

5. gyakorlat

Valószínűségi változó, eloszlás, eloszlásfüggvény

1. Dobókockával kétszer dobunk egymás után.

(a) Mondjon ehhez a kísérlethez kapcsolható valószínűségi változókat!

(b) Legyen a ξ valószínűségi változó értéke a dobott páros számok száma! Adja meg ξ eloszlását!

(c) Legyen η valószínűségi változó értéke -5 , ha az első dobás a nagyobb, 12 , ha második és 0 , ha egyenlő a kettő. Adja meg η eloszlását!

2. 52 lapos francia kártyából húzunk egy lapot. A ξ valószínűségi változó a lap értékét vegye fel (számoknál a szám, J, Q, K és A mindegyike 10 -et ér). Adjuk meg ξ eloszlását!

3. Szabályos érmével ötször dobunk. Adjuk meg az eloszlását az alábbi valószínűségi változóknak

ξ_1 : dobott fejek száma,

ξ_2 : leghosszabb fejsorozat,

ξ_3 : dobott fejek számának és írások számának eltérése,

ξ_4 : a fej $\rightarrow 0$, írás $\rightarrow 1$ hozzárendeléssel kapott kettes számrendszerbeli szám 4 -el való osztási maradéka!

4. Egy dobozban 5 darab hibás és 3 jó RAM van. Visszatevés nélkül találomra kiveszünk kettőt, és beszereljük egy számítógépbe. A ξ valószínűségi változó jelölje a beszerelt hibás RAM-ok számát. Adjuk meg ξ eloszlását és eloszlásfüggvényét!

5. Egy pénzérmével addig dobálunk, amíg írást nem kapunk.

(a) Adja meg a szükséges dobások számának eloszlását és eloszlásfüggvényét!

(b) Mekkora a valószínűsége, hogy pontosan 3 dobás kell?

(c) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább 4 dobás kell?

6. Szabályos dobókockával addig dobunk, míg 3 -at nem kapunk. Jelölje η a szükséges dobások számát. Adja meg a η eloszlását és eloszlásfüggvényét!

7. 32 lapos magyar kártyából visszatevéssel addig húzunk, míg tőköt nem kapunk. Jelölje ξ a szükséges húzások számát. Adja meg a ξ eloszlását és eloszlásfüggvényét!

8. Egy dobozban 40 zselés és 5 marcipános szaloncukor van egyforma csomagolásban. 5-öt találomra kivéve megkóstolunk.

(a) Adja meg a marcipános szaloncukrok számát jelző valószínűségi változó eloszlását és eloszlásfüggvényét!

(b) Mekkora a valószínűsége, hogy 3 marcipános szaloncukrot ettük?

9. Egy boltban készleten lévő 150 izzó 5%-a selejt. Veszünk 4 darab izzót. A megvásárolt selejtes izzók számát jelölje a ξ valószínűségi változó.

(a) Adja meg a valószínűségi változó eloszlását és eloszlásfüggvényét!

- (b) Mekkora a valószínűsége, hogy lesz selejt a megvásárolt izzók között?
 (c) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább három selejtet vettünk?

10. Visszatevéses mintavétellel, 5 elemű mintát véve ellenőrizzük a nyomdában elkészült plakátokat. Tudjuk, hogy a nyomtatványok 3%-a hibás. Legyen ξ valószínűségi változó a vett mintában lévő hibás plakátok száma. Adja meg ξ eloszlását!
11. Egy 1 méter sugarú kör alakú céltáblára lő egy amatőr. A céltáblát biztosan eltalálja, de azon belül bármelyik pontot egyforma eséllyel. Legyen ξ a találat céltábla közepétől vett távolsága.
- (a) Adja meg ξ eloszlásfüggvényét!
 (b) Adja meg ξ sűrűségfüggvényét!
 (c) Mekkora a valószínűsége, hogy 20 cm-nél közelebb lesz a találat a középponthoz?
 (d) Mekkora a valószínűsége, hogy 20 cm-nél távolabb lesz a találat a középponttól?
 (e) Mekkora a valószínűsége, hogy pontosan 20 cm-re talál a középponttól?
12. Válasszunk véletlenszerűen egy pontot a $[0;5]$ intervallumból! Jelölje ξ a választott értéket.
- (a) Adja meg és ábrázolja a ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét!
 (b) Mekkora a valószínűsége, hogy a választott szám kisebb, mint 2?
 (c) Mekkora a valószínűsége, hogy a választott szám legalább 3?
 (d) Mekkora a valószínűsége, hogy a választott szám kisebb pontosan 2?
 (e) Mekkora a valószínűsége, hogy a választott szám 2 és 3 közé esik?
13. Egy egységnyi szakaszon válasszunk ki véletlenszerűen két pontot. Az η valószínűségi változó legyen a két választott pont távolsága. Adjuk meg η eloszlásfüggvényét!
- (a) Adjuk meg az η valószínűségi változó eloszlásfüggvényét!
 (b) Mekkora a valószínűsége, hogy a két pont távolsága legalább 0,2?
14. Számítsuk ki az alábbi valószínűségeket, ha ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye
- $$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x \leq 1 \\ \frac{x-1}{x+1} & \text{ ha } 1 < x. \end{cases}$$
- (a) $P(\xi < 3)$ (b) $P(\xi \geq 3)$ (c) $P(2 \leq \xi < 4)$ (d) $P(0 < \xi \leq 3)$ (e) $P(\xi = 5)$ (f) $P(\xi = 0)$ (g) $P(\xi \leq 4)$
 (h) $P(1 < \xi < 5)$ (i) $P(5 > \xi | \xi < 8)$ (j) $P(5 < \xi | \xi < 3)$ (k) $P(\xi > 3 | \xi < 5)$ (l) $P(\xi > -1 | \xi < 5)$ (m) $P(0 < \xi < 2 | \xi < 4)$
15. Számítsuk ki az alábbi valószínűségeket, ha ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye
- $$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{9}{x^2} & , \text{ ha } x > 3 \\ 0 & \text{ különben.} \end{cases}$$
- (a) $P(\xi < 5)$ (b) $P(\xi < 1)$ (c) $P(\xi \geq 5)$ (d) $P(\xi \geq 2)$ (e) $P(\xi > 5)$ (f) $P(\xi > 1)$
 (g) $P(\xi = 5)$ (h) $P(4 < \xi < 5)$ (i) $P(4 \leq \xi < 5)$ (j) $P(\xi > 5 | \xi < 8)$ (k) $P(4 < \xi < 6 | 0 < \xi < 5)$
16. Számítsuk ki az alábbi valószínűségeket, ha ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye
- $$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{2} & , \text{ ha } 0 < x \leq 1 \\ \frac{x}{2} & , \text{ ha } 1 < x \leq 2 \\ 1 & , \text{ ha } 2 < x \end{cases}$$
- (a) $P(\xi < 2)$ (b) $P(\xi < 1)$ (c) $P(\xi \geq 1,5)$ (d) $P(\xi \geq 2)$ (e) $P(\xi > 5)$ (f) $P(\xi > 1)$
 (g) $P(\xi = 2)$ (h) $P(1 < \xi < 2)$ (i) $P(0,25 \leq \xi < 1,25)$ (j) $P(-2 \leq \xi < 2)$ (k) $P(\xi > 1 | \xi < 3)$
 (l) $P(\xi > 1 | \xi < 3)$ (m) $P(\xi < 1 | \xi < 3)$ (o) $P(\xi < 1 | 0 < \xi < 2)$

17. Számítsuk ki az alábbi valószínűségeket, ha ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x \leq -1 \\ 1 - \frac{1}{\pi} \arccos x & , \text{ ha } -1 < x \leq 1 \\ 1 & , \text{ ha } 1 < x \end{cases}$$

- (a) $P(\xi < 0,5)$ (b) $P(|\xi| < \frac{1}{2})$ (c) $P(\xi \geq \frac{\sqrt{3}}{2})$ (d) $P(\xi \geq -2)$ (e) $P(\xi > 3)$
 (f) $P(-2 < \xi < 0)$ (g) $P(1 < \xi < 2)$ (h) $P(\xi > -1 | \xi < \frac{1}{2})$ (i) $P(\xi > 0 | \xi < 1)$

18. Lehet-e egy valószínűségi változó eloszlásfüggvénye az $F(x)$ függvény? Miért?

$$(a) F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x \leq 0 \\ 1 - (x-1)^2 & , \text{ ha } 0 < x \leq 2 \\ 1 & , \text{ ha } 2 < x \end{cases}$$

$$(b) F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{x^2} & , \text{ ha } x \geq 1 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

$$(c) F(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{1-x^3} & , \text{ ha } x \geq 1 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

$$(d) F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ ha } x \leq 1 \\ \frac{x^2-1}{35} & , \text{ ha } 1 < x \leq 6 \\ 1 & , \text{ ha } 6 < x \end{cases}$$