

INTEGRÁLSZÁMÍTÁS

$$1. \text{ B } \int (\cos x + 6x^2 + 1) dx \quad \left[\sin x + 6 \cdot \frac{x^3}{3} + x + c = \sin x + 2x^3 + x + c \right]$$

$$2. \text{ B } \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 4x^7 + \frac{1}{x} \right) dx \quad \left[-\operatorname{ctg} x - 4 \cdot \frac{x^8}{8} + \ln |x| + c = -\operatorname{ctg} x - \frac{1}{2}x^8 + \ln |x| + c \right]$$

$$3. \text{ B } \int \left(8 \sin x + 5^x + 3 - \frac{\sqrt{3}}{x^4} \right) dx \\ \left[8 \cdot (-\cos x) + \frac{5^x}{\ln 5} + 3x - \sqrt{3} \cdot \frac{x^{-3}}{-3} + c = -8 \cos x + \frac{5^x}{\ln 5} + 3x + \frac{\sqrt{3}}{3x^3} + c \right]$$

$$4. \text{ B } \int \left(\sqrt[5]{x^2} - 7e^x + 3x^2 - \frac{4\sqrt{x}}{x^2} \right) dx \\ \left[\frac{x^{\frac{7}{5}}}{\frac{7}{5}} - 7 \cdot e^x + 3 \cdot \frac{x^3}{3} - 4 \cdot \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} + c = \frac{5}{7} \sqrt[5]{x^7} - 7e^x + x^3 + \frac{8}{\sqrt{x}} + c \right]$$

$$5. \text{ B } \int \left(\frac{5}{\cos^2 x} - 8 + 3x^6 + \frac{3x}{x^8} \right) dx \\ \left[5 \cdot \operatorname{tg} x - 8x + 3 \cdot \frac{x^7}{7} + 3 \cdot \frac{x^{-6}}{-6} + c = 5 \operatorname{tg} x - 8x + \frac{3}{7}x^7 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^6} + c \right]$$

$$6. \text{ B } \int \sqrt[5]{x\sqrt{x}} dx \quad \left[\frac{10}{13} \sqrt[10]{x^{13}} + c \right]$$

$$7. \text{ B, V } \int \frac{\sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x^4}} dx \quad \left[-\frac{12}{5} x^{-\frac{5}{12}} + c \right]$$

$$8. \text{ B } \int (3x^2 + 1)(5x - 4) dx \\ \left[15 \cdot \frac{x^4}{4} - 12 \cdot \frac{x^3}{3} + 5 \cdot \frac{x^2}{2} - 4x + c = \frac{15}{4}x^4 - 4x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 4x + c \right]$$

$$9. \text{ B, V } \int \sqrt{x}(8x - 5\sqrt[3]{x^2}) dx \quad \left[\frac{16}{5} \sqrt{x^5} - \frac{30}{13} \sqrt[6]{x^{13}} + c \right]$$

$$10. \text{ V } \int (\sqrt[3]{x} + 3x)(2 - \sqrt[4]{x^3}) dx \quad \left[-\frac{12}{11} \sqrt[4]{x^{11}} - \frac{12}{25} \sqrt[12]{x^{25}} + \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^4} + 3x^2 + c \right]$$

$$11. \text{ B } \int \frac{3x^2 - 4 + 2x^4}{x^3} dx \quad \left[3 \ln |x| + \frac{2}{x^2} + x^2 + c \right]$$

$$12. \text{ B, V } \int \frac{x^3 + \sqrt[4]{x} - x}{\sqrt[3]{x}} dx \\ \left[\frac{x^{\frac{11}{3}}}{\frac{11}{3}} + \frac{x^{\frac{11}{12}}}{\frac{11}{12}} - \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + c = \frac{3}{11} \sqrt[3]{x^{11}} + \frac{12}{11} \sqrt[12]{x^{11}} - \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + c \right]$$

$$13. \text{ B } \int (2x - x^2)^2 dx \quad \left[\frac{4}{3}x^3 - x^4 + \frac{1}{5}x^5 + c \right]$$

$$14. \text{ V } \int (5\sqrt{x} + 7\sqrt[3]{x})^2 dx \quad \left[\frac{25}{2}x^2 + \frac{420}{11}\sqrt[6]{x^{11}} + \frac{147}{5}\sqrt[3]{x^5} + c \right]$$

$$15. \text{ B, V } \int_3^5 (4x - 5) dx \quad \left[22; \int (4x - 5) dx = 4 \cdot \frac{x^2}{2} - 5x + c \right]$$

$$16. \text{ B, V } \int_{-8}^{-5} (9 - x^2) dx \quad \left[-102; \int (9 - x^2) dx = 9x - \frac{1}{3}x^3 + c \right]$$

$$17. \text{ B, V } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx \quad [1]$$

$$18. \text{ B, V } \int_1^4 x\sqrt{x} dx \quad \left[12, 4; \int x\sqrt{x} dx = \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + c \right]$$

$$19. \text{ B, V } \int_1^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx \quad \left[4, 5; \int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx = \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + c \right]$$

$$20. \text{ V } \int_2^5 (x^2 - 2\sqrt{x})^2 dx \quad \left[354, 09; \int (x^2 - 2\sqrt{x})^2 dx = \frac{1}{5}x^5 - \frac{8}{7}\sqrt{x^7} + 2x^2 + c \right]$$

$$21. \text{ V } \int_{-10}^{-1} \frac{7x^3 - 2x - 15}{x^2} dx$$

$$\left[-355, 39; \int \frac{7x^3 - 2x - 15}{x^2} dx = \int \left(7x - 2 \cdot \frac{1}{x} - 15x^{-2} \right) dx = \frac{7}{2}x^2 - 2 \cdot \ln|x| + 15 \cdot \frac{1}{x} + c \right]$$

$$22. \text{ V } \int_1^{16} (3x^2 + \sqrt{x})(5x - 2\sqrt[3]{x^2}) dx$$

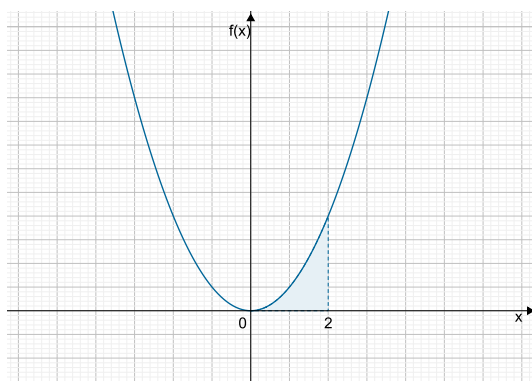
$$\left[204871; \int (3x^2 + \sqrt{x})(5x - 2\sqrt[3]{x^2}) dx = \int \left(15x^3 - 6x^{\frac{8}{3}} + 5x^{\frac{3}{2}} - 2x^{\frac{7}{6}} \right) dx = \right.$$

$$\left. \frac{15}{4}x^4 - \frac{18}{11}x^{\frac{3}{11}} + 2x^{\frac{5}{2}} - \frac{12}{13}x^{\frac{13}{6}} + c \right]$$

$$23. \text{ V } \int_1^{10} \frac{x^2 \sqrt[4]{x} \sqrt[5]{x}}{\sqrt{x}} dx \quad \left[224, 98; \int \frac{x^2 \sqrt[4]{x} \sqrt[5]{x}}{\sqrt{x}} dx = \int x^{\frac{9}{5}} dx = \frac{5}{14}x^{\frac{14}{5}} + c \right]$$

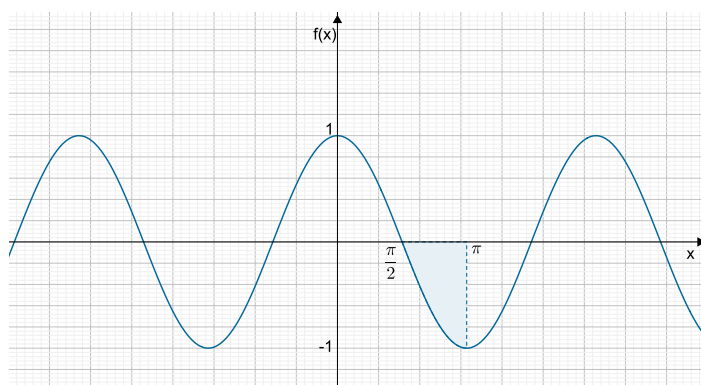
24. **B, V** Határozza meg az $f(x) = x^2$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $[0, 2]$ intervallumon! Készítsen ábrát!

$$\left[\int_0^2 x^2 dx = \frac{8}{3} \right]$$



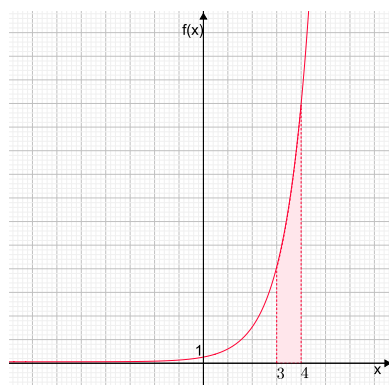
25. **B,V** Határozza meg az $f(x) = \cos x$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ intervallumon! Készítsen ábrát!

$$\left[\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x \, dx = 1 \right]$$



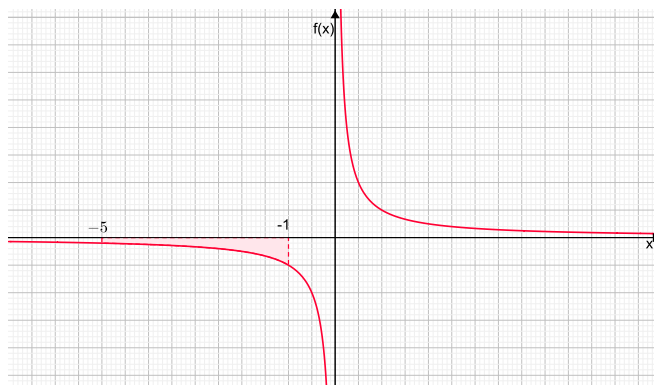
26. **B,V** Határozza meg az $f(x) = e^x$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $[3; 4]$ intervallumon! Készítsen ábrát!

$$\left[\int_3^4 e^x \, dx = 34,51 \right]$$



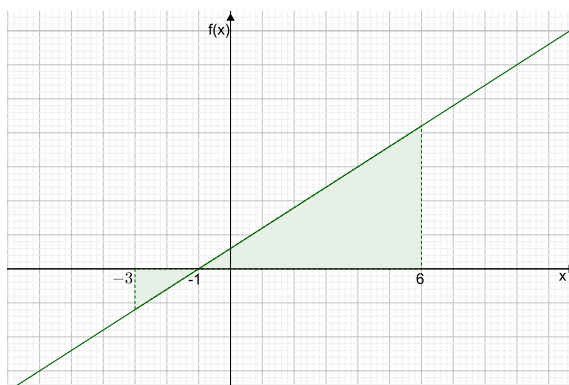
27. **B,V** Határozza meg az $f(x) = \frac{1}{x}$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $[-5; -1]$ intervallumon! Készítsen ábrát!

$$\left[\int_{-5}^{-1} \frac{1}{x} dx \right] = 1,61$$



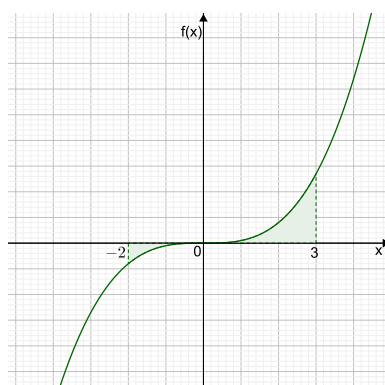
28. **V** Határozza meg az $f(x) = 3 + 3x$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $[-3; 6]$ intervallumon! Készítsen ábrát!

$$\left[\int_{-3}^{-1} (3 + 3x) dx \right] + \left[\int_{-1}^6 (3 + 3x) dx \right] = |-6| + 73,5 = 79,5$$



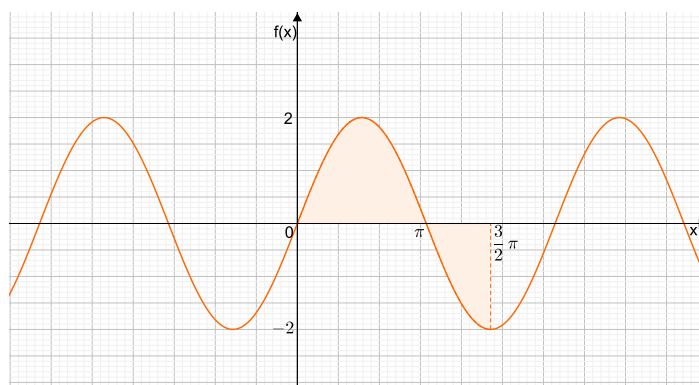
29. **V** Határozza meg az $f(x) = x^3$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $[-2; 3]$ intervallumon! Készítsen ábrát!

$$\left[\int_{-2}^0 x^3 dx \right] + \left[\int_0^3 x^3 dx \right] = |-4| + 20,25 = 24,25$$



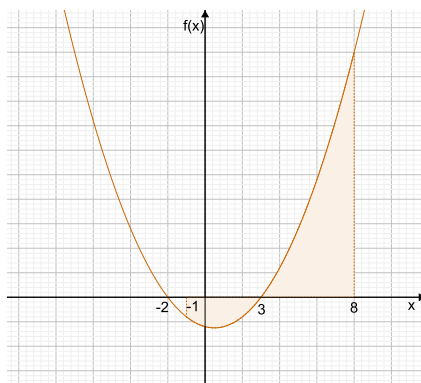
30. **V** Határozza meg az $f(x) = 2 \sin x$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $[0; \frac{3}{2}\pi]$ intervallumon! Készítsen ábrát!

$$\left[\int_0^{\pi} 2 \sin x \, dx + \left| \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi} 2 \sin x \, dx \right| = 4 + |-2| = 6 \right]$$



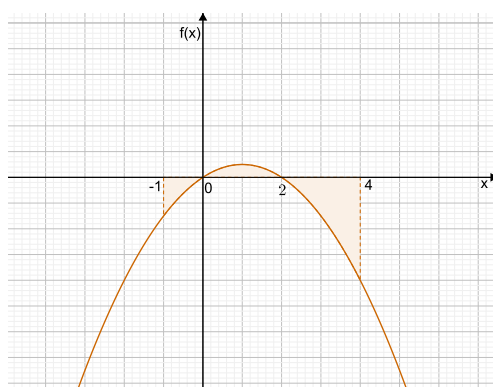
31. **V** Határozza meg az $f(x) = x^2 - x - 6$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $[-1; 8]$ intervallumon! Készítsen ábrát!

$$\left[\int_{-1}^3 (x^2 - x - 6) \, dx + \int_3^8 (x^2 - x - 6) \, dx = |-18,67| + 104,17 = 122,84 \right]$$



32. **V** Határozza meg az $f(x) = 2x - x^2$ függvény grafikonja és az x -tengely közötti alakzat területét a $[-1; 4]$ intervallumon! Készítsen ábrát!

$$\left[\int_{-1}^0 (2x - x^2) dx + \int_0^2 (2x - x^2) dx + \int_2^4 (2x - x^2) dx = \frac{28}{3} \right]$$



33. **V** $\int \sin(8x + \pi) dx$ $\left[\frac{1}{8} \cdot (-\cos(8x + \pi)) + c = -\frac{1}{8} \cos(8x + \pi) + c \right]$
34. **V** $\int \cos\left(\frac{6x}{4}\right) dx$ $\left[\int \cos\left(\frac{6x}{4}\right) dx = \frac{1}{\frac{6}{4}} \cdot \sin\left(\frac{6x}{4}\right) + c = \frac{4}{6} \sin\left(\frac{6x}{4}\right) + c \right]$
35. **V** $\int \sqrt[4]{4x-2} dx$ $\left[\frac{1}{4} \cdot \frac{(4x-2)^{\frac{5}{4}}}{\frac{5}{4}} + c = \frac{1}{5} \cdot (4x-2)^{\frac{5}{4}} + c \right]$
36. **V** $\int \frac{(4-7x)^5}{6} dx$
 $\left[\frac{1}{6} \int (4-7x)^5 dx = \frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \frac{(4-7x)^6}{6} + c = -\frac{1}{252} (4-7x)^6 + c \right]$
37. **V** $\int \sqrt[4]{(4x-7)^5} dx$ $\left[\frac{1}{4} \cdot \frac{(4x-7)^{\frac{9}{4}}}{\frac{9}{4}} + c = \frac{1}{9} \cdot (4x-7)^{\frac{9}{4}} + c \right]$
38. **V** $\int \frac{2}{(3x-4)^6} dx$ $\left[2 \int (3x-4)^{-6} dx = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{(3x-4)^{-5}}{-5} + c = -\frac{2}{15(3x-4)^5} + c \right]$
39. **V** $\int 5^{6-4x} dx$ $\left[-\frac{1}{4} \cdot \frac{5^{6-4x}}{\ln 5} + c \right]$
40. **V** $\int 2 \cdot 3^{4x-1} dx$ $\left[2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3^{4x-1}}{\ln 3} + c = \frac{1}{2} \cdot \frac{3^{4x-1}}{\ln 3} + c \right]$
41. **V** $\int 8e^{2-x} dx$ $\left[8 \cdot \frac{1}{-1} \cdot e^{2-x} + c = -8e^{2-x} \right]$
42. **V** $\int \frac{3}{\cos^2(3-4x)} dx$ $\left[3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \operatorname{tg}(3-4x) + c = -\frac{3}{4} \cdot \operatorname{tg}(3-4x) + c \right]$
43. **V** $\int \frac{5}{\sin^2(1+2x)} dx$ $\left[5 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-\operatorname{ctg}(1+2x)) + c = -\frac{5}{2} \cdot \operatorname{ctg}(1+2x) + c \right]$

$$44. \quad \int \frac{3x^2 - 2}{x^3 - 2x + 6} dx \quad [\ln |x^3 - 2x + 6| + c]$$

$$45. \quad \int \frac{x}{3x^2 + 2} dx \quad \left[\frac{1}{6} \cdot \ln |3x^2 + 2| + c = \frac{1}{6} \cdot \ln(3x^2 + 2) + c \right]$$

$$46. \quad \int \frac{8x}{1 + 5x^2} dx \quad \left[8 \cdot \frac{1}{10} \cdot \ln |1 + 5x^2| + c = \frac{8}{10} \ln |1 + 5x^2| + c = \frac{8}{5} \ln(1 + 5x^2) + c \right]$$

$$47. \quad \int \frac{e^{3x}}{e^{3x} - 5} dx \quad \left[\frac{1}{3} \cdot \ln |e^{3x} - 5| + c \right]$$

$$48. \quad \int \frac{3 \cos x}{2 + 7 \sin x} dx \quad \left[3 \cdot \frac{1}{7} \cdot \ln |2 + 7 \sin x| + c = \frac{3}{7} \cdot \ln |2 + 7 \sin x| + c \right]$$

$$49. \quad \int \frac{8 \sin(5x)}{2 + 3 \cos(5x)} dx \quad \left[8 \cdot \left(-\frac{1}{15}\right) \cdot \ln |2 + 3 \cos(5x)| + c = -\frac{8}{15} \cdot \ln |2 + 3 \cos(5x)| + c \right]$$

$$50. \quad \int \frac{2e^{-x}}{3 + 5e^{-x}} dx \quad \left[2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \ln |3 + 5e^{-x}| + c = -\frac{2}{5} \cdot \ln |3 + 5e^{-x}| + c \right]$$

$$51. \quad \int_{-6}^{-2} \frac{5}{x-3} dx \quad \left[5 \cdot \ln 5 - 5 \cdot \ln 9 = 5 \cdot \ln \left(\frac{5}{9}\right); \int \frac{5}{x-3} dx = 5 \cdot \ln |x-3| + c \right]$$

$$52. \quad \int_0^5 e^{-4x} dx \quad \left[-\frac{1}{4} \cdot e^{-20} + \frac{1}{4}; \int e^{-4x} dx = -\frac{1}{4} \cdot e^{-4x} + c \right]$$

$$53. \quad \int_{-2}^{-1} \frac{36x}{3x^2 - 15} dx \quad [8, 3178; \int \frac{36x}{3x^2 - 15} dx = 6 \cdot \ln |3x^2 - 15| + c]$$

$$54. \quad \int_0^2 \frac{15}{8x + 13} dx \quad \left[\frac{15}{8} \cdot \ln \left(\frac{29}{13}\right) = 1, 5044; \int \frac{15}{8x+13} dx = \frac{15}{8} \cdot \ln |8x + 13| + c \right]$$

$$55. \quad \int_{-7}^0 \frac{10}{\sqrt{4-3x}} dx \quad \left[20; \int \frac{10}{\sqrt{4-3x}} dx = \int 10 \cdot (4-3x)^{-\frac{1}{2}} dx = -\frac{20}{3} \cdot (4-3x)^{\frac{1}{2}} + c \right]$$

$$56. \quad \int_2^8 \frac{x^4 - 2}{10x - x^5} dx \quad \left[-\frac{1}{5}(\ln 32688 - \ln 12) = -1, 582; \int \frac{x^4 - 2}{10x - x^5} dx = -\frac{1}{5} \int \frac{-5(x^4 - 2)}{10x - x^5} dx = -\frac{1}{5} \cdot \ln |10x - x^5| + c \right]$$

$$57. \quad \int_0^1 \frac{(4x + 13)^5}{9} dx \quad \left[89402; \int \frac{(4x+13)^5}{9} dx = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{(4x+13)^6}{6} + c = \frac{1}{216} \cdot (4x + 13)^6 + c \right]$$

$$58. \quad \mathbf{V} \quad \int_0^{\pi} \cos\left(\frac{2x}{5}\right) dx \quad \left[\frac{5}{2} \sin\left(\frac{2}{5} \cdot \pi\right) = (\text{radian})2,3776; \int \cos\left(\frac{2}{5}x\right) dx = \frac{5}{2} \sin\left(\frac{2}{5}x\right) + c \right]$$

$$59. \quad \mathbf{V} \quad \int_0^{\frac{\pi}{20}} \frac{\sin(5x)}{\cos(5x)} dx \quad \left[(\text{radian})0,06932; \int \frac{\sin(5x)}{\cos(5x)} dx = -\frac{1}{5} \cdot \ln |\cos(5x)| + c \right]$$

$$60. \quad \mathbf{V} \quad \int_{-2}^0 \frac{12}{(x+3)^5} dx \quad \left[\frac{80}{27} = 2,963; \int \frac{12}{(x+3)^5} dx = \int 12(x+3)^{-5} dx = -3 \cdot \frac{1}{(x+3)^4} + c \right]$$

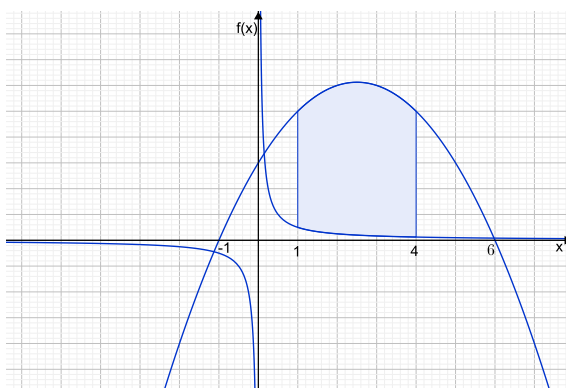
$$61. \quad \mathbf{V} \quad \int_0^{\ln 12} (3 + 2e^x)^2 dx$$

$$\left[9 \ln 12 + 418 = 440,36; \int (3 + 2e^x)^2 dx = \int (9 + 12e^x + 4e^{2x}) dx = 9x + 12e^x + 2e^{2x} + c \right]$$

$$62. \quad \mathbf{V} \quad \int_1^5 \frac{x^2 - e^{-3x}}{x^3 + e^{-3x}} dx \quad \left[1,5932; \int \frac{x^2 - e^{-3x}}{x^3 + e^{-3x}} dx = \frac{1}{3} \int \frac{3(x^2 - e^{-3x})}{x^3 + e^{-3x}} dx = \frac{1}{3} \cdot \ln |x^3 + e^{-3x}| + c \right]$$

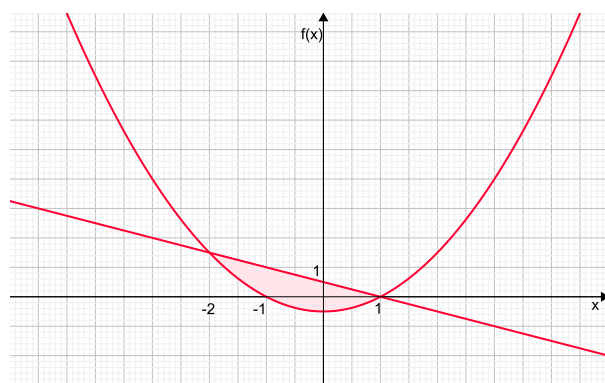
63. \mathbf{V} Mekkora az $f(x) = 5x - x^2 + 6$ és $g(x) = \frac{1}{x}$ függvények grafikonjai közötti terület az $[1, 4]$ intervallumon? Készítsen ábrát!

$$\left[\int_1^4 \left((5x - x^2 + 6) - \frac{1}{x} \right) dx = 33,11 \right]$$



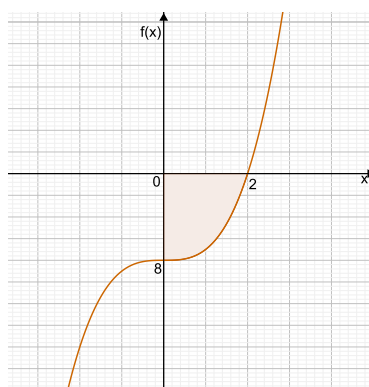
64. \mathbf{V} Mekkora területű síkrészt zárnak közre az $f(x) = x^2 - 1$ és $g(x) = 1 - x$ függvények grafikonjai? Készítsen ábrát!

$$\left[\int_{-2}^1 ((1-x) - (x^2 - 1)) dx = 4,5 \right]$$



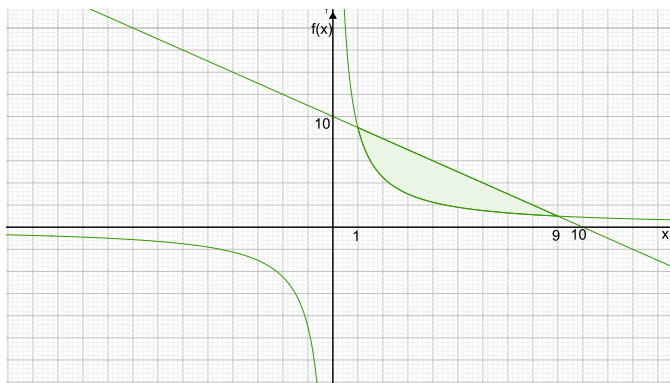
65. **V** Határozza meg azon síkrész területét, melyet a koordinárendszer két tengelye és az $f(x) = x^3 - 8$ függvény grafikonja határol. Készítsen ábrát!

$$\left[\int_0^2 (x^3 - 8) dx = |-12| = 12 \right]$$



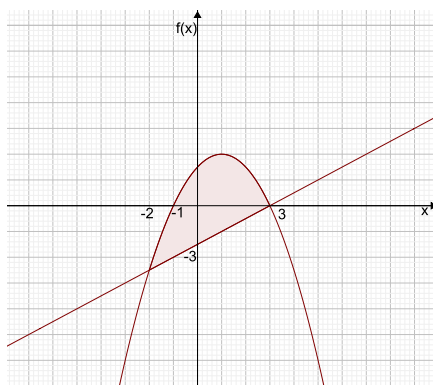
66. **V** Mekkora területű síkrészt zárnak közre az $f(x) = \frac{9}{x}$ és $g(x) = 10 - x$ függvények grafikonjai? Készítsen ábrát!

$$\left[\int_1^9 \left((10 - x) - \frac{9}{x} \right) dx = 20,22 \right]$$



67. **V** Mekkora területű síkrészt zárnak közre az $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ és $g(x) = x - 3$ függvények grafikonjai? Készítsen ábrát!

$$\left[\int_{-2}^3 ((-x^2 + 2x + 3) - (x - 3)) dx = 20,83 \right]$$



68. **V** Mekkora területű síkrészt zárnak közre az $f(x) = x^2 + 8$ és $g(x) = 16 - x^2$ függvények grafikonjai? Készítsen ábrát!

$$\left[\int_{-2}^2 ((16 - x^2) - (x^2 + 8)) dx = 21,33 \right]$$

