

9. gyakorlat

Nevezetes folytonos eloszlások

Egyenletes eloszlás

1. A $(2 ; 6)$ intervallumból teljesen véletlenszerűen választunk egy számot. Legyen ez a szám a ξ valószínűségi változó értéke.
 - (a) Adja meg ξ eloszlásfüggvényét!
 - (b) Adja meg ξ sűrűségfüggvényét!
 - (d) Adja meg ξ várható értékét és szórását!
 - (c) Mekkora a valószínűsége, hogy a választott szám 4-nél nagyobb?
2. Egy javítási munka elvégzéséhez 15-60 perc szükséges. A megadott időintervallumon belül a szükséges munkaidő egyenletes eloszlású. Mekkora a valószínűsége, hogy
 - (a) fél órán belül kész lesz a javítás?
 - (b) pontosan fél óra múlva lesz kész?
 - (c) legfeljebb 10 perc eltéréssel lesz fél óra múlva kész?
3. Létezik-e olyan egyenletes eloszlású valószínűségi változó, amelynek várható értéke 4 és szórnégyszete $16/3$? Ha igen, írja fel az eloszlásfüggvényét és a sűrűségfüggvényét!

Exponenciális eloszlás

1. A ξ valószínűségi változó exponenciális eloszlású $\lambda=0,1$ paraméterrel.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy ξ értéke 9-nél nagyobb?
 - (b) Mekkora a ξ várható értéke?
 - (c) Mekkora ξ szórása?
2. A ξ exponenciális eloszlású valószínűségi változó várható értéke 250. Mekkora a valószínűsége, hogy ξ értéke
 - (a) pontosan 253?
 - (b) legalább 300?
 - (c) legfeljebb 230?
 - (d) a várható értékénél nagyobb?
 - (e) a várható értéktől nem tér el többel, mint a szórás kétszerese?
3. Ha egy augusztusi felhőtlen éjszakán egy óra alatt átlagosan kettő hullócsillagot láthatunk, akkor mekkora a valószínűsége, hogy 1 óra alatt egyet sem fogok látni?
4. Egy akkumulátor élettartama exponenciális eloszlású, átlagosan 10 000 óra használatra alkalmas. Mekkora a valószínűsége, hogy
 - (a) 8000 óránál hamarabb tönkre megy?
 - (b) kibír 11 000 órát?
 - (c) élettartama eléri a várható értékét?

- (d) feltéve, hogy már 9000 órát működött élettartama eléri a várható értékét?
- 5. Egy műszer élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Annak a valószínűsége, hogy legalább 5 évig működik 0,82.**
- (a) Adja meg a műszer élettartamának várható értékét és szórását!
 - (b) Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen műszer legalább 7 évig működődik?
 - (c) Ha egy ilyen műszert már 5 éve használnak, mekkora a valószínűsége, hogy még legalább 2 évig működni fog?
- 6. Egy postafiókba jövő e-mailek érkezése között eltelt idő exponenciális eloszlású, átlagosan két óránként jön egy e-mail.**
- (a) Mekkora a valószínűsége, hogy két órán belül nem jön új e-mail?
 - (b) Már 4 órája nem jött e-mail. Mekkora a valószínűsége, hogy egy órán belül jön?
- 7. Egy egy bizonyos márkájú számítógép táp ventilátorának élettartama exponenciális eloszlású. Az ilyen ventilátorok 20%-a megfigyelések szerint 3 éven belül tönkremegy.**
- (a) Mekkora ennek a ventilátornak a várható élettartama?
 - (b) A ventilátorok hány százaléka megy tönkre az 1 éves garancia időtartama alatt?
 - (c) Kapunk egy ilyen ventilátort ami, már 2 éve működik. Mekkora a valószínűsége, hogy még 2 évig nem hibásodik meg?
- 8. Egy autóalkatrész élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Annak a valószínűsége, hogy 10 000 km-ig meghibásodik 0,08.**
- (a) Mekkora az alkatrész élettartamának várható értéke és szórása?
 - (b) Mekkora a valószínűsége, hogy legalább 15 000 km-t használhatjuk az alkatrészt?
- 9. Egy cég olyan mosógépeket gyárt, amelyek élettartama exponenciális eloszlással modellezhető. A cég azt szeretné, hogy az mosógépek legfeljebb 10%-ának élettartama érje el a 8 évet.**
- (a) Mennyi ezeknek a mosógépeknek a várható élettartama?
 - (b) Ha a gépekre 2 év garancia van, ezalatt hány százalékuk hibásodik meg átlagosan?
- 10. Egy kijelzőben két led világít. Mindkettő élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változónak tekinthető; egyiknél 2000, másiknál 4000 óra várható értékkel. Az izzók párhuzamosan vannak bekötve.**
- (a) Mekkora a valószínűsége, hogy a kijelző 4000 óra múlva sötét lesz.
 - (b) Feltéve, hogy már 2000 órája működik mindkét izzó, mekkora a valószínűsége, hogy a következő 2000 órában is működni fog mindkettő?
 - (c) Oldja a meg az (a) feladatot arra az esetre is, ha az izzók sorba lennének kötve!
- 11. Egy régi boros pincében 4 izzó világít. Az izzók várható élettartama exponenciális eloszlású 2000 óra várható értékkel.**
- (a) Mekkora a valószínűsége, hogy 6000 óra múlva sötét lesz, ha az izzók sorba vannak kötve?
 - (b) Mekkora a valószínűsége, hogy 6000 óra múlva sötét lesz, ha az izzók párhuzamosan vannak bekötve?
 - (c) Várhatóan mennyi idő múlva lesz teljesen sötét a pincében, ha az izzók sorba vannak kötve?
 - (c) Várhatóan mennyi idő múlva lesz teljesen sötét a pincében, ha az izzók párhuzamosan vannak bekötve?

Normális eloszlás

1. A ξ normális eloszlású valószínűségi változó várható értéke 8, szórása 2. Mekkora a valószínűsége, hogy ξ
 - (a) pontosan 3
 - (b) kisebb, mint 7?
 - (b) nagyobb, mint 10?
 - (c) 7 és 10 közé esik?
2. A ξ normális eloszlású valószínűségi változó várható értéke 12, szórása 4. Mekkora az a konstans értéke, ha
 - (a) $P(\xi < a) = 0,35$
 - (b) $P(\xi < a) = 0,98$
 - (c) $P(\xi > a) = 0,76$
 - (d) $P(4 - a < \xi < 4 + a) = 0,35$
3. A ξ normális eloszlású valószínűségi változó várható értéke 16, szórása 4.
 - (a) $P(\xi < 18) = ?$
 - (b) $P(\xi < 12) = ?$
 - (c) $P(\xi > 15) = ?$
 - (d) $P(14 < \xi < 22) = ?$
 - (e) $P(\xi < a) = 0,975$; $a = ?$
4. A ξ normális eloszlású valószínűségi változó várható értéke 5, szórása 2. Mekkora a valószínűsége, hogy ξ beleesik a várható érték
 - (a) szórás sugarú környezetébe?
 - (b) két szórás sugarú környezetébe?
 - (c) három szórás sugarú környezetébe?
 - (d) Tetszőleges m és σ értékekre mi lenne a válasz?
5. Az η normális eloszlású valószínűségi változó 0,25 valószínűséggel vesz fel 10-nél nagyobb értéket és 0,68 valószínűséggel 12-nél nagyobb értéket. Mekkora $M(\eta)$ és $D(\eta)$?
6. Egy fűrészüzemben készült deszkák tényleges hossza normális eloszlást mutat, 2 m várható értékkel és 2 cm szórással.
 - (a) A deszkák hossza mekkora valószínűséggel esik 197 és 203 cm közé?
 - (b) Hogyan válasszuk meg a selejthatárt, hogy a termékek kb. 5%-a legyen selejt (csak a túl rövid számít selejtnek)?
7. Egy pékségben sült kilós kenyerek valódi tömege normális eloszlást mutat, 1000 g várható értékkel. A kenyerek 97%-ának tömege 980 g és 1020 g közé esik.
 - (a) A kenyerek hány százaléka kisebb, mint 900 g?
 - (b) Tulajdonosváltás után úgy érzem az új pék be akar csapni. Három hónapig minden nap lemértem a kenyeret. A kenyerek 20%-a kisebb, mint 750 g. Jogos lehet-e a gyanum?
8. Írásbeli felvételin elért pontszámok normális eloszlást mutatnak, melynek szórása 12 pont. A tanulók 15%-a ér el 30 pontnál kevesebbet.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy tanuló pontszáma a várható értéktől legfeljebb 10 ponttal tér el?
 - (b) Mekkora lesz a ponthatár, ha a felvételizők 30%-át akarják felvenni?

9. A villamosmérnök fiú hallgatók testmagassága normális eloszlást követ 180 cm várható értékkel. Tudjuk, hogy a hallgatók 5%-a magasabb 190 cm-nél.
- (a) Mekkora valószínűséggel alacsonyabb egy véletlenszerűen kiválasztott villamosmérnök srác 180 cm-nél?
 - (b) Mekkora valószínűséggel alacsonyabb egy véletlenszerűen kiválasztott villamosmérnök srác 170 cm-nél?
 - (c) A hallgatók kb. hány százalékának tér el legalább a szórás kétszeresével a testmagassága a várható értéktől?
10. Egy normális eloszlású valószínűségi változó várható értéke megegyezik a szórásával. Mekkora a valószínűségi változó várható értéke és szórása, ha 0,8 valószínűséggel vesz fel 10-nél kisebb értéket?
11. Egy normális eloszlású valószínűségi változó 0,18 valószínűséggel vesz fel 25-nél kisebb értéket és 0,3 valószínűséggel 40-nél nagyobb értéket. Mekkora a valószínűsége, hogy 50-nél kisebb értéket vesz fel?