

1. Oldjuk meg Gauss- (Gauss-Jordan) eliminációval az alábbi lineáris egyenletrendszereket!

a)

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 - x_3 &= 2 \\2x_1 - x_2 + x_3 &= 1 \\x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= -2\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - 2x_3 &= 3 \\2x_1 - x_2 + 5x_3 &= -1 \\3x_1 - 3x_2 + 12x_3 &= 2\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}2x_1 - 3x_2 + x_3 &= -2 \\4x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\5x_1 - 5x_2 + 2x_3 &= -1\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 &= 6 \\3x_1 + x_2 - 5x_3 - x_4 &= -8 \\2x_1 + x_2 - 4x_3 + 4x_4 &= -2 \\3x_1 - 3x_3 + x_4 &= 3\end{aligned}$$

2. Határozzuk meg az alábbi mátrixok  $LU$ -felbontását! Számítsuk ki a mátrixok determinánsának értékét az  $LU$ -felbontás segítségével!

a)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ 1 & 5 & 15 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

c)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 6 & 9 \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 9 \end{pmatrix}$$

d)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 4 & -1 & 6 \\ 6 & -7 & 8 \end{pmatrix}$$

e)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

f)

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket  $LU$ -felbontással!

a)

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 6 \\4x_1 - x_2 + 6x_3 &= 20 \\6x_1 - 7x_2 + 8x_3 &= 16\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}2x_1 + 6x_2 - 3x_3 &= -5 \\x_1 + 5x_2 + 15x_3 &= 14 \\3x_1 + 10x_2 + 4x_3 &= 1\end{aligned}$$