

1. A $[-2; 3]$ intervallumból véletlenszerűen, egymástól függetlenül választunk két számot.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy az első szám abszolút értéke nagyobb, mint a második szám?
 - (b) Feltéve, hogy összegük kisebb, mint 2, mekkora a valószínűsége, hogy mindkettő negatív?
 - (c) Legyen a ξ valószínűségi változó a második választott szám értéke. Ábrázolja ξ sűrűségfüggvényét!
2. A ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 2 \\ \frac{x^2-4}{21} & \text{ha } 2 < x \leq 5 \\ 1 & \text{ha } 5 < x. \end{cases}$$

- (a) $M(\xi^2) = ?$
 - (b) $P(\xi < 6 | 3 < \xi < 7) = ?$
 - (c) Mekkora az $\eta = 7\xi + 3$ valószínűségi változó várható értéke?
3. Két szabályos kockával addig dobunk, míg a két dobott szám összege 10 nem lesz.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy pontosan annyszor dobunk, mint a dobások várható értékének a fele?
 - (b) Mekkora a valószínűsége, hogy a szükséges dobások száma 12-nél kisebb?
 - (c) Melyik nevezetes diszkrét eloszlás származtatható a geometriai eloszlásból? Miért?
4. Egy metro szerelvénynek 6 ajtaja van. Az ajtókat egymástól függetlenül működő azonos motorok működtetik, melyek élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változónak tekinthető 9000 óra szórással.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy 12 000 óra múlva nem tudnak le- és felszállni (kizárólag a motorok hibáját tekintjük)?
 - (b) A legelső ajtó motorja már 8000 órát üzemelt. Mekkora a valószínűsége, hogy még legalább 2000 órát működni fog?
 - (c) Milyen különleges tulajdonsága van az exponenciális eloszlásnak?
5. Egy vizsgát 80 fős számítógépes teremben tartanak. A vizsgára 90 hallgató jelentkezett. A hallgatók egymástól függetlenül 80% valószínűséggel mennek el vizsgázni.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy nem mindenkinek jut gép?
 - (b) Mekkora a valószínűsége, hogy az üresen maradt helyek száma 2 és 5 közé fog esni?
 - (c) Milyen eloszlásokkal közelíthetjük a binomiális eloszlást?
6. A cementes zsákok tényleges tömege normális eloszlást követ. Lemértünk 10 zsákot ellenőrzésképpen. A kapott eredmények (kg):

25,3	24,9	24,5	24,4	24,8	25,3	25,4	24,6	24,5	24,8
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

 - (a) Az adatok alapján 95%-os szignifikancia szinten mit mondhatuk, igaz-e, hogy a cementes zsákok tömegének várható értéke 25 kg?
 - (b) Mit jelent a másodfajú hiba? Hogyan lehetne csökkenteni?

1. Két dobókockával dobunk. Ha megegyezik a két dobott szám, egyszer, ha a két dobott szám közötti különbség 1, akkor kétszer, egyébként háromszor dobunk egy pénzérmével.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy nem dobunk írást? ($\frac{2}{9}$)
 - (b) Feltéve, hogy dobtunk írást, mekkora a valószínűsége, hogy két egyforma számot dobtunk? ($\frac{3}{28}$)
 - (c) Melyik tételt használta az a) és melyiket a b) részfeladatban!

2. A ξ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^3-216}{x^3} & \text{ha } 6 < x \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$$

- (a) Határozza meg ξ várható értékét! (9)
 - (b) $P(\xi > 7 | 5 < \xi < 8) = ?$ (0,3595)
 - (c) Sorolja fel a sűrűségfüggvény tulajdonságait!
3. Egy hivatalban az egy óra alatt érkező ügyfelek száma Poisson-eloszlást követ. Annak a valószínűsége, hogy egy óra alatt pontosan három ügyfél jön 4/3-szor akkora, mint hogy egy sem jön.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy óra alatt pontosan 4 ügyfél érkezik? (0,0902)
 - (b) Mekkora a valószínűsége, hogy 40 perc alatt legfeljebb annyi ügyfél jön, mint a várható érték kétszerese? (0,8494)
 - (c) Milyen értékeket vehet fel egy Poisson-eloszlású valószínűségi változó?
4. Egy gép hosszú fémszálból darabokat vág, melyek hosszát 50 cm-re állították. A kapott darabok hossza normális eloszlást követ, és 30%-uk hosszabb, mint 52 cm.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott darab rövidebb, mint 46 cm? (0,1492)
 - (b) A gyártott rudak hosszának hány százaléka esik a (40;60) intervallumba? (0,9906)
 - (c) Mit mondhatnánk az intervallumba esés valószínűségéről, ha nem feltételezhetnénk normális eloszlást, de a feladatban használt várható értéket és a szórást (egyéb forrásból) ismernénk? (legalább 0,8521)
5. Egy programmal 600 db véletlen számot generálunk az 1-5 egész számok közül.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy a kapott számok átlaga nagyobb, mint 3,1? (0,0418)
 - (b) Legyen ξ valószínűségi változó a generált szám (egy kísérletre). Ábrázolja ξ eloszlását!
6. Egy termékből 5 elemű mintát vesznek minden órában. Az elmúlt hónap összesített adatait megkaptuk:

Selejtelek száma	0	1	2	3	4	5
Minták száma	552	145	16	4	2	1

- (a) Mit mondhatunk 95%-os szignifikancia szinten, elfogadható-e, hogy a selejtelek száma olyan binomiális eloszlást követ, melynek paraméterei $n = 5, p = 0,05$? ($\chi_p^2 = 2,852 > 5,99 = \chi_{krit}^2$)
 - (b) Mit jelent az elsőfajú hiba?

1. Dobókockával egyet dobunk, majd annyi pénzérmét dobunk fel, amennyi a kockadobás értékének 4-el való osztási maradéka.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy fejet se dobtunk? ($\frac{7}{16}$)
 - (b) Mekkora a valószínűsége, hogy 3-ast dobtunk, ha pontosan két fejet dobtunk? ($\frac{3}{7}$)
 - (c) Mondjon példát teljes eseményrendszerre a feladatból!
2. A ξ valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^3} & \text{ha } 2 < x \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$
 - (a) Mekkora a c paraméter értéke? (8)
 - (b) Mekkora a várható érték? (4)
 - (c) Lehet-e a $g(x) = \begin{cases} 1 - \frac{c}{x^2} & \text{ha } 2 < x \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$ ξ eloszlásfüggvénye?
3. Egy mamutcég telephelyén 250 kártyás beléptetésű ajtó van, amelyek egymástól függetlenül 0,01 valószínűséggel hibásodnak meg egy nap alatt. Minden elromlott ajtót másnap reggelre javítanak.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy nap pontosan két ajtó romlik el? (0,2565)
 - (b) Mekkora a valószínűsége, hogy egy adott napon a meghibásodások száma legfeljebb fél szórásnyival tér el a várható értéktől? (0,4724)
 - (c) Milyen diszkrét eloszlások közelíthetők Poisson-eloszlással?
4. Egy netbank rendszerben a felhasználók egy-egy bejelentkezés alkalmával a rendszerben eltöltött ideje exponenciális eloszlású valószínűségi változó. A rendszerben bejelentkezve töltött idő a tapasztalatok szerint az esetek 80%-ában legalább 5 perc.
 - (a) Mekkora a valószínűsége, hogy egy felhasználó több mint 12 percet tölt el a netbankban egy bejelentkezés alkalmával? (0,5854)
 - (b) Feltéve, hogy valaki már 10 perce a netbankban van, mekkora a valószínűsége, hogy 5 percen belül kijelentkezik? (0,2)
5. Egy szabályos dobókockát 5000-szer feldobunk.
 - (a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a dobott 6-osok relatív gyakorisága 0,01-nél kevesebbet tér el az elméleti valószínűségtől? (Bernoulli: legalább 0,72, CHT 0,9426)
 - (b) Melyik tételt alkalmazta és miért?
6. Megvizsgáltak 8 személygépkocsi fogyasztását két gumival (l/100 km)

Noname gumival	5,3	5,4	8,7	5,6	9,5	7,7	7,9	7,2
Márkás gumival	4,7	5,9	9,1	5,7	8,9	8,2	7,8	7,7

 - (a) 95%-os szinifikancia szinten kevesebbet fogyasztanak-e az autók márkás gumival? (A fogyasztás normális eloszlásúnak tekinthető.)
 - (b) Mit mondanánk, ha az lenne a kérdés, hogy van-e különbség a fogyasztásban?