DIFFERENCIÁLEGYENLETEK

1. B Igazolja behelyettesítéssel, hogy az $y' + \dfrac{y}{3x} = 1$ differenciálegyenlet általános megoldása $y = \dfrac{3x}{4} + \dfrac{c}{\sqrt[3]{x}} (c \in R)$! Határozza meg az $y(1) = 2$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
   Megoldás
   $\left(\frac{3}{4} - \frac{c}{3x\sqrt[3]{x}}\right) + \frac{\frac{3x}{4} + \frac{c}{\sqrt[3]{x}}}{3x} = 1$ (azonosság igazolása)
   $c = \frac{5}{4}, \quad y_0 = \frac{3x}{4} + \frac{\frac{5}{4}}{\sqrt[3]{x}} = \frac{3x}{4} + \frac{5}{4\sqrt[3]{x}}$

2. B Igazolja behelyettesítéssel, hogy az $y' + 4y^2 = 0$ differenciálegyenlet általános megoldása $y = \dfrac{1}{4x + c}$! Határozza meg az $y(-1) = \dfrac{1}{2}$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
   Megoldás
   $\frac{-4}{(4x+c)^2} + 4\left(\frac{1}{4x+c}\right)^2 = 0$ (azonosság igazolása)
   $c = 6, \quad y_0 = \frac{1}{4x+6}$

3. B Igazolja behelyettesítéssel, hogy az $y'' + y' - 6y = 0$ differenciálegyenlet általános megoldása $y = c_1 \mathrm{e}^{2x} + c_2 \mathrm{e}^{-3x}$! Határozza meg az $y(0) = 8$ és $y'(0) = 1$ kezdeti feltételeket kielégítő partikuláris megoldást!
   Megoldás
   $(4c_1\mathrm{e}^{2x} + 9c_2\mathrm{e}^{-3x}) + (2c_1\mathrm{e}^{2x} - 3c_2\mathrm{e}^{-3x}) - 6(c_1\mathrm{e}^{2x} + c_2\mathrm{e}^{-3x}) = 0$ (azonosság igazolása)
   $c_1 = 5, c_2 = 3, \quad y_0 = 5\mathrm{e}^{2x} + 3\mathrm{e}^{-3x}$

4. B Határozza meg az $y' = \sin x$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y(0) = 5$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
   Megoldás
   $y = -\cos x + c$
   $c = 6, \quad y_0 = -\cos x + 6$

5. B Határozza meg az $y' = \dfrac{1}{3x - 2}$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y(1) = 7$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
   Megoldás
   $y = \frac{1}{3}\ln|3x - 2| + c$
   $c = 7, \quad y_0 = \frac{1}{3}\ln|3x - 2| + 7$

6. B Határozza meg az $y' = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2x - 1}}$ differenciálegyenlet általános megoldását!
   Megoldás
   $y = \frac{3}{4}\sqrt[3]{(2x - 1)^2} + c$

7. B Határozza meg az $y' = \cos\left(\dfrac{x}{2}\right)$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 0$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!

Megoldás
$y = 2\sin\left(\frac{x}{2}\right) + c$
$c = -1, \quad y_0 = 2\sin\left(\frac{x}{2}\right) - 1$

8. B Határozza meg az $y' = 3x^2y^2$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y(0) = \dfrac{1}{2}$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
$y = -\frac{1}{x^3+c}$
$c = -2, \quad y_0 = -\frac{1}{x^3-2}$

9. B Határozza meg az $y' = y^2\sqrt{x}$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y(1) = -1$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
$y = \frac{-1}{\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+c}$
$c = \frac{1}{3}, \quad y_0 = \frac{-1}{\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+\frac{1}{3}}$

10. B Határozza meg az $y' = \dfrac{2y}{x}$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y(1) = 3$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
$\ln|y| = 2\ln|x| + c \to \ln|y| = \ln x^2 + \ln c \to \ln|y| = \ln(cx^2) \to |y| = cx^2 \to y = cx^2$
$c = 3, \quad y_0 = 3x^2$

11. B Határozza meg az $y' = xy$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y(0) = 2$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
$\ln|y| = \frac{x^2}{2} + c \to \mathrm{e}^{\ln|y|} = \mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}+c} \to |y| = \mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}+c} \to |y| = \mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}} \cdot \mathrm{e}^c \to |y| = c\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}} \to y = c\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}$
$c = 2, \quad y_0 = 2\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}$

12. B Határozza meg az $y' - 3x^2y = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
$\ln|y| = x^3 + c \to \mathrm{e}^{\ln|y|} = \mathrm{e}^{x^3+c} \to |y| = \mathrm{e}^{x^3+c} \to |y| = \mathrm{e}^{x^3}\mathrm{e}^c \to |y| = c\mathrm{e}^{x^3} \to y = c\mathrm{e}^{x^3}$

13. B Határozza meg az $y' = y\cos x$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
$\ln|y| = \sin x + c \to \mathrm{e}^{\ln|y|} = \mathrm{e}^{\sin x+c} \to |y| = \mathrm{e}^{\sin x+c} \to |y| = \mathrm{e}^{\sin x}\mathrm{e}^c \to |y| = c\mathrm{e}^{\sin x}$
$\to y = c\mathrm{e}^{\sin x}$

14. B Határozza meg az $y' - 2y\sin x = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
$\ln|y| = -2\cos x + c \to \mathrm{e}^{\ln|y|} = \mathrm{e}^{-2\cos x+c} \to |y| = \mathrm{e}^{-2\cos x+c} \to |y| = \mathrm{e}^{-2\cos x}\mathrm{e}^c$
$\to |y| = c\mathrm{e}^{-2\cos x} \to y = c\mathrm{e}^{-2\cos x} \to y = \frac{c}{\mathrm{e}^{2\cos x}}$

15. B, V Határozza meg az $(x^2+6)y' + xy = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás

$\ln|y| = -\frac{1}{2}\ln(x^2+6)+c \to \ln|y| = \ln(x^2+6)^{-\frac{1}{2}}+\ln c \to \ln|y| = \ln\left(\frac{c}{\sqrt{x^2+6}}\right) \to$
$|y| = \frac{c}{\sqrt{x^2+6}} \to y = \frac{c}{\sqrt{x^2+6}}$

16. B, V Határozza meg az $(1+x^3)y' - 2x^2y = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y(0) = 4$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
$\ln|y| = \frac{2}{3}\ln|1+x^3|+c \to \ln|y| = \ln|1+x^3|^{\frac{2}{3}}+\ln c \to \ln|y| = \ln\left(c\sqrt[3]{(1+x^3)^2}\right) \to$
$|y| = c\sqrt[3]{(1+x^3)^2} \to y = c\sqrt[3]{(1+x^3)^2}$
$c = 4,\ \ y_0 = 4\sqrt[3]{(1+x^3)^2}$

17. V Határozza meg az $3xy^2y' - 2y^3 = 5xy^3 + xy'$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
$\int \frac{3y^2-1}{y^3}\,dy = \int \frac{5x+2}{x}\,dx \to \int\left(\frac{3}{y}-\frac{1}{y^3}\right)dy = \int\left(5+\frac{2}{x}\right)dx$
$3\ln|y| - \frac{y^{-2}}{-2} = 5x + 2\ln|x| + c \to$ Nem fejezhető ki y, a megoldás ebben az implicit alakban adható meg.

18. V Határozza meg az $y' + \dfrac{2xy\ln y}{x^2+1} = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y(0) = \mathrm{e}^2$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
$\ln|\ln y| = -\ln|x^2+1|+c \to \ln|\ln y| = -\ln(x^2+1)+\ln c \to \ln|\ln y| = \ln\frac{c}{x^2+1} \to$

$|\ln y| = \frac{c}{x^2+1)} \to \ln y = \frac{c}{x^2+1} \to \mathrm{e}^{\ln y} = \mathrm{e}^{\frac{c}{x^2+1}} \to y = \mathrm{e}^{\frac{c}{x^2+1}} \to y = \mathrm{e}^c\mathrm{e}^{\frac{1}{x^2+1}} \to$

$y = c\mathrm{e}^{\frac{1}{x^2+1}}$

$c = e,\ \ y_0 = \mathrm{e}\cdot\mathrm{e}^{\frac{1}{x^2+1}} = \mathrm{e}^{\frac{1}{x^2+1}+1}$

19. V Határozza meg az $y' - \dfrac{3y}{x} = x^3\cos x$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $\ln|y_h| = 3\ln|x| + c \to y_h = cx^3$

konstans variálása: $(k'(x)x^3 + 3k(x)x^2) - \frac{3k(x)x^3}{x} = x^3\cos x \to k(x) = \int\cos x\,dx = \sin x + c$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = (\sin x + c)x^3$

20. V Határozza meg az $y' + \dfrac{3y}{x} = 10x$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y(1) = 4$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $\ln|y_h| = -3\ln|x| + c \to y_h = \frac{c}{x^3}$

konstans variálása: $\left(\frac{k'(x)}{x^3} - \frac{3k(x)}{x^4}\right) + \frac{\frac{3k(x)}{x^3}}{x} = 10x \to k(x) = \int 10x^4\,dx = 2x^5 + c$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = \frac{2x^5+c}{x^3}$

$c = 2,\ \ y_0 = \frac{2x^5+2}{x^3}$

21. V Határozza meg az $y' - \dfrac{2y}{x} = x^2 \sin x$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 1$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!

Megoldás

homogén egyenlet általános megoldása: $\ln|y_h| = 2\ln|x| + c \to y_h = cx^2$

konstans variálása: $(k'(x)x^2 + k(x)2x) - 2k(x)x = x^2 \sin x \to k(x) = \int \sin x\, dx = -\cos x + c$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = (-\cos x + c)x^2$

$c = \frac{4}{\pi^2}, \quad y_0 = (-\cos x + \frac{4}{\pi^2})x^2$

22. V Határozza meg az $y' + y\sin x = 3x^2 \mathrm{e}^{\cos x}$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y(0) = 2\mathrm{e}$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!

Megoldás

homogén egyenlet általános megoldása: $\ln|y_h| = \cos x + c \to y_h = c\mathrm{e}^{\cos x}$

konstans variálása: $(k'(x)\mathrm{e}^{\cos x} - k(x)\mathrm{e}^{\cos x}\sin x) + k(x)\mathrm{e}^{\cos x}\sin x = 3x^2\mathrm{e}^{\cos x} \to k(x) = \int 3x^2\, dx = x^3 + c$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = (x^3 + c)\mathrm{e}^{\cos x}$

$c = 2, \quad y_0 = (x^3 + 2)\mathrm{e}^{\cos x}$

23. V Határozza meg az $y' - \dfrac{y}{2x} = \sqrt{x^3}$ differenciálegyenlet általános megoldását!

Megoldás

homogén egyenlet általános megoldása: $\ln|y_h| = \frac{1}{2}\ln|x| + c \to y_h = c\sqrt{x}$

konstans variálása: $\left(k'(x)\sqrt{x} + k(x)\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) - \frac{k(x)\sqrt{x}}{2x} = \sqrt{x^3} \to k(x) = \int x\, dx = \frac{x^2}{2} + c$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = \left(\frac{x^2}{2} + c\right)\sqrt{x}$

24. V Határozza meg az $y' - y\,\mathrm{ctg}x - \mathrm{ctg}x = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 3$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!

Megoldás

homogén egyenlet általános megoldása: $\ln|y_h| = \ln|\sin x| + c \to y_h = c\sin x$

konstans variálása: $(k'(x)\sin x + k(x)\cos x) - k(x)\sin x\,\mathrm{ctg}x - \mathrm{ctg}x = 0 \to k(x) = \int \frac{\cos x}{\sin^2 x}\, dx = \frac{(\sin x)^{-1}}{-1} + c = -\frac{1}{\sin x} + c$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = \left(-\frac{1}{\sin x} + c\right)\sin x = c\sin x - 1$

$c = 4, \quad y_0 = \left(-\frac{1}{\sin x} + 4\right)\sin x = 4\sin x - 1$

25. V Határozza meg az $y' - \dfrac{y}{3x} = \sqrt[3]{x^4}$ differenciálegyenlet általános megoldását!

Megoldás

homogén egyenlet általános megoldása: $\ln|y_h| = \frac{1}{3}\ln|x| + c \to y_h = c\sqrt[3]{x}$

konstans variálása: $\left(k'(x)\cdot x^{\frac{1}{3}}+k(x)\cdot\frac{1}{3}\cdot x^{-\frac{2}{3}}\right)-\frac{k(x)\cdot x^{\frac{1}{3}}}{3x}=x^{\frac{4}{3}}\to k(x)=\int x\,dx=\frac{1}{2}x^2+c$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y=(\frac{1}{2}x^2+c)\sqrt[3]{x}$

26. V Határozza meg az $y'+y\cos x=2x\mathrm{e}^{-\sin x}$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y\left(0\right)=5$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $\ln|y_h|=-\sin x+c\to y_h=c\mathrm{e}^{-\sin x}$

konstans variálása: $\left(k'(x)\mathrm{e}^{-\sin x}+k(x)\mathrm{e}^{-\sin x}(-\cos x)\right)+k(x)\mathrm{e}^{-\sin x}\cos x=2x\mathrm{e}^{-\sin x}\to k(x)=\int 2x\,dx=x^2+c$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y=(x^2+c)\mathrm{e}^{-\sin x}$

$c=5,\;\; y_0=(x^2+5)\mathrm{e}^{-\sin x}$

27. V Határozza meg az $y'+2y=4x$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h=c\mathrm{e}^{-2x}$

próbafüggvény: $y_p=Ax+B=2x-1$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y=c\mathrm{e}^{-2x}+2x-1$

28. V Határozza meg az $3y'+y=x^2+5$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h=c\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}$

próbafüggvény: $y_p=Ax^2+Bx+C=x^2-6x+23$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y=c\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}+x^2-6x+23$

29. V Határozza meg az $y'-4y=5\cos(3x)$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h=c\mathrm{e}^{4x}$

próbafüggvény: $y_p=A\sin(3x)+B\cos(3x)=\frac{3}{5}\sin(3x)-\frac{4}{5}\cos(3x)$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y=c\mathrm{e}^{4x}+\frac{3}{5}\sin(3x)-\frac{4}{5}\cos(3x)$

30. V Határozza meg az $2y'-y=\sin x-2\cos x$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y\left(0\right)=4$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h=c\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$

próbafüggvény: $y_p=A\sin x+B\cos x=-\sin x$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y=c\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}-\sin x$

$c=4,\;\; y_0=4\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}-\sin x$

31. V Határozza meg az $y'+y=12\mathrm{e}^{2x}$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás

homogén egyenlet általános megoldása: $y_h = c\mathrm{e}^{-x}$

próbafüggvény: $y_p = A\mathrm{e}^{2x} = 4\mathrm{e}^{2x}$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = c\mathrm{e}^{-x} + 4\mathrm{e}^{2x}$

32. V Határozza meg az $5y' - y = \mathrm{e}^x + x$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y\,() =$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h = c\mathrm{e}^{\frac{x}{5}}$

próbafüggvény: $y_p = A\mathrm{e}^x + Bx + C = \frac{1}{4}\mathrm{e}^x - x - 5$-exponenciális függvény és elsőfokú polinom összege

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = c\mathrm{e}^{\frac{x}{5}} + \frac{1}{4}\mathrm{e}^x - x - 5$

33. V Határozza meg az $2y' - 3y = x\mathrm{e}^{3x}$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h = c\mathrm{e}^{\frac{3}{2}x}$

próbafüggvény: $y_p = Ax\mathrm{e}^{3x} + B\mathrm{e}^{3x} = \frac{1}{3}x\mathrm{e}^{3x} - \frac{2}{9}\mathrm{e}^{3x}$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = c\mathrm{e}^{\frac{3}{2}x} + \frac{1}{3}x\mathrm{e}^{3x} - \frac{2}{9}\mathrm{e}^{3x}$

34. V Határozza meg az $4y' + 3y = 13\mathrm{e}^x \cos x$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h = c\mathrm{e}^{-\frac{3}{4}x}$

próbafüggvény: $y_p = A\mathrm{e}^x \sin x + B\mathrm{e}^x \cos x = \frac{4}{5}\mathrm{e}^x \sin x + \frac{7}{5}\mathrm{e}^x \cos x$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = c\mathrm{e}^{-\frac{3}{4}x} + \frac{4}{5}\mathrm{e}^x \sin x + \frac{7}{5}\mathrm{e}^x \cos x$

35. V Határozza meg az $y'' + 3y' = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y\,(0) = 1$ és $y'\,(0) = 3$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
általános megoldás: $y = c_1 + c_2\mathrm{e}^{-3x}$

$c_1 = 2, c_2 = -1 \;\; y_0 = 2 - \mathrm{e}^{-3x}$

36. V Határozza meg az $y'' - 10y' + 25y = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
általános megoldás: $y = c_1\mathrm{e}^{5x} + c_2x\mathrm{e}^{5x} = \mathrm{e}^{5x}(c_1 + c_2x)$

37. B,V Határozza meg az $y'' + 6y' + 9y = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y\,(0) = 2$ és $y'\,(0) = -1$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
általános megoldás: $y = c_1\mathrm{e}^{-3x} + c_2x\mathrm{e}^{-3x} = \mathrm{e}^{-3x}(c_1 + c_2x)$

$c_1 = 2, c_2 = 5 \;\; y_0 = \mathrm{e}^{-3x}(2 + 5x)$

38. B,V Határozza meg az $y'' - 6y' + 34y = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
általános megoldás: $y = \mathrm{e}^{3x}(c_1 \sin(5x) + c_2 \cos(5x))$

39. B,V Határozza meg az $y'' + 64y = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását! Határozza meg az $y\,(0) = 5$ és $y'\,(0) = 16$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást!
Megoldás
általános megoldás: $y = \mathrm{e}^{0x}(c_1 \sin(8x) + c_2 \cos(8x)) = c_1 \sin(8x) + c_2 \cos(8x)$

$c_1 = 2, c_2 = 5 \;\; y_0 = 2\sin(8x) + 5\cos(8x)$

40. V Határozza meg az $y'' + y' - 2y = 2x^2 - 3$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h = c_1\mathrm{e}^{x} + c_2\mathrm{e}^{-2x}$

próbafüggvény: $y_p = Ax^2 + Bx + C = -x^2 - x$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = c_1\mathrm{e}^{x} + c_2\mathrm{e}^{-2x} - x^2 - x$

41. V Határozza meg az $y'' + 2y' + 2y = 17\cos(3x)$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h = \mathrm{e}^{-x}(c_1 \sin x + c_2 \cos x)$

próbafüggvény: $y_p = A\sin(3x) + B\cos(3x) = \frac{6}{5}\sin(3x) - \frac{7}{5}\cos(3x)$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = \mathrm{e}^{-x}(c_1 \sin x + c_2 \cos x) + \frac{6}{5}\sin(3x) - \frac{7}{5}\cos(3x)$

42. V Határozza meg az $y'' - 3y' - 4y = 6\mathrm{e}^{2x}$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h = c_1\mathrm{e}^{-x} + c_2\mathrm{e}^{4x}$

próbafüggvény: $y_p = A\mathrm{e}^{2x} = -\mathrm{e}^{2x}$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = c_1\mathrm{e}^{-x} + c_2\mathrm{e}^{4x} - \mathrm{e}^{2x}$

43. V Határozza meg az $y'' - y' - 2y = 2 - \mathrm{e}^{3x} - 4x^2 + 8x$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h = c_1\mathrm{e}^{2x} + c_2\mathrm{e}^{-x}$

próbafüggvény: $y_p = A\mathrm{e}^{3x} + Bx^2 + Cx + D = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{3x} + 2x^2 - 6x + 5$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = c_1\mathrm{e}^{2x} + c_2\mathrm{e}^{-x} + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{3x} + 2x^2 - 6x + 5$

44. V Határozza meg az $y'' + 9y = 13x\mathrm{e}^{2x}$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h = \mathrm{e}^{0x}(c_1 \sin(3x) + c_2 \cos(3x)) = c_1 \sin(3x) + c_2 \cos(3x)$

próbafüggvény: $y_p = Ax\mathrm{e}^{2x} + B\mathrm{e}^{2x} = x\mathrm{e}^{2x} - \frac{4}{13}\mathrm{e}^{2x}$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = c_1 \sin(3x) + c_2 \cos(3x) + x\mathrm{e}^{2x} - \frac{4}{13}\mathrm{e}^{2x}$

45. V Határozza meg az $y'' = +2y' + y = 5\mathrm{e}^x \sin x$ differenciálegyenlet általános megoldását!
Megoldás
homogén egyenlet általános megoldása: $y_h = c_1\mathrm{e}^{-x} + c_2x\mathrm{e}^{-x} = \mathrm{e}^{-x}(c_1 + c_2x)$

próbafüggvény: $y_p = A\mathrm{e}^x \sin x + B\mathrm{e}^x \cos x = \frac{3}{5}\mathrm{e}^x \sin x - \frac{4}{5}\mathrm{e}^x \cos x$

inhomogén egyenlet általános megoldása: $y = \mathrm{e}^{-x}(c_1 + c_2x) + \frac{3}{5}\mathrm{e}^x \sin x - \frac{4}{5}\mathrm{e}^x \cos x$