

4. gyakorlat

Feltételes valószínűség és függetlenség

- Legyen $P(A)=0,8$, $P(B)=0,6$ és $P(AB)=0,5$. Számítsa ki az alábbi valószínűségeket:
 - $P(A|B)$
 - $P(B|A)$
 - $P(AB|A+B)$
 - $P(\bar{B}|A)$
 - $P(B|\bar{A})$
 - $P(A+B|A\bar{B})$
 - $P(A|A+B)$
 - $P(\bar{A}|\bar{B})$
- Igazolja, hogy tetszőleges A és B ($P(B)\neq 0$) eseményekre $P(\bar{A}|B)=1-P(A|B)$!
- Igazolja, hogy tetszőleges A_1, A_2, A_3, A_4 eseményekre ($P(A_i) > 0$, ha $i = 1, \dots, 4$)
 $P(A_1 A_2 A_3 A_4) = P(A_4 | A_1 A_2 A_3) P(A_3 | A_1 A_2) P(A_2 | A_1) P(A_1)$!
- 32 lapos magyar kártyából visszatevés nélkül húzunk két lapot. Mekkora a valószínűsége, hogy
 - az első lap király?
 - az első lap piros és a második is?
 - a második lap piros, ha az első lap piros?
 - a második lap piros?
 - a második lap király, feltéve, ha az első lap piros?
- 52 lapos francia kártyából osztunk 4 lapot. Feltéve, hogy a kihúzott lapok között van piros mekkora valószínűséggel van az osztásban
 - mind a 4 színből?
 - pontosan egy piros?
 - legalább kettő piros?
 - a piros király?
 - tők és alsó?
- 32 lapos magyar kártyából visszatevés nélkül egymás után húzunk három lapot. Mekkora a valószínűsége, hogy az első ász, a második király és a harmadik ismét ász?
- Véletlenszerűen választunk két valós számot a $[0;4]$ intervallumból. Feltéve, hogy az összegük nagyobb, mint 2, mekkora a valószínűsége, hogy mindkettő nagyobb 3-nál?
- Legyen x és y a $[0,10]$ intervallumból tetszőlegesen választott két szám. Feltéve, hogy összegük nagyobb tíznél, mekkora a valószínűsége, hogy mindkettő kisebb nyolcnál?
- Egy kurzust az elmúlt félévben felvett hallgatók 40%-a villamosmérnök, 60%-a gépészmérnök hallgató volt. A villamosmérnök hallgatók 2%-a, míg a gépészmérnökök 8%-a jelest kapott. Mekkora a valószínűsége, hogy a kurzus (volt) hallgatói közül véletlenszerűen kiválasztott hallgató jelest kapott?
- Egy vállalkozásnak három szerszámgépe van, a legrégebbi 6%, a legújabb 2% és a harmadik 4% selejtaránnyal dolgozik. A termelés 60%-át végzi a legújabb gép, míg a

legöregebb csupán 10%-ot. A műszak végeztével a műszakvezető véletlenszerűen kiválasztott egy terméket és hibásnak találta. Mekkora a valószínűsége, hogy ezt a legöregebb gép gyártotta?

11. Egy halmozottan keresztféléves hallgatónak kedden második órában négyféle órája van egy időben. Ebből három katalógus volt, és kiderült, hogy nincs ott. Mekkora a valószínűsége, hogy a negyedik óráján ült, ha átlagosan az órák 10%-át szokta kihagyni, és az egyes órákat azonos valószínűséggel látogatja.
12. Egy vezetékeket ellenőrző műszer 0,95 valószínűséggel kimutatja, hogy hibás a vezeték, de 0,1 valószínűséggel téved, ha jó a kábel. A vezetékek 2%-a hibás. Egy vezetéket hibásnak talál a műszer. Mekkora a valószínűsége, hogy mégis jó?
13. Józsi kiválóan megtanult 9 tételt a tízből egy vizsgára, egyről viszont semmit nem tud. A tíz vizsgázó sorban egyenként húz egy-egy tételt, a tételeket nem teszik vissza. A vizsgáztató csak a kihúzott a tételből kérdez, és annak alapján osztályoz. Feri azt tanácsolja Józsinak, hogy húzzon elsőnek, Józsi szerint viszont akkor van a legnagyobb esélye jó jegyet szerzni, ha utolsóként húz. Kinek van igaza, és miért?
14. Egy testvérpárnak egy-egy doboz bombonja van, amiből már megettek néhányat. Bátyusében 5 mogyorós és 4 marcipános, Öcsiében 7 mogyorós és 5 marcipános maradt. Pénzfeldobással döntenek arról, hogy kiéből foganak enni, majd a vesztes dobozából véletlenszerűen megesznek egyet-egyet. Mekkora a valószínűsége, hogy
 - (a) mindketten mogyorós bombont esznek?
 - (b) legalább egyikük mogyorós bombont eszik?
15. Egy minőségellenőr két pénzérme feldobásával dönti el a minta nagyságát. Ha nem dob fejet, akkor 2, ha egy fejet dob, 3 és ha két fejet dob, akkor 4 elemű mintát vesz visszatevéssel. Ezeket vizsgálja meg. Mekkora a valószínűsége, hogy nem talál selejtet, ha az alkatrészek 2%-a hibás?
16. Mechanika szigorlaton 3 oktató felváltva vizsgáztat: Kovács professzor 5-ször gyakrabban vizsgáztat, mint Kiss és Nagy kétszer olyan gyakran, mint Kovács. Kiss professzornál háromszor akkora arányban buknak meg, mint Kovácsnál. Jani megbukott a vizsgán. Mi a valószínűbb, hogy Kovács vagy Kiss professzornál vizsgázott?
17. A Craps nevű kockajátékban a dobó játékos két kockával dob egyszerre és a kettő dobott szám összegét nézik. Az első dobás után több lehetőség áll fenn. Ha a dobó 2, 3 vagy 12 pontot ér el, - ezt crapsnek is nevezik - ezzel veszít. Ha a játékos 7 vagy 11 pontot ér el, nyer. Ha más pontszám jön ki, ezt point-nak nevezik, és a játékosnak addig kell dobni, amíg ezt a számot újra eléri vagy 7-est dob, amivel veszít. Mekkora esélye van a játékosnak a nyeresre?
18. Az A és B események függetlenek, továbbá tudjuk, hogy $P(A)=0,2$ és $P(B)=0,5$. Számítsa ki az alábbi valószínűségeket:

(a) $P(AB)$	(h) $P(\overline{B} - \overline{A})$
(b) $P(A + B)$	(i) $P(\overline{A} - \overline{B} B - A)$
(c) $P(B - A)$	(j) $P(AB A+B)$
(d) $P(B A)$	(k) $P(A+B AB)$
(e) $P(\overline{A} \overline{B})$	(l) $P(A+B B)$
(f) $P(\overline{B} \overline{A})$	
(g) $P(\overline{B} A)$	

- 19.** Dobókockával háromszor dobunk. Mekkora a valószínűsége, hogy
- (a) mindhárom dobás 1-es?
 - (b) az első dobás hatos feltéve, hogy dobtam hatost?
 - (c) a második dobás páros, feltéve, ha a dobott számok összege páros?
- 20.** Három eseményről tudjuk, hogy páronként függetlenek. $P(A)=\frac{1}{2}$; $P(B)=\frac{1}{4}$ és $P(C)=\frac{1}{2}$. Igaz-e, hogy teljesen függetlenek?
- 21.** Öten két kockával és három kénzérémmel dobnak. Mekkora a valószínűsége, hogy a mindkét kockával hatost dobtak és mindhárom pénzérémmel fejet?
- 22.** Egy társaságban többen játszanak az 5-ös lottón. Mindenki egy szelvényt tölt ki, egymás számait vagy taktikáját nem ismerik. Hány embernek kell játszani, hogy nagyobb valószínűséggel nyerjen valaki, mint hogy senki sem nyer?