

Interpoláció

1. Határozzuk meg az alábbi adatokra illeszkedő $L(x)$ Lagrange-interpolációs polinomot! Határozzuk meg az $L(x)$ interpolációs polinom helyettesítési értékét az adott x helyen!

(a) $x_0 = -1, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$, és $f_0 = -4, f_1 = 2, f_2 = 8, f_3 = 24$,
 $x = 0$

(b) $x_0 = -1, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$, és $f_0 = -1, f_1 = 3, f_2 = 2, f_3 = -9$,
 $x = 0,5$

(c) $x_1 = 1, x_2 = 3, x_3 = 4, x_4 = 6$, és $f_1 = -2, f_2 = 0, f_3 = 4, f_4 = 10$,
 $x = 2$

2. Határozzuk meg az alábbi adatokra illeszkedő $H(x)$ Hermite-interpolációs polinomot!

(a) $x_0 := 0, x_1 := 1, f_0 := 2, f_1 := 1, f'_0 := 1, f'_1 := 2$,

(b) $x_0 := 1, x_1 := 2, f_0 := 0, f_1 := -1, f'_0 := 2, f'_1 := -2$,

(c) $x_0 := 0, x_1 := 1, f_0 := 1, f_1 := -1, f'_0 := 2, f'_1 := 1$.

1. (a) $L_3(x) = -4 + 3(x+1) + (x+1)(x-1) + (x+1)(x-1)(x-2) = x^3 - x^2 + 2x$
 $L_3(0) = 0$

(b) $L_3(x) = -1 + 2(x+1) - (x+1)(x-1) - (x+1)(x-1)(x-2) = -x^3 + x^2 + 3x$
 $L_3(0) = 1,625$

(c) $L_3(x) = -2 + (x-1) + (x-1)(x-3) - \frac{4}{15}(x-1)(x-3)(x-4)$
 $L_3(2) = -2,5333$

2. (a) $H(x) = 2 + \frac{(x-0)}{1} - 7\frac{(x-0)^2}{1^2} + 5\frac{(x-0)^3}{1^3} = 5x^3 - 7x^2 + x + 2$

(b) $H(x) = 0 + 2\frac{(x-1)}{1} - 5\frac{(x-1)^2}{1^2} + 2\frac{(x-1)^3}{1^3} = 2x^3 - 11x^2 + 18x - 9$

(c) $H(x) = 1 + 2\frac{(x-0)}{1} - 11\frac{(x-0)^2}{1^2} + 7\frac{(x-0)^3}{1^3} = 7x^3 - 11x^2 + 2x + 1$