

Feladatok (Nevezetes folytonos eloszlások)

Exponenciális eloszlás

- Legyen X exponenciális eloszlású valószínűségi változó, melynek paramétere $\lambda = 0,01$.
 - $P(X < 150)=?$
 - $P(80 < X < 200)=?$
 - $P(X > 300)=?$
 - $P(X = 100)=?$
 - $P(X < E(X))=?$
 - $P(X > 2 \cdot E(X))=?$
 - $P(X > E(X) + D(X))=?$
- Legyen X exponenciális eloszlású valószínűségi változó, melynek várható értéke 40.
 - $P(X < 30)=?$
 - $P(20 < X < 80)=?$
 - $P(X > 80)=?$
 - $P(E(X) - D(X) < X < E(X) + D(X))=?$
- Szószátyár Szaniszló körmondatainak hossza exponenciális eloszlású, átlagosan fél perc.
 - Mekkora a valószínűsége, hogy egy körmondata legalább 10 mp hosszú? ($0,7165$)
 - Mondatainak kb. hány százaléka rövidebb 15 mp-nél? ($39,35\%$)
- Egy alkatrész élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó, 5000 óra várható értékkel.
 - Mekkora annak a valószínűsége, hogy az alkatrész 10000 óra elteltével még működni fog?
 - Feltéve, hogy 6000 órája működik az alkatrész, mekkora a valószínűsége, hogy a következő 2000 órában is működni fog?
 - Mekkora élettartamra vállaljon garanciát a gyártó, ha az alkatrészek max. 3%-át akarja garanciálisan cserélni?
- Annak a valószínűsége, hogy egy benzinkútnál a tankolásra 10 percnél többet kell várni, a tapasztalatok szerint 0,2. (A várakozási idő exponenciális eloszlású valószínűségi változó.) Mennyi a valószínűsége, hogy véletlenszerűen a benzinkúthoz érkezve
 - 5 percen belül sorra kerülünk?
 - 15 percnél többet kell várnunk?
- Egy orvosi műszer élettartama exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Annak a valószínűsége, hogy legalább 3 évig működik: 0,9.
 - Mekkora annak a valószínűsége, hogy 5 éven belül meghibásodik?
 - Feltéve, hogy 5 éve hiba nélkül működik egy ilyen műszer, mi a valószínűsége annak, hogy a következő 3 éven belül tönkremegy?

Normális eloszlás

- Legyen X normális eloszlású valószínűségi változó, melynek várható értéke 12, szórása 4.
 - $P(X < 15)=?$
 - $P(X < 10)=?$
 - $P(X > 13)=?$
 - $P(X > 9)=?$
 - $P(10 < X < 14)=?$
 - $P(6 < X < 7)=?$
- Legyen X normális eloszlású valószínűségi változó, melynek várható értéke 20, szórása 2.
 - $P(X < b)=0,74, b=?$
 - $P(X < b)=0,35, b=?$
 - $P(X > a)=0,12, a=?$
 - $P(X > a)=0,69, a=?$
 - $P(m - c < X < m + c)=0,95, c=?$

Feladatok (Nevezetes folytonos eloszlások)

9. Egy normális eloszlású valószínűségi változó várható értéke 10, szórása 5. Mi a valószínűsége annak, hogy a valószínűségi változó értéke
 - (a) negatív?
 - (b) pozitív?
 - (c) nagyobb, mint a várható érték kétszerese?
 - (d) legalább a szórással eltér a várható értéktől?
10. Egy üzemben a gyártott termékek hossza normális eloszlást követ 120 mm várható értékkel, és 0,4 mm szórással.
 - (a) Véletlenszerűen kiválasztva egy terméket, mekkora annak a valószínűsége, hogy a hossza kisebb, mint 119 mm?
 - (b) Véletlenszerűen kiválasztva egy terméket, mekkora annak a valószínűsége, hogy a hossza legalább 119,6 mm?
 - (c) Selejtesnek minősül az a termék, melynek hossza legalább 1,2 mm-rel eltér a várható értéktől. 1000 darab közül átlagosan hány termék lesz selejtes?
 - (d) Hogyan változtassuk meg a selejthatárokat, ha azt szeretnénk, hogy a termékek legfeljebb 1%-a legyen selejtes?
11. Egy gépalkatrész átmérője normális eloszlású valószínűségi változó, melynek várható értéke 20 mm, szórása 0,5 mm.
 - (a) Véletlenszerűen kiválasztva egy ilyen gépalkatrészt, mekkora annak a valószínűsége, hogy az átmérője 19 és 21 mm közé esik?
 - (b) Véletlenszerűen kiválasztva egy ilyen gépalkatrészt, mekkora annak a valószínűsége, hogy az átmérője legalább a várható érték?
 - (c) Véletlenszerűen kiválasztva egy ilyen gépalkatrészt, mekkora annak a valószínűsége, hogy az átmérője a várható értéktől a szórásnál kevesebbel tér el?
 - (d) Véletlenszerűen kiválasztva egy ilyen gépalkatrészt, mekkora annak a valószínűsége, hogy az átmérője a várható értéktől a szórás kétszeresénél kevesebbel tér el?
12. A hallgatók valószínűségszámítás vizsgán szerzett pontszáma jó közelítéssel normális eloszlású valószínűségi változó, 7,5 pont szórással. A hallgatók 2,28%-a ér el 40-nél magasabb pontszámot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott hallgató 20 pontnál kevesebbet ér el? ($0,2514$)
13. Egy automata folyadékot adagol üvegekbe. Az üvegekbe töltött folyadék mennyisége normális eloszlást követ, 200 ml várható értékkel. Az üvegekbe töltött folyadék mennyisége 0,9 valószínűséggel 198 ml és 202 ml közé esik.
 - (a) Mi a valószínűsége annak, hogy egy üvegben a folyadék mennyisége több, mint 201 ml?
 - (b) Mi a valószínűsége annak, hogy 4 véletlenszerűen kiválasztott üvegből pontosan egyben van 201 ml-nél több folyadék?
14. Egy egyetemi tankör hallgatóinak 75 % -a 180 cm-nél alacsonyabb, 3 % -a 190 cm-nél magasabb. Feltételezve, hogy a hallgatók testmagassága jó közelítéssel normális eloszlást követ, határozzuk meg, hogy
 - (a) mekkora a hallgatók testmagasságának várható értéke!
 - (b) a hallgatók hány %-ának a testmagassága nagyobb 170 cm-nél!
15. Egy üzemben a gyártott konzervek töltötömege normális eloszlást követ 250 g várható értékkel, és 2,4 g szórással.
 - (a) Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy konzerv töltötömege legalább 251 g?
 - (b) Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy konzerv töltötömege legalább 248,8 g?
 - (c) Mekkora a valószínűsége annak, hogy egy konzerv töltötömege kevesebb, mint 250 g?
 - (d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy konzerv töltötömege a várható értéktől a szórás kétszeresénél kevesebbel tér el?

Feladatok (Nevezetes folytonos eloszlások)

-
- (e) Ábrázoljuk a konzerv töltőtömegének, mint valószínűségi változónak a sűrűségfüggvényét, majd a grafikonon a d) részben kiszámolt valószínűséget!
- (f) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy konzerv töltőtömege a várható értéktől legalább 2 g-al eltér?
- (g) Mekkora az az érték, amelynél a konzervek 95%-ának töltőtömege nagyobb?
16. Egy fűrészüzemben gyártott lécek hossza normális eloszlású valószínűségi változó, melynek várható értéke 100 cm. A lécek 10%-a rövidebb, mint 96,4 cm.
- (a) Mekkora a lécek hosszának szórása?
- (b) Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott lécs hossza 98 és 102 cm közé esik?
- (c) Ha első osztályúnak akkor tekintünk egy lécet, ha hossza legfeljebb 3 cm-el tér el a várható értéktől, akkor a lécek hány százaléka első osztályú?
- (d) Ha első osztályúnak akkor tekintünk egy lécet, ha hossza legfeljebb 1 cm-el tér el a várható értéktől, akkor mekkora annak a valószínűsége, hogy 10 lécből legalább 8 első osztályú?
- (e) Mekkora legyen az első osztályú lécek hosszának maximális eltérése a várható értéktől, ha a lécek legfeljebb 2 százaléka lehet nem első osztályú?
17. Az országos teszteken a tanulók szövegértésből elért pontszáma normális eloszlású valószínűségi változónak tekinthető, 65 pont várható értékkel. Tudjuk, hogy a teszten a tanulók 60%-ának pontszáma 59 és 71 közé esik.
- (a) A tanulók hány százaléka ér el 90 pontnál jobb eredményt?
- (b) Mekkora az az érték, amelynél magasabb pontszámot csak a tanulók 1%-a ér el?
- (c) Ábrázolja a megadott valószínűségi változó sűrűségfüggvényét és a grafikonon az (a) kérdésben megadott valószínűséget!

Eredmények Exponenciális eloszlás

1. (a) 0,7769
(b) 0,3140
(c) 0,0498
(d) 0
(e) 0,6321
(f) 0,1353
(g) 0,1353
2. (a) 0,5276
(b) 0,4712
(c) 0,1353
(d) 0,8647
3. (a) 0,7165
(b) 39,35%
4. (a) 0,1353
(b) 0,6703
(c) max. 152 óra
5. (a) 0,5527

Feladatok (Nevezetes folytonos eloszlások)

(b) 0,0895

6. (a) 0,1610
(b) 0,0999 ill. a feladatból: 0,1

Normális eloszlás

7. (a) 0,7734
(b) 0,3085
(c) 0,4013
(d) 0,7734
(e) 0,3830
(f) 0,0388

8. (a) 21,28
(b) 19,22
(c) 22,35
(d) 19
(e) 3,92

9. (a) 0,0228
(b) 0,9772
(c) 0,0228
(d) 0,3174

10. (a) 0,0062
(b) 0,8413
(c) 2,6
(d) várható értéktől való eltérés: legalább 1,03 mm

11. (a) 0,9544
(b) 0,5
(c) 0,6826
(d) 0,9544

12. 0,2514

13. (a) 0,2061
(b) 0,4125

14. (a) 174,4627
(b) 70,54%

15. (a) 0,3385

Feladatok (Nevezetes folytonos eloszlások)

- (b) 0,6915
- (c) 0,5
- (d) 0,9544
- (e)
- (f) 0,4047
- (g) 246,0520 g

16. (a) 2,8125
- (b) 0,5230
 - (c) 71.39%
 - (d) 0.4207
 - (e) legfeljebb 6,5531 cm

17. (a) 0,02%, (Részeredmény: $\sigma=7,1429$)
- (b) 81
 - (c)