[8]{x^5} + c$

mehet

3. $\int \frac{3}{x^4} dx$

☒ $-\frac{1}{x^3} + c$

☐ $\frac{1}{x^3} + c$

☐ $-\frac{3}{5} \frac{1}{x^5} + c$

☐ $\frac{3}{5} \frac{1}{x^5} + c$

mehet

4. $\int \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x}} dx$

☐


$$\frac{5}{3}\sqrt[3]{x^5} + c$$

☐ $\frac{5}{3}\sqrt[5]{x^3} + c$

☒ $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + c$

☐ $\frac{3}{5}\sqrt[5]{x^3} + c$

mehet

 5. $\int (4x^3 + x)(x^2 - x) dx$


☒ $\frac{2x^6}{3} - \frac{4x^5}{5} + \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + c$

☐ $\frac{x^6}{6} - \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + c$

☐ $24x^6 - 20x^5 + 4x^4 - 3x^3 + c$

☐ $\frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + c$

mehet

 6. $\int \frac{x^3 + 6x - 3}{2x^2} dx$


☐ $\frac{x^2}{4} - \frac{3}{4x^2} + \frac{3}{x^3} + c$

☐ $x^2 + 3\ln|x| + \frac{3}{x^3} + c$

☐ $x^2 - \frac{3}{4x^2} + \frac{3}{x^3} + c$

☒ $\frac{x^2}{4} + 3\ln|x| + \frac{3}{2x} + c$

mehet

 7. Egy termék gyártása során x mennyiség esetén a határköltség $C'(x) = 9x^2 + x + 2$. Határozzuk meg a költségfüggvényt, ha tudjuk, hogy a fix költség éppen 100?

☐ $9x^3 + x^2 + 2x + 10$

☐ $3x^3 + 0,5x^2 + 2x + c$

☒ $3x^3 + 0,5x^2 + 2x + 100$

☐ $3x^3 + x^2 + x + 100$

mehet

Tananyag: lecke2b.pdf

Ellenőrző kérdések



8. Határozzuk meg az $f(x) = \sqrt[3]{x}$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $[0, 8]$ intervallumon.

- ☐ 9
- ☐ 10
- ☒ 12
- ☐ 15

mehet



9. $\int_1^{16} x^4 \sqrt{x} \, dx$

- ☐ $\frac{1972}{9}$
- ☒ $\frac{2044}{9}$
- ☐ $\frac{2096}{9}$
- ☐ $\frac{2110}{9}$

mehet



10. $\int_1^9 \frac{1}{\sqrt{x}} \, dx$

- ☐ 3
- ☐ $\frac{10}{3}$
- ☒ 4
- ☐ $\frac{13}{3}$

mehet



11. Határozzuk meg az $f(x) = \sin x$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ intervallumon!

- ☒ $\frac{1}{2}$
- ☐ $\frac{1}{\sqrt{2}}$

☐ $\frac{1}{3}$

☐ $\frac{1}{\sqrt{3}}$


 **12. Határozzuk meg az $f(x) = 4 - x^2$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $[0, 3]$ intervallumon!**

☐ 3

☐ $\frac{14}{3}$

☐ 6

☒ $\frac{23}{3}$

 **13. Határozzuk meg az $f(x) = x^2 + 3x$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $[-5, 1]$ intervallumon!**

☐ 6


☒ 8

☐ 12

☐ 15

Tananyag: lecke12c.pdf

Ellenőrző kérdések

 **14. Mekkora az $f(x) = \frac{4}{x}$ és $g(x) = 5 - x$ függvények grafikonjai közti alakzat területe a $[1, 3]$ intervallumon?**

☐ $4 \cdot \ln 3 - 6$

☐ $6 + 4 \cdot \ln 3$

☒ $6 - 4 \cdot \ln 3$

☐ $-6 - 4 \cdot \ln 3$

 **15. Mekkora területű síkrészt zárnak közre az $f(x) = x^2$ és $g(x) = 2 - x$**

függvények grafikonjai?

☐ $\frac{10}{3}$

☒ $\frac{9}{2}$

☐ $-\frac{9}{2}$

☐ $\frac{8}{5}$

mehet


 16. Mekkora területű síkrészt zárnak közre az $f(x) = x^2$ és $g(x) = 3x$ függvények grafikonjai?

☐ 3

☐ 3,5

☐ 4

☒ 4,5

mehet

További kidolgozott feladatok: lecke12d.pdf

Ellenőrző kérdések



17. $\int (x^2 + 3)^2 (4 - x) dx$

☒ $-\frac{x^6}{6} + 4\frac{x^5}{5} - 6\frac{x^4}{4} + 24\frac{x^3}{3} - 9\frac{x^2}{2} + 36x + c$

☐ $-\frac{x^6}{6} + 4\frac{x^5}{5} - 9\frac{x^2}{2} + 36x + c$

☐ $-6x^6 + 20x^5 - 24x^4 + 72x^3 - 18x + 36x + c$

☐ $\left(\frac{x^5}{5} + 9x\right)\left(4x - \frac{x^2}{2}\right) + c$

mehet



18. $\int \frac{(4x+1)(5-x)}{\sqrt[3]{x}} dx$

☐ $\left(2x^2 + x\right)\left(5x - \frac{x^2}{2}\right) \cdot \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + c$

☐

$$\frac{(2x^2 + x)(5x - \frac{x^2}{2})}{\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4}} + c$$

☐ $-\frac{3}{14}\sqrt[3]{x^7} + \frac{57}{15}\sqrt[3]{x^4} + \frac{15}{2}\sqrt[3]{x} + c$

☒ $-\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^8} + \frac{57}{5}\sqrt[3]{x^5} + \frac{15}{2}\sqrt[3]{x^2} + c$

mehet



19. Mekkora annak a véges síkrésznek a területe, melyet a koordinátarendszer két tengelye és az $f(x) = x^3 + 1$ függvény grafikonja határol?

☐ $\frac{2}{3}$

☒ $\frac{3}{4}$

☐ $\frac{4}{5}$

☐ $\frac{5}{6}$

mehet



20. Mekkora területű véges síkrészt zárnak közre az $f(x) = x^3 - 4x$ és $g(x) = -3x$ függvények grafikonjai?

☐ $\frac{1}{4}$

☒ $\frac{1}{2}$

☐ $\frac{2}{3}$

☐ $\frac{3}{4}$

mehet