

1. Adottak az $x_1 := -4$, $x_2 := -2$, $x_3 := 0$, $x_4 := 1$ alappontok és a hozzájuk rendelt $f_1 := 0$, $f_2 := 3$, $f_3 := 5$, $f_4 := 8$ értékek.

- (a) Határozzuk meg a fenti adatokra illeszkedő kvadratikus regressziós függvényt!
- (b) Határozzuk meg az adatokra illeszkedő Lagrange interpolációs polinomot!

2. Adott az $f(x) = \cos(\pi x)$ függvény. Adottak az $x_0 = 0$, $x_1 = 0,5$ interpolációs alappontok és a hozzájuk rendelt $f_0 = f(x_0)$, $f_1 = f(x_1)$, $f'_0 = f'(x_0)$, $f'_1 = f'(x_1)$ értékek.

- (a) Határozzuk meg az adatokra illeszkedő Hermite interpolációs polinomot!
- (b) Becsüljük $f(0,25)$ értékét az interpolációs polinom helyettesítési értékével!

3. (a) Határozzuk meg a c konstans értékét úgy, hogy az alábbi, $\int_0^1 f(x)dx$ integrált közelítő kvadratura a lehető legmagasabb fokszámú polinomokra pontos legyen!

$$I(f) = \frac{f\left(\frac{1}{4}\right) + cf\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{4}\right)}{2c + 1}$$

- (b) Mekkora ez a maximális fokszám?

4. Egy kiadó kiadványaiban az egy oldalon található sajtóhibák száma Poisson-eloszlást követ. Tudjuk, hogy 0,08 annak a valószínűsége, hogy egy oldalon nincs nyomtatási hiba.

- (a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy oldalon 3 sajtóhibát találunk?
- (b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy egy 5 oldalas kiadványban legalább 3 sajtóhibát találunk?

5. Egy gépalkatrész átmérője normális eloszlású valószínűségi változónak tekinthető, 50 mm várható értékkel és 1,3 mm szórással.

- (a) A gépalkatrészek hány százalékának átmérője nagyobb, mint 50,8 mm?
- (b) Mekkora az az érték, amelynél a gépalkatrészek 12%-ának átmérője kisebb?
- (c) Ábrázolja a valószínűségi változó sűrűségfüggvényét, majd ábrázolja a grafikonon az (a) esetben meghatározott valószínűséget!

6. Egy acélrúd hosszának várható értéke 200 cm, szórása 2,9 cm. Veszünk 150 ilyen acélrudat és megmérjük a hosszukat.

- (a) Mekkora a hosszak átlagának várható értéke és szórása?
- (b) Milyen 'c' esetén esik kb. 0,95 valószínűséggel a hosszak átlaga a $(200 - c, 200 + c)$ intervallumba?

7. Az alábbi táblázat egy munkahelyen a napi hiányzások számát mutatja egy bizonyos id? alatt.

nap	hétf?	kedd	szerda	csütörtök	péntek	összesen
hiányzások száma	121	87	87	91	114	500

Elfogadható-e 95%-os szignifikanciaszinten, hogy a hiányzások száma egyenletesen oszlik el a hét napjain?

Eredmények:

1. (a) $y = 5,7161 + 1,8003x + 0,1018x^2$

(b) $L(x) = 0 + \frac{3}{2}(x+4) - \frac{1}{8}(x+4)(x+2) + \frac{19}{120}(x+4)(x+2)(x-0)$

$$\left(L(x) = 5 + \frac{242}{120}x + \frac{99}{120}x^2 + \frac{19}{120}x^3 \right)$$

2. (a) $H(x) = 1 + \left(\frac{\pi}{2} - 3\right) \frac{(x-0)^2}{0,5^2} + \left(-\frac{\pi}{2} + 2\right) \frac{(x-0)^3}{0,5^3}$

(b) $\approx 0,6963$

3. (a) $c = 1$

(b) 1

4. (a) 0,2148, (Részeredmény: $\lambda = 2,5257$)

(b) 0,9997, (Részeredmény: $\lambda = 12,6285$)

5. (a) 26,76%

(b) 48,4725

6. (a) Várható érték: 200, szórás: 0,2368

(b) $c = 0,4641$

7. Nem fogadható el.