

10. gyakorlat

Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség

1. Egy nemnegatív értékű valószínűségi változó várható értéke 10. Becsüljük meg, mekkora a valószínűsége, hogy a valószínűségi változó értéke legalább 18!
2. Egy chip várható élettartama 4000 óra.
 - (a) Mekkora lehet a valószínűsége, hogy több, mint 6000 órát működni fog?
 - (b) Hogyan változik a válasz, ha tudjuk, hogy a chip élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó?
3. Egy alkatrész várható élettartama 2000 óra.
 - (a) Mekkora lehet a valószínűsége, hogy több, mint 6000 órát működni fog?
 - (b) Hogyan változik a válasz, ha tudjuk, hogy az alkatrész élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó?
4. Egy ügyfélszolgálaton óránként átlagosan 9 telefonhívás érkezik. Mekkora a lehet a valószínűsége, hogy egy adott órában legalább 12 hívást kapnak?
5. Egy valószínűségi változó várható értéke 60 és szórása 3. Mekkora annak a valószínűsége, hogy
 - (a) a valószínűségi változó eltérése a várható értéktől kevesebb, mint a szórás háromszorosa?
 - (b) a valószínűségi változó eltérése a várható értéktől legalább 8?
 - (c) $50 < \xi < 70$?
6. Oldja meg az előző feladatot normális eloszlású valószínűségi változóra!
7. Egy valószínűségi változó várható értéke 20 és szórása 4. Mekkora annak a valószínűsége, hogy
 - (a) a valószínűségi változó a várható értékétől való eltérése nagyobb, mint a szórás háromszorosa?
 - (b) a valószínűségi változó a várható értékétől való eltérése kisebb, mint a szórás kétszerese?
 - (c) a valószínűségi változó a (15;25) intervallumba esik?
8. Egy pékségben sült félkilónak szánt kenyerek tömegének szórása 60 g. Mit mondhatunk annak a valószínűségéről, hogy az első ma sült kenyér 10 dkg-nál kevesebbel tér el fél kilótól,
 - (a) ha nem ismerjük a kenyerek tömegének eloszlását?
 - (b) ha a kenyerek tömege normális eloszlású?
9. Egy valószínűségi változó várható értéke 75 és szórása 15.
 - (a) Mekkora lehet annak a valószínűsége, hogy a valószínűségi változó értéke a várható értéktől kevesebbel tér el, mint a várható érték kétszerese?
 - (b) Mekkora lehet annak a valószínűsége, hogy a valószínűségi változó értékének a várható értéktől való eltérése legalább 20?
 - (c) $P(67 < \xi < 83) = ?$
 - (d) $P(68 < \xi < 85) = ?$

10. Oldja meg az előző feladatot arra az esetre is, ha a valószínűségi változóról tudjuk, hogy normális eloszlású! Vesse össze az eredményeket, hogy mennyire voltak pontosak a becsléseink!
11. Egy valószínűségi változóról tudjuk, hogy várható értéke és szórása egyaránt 10. Mekkora a valószínűsége, hogy a valószínűségi változó a várható értékétől a szórásának kétszeresénél kevesebbel tér el, ha eloszlása
- ismeretlen
 - normális
 - exponenciális
 - egyenletes
12. A ξ valószínűségi változó eltérése a várható értéke és szórása is 8. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a valószínűségi változó értékének eltérése a várható értéktől a szórás kétszeresénél több, ha a ξ eloszlása
- ismeretlen
 - exponenciális
 - normális
 - folytonos egyenletes
13. Egy gép sós mogorót csomagol 10 dekás kiszereelésbe, 15 g-os szórással. A csomagokat a gyártószalagon később mérlegelik, a legalább 20 g-al eltérőket selejtként kezelik. Átlagosan 1000 darabból mennyi selejtre számíthatunk?
14. A ξ valószínűségi változó binomiális eloszlású, $n=15$ és $p=0,3$ paraméterekkel. Számolja ki, milyen becslést ad a Csebisev-egyenlőtlenség annak a valószínűségére, hogy $\xi \geq 4$ vagy 5 értéket vesz fel? Vesse össze a becsült és a pontos valószínűséget!
15. Egy valószínűségi változó várható értéke 10, szórása 3. Mekkora a lehet a valószínűsége, hogy értéke 5 és 16 közé esik?
16. A ξ valószínűségi változóra $M(\xi)=20$, $D(\xi)=4$. Adjon becslést az alábbi valószínűségekre!
- $P(0 < \xi < 22)$
 - $P(50 < \xi)$
 - $P(\xi < 0)$
17. Kettő darab szabályos hatoldalú dobókockát és három nyolc oldalú (oktaéder) "dobókockát" kiburítunk egy vödörből. Mekkora a várható értéke a dobott számok
- összegének?
 - átlagának?
18. Kettőszáz darab szabályos dobókockát feldobunk. Mekkora lesz a várható értéke és a szórása a dobott számok
- összegének?
 - átlagának?
19. Egy valószínűségi változó várható értéke 100, szórása 8. Mekkora a valószínűsége, hogy
- a valószínűségi változó értéke legalább 12-vel eltér a várható értéktől?
 - 25 darab független, ugyanilyen eloszlású valószínűségi változó összege legalább 25·12-vel eltér a várható értékétől?
 - 25 darab független, ugyanilyen eloszlású valószínűségi változó átlaga legalább 12-vel eltér a várható értékétől?