

Feladatok (Valószínűség, valószínűségi változó)

- Háromszor egymás után feldobunk egy szabályos dobókockát.
 - Soroljon fel elemi eseményeket!
 - Határozza meg az eseményteret!
 - Adjon meg két kizáró eseményt az eseménytérben!
 - Adjon meg két olyan eseményt az eseménytérben, amelyek közül az egyik maga után vonja a másikat!
 - Adjon meg teljes eseményrendszert az eseménytérben!
- Egy műhelyben három gép dolgozik. A, B, C események jelentsék rendre, hogy az első, második, harmadik gép egy éven belül elromlik. Fejezze ki az A, B, C eseményekkel, hogy egy éven belül
 - csak az első gép romlik el!
 - mindhárom gép elromlik!
 - egyik gép sem romlik el!
 - csak egy gép romlik el!
 - legalább egy gép elromlik!
 - legfeljebb egy gép romlik el!
- Egy várba három kapunk át lehet bejutni. Az A, B, C események jelentsék rendre, hogy az első, második, harmadik kapu nyitva van. Fogalmazza meg szavakkal az alábbi eseményeket!
 - $A \cup B \cup C$
 - $A \cap B \cap C$
 - $A \cap B \cap \bar{C}$
 - \bar{A}
- Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy szelvényvel játszva lesz (legalább egy) találatunk az ötös lottón?
- Egy szabályos dobókockát egymás után háromszor feldobva mennyi a valószínűsége, hogy
 - két hatost dobunk?
 - csak páros számot dobunk?
 - dobunk páros számot?
- Feldobunk egy szabályos pénzérmét háromszor. Mekkora a valószínűsége annak, hogy
 - pontosan két fejet dobunk? (0, 375)
 - legalább két fejet dobunk? (0, 5)
 - legfeljebb két fejet dobunk? (0, 875)
- Egy raktárban 160 hibás és 320 hibátlan tranzistor van. Véletlenszerűen kiválasztva közülük 9-et (visszatevés nélkül), mennyi a valószínűsége, hogy közöttük
 - nem lesz hibás?
 - 3 hibás lesz?
 - legalább 3 hibás lesz?
- Oldjuk meg az előző feladatot abban az esetben is, ha a mintavétel visszatevéssel!
- Egy gyártósoron a készült alkatrészek 5%-a hibás. A napi termelésből visszatevéssel kiválasztunk 10 alkatrészt. Mennyi a valószínűsége, hogy közöttük
 - lesz selejtes?
 - 2 selejtes lesz?
 - legfeljebb 2 selejtes lesz?
- Egy doppingteszt 0,96 valószínűséggel pozitív, ha a sportoló doppingolt, de 0,03 valószínűséggel akkor is pozitív eredményt ad, ha a sportoló nem doppingolt. A sportolók 8%-a doppingol.
 - Mekkora annak a valószínűség-e, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott sportoló teszteredménye pozitív?
 - Feltéve, hogy egy teszteredmény pozitív, mekkora annak a valószínűsége, hogy a sportoló doppingolt?

Oldjuk meg a feladatot abban az esetben is, ha a sportolók 15%-a doppingol!

Feladatok (Valószínűség, valószínűségi változó)

11. Öt katona lő egy céltáblára. Mindegyikük 100 lövése közül átlagosan 80 talál. Mekkora annak a valószínűsége, hogy egyszerre leadva egy-egy lövést, három találatnál több lesz a céltáblán?
12. Egy dobozban 100 alkatrész van, közöttük 8 hibás. *Visszatevéssel* kihúzzunk a dobozból 3 alkatrészt, az X valószínűségi változó legyen a kihúzott hibásak száma.
- (a) Adjuk meg X eloszlását!
 (b) Határozzuk meg X várható értékét és szórását!
13. Az X valószínűségi változó eloszlás függvénye $F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{16}{x^4} & \text{ha } 2 < x \\ 0 & \text{különb} \end{cases}$. Számítsuk ki az alábbi valószínűségeket:
- (a) $P(X < 3)=?$ (d) $P(X > 4)=?$
 (b) $P(X < 1)=?$ (e) $P(X=5)=?$
 (c) $P(X \geq 4)=?$ (f) $P(5 < X < 8)=?$
14. Az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}(x-1) & \text{ha } 1 < x < 4 \\ 0 & \text{különb} \end{cases}$.
- (a) $P(X < 3)=?$ (e) $E(X)=?$
 (b) $P(X > 2)=?$ (f) $D(X)=?$
 (c) $P(2 < X < 3)=?$ (g) $P(X > E(X))=?$
 (d) $P(0 < X < 3)=?$ (h) $P(E(X) - D(X) < X < E(X) + D(X))=?$

Eredmények

1. (a)
 (b)
 (c)
2. (a) $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$
 (b) $A \cap B \cap C$
 (c) $\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}$
 (d) $(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$
 (e) $A \cup B \cup C$
 (f) $(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$
3. (a) Legalább az egyik kapu nyitva van.
 (b) Mindhárom kapu nyitva van.
 (c) Csak a harmadik kapu van zárva.
 (d) Az első kapu zárva van.
4. $1 - \frac{\binom{5}{0} \cdot \binom{85}{5}}{\binom{90}{5}}$
5. (a) $0.0694, \left(\frac{1^2 \cdot 5^1 \cdot \binom{3}{2}}{6^3} = \frac{15}{216} \right)$
 (b) $0.125, \left(\frac{3^3 \cdot 3^0 \cdot \binom{3}{3}}{6^3} = \frac{27}{216} \right)$
 (c) $0.875, \left(1 - \frac{3^0 \cdot 3^3 \cdot \binom{3}{0}}{6^3} = 1 - \frac{27}{216} \right)$

Feladatok (Valószínűség, valószínűségi változó)

6. (a) $0.375, \left(\frac{1^2 \cdot 1^1 \cdot \binom{3}{2}}{2^3} = \frac{3}{8} \right)$
 (b) $0.5, \left(\frac{1^2 \cdot 1^1 \cdot \binom{3}{2}}{2^3} + \frac{1^3 \cdot 1^0 \cdot \binom{3}{3}}{2^3} = \frac{4}{8} \right)$
 (c) $0.875, \left(1 - \frac{1^3 \cdot 1^0 \cdot \binom{3}{3}}{2^3} = \frac{7}{8} \right)$
7. (a) $0,0250, \left(\frac{\binom{160}{0} \cdot \binom{320}{9}}{\binom{480}{9}} \right)$
 (b) $0,2757, \left(\frac{\binom{160}{3} \cdot \binom{320}{6}}{\binom{480}{9}} \right)$
 (c) $0,6245, \left(1 - \left[\frac{\binom{160}{0} \cdot \binom{320}{9}}{\binom{480}{9}} + \frac{\binom{160}{1} \cdot \binom{320}{8}}{\binom{480}{9}} + \frac{\binom{160}{2} \cdot \binom{320}{7}}{\binom{480}{9}} \right] \right)$
8. (a) $0.0260, \left(\frac{160^0 \cdot 320^9 \cdot \binom{9}{0}}{480^9} \right)$
 (b) $0.2731, \left(\frac{160^3 \cdot 320^6 \cdot \binom{9}{3}}{480^9} \right)$
 (c) $0.6228, \left(1 - \left[\frac{160^0 \cdot 320^9 \cdot \binom{9}{0}}{480^9} + \frac{160^1 \cdot 320^8 \cdot \binom{9}{1}}{480^9} + \frac{160^2 \cdot 320^7 \cdot \binom{9}{2}}{480^9} \right] \right)$
9. (a) $0.4013, \left(0,05^0 \cdot 0,95^{10} \cdot \binom{10}{0} \right)$
 (b) $0.0746, \left(0,05^2 \cdot 0,95^8 \cdot \binom{10}{2} \right)$
 (c) $0.9885, \left(0,05^0 \cdot 0,95^{10} \cdot \binom{10}{0} + 0,05^1 \cdot 0,95^9 \cdot \binom{10}{1} + 0,05^2 \cdot 0,95^8 \cdot \binom{10}{2} \right)$
10. (a) $0.1044, \left(0,96 \cdot 0,08 + 0,03 \cdot 0,92 \right)$
 (b) $0.7356, \left(\frac{0,96 \cdot 0,08}{0,96 \cdot 0,08 + 0,03 \cdot 0,92} \right)$
11. $0.7373, \left(0,8^4 \cdot 0,2^1 \cdot \binom{5}{4} + 0,8^5 \cdot 0,2^0 \cdot \binom{5}{5} \right)$
12. (a) $\left(P(X = 0) = 0,7787, P(X = 1) = 0,2031, P(X = 2) = 0,0177, P(X = 3) = 0,0005 \right)$
 (b) $E(X) = 0,24; D(X) = 0,4699$
13. (a) $0,8025$
 (b) 0
 (c) $0,0625$
 (d) $0,0625$
 (e) 0
 (f) $0,0217$

Feladatok (Valószínűség, valószínűségi változó)

14. (a) 0,4444
(b) 0,8889
(c) 0,3333
(d) 0,4444
(e) 3
(f) 0,7071, (Részeredmény: $E(X^2) = 9,5$)
(g) 0,5556
(h) 0,6285