Matematika 3.
Próba zh

1. feladatsor

---

1. Határozzuk meg az $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ mátrix LU-felbontását! Számítsuk ki a mátrix determinánsának értékét az LU-felbontás segítségével.

2. Legyen $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 3$ és $f_1 = 2$, $f_2 = 3$, $f_3 = 5$. Határozzuk meg az adatokra illeszkedő lineáris regressziós függvényt.

3. Határozzuk meg az $x + y = 1$, $2x + y = 2$, $3x + y = 4$ egyenletrendszer legkisebb négyzetes megoldását.

4. Legyen $x_0 = -1$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$, és $f_0 = -1$, $f_1 = 3$, $f_2 = 2$, $f_3 = -9$. Határozzuk meg az adatokra illeszkedő Lagrange-interpolációs polinomot.

5. Közelítsük az $\int_1^2 \frac{1}{2x-1} \mathrm{d}x$ integrál értékét az egyszerű Simpson-formulával.

6. Konstruáljunk egy, az $f''(x_0)$ deriváltat az x_0, $x_1 = x_0 + h$, $x_2 = x_0 + 5h$ alappontrendszeren h szerint elsőrendben közelítő differenciasémát.

Matematika 3.
Próba zh

2. feladatsor

---

1. Határozzuk meg az $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 9 \\ 3 & 10 & 18 \end{pmatrix}$ mátrix LU-felbontását! Számítsuk ki a mátrix determinánsának értékét az LU-felbontás segítségével.

2. Legyen $x_1 = -2$, $x_2 = -1$, $x_3 = 0$ és $f_1 = 16$, $f_2 = 4$, $f_3 = 2$. Határozzuk meg az adatokra illeszkedő lineáris regressziós függvényt.

3. Határozzuk meg az $x + y = 1$, $2x + 2y = 1$, $3x + 4y = 1$ egyenletrendszer legkisebb négyzetes megoldását.

4. Legyen $x_0 = 0$, $x_1 = 0{,}5$, $f_0 = -1$, $f_1 = 2$, $f'_0 = 1$, $f'_1 = -1$. Határozzuk meg az adatokra illeszkedő Hermite-interpolációs polinomot.

5. Legfeljebb hányadfokú polinomokra pontos az $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ intergált közelítő $I(f) = \dfrac{f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right)}{2}$ kvadratúra?

6. A centrális séma felhasználásával közelítsük az $f(x) = x\ln(2x)$ függvény deriváltjának értékét az $x_0 = 1$ helyen, ha $h = 0{,}1$.

Matematika 3.
Próba zh

3. feladatsor

1. Határozzuk meg az $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 0{,}5 & -1 & 1{,}5 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix LU-felbontását! Számítsuk ki a mátrix determinánsának értékét az LU-felbontás segítségével.

2. Legyen $x_1 = -2$, $x_2 = -1$, $x_3 = 0$, $x_4 = 2$ és $f_1 = 8$, $f_2 = 4$, $f_3 = 1$, $f_4 = 3$. Határozzuk meg az adatokra illeszkedő kvadratikus regressziós függvényt.

3. Legyen $x_0 = -2$, $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 2$ és $f_0 = -8$, $f_1 = -4$, $f_2 = 0$, $f_3 = 2$. Határozzuk meg az adatokra illeszkedő Lagrange-interpolációs polinomot.

4. Legyen $x_0 = 2$, $x_1 = 2{,}2$, $f_0 = 1$, $f_1 = -2$, $f_0' = 0{,}5$, $f_1' = -2$. Határozzuk meg az adatokra illeszkedő Hermite-interpolációs polinomot.

5. Közelítsük az $\displaystyle\int_0^1 e^{-x^2}\,dx$ integrál értékét az összetett trapézformulával, ekvidisztáns alappontok, N=4 részintervallum esetén.

6. Az előrelépő séma felhasználásával közelítsük az $f(x) = \ln(x^2-1)$ függvény deriváltjának értékét az $x_0 = 1{,}2$ helyen, ha $h = 0{,}05$.

Matematika 3.
Próba zh

EREDMÉNYEK

(Az eredményeket nem feltétlenül a legegyszerűbb alakban adtam meg! Az esetleges elírásokat kérem e-mailben jelezze.)

1. feladatsor

1. $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0{,}5 & 1 & 0 \\ -0{,}5 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $U = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & -1{,}5 & 1{,}5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\det(A){=}\det(U){=}0$

2. $y = 2 + x$

3. $A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 14 & 6 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$, $A^T \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 17 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\hat{x} = \frac{3}{2}$, $\hat{y} = -\frac{2}{3}$

4. $L_3(x) = -1 + 2(x+1) - (x+1)(x-1) - (x+1)(x-1)(x-2)$

5. $\approx \dfrac{f(1) + 4f(1{,}5) + f(2)}{6} \cdot (2-1) = \ldots = 0{,}5556$

6. $f''(x_0) \approx \dfrac{4f_0 - 5f_1 + f_2}{10h^2}$

2. feladatsor

1. $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ 1 & \frac{24}{14} & 1 \end{pmatrix}$, $U = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & \frac{14}{3} & \frac{25}{3} \\ 0 & 0 & \frac{38}{14} \end{pmatrix}$, $\det(A){=}\det(U){=}38$

2. $y = \dfrac{1}{3} - 7x$

3. $A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 14 & 17 \\ 17 & 21 \end{pmatrix}$, $A^T \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\hat{x} = 1{,}4$, $\hat{y} = -0{,}8$

4. $H_3(x) = -1 + 0{,}5 \cdot \dfrac{(x-0)}{0{,}5} + 8{,}5 \cdot \dfrac{(x-0)^2}{0{,}5^2} - 6 \cdot \dfrac{(x-0)^3}{0{,}5^3}$

5. Legfeljebb elsőfokú polinomokra pontos

6. $f'(1) \approx = \dfrac{f(1{,}1) - f(0{,}9)}{2 \cdot 0{,}1} = \ldots = 1{,}6915$

3. feladatsor

1. $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0{,}5 & 1 & 0 \\ -2 & 9 & 1 \end{pmatrix}$, $U = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -17 \end{pmatrix}$, $\det(A){=}\det(U){=}17$

2. $y = 1{,}2727 - 1{,}2955x + 1{,}0682x^2$

Matematika 3.
Próba zh

EREDMÉNYEK

---

3. $L_3(x) = -8 + 4(x+2) + 0(x+2)(x+1) - 0{,}25(x+2)(x+1)x$

4. $H_3(x) = 1 + 0{,}1 \cdot \dfrac{(x-2)}{0{,}2} - 8{,}8 \cdot \dfrac{(x-2)^2}{0{,}2^2} + 5{,}7 \cdot \dfrac{(x-2)^3}{0{,}2^3}$

5. $\approx \left(\frac{1}{2}f(0) + f(0{,}25) + f(0{,}5) + f(0{,}75) + \frac{1}{2}f(1)\right) \cdot 0{,}25 = \ldots = 0{,}7430$

6. $f'(1{,}2) \approx \dfrac{f(1{,}25) - f(1{,}2)}{0{,}05} = \ldots = 4{,}9123$