

I I. gyakorlat

A nagy számok törvényei és a központi határeloszlás-tétel

1. Mekkora a valószínűsége, hogy 1200 kockadobásból a dobott 6-osok száma 185 és 215 közé esik?
2. Becsüljük meg, hogy hányszor kellene egy szabályos dobókockát feldobni ahhoz, hogy annak a valószínűsége, hogy a dobott számok átlaga a várható értéktől legalább 0,2-del eltér 1%-nál kisebb legyen?
3. Hányszor kellene egy pénzérmét feldobni ahhoz, hogy annak a valószínűsége, hogy a dobott fejek száma a várható értéktől legfeljebb 0,1-del tér el 0,9 felett legyen?
4. Egy valószínűségi változó szórása 4. Ilyenből 25 db átlagát tekintve mekkora lehet a valószínűsége, hogy
 - (a) a kapott átlag legalább 8-cal eltér a várható értéktől?
 - (b) legfeljebb 10-el tér el?
 - (c) mint mondhatunk a fenti valószínűségekről abban az esetben, ha tudjuk, hogy a valószínűségi változók normális eloszlásúak?
5. Hányszor kell feldobni egy szabályos dobókockát ahhoz, hogy a 3-nál kisebb dobott számok relatív gyakorisága legalább 95% valószínűséggel 0,02-nél kevesebbel térjen el az elméleti valószínűségtől?
6. Egy céltáblára lövöldözve 0,3 valószínűséggel találunk célba. Hány lövést kell leadnunk, hogy a találat relatív gyakorisága a találat valószínűségét 0,05-nél jobban közelítse 90%-os valószínűséggel?
7. Hányszor kellene feldobni egy nem feltétlenül szabályos dobókockát ahhoz, hogy a 4-esek relatív gyakorisága a 4-es dobás tényleges valószínűségétől 0,9 valószínűséggel 0,02-nél kevesebbel térjen el. Hasonlítsuk össze a kapott eredményt azzal az esettel, ha tudjuk, hogy szabályos a dobókocka!
8. Népszavazáson egy bizonyos kérdés eldöntéséhez 50%+1 igen szavazat szükséges. A szavazatok feldolgozásának korai szakaszában az tapasztaljuk, hogy 400 000 szavazó közül 180 000 szavazott igennel a feltett kérdésre. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a népszavazás az igen javára dőljön el?
9. Adjuk becslést arra, hogy egy gyárban készülő egy bizonyos típusú csavarokból hány elemű mintát kell venni ahhoz, hogy a selejtek arányát 95%-os biztonsággal 0,1-nél kisebb eltéréssel tudjuk megadni?
10. Egy műhelyben furnér lapokat gyártanak. Az 1 cm vastag lapokat tapasztalat szerint 1 mm szórással készítik. Milyen magas tárolóhelyre van szükség, hogy 95% valószínűséggel 200 darab lap elférjen benne?

11. Véletlenszám-generátorral 300 darab egész számot generáltam az 1-10 számok közül. Mekkora a valószínűsége, hogy a kapott számok
 - (a) összege kisebb, mint 1600?
 - (b) átlaga legalább 6?
12. Egy irodai kávéautomatából naponta elfogyasztott adagok száma Poisson-eloszlást követ 25 adag várható értékkel. Mekkora a valószínűsége, hogy 1200 adagra való szemes kávé betöltve 10 hét alatt nem fog ki (5 munkanap van minden héten)?
13. Egy pékségben kapható kuglófokban az egy kuglófban lévő mazsolák szám Poisson-eloszlású valószínűségi változó 5 várható értékkel. Az egyes kuglófokban lévő mazsolák száma egymásól független. Mekkora a valószínűsége, hogy 400 kuglófban összesen legalább 2100 mazsola van?
14. Egy közösségi oldalon Juliskaént bejelentkezve megjelenő bejegyzések között eltelt idő exponenciális eloszlásúnak tekinthető 3 perc várható értékkel.
 - (a) Átlagosan mennyit kell várni a 100. bejegyzésig?
 - (b) Mekkora a valószínűsége, hogy a 100. bejegyzésig 4 órát várni kell?
 - (c) 9 órakor jelentekzünk be. Mekkora a valószínűsége, hogy az innentől számított 50. új bejegyzés 11 óra és 11:20 között érkezik?
15. Egy szabályos dobókockát dobálva melyiknek nagyobb a valószínűsége:
 - (a) 100 dobásból 45 páros vagy
 - (b) 1000 dobásból 450 páros?
16. Egy előadóterem 200 fős, de a 300-an vették fel a tárgyat. Tegyük fel, hogy a hallgatók egymástól függetlenül 0,6 valószínűséggel járnak előadásra. Mekkora a valószínűsége, hogy
 - (a) egy adott előadáson lesz olyan hallgató, akinek nem jut hely?
 - (b) egy 14 hetes szemeszterben minden előadáson minden hallgatónak lesz ülőhelye?
17. Egy weboldal adományokból tartja fenn magát. Naponta 2000 látogatója van, amelyek egymástól függetlenül 0,01 valószínűséggel támogatják egyenként 10 dollárral. A weboldal üzemeltetéséhez évente 70 000 dollár szükséges. Mekkora a valószínűsége, hogy
 - (a) egy adott hónapban összejön a szükséges összeg?
 - (b) egy évig minden hónapban összejön?
 - (c) egy évig fenn tartható a weboldal?
18. Egy irodaépületben 300 egyforma számítógép van. Mindegyik egymástól függetlenül 70%-os valószínűséggel működik. Mekkora a valószínűsége, hogy a működő gépek száma 100 és 200 közé esik?
19. Egy dobókockát 600-szor feldobva mekkora a valószínűsége, hogy dobott 6-osok száma
 - (a) kevesebb, mint 110?
 - (b) 90 és 110 közé esik?
 - (c) legalább 110?
20. Visszatevéssel 150-szer húzunk egy pakli magyar kártyából. Melyik az a várható érték körül szimmetrikus intervallum, amelybe 0,9 valószínűséggel esni fog a kihúzott pirosak száma?

21. Egy növény magjairól feltehető, hogy csírákéességi idejük exponenciális eloszlású, 2 év várható értékkel. 500 magot tartalmazó csomagunk van.

(a) Mely (a várható értékre szimmetrikus) intervallumba eshet a magok csírázókéességi idejének átlaga?

(b) Egy 3 éves csomagot elvetve mekkora a valószínűsége, hogy több mint 300 mag csírázik ki?