

## Feladatok

---

Az alábbi feladatsor nem helyettesíti az elektronikus jegyzet feladatait!

1. Oldjuk meg Gauss-eliminációval az alábbi lineáris egyenletrendszereket!

(a)

$$\begin{aligned}x_1 + 4x_2 - 3x_3 &= -9 \\2x_1 - 3x_2 - x_3 &= 2 \\3x_1 + x_2 + x_3 &= 13\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}2x_1 + 5x_2 - 3x_3 &= 10 \\x_1 - 3x_2 - 2x_3 &= -3 \\-x_1 + 14x_2 + 3x_3 &= 1\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}2x_1 - 4x_2 + x_3 &= -2 \\3x_1 + x_2 - 2x_3 &= -3 \\-4x_1 + 2x_2 + x_3 &= 4\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 &= 6 \\3x_1 + x_2 - 5x_3 - x_4 &= -8 \\2x_1 + x_2 - 4x_3 + 4x_4 &= -2 \\3x_1 - 3x_3 + x_4 &= 3\end{aligned}$$

2. Oldjuk meg Gauss-Jordan-eliminációval az alábbi lineáris egyenletrendszereket!

(a)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 5x_3 &= 10 \\3x_1 - 2x_2 - x_3 &= 0 \\2x_1 - 3x_2 + x_3 &= -5\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 5 \\3x_1 + 5x_2 + x_3 &= 8 \\2x_1 + 2x_2 + 14x_3 &= -4\end{aligned}$$

3. Határozzuk meg az alábbi mátrixok inverzét (ha létezik) Gauss-eliminációval!

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

(b)

$$B = \begin{pmatrix} -1,5 & 0,5 & 0,2 \\ 0 & -1 & 0,2 \\ 0 & 0 & -0,6 \end{pmatrix}$$

(c)

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

(d)

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Határozzuk meg az alábbi mátrixok  $LU$ -felbontását! Számítsuk ki a mátrixok determinánsának értékét az  $LU$ -felbontás segítségével!

(a)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

(b)

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(c)

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 6 & 9 \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 9 \end{pmatrix}$$

(d)

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

## Feladatok

5. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket  $LU$ -felbontással!

(a)

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6$$

$$4x_1 - x_2 + 6x_3 = 20$$

$$6x_1 - 7x_2 + 8x_3 = 16$$

(b)

$$2x_1 + 6x_2 - 3x_3 = -5$$

$$x_1 + 5x_2 + 15x_3 = 14$$

$$3x_1 + 10x_2 + 4x_3 = 1$$

## Eredmények:

1. (a)  $x_1 = 3, x_2 = 0, x_3 = 4$

(b) *Nincs megoldás.*

(c)  $x_1 = \frac{1}{2}t - 1, x_2 = \frac{1}{2}t, x_3 = t$

(d) *Nincs megoldás.*

2. (a)  $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = -1$

(b)  $x_1 = -17t - 9, x_2 = 10t + 7, x_3 = t$

3. (a)

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

(c)

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,2 & 0 \\ -0,7 & -0,2 & 0,5 \\ -2,2 & -0,2 & 1 \end{pmatrix}$$

(b)

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & -1 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{5}{3} \end{pmatrix}$$

(d)

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{5}{8} & -\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} & -\frac{5}{8} & \frac{3}{8} \end{pmatrix}$$

4. (a)  $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{5} & 1 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & \frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{14}{5} \end{pmatrix}, \det(A) = -14$

(b)  $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & \frac{5}{3} & 1 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{8}{3} \end{pmatrix}, \det(B) = -8$

(c)  $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}, \det(C) = 64$

## Feladatok

---

$$(d) L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \det(D) = 3$$

$$5. (a) L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 30 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$(b) L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -3 \\ 0 & 2 & \frac{33}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} -5 \\ \frac{33}{2} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$