

**Feladatok (Valószínűségi változók összege, átlaga, Centrális határeloszlás tétele, Moivre-Laplace formula)**

---

- Adott  $n = 100$  darab független, azonos eloszlású valószínűségi változó, melyek várható értéke rendre 50, szórása rendre 4.
  - Mekkora az összegük várható értéke?
  - Mekkora az összegük szórása?
  - Hogyan változik az összeg várható értéke és szórása, ha  $n = 25$ ?
  - Hogyan változik az összeg várható értéke és szórása, ha  $n = 400$ ?
- Adott  $n = 100$  darab független, azonos eloszlású valószínűségi változó, melyek várható értéke rendre 200, szórása rendre 7,2.
  - Mekkora az átlaguk várható értéke?
  - Mekkora az átlaguk szórása?
  - Hogyan változik az átlag várható értéke és szórása, ha  $n = 64$ ?
  - Hogyan változik az átlag várható értéke és szórása, ha  $n = 400$ ?
- Egy pékségben a kenyér tömege normális eloszlást követ, 50 dkg várható értékkel és 3 dkg szórással. Veszünk 10 ilyen kenyeret és megmérjük a tömegüket. Mekkora annak a valószínűsége, hogy
  - a tömegük átlaga kisebb, mint 49 dkg?
  - a tömegük átlaga nagyobb, mint 50 dkg?
- Tegyük fel, hogy egy deszka vastagsága normális eloszlást követ, 2 cm várható értékkel és 0,08 cm szórással. 25 ilyen deszkát egymásra rakunk. Mekkora lehet annak a valószínűsége, hogy
  - az összmagasság nem haladja meg az 51 cm-t?
  - az összmagasság több, mint 48,5 cm-t?
- Adott  $n = 80$  darab független, azonos eloszlású valószínűségi változó, melyek várható értéke rendre 8,4, szórása rendre 1,2. Mekkora lehet a valószínűsége annak, hogy a valószínűségi változók összege
  - kisebb, mint 675?
  - legalább 670?
  - 664 és 680 közé esik?
- Adott  $n = 200$  darab független, azonos eloszlású valószínűségi változó, melyek várható értéke rendre 8000, szórása rendre 86,2. Mekkora lehet a valószínűsége annak, hogy a valószínűségi változók átlaga
  - kisebb, mint 7980?
  - legalább 8010?
  - 7990 és 8010 közé esik?
- Egy szövetben a méterenként előforduló anyaghibák száma Poisson-eloszlást követ, 0,125 várható értékkel. Mekkora lehet annak a valószínűsége annak hogy egy 200 méteres szövetdarabban
  - 20-nál több hibát találunk?
  - legalább 21 hibát találunk?

(Nézzük meg alaposan a két kérdést és hasonlítsuk össze a válaszokat!)

**Feladatok (Valószínűségi változók összege, átlaga, Centrális határeloszlás tétele, Moivre-Laplace formula)**

- 
8. Egy üzletben a pénztárnál a várakozási idő exponenciális eloszlást követ, 8 perc várható értékkel. 80 vásárló várakozási idejét megmérjük.
- (a) Mekkora lehet annak a valószínűsége, hogy az átlaguk kevesebb, mint 8,5 perc?
  - (b) Mekkora lehet annak a valószínűsége, hogy az átlaguk 7 és 9 perc közé esik?
  - (c) Mekkora lehet az az időtartam, amelynél kb. 0,95 valószínűséggel hosszabb a várakozási idők átlaga?
9. Egy adott típusú izzó élettartama a gyári tesztek szerint exponenciális eloszlást követ, 2500 óra várható értékkel. Veszünk 100 darab izzót, és addig használjuk őket, míg tönkre nem mennek.
- (a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy az izzók élettartamának átlaga nagyobb, mint az élettartam várható értéke?
  - (b) Milyen  $c$  esetén esik az élettartamok átlaga kb. 0,95 valószínűséggel a  $(2500-c, 2500+c)$  intervallumba?
10. Egy szabályos dobókockát 600-szor feldobunk. Mekkora lehet annak a valószínűsége annak, hogy a dobott hatosok száma legalább 90 és legfeljebb 110?
11. Egy ládában lévő alkatrészek 30%-a selejtes. Mennyi lehet annak a valószínűsége, hogy 1000 visszatevéssel húzott alkatrész közül a selejtesek száma
- (a) legalább 270 és legfeljebb 330?
  - (b) 300-nál több?
  - (c) Adjunk meg olyan felső korlátot, amelyet a kihúzott selejtek száma kb. 0,95 valószínűséggel nem halad meg!
  - (d) Adjunk meg olyan, várható értékre szimmetrikus intervallumot, amelybe kb. 0,95 valószínűséggel esik a kihúzott selejtek száma!
12. Egy célpontra 200 lövést adnak le. A találatok valószínűsége minden lövésnél 0,4.
- (a) Mekkora lehet annak a valószínűsége annak, hogy a találatok száma legalább 70 és legfeljebb 85?
  - (b) Mekkora lehet annak a valószínűsége annak, hogy a találatok száma kevesebb, mint 75?
13. Egy évfolyamra 150 hallgató jár. Egy előadásra mindenki (egymástól függetlenül) 0,9 valószínűséggel megy el.
- (a) Tudjuk, hogy a rendelkezésre álló terem csak 130 fő befogadására alkalmas. Mennyi lehet annak a valószínűsége, hogy minden megjelent befér az előadásra?
  - (b) Mekkora termet kell foglalni, ha azt akarjuk, hogy 0,98 valószínűséggel minden megjelent beférjen, aki megjelenik az előadáson?

**Eredmények:**

- 1. (a) 5000
  - (b) 40
  - (c) 1 250; 20
  - (d) 20 000; 80
- 2. (a) 200
  - (b) 0,72

Feladatok (Valószínűségi változók összege, átlaga, Centrális határeloszlás tétele, Moivre-Laplace formula)

---

- (c) 200; 0,9
  - (d) 200; 0,36
3. (a) 0,1459  
(b) 0,5
4. (a) 0,9938  
(b) 0,9999
5. (a)  $\approx 0,6101$   
(b)  $\approx 0,5739$   
(c)  $\approx 0,5439$
6. (a)  $\approx 0,0005$   
(b)  $\approx 0,0504$   
(c)  $\approx 0,8991$
7. (a)  $\approx 0,8413$  (Korrektcióval:  $\approx 0,8159$ , pontos megoldás: 0,8145 )  
(b)  $\approx 0,7881$  (Korrektcióval:  $\approx 0,8159$ , pontos megoldás: 0,8145 )
8. (a)  $\approx 0,7119$   
(b)  $\approx 0,7365$   
(c)  $\approx 6,5242$  perc
9. (a)  $\approx 0,5$   
(b) 490
10.  $\approx 0,7499$  (Korrektció nélkül:  $\approx 0,7267$ , pontos megoldás: 0,7501 )
11. (a)  $\approx 0,9647$  (Korrektció nélkül:  $\approx 0,9616$ , pontos megoldás: 0,9648 )  
(b)  $\approx 0,4862$  (Korrektció nélkül:  $\approx 0,4725$ , pontos megoldás: 0,4844 )  
(c) 323  
(d) [272, 328]
12. (a)  $\approx 0,7215$  (Korrektció nélkül:  $\approx 0,6903$ , pontos megoldás: 0,7229 )  
(b)  $\approx 0,2136$  (Korrektció nélkül:  $\approx 0,1932$ , pontos megoldás: 0,2142 )
13. (a)  $\approx 0,1103$  (Korrektció nélkül:  $\approx 0,0868$ , pontos megoldás: 0,1130 )  
(b) 143